基于子空间投影的复杂水下环境运动小目标检测前跟踪方法

陈华杰* 白浩然

(杭州电子科技大学通信信息传输与融合技术国防重点学科实验室 杭州 310018)

摘 要:针对复杂水下环境运动小目标检测中存在的目标信号强度弱、信杂比低等问题,该文提出基于子空间投影的检测前跟踪(TBD)算法:对原始图像数据截取序列片段,将3维时空片段中的短时运动航迹投影到2维子空间平面;利用2维投影图中平面航迹的形态特征进行初步筛选,提取目标的有效运动区域;将2维平面中的目标短时航迹在局部区域重建3维时序,在3维航迹回溯过程中利用目标运动特征再次筛选目标短时航迹。通过上述分级检测机制,可实现快速高精度的目标短时航迹检测。结合前景检测以及基于层次凝聚聚类(HAC)的长时航迹检测算法,构建了针对运动小目标的完整检测前跟踪方法。最后使用实测声呐图像数据验证了算法的检测精度和检测速度。
 关键词:运动小目标检测;检测前跟踪;复杂水下环境;子空间投影中图分类号:TN911.73
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2021)03-0826-08
 DOI: 10.11999/JEIT200446

Subspace Projection Based Track-Before-Detect Scheme for Small Moving Target in Complex Underwater Environment

CHEN Huajie BAI Haoran

(Fundamental Science on Communication Information Transamission and Fusion Technology Laboratory, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: The small moving target detection in complex underwater environment is complicated due to the weak target signal strength and low signal-to-clutter ratio. A Track-Before-Detect (TBD) algorithm based on subspace projection is proposed to solve these problems. A sequence motion track fragment is extracted from the original data, and then projected from the 3D space-time onto the 2D subspace. The morphological features in 2D subspace are applied to preliminary screening to remove most of the clutters and locate the local motion areas of the target. The 3D space-time track is reconstructed from 2D subspace in these local motion areas. During the above 3D track backtracking process, the motion continuity characteristics are also extracted to further remove the clutters and select the effective target track fragments. Through the above-mentioned hierarchical processing, a fast and high-precision target track fragment detection algorithm is achieved. By combing this track fragment detection algorithm with the foreground detection and Hierarchical Agglomerative Clustering (HAC) based long-time track detection algorithms, a complete TBD scheme for small moving targets detection is constructed. The accuracy and speed of this detection scheme are verified on the real sonar image data.

Key words: Small moving target detection; Tracking-Before- Detection(TBD); Complex underwater environment; Subspace projection

1 引言

随着声呐成像技术的日益成熟,利用图像技术

收稿日期: 2020-06-04; 改回日期: 2020-11-26; 网络出版: 2020-11-27 *通信作者: 陈华杰 chj247@hdu.edu.cn

基金项目: 国防科技重点实验室基金(6142804180407); 国防基础 科研项目(JCKY2018415C004)

Foundation Items: The National Defense Science and Technology Key Laboratory Foundation of China (6142804180407), The National Defense Basic Scientific Research Program of China (JCKY2018415C004) 实现水下蛙人、深水潜艇等水下运动小目标的检测 与跟踪对水域监测等具有重要意义。由于声呐成像 技术的原理以及水下小目标原始像素点数量少等因 素,图像中呈现的运动目标尺寸小、信号强度弱; 同时水下噪声和海底混响等因素导致图像中存在大 量动、静杂波混合的复杂类型杂波,运动目标的信 杂比低^[1];更甚者目标在数据中存在掉帧现象,难 以直接追踪目标。运动小目标的原始像素点数量 少,难以利用目标面特征,因此利用运动的规律性 是实现目标追踪的有效手段。检测前跟踪(Tracking-Before-Detection, TBD)技术是目前常用的小 目标跟踪方法,通过累积目标连续运动的信号确定 目标航迹^[2]。常用TBD技术包括批处理实现的动态 规划(Dynamic Programming, DP)^[3,4]和霍夫变换 (Hough Transform, HT)^[5,6],递归实现的粒子滤波 (Particle Filter, PF)^[7,8]。

PF技术通过寻找状态空间传播的随机样本近 似获取概率密度函数,需要大量样本以保证检测和 跟踪的性能,巨大的计算量以及大量的有效样本需 求限制了PF技术在声呐图像中的应用^[9]。HT技术 利用图像在空间域到参数空间的转换关系,将检测 问题转化为统计问题,图像中任一边缘点都需要一 条对应的曲线表示^[10],对计算机的内存和算力需求 较大。DP技术采用多阶段决策,计算各阶段最优 决策并根据各阶段间的相关性获得整体最优决策[11], 在复杂环境中应用DP技术存在下列问题: (1)目标 在数据中存在掉帧现象,DP算法对此类数据的处 理效果不佳; (2)数据中存在密集分布的动杂波且 运动目标的信杂比极低^[12],DP算法会产生错误决 策; (3)巨大的计算量也是DP算法的弊端,大量动 杂波会增加状态变量数目,进一步提升决策所需计 算量,同时批处理方式算法的实时性有待商榷^[13]; (4)对于声呐、雷达等高精度传感器,运动目标在 数据中可能成为扩展目标^[14],DP算法对此类目标 的处理效果不佳[15]。

针对上述问题,本文提出基于子空间投影的TBD 算法。首先根据运动目标的机动性,将目标运动图 像的3维时空序列切分为若干个时间片段^[16],保证 在单个时间片段内目标的运动航迹不折叠;然后将 3维短时运动航迹片段投影到2维子空间平面,根据 目标运动航迹与一般杂波航迹的空间形态特征差 异,筛选获得局部候选航迹区域;再对候选区域进 行航迹回溯,将目标航迹重映射到3维时空,根据 目标运动的连续性、方向一致性等规律对目标运动 航迹筛选并估计运动目标中心位置。

将航迹片段从3维时空投影到2维子空间平面再 进行处理的优势:待处理的数据得以降维,处理速 度大幅度提高;不足之处:投影过程仅保留了空间 形态特征,丢失了数据的时序信息。考虑到在单个 时间片段内目标运动方向改变幅度不大,利用空间 形态特征即可有效区分运动目标与大部分动杂波。 在2维子空间平面,依据总体形态特征检测目标航 迹,可能存在的部分漏检航迹点对检测的总体影响 较小;检测算法对目标尺寸不敏感,对点目标和扩 展目标均适用;各航迹片段单独处理,避免了新目 标起始航迹被误判为杂波的问题^[17]。

2 基于子空间投影TBD的运动目标快速检测

2.1 总体方案设计

面向声呐水下运动目标检测场合,本文构建了 运动目标快速检测系统。在图1所示的系统方案 中,主要的处理环节包括:对输入的运动目标图像 序列进行前景检测,初步获取包含运动点迹和杂波 的运动点集合;截取目标/杂波点序列片段,进行 基于子空间投影的TBD处理,剔除部分杂波干扰 点,获取运动目标的短时航迹点集;将不同时刻的 短时航迹点集合归并为长时航迹点集合,利用航迹 的数据特征进行聚类^[18],将同一目标不同时刻的短 时航迹连接成完整的长时航迹,并根据目标运动的 时空特性进一步筛选杂波干扰点,剔除长时航迹点 集合中的无效运动点迹。

2.2 前景检测

前景检测用于输入图像数据序列的运动点初检 测。综合考虑检测速度与检测精度,采用帧差法进 行前景检测。计算当前帧与前一帧对应像素点的差 值,若差的绝对值超过设定阈值则标记该像素点为 前景,某帧数据及其前景检测结果如图2所示。

2.3 短时航迹检测:基于子空间投影的快速TBD 算法

运动检测是对探测数据按时间序列处理,滤除 杂波干扰,获取目标运动航迹的过程。TBD的常 规做法是截取序列片段进行积累,序列片段的帧数 选择与累积时间、信号积累效果呈正相关,但若仅 追求信号积累效果则会相应地增加计算负担。

子空间投影TBD流程如图3所示:首先将截取 的序列片段投影到子空间;在2维空间的短时投影 图上,利用目标航迹与一般杂波的形态差异进行滤 波,获取运动目标可能存在的区域;再以局部区域 为模板回溯3维序列,并根据目标运动的连续性与



图 1 基于子空间投影的快速TBD检测系统方案



(a) 水下声呐实测数据

(b) 帧差法处理结果





图 3 子空间投影TBD流程图

方向一致性等特性滤除杂波干扰,获取目标短时候 选航迹。

2.3.1 子空间投影

待处理的数据序列片段表示为f(x,y,t), $t = t_1, t_2, \dots, t_k$, 片段中存在k帧数据, 其中(x,y)是2维 空间平面坐标, t是采样时刻。 $f(x_n, y_n, t_n)$ 对应3维 时空的一个点, 其坐标为 (x_n, y_n, t_n) , 该点的取值 范围为 $\{0,1\}$ 。若位置 (x_n, y_n, t_n) 上存在点迹,则 $f(x_n, y_n, t_n) = 1$;若该位置上没有点迹,则 $f(x_n, y_n, t_n) = 0$ 。

将该序列片段向2维子空间平面(*x*, *y*)投影,获 得短时投影图*p*(*x*, *y*)

$$p(x_n, y_n) = \begin{cases} 1, & \sum_{m=1}^{k} f(x_n, y_n, t_m) > 0 \\ 0, & \text{ Het} \end{cases}$$
(1)

图4给出了运动目标航迹的子空间投影示意



图,其中的目标运动航迹由3维时空曲线映射到投 影面上的2维空间曲线。降维后目标航迹丢失了3维 时序信息,但基本保留了完整的空间运行形态信息。

一般情况下目标在序列片段内做单向运动, 2维投影图中航迹呈长条状,宽度由目标的尺寸决 定,长度由目标运动速度决定,形态由目标实际航 迹决定。为了尽量保留目标航迹的空间形态特征, 需要根据目标的运动速度选择合理的数据序列长 度。序列片段长度越大,目标运动航迹在投影结果 中存在折叠的可能性越大;序列长度不足会削弱累 积效应,降低杂波滤除的效果。

2.3.2 2维空间形态检测

2维检测是在投影图上根据目标航迹投影与杂 波投影的形态差异,尽量滤除干扰杂波,确定目标 航迹所处的局部区域。如前所述,一般情况下目标 航迹投影呈现长条状,大概率与杂波干扰点投影呈 现明显差异:散乱杂波一般为散乱分布的点状;一 定范围内聚集的杂波点的投影聚集形成的区域,与 规律的条状也有明显的区分。根据形态学闭操作对 投影图的预处理结果划分联通区域,由联通区域间 形态特征的差异确定候选投影区域。 (1) 形态学预处理。受噪声、杂波等因素的影响,运动航迹可能出现间断,投影图上表现为航迹中存在狭窄的间断。采用形态学闭运算可消除航迹中的轻微间断,对邻近干扰信息也有一定的滤波作用。图5(a)为某一序列片段的子空间投影图,图5(b)为投影图形态学预处理后的结果。

(2) 联通区域检测。形态学预处理后的区域采 用传统的Two-pass方法标记为不同的联通域,联通 区域的形态由目标的大小、运动方向以及速度决定。 若目标速度为v, t是累计时间,则联通区域的长度 为 $L = v \times t$ 。联通区域的宽度范围为目标的实际宽 度范围[w_{\min} , w_{\max}],目标的速度范围为[v_{\min} , v_{\max}], t是时间窗口的长度,联通区域的长度范围为 [$v_{\min} \times t$, $v_{\max} \times t$]。

综合宽度约束和长度约束,算法采用联通区域 的对角线长度作为筛选的条件,满足如式(2)条件 的联通区域选择为候选联通区域

$$\sqrt{w_{\min}^2 + (v_{\min} \times t)^2} < L_2 < \sqrt{w_{\max}^2 + (v_{\max} \times t)^2}$$
 (2)

利用上述约束对图5(b)中的联通区域检测,候选联通区域在图6(a)用红色标注。

2.3.3 3维时空航迹回溯及检测

在候选联通区域范围内,对目标每个时刻的空间位置估计;回溯当前序列片段得到的目标3维时空航迹,依次重构运动点迹集合的时序关系;结合



(a) 序列片段子空间投影图

时序关系,对航迹的内在规律进行更细致的刻画, 进一步滤除杂波。

(1) 航迹回溯。设2维检测后存在m个联通区 域: $\{s_a|a=1,2,...,m\}, s_a$ 是其中的一个联通区域, 该联通区域由q个空间位置点构成: $s_a = \{(x_b,y_b)|$ $b=1,2,...,q\}, (x_b,y_b)$ 是其中的一个位置点。f(x,y,t)是该序列片段内的某一数据帧,获取该数据帧中运 动目标在联通区域 s_a 内的运动点集合

 $\{(x_c, y_c)|f(x_c, y_c, t) = 1, (x_c, y_c) \in s_a\}$ (3) 计算点迹的位置均值,作为运动目标在该数据帧上 的位置估计

$$\widetilde{x}^{\text{target}}, \widetilde{y}^{\text{target}} = \text{mean}(\{x_c, y_c\}) \tag{4}$$

运动点集合{(*x_c*, *y_c*)}包含目标航迹的位置坐标 及可能存在的杂波点坐标,因此运动目标的位置估 计可能会存在偏差。目标尺寸越大、杂波密度越 低,运动点迹的有效占比越大,位置估计越准确。 目标的尺寸对目标的位置估计的影响可忽略不计, 因此该算法对点目标、扩展目标均适用。

(2)3维短时航迹检测。利用投影的2维空间形态,结合重构的3维时序关系,可以在3维时空提取 到更细致的运行特性信息,进一步滤除杂波干扰, 其中包括

(a) 运动连续性: 统计*k*帧数据中,数据帧中
 存在目标的比例ratio^e



(b) 形态学处理结果

图 5 子空间投影及形态学处理



图 6 联通区域检测及航迹3维坐标显示

829

$$\operatorname{index}_{t} = \begin{cases} 1, \{(x_{c}, y_{c})\} \neq \emptyset \\ 0, \{(x_{c}, y_{c})\} = \emptyset \end{cases}$$
(5)

$$\text{ratio}^e = \frac{\sum_{t=t_1}^{t_k} \text{index}_t}{k} \tag{6}$$

其中, index_t = 1表明在t时刻的数据帧有目标点迹。ratio^e越高,表明断开的点迹越少。普遍情况下运动目标航迹的ratio^e高于杂波。

(b) 运动方向一致性:统计*k*帧数据中,目标
 有效位移的比例ratio^m

$$\operatorname{ratio}^{m} = \frac{\left(\tilde{x}_{t_{k}}^{\operatorname{target}} - \tilde{x}_{t_{1}}^{\operatorname{target}}\right)^{2} + \left(\tilde{y}_{t_{k}}^{\operatorname{target}} - \tilde{y}_{t_{1}}^{\operatorname{target}}\right)^{2}}{\left(\sum_{t=t_{2}}^{t_{k}} \left|\widetilde{\operatorname{dx}}_{t}^{\operatorname{target}}\right|\right)^{2} + \left(\sum_{t=t_{2}}^{t_{k}} \left|\widetilde{\operatorname{dy}}_{t}^{\operatorname{target}}\right|\right)^{2}}$$
(7)

其中, dx_t^{target} , dy_t^{target} 分别是同一目标在相邻帧的x, y轴位置上的差值。ratio^m表征了数据序列内目标 运动的方向一致性,若目标是匀速直线运动,则对 应的ratio^m=1。普遍情况下运动目标航迹的ratio^m 高于杂波。

综合目标的运动连续性与方向一致性约束,目标3维航迹需满足如式(8)的条件

$$ratio^e > th^e \square ratio^m > th^m$$
(8)

其中,th^e,th^m是阈值参数,可由此实现进一步滤除杂波。针对图6(a)中的某一候选联通区域内部进行局部3维航迹回溯,利用重建3维时序的数据,在 长时航迹候选点坐标系标记此联通区域内对应的短 时航迹信息。

2.4 长时航迹聚类检测

将各数据序列片段处理的短时航迹归并为短时 航迹集合,采用HAC对短时航迹集合进行聚类, 再结合目标航迹特性进行检测,判断并删除干扰航 迹,生成目标的长时运动航迹。

2.4.1 航迹聚类

基于HAC的航迹聚类基本思路:将每个3维运 动点作为初始集合开始迭代,每次迭代会将最相似 的2个运动点集合合并,直到任意2个集合之间的距 离超过截断距离。聚类过程中集合间的距离测度采 用单链形式,截断距离取决于运动目标的速度与相 邻帧的间隔时间:

$$D_{\rm cutoff} > v_{\rm max} \times \Delta t$$
 (9)

其中, $D_{\text{cutoff}}, v_{\text{max}}, \Delta t$ 分别是截断距离、目标最大速度与相邻帧的间隔时间。

HAC算法将3维点迹集合P(x, y, t) | t = 1, 2, ..., n划分为若干子集合: $P_{sub}^1, P_{sub}^2, ..., P_{sub}^m$,单个子集合 视为一个单独的候选航迹。

2.4.2 目标航迹检测

对于HAC生成的各候选航迹,需要根据运动 目标与杂波扰动的特征差异进一步筛选。与实际目 标运行相比,杂波扰动在时间维度持续时间较短, 在空间范围内移动距离较短。可根据下列条件,从 候选航迹中检测出目标的实际航迹。

(1) 航迹的时间长度。重构时序后的3维航迹点 迹集合,时间维度与图像输入序列的图像帧数一一 对应,考虑将时间维度作为约束条件,保证航迹连 续存在时长,可以有效解决2维投影图中的航迹叠 加问题,也可以解决部分航迹交叉问题。

对于任意一个子集合 $P_{sub}(x_k, y_k, t_k) | k = 1, 2, \dots, m,$ $t_1 < t_2 < \dots < t_m$, 候选航迹的时间长度阈值定义为

$$t_{\rm len} = t_m - t_1 \tag{10}$$

(2) 航迹的空间长度。目标的空间位移是航迹的基本元素,将航迹的空间距离作为约束,保证目标的活动范围超过相应的阈值,可依此滤除部分周期摆动的干扰。其中候选航迹的空间距离计算为

$$s_{\rm len} = \sqrt{\left(\max x_k - \min x_k\right)^2 + \left(\max y_k - \min y_k\right)^2}$$
 (11)

采用上述条件对上述图6(b)进行检测,得到目标的长时运动航迹(图6中浅色标出),经对比与实际航迹符合。

2.4.3 过时点删除

随着时间的推移,每次产生的新增候选点都 被纳入长时航迹候选点集合,新增候选点中存在 与原有的候选点有着时空关联的候选点,此类候 选点可连接组成连续航迹。同时时间维度约束会 导致部分原有候选点不可能与后续任何候选点产 生关联,称为过时点。及时删除候选点集合中的 过时点,有助于控制候选点集合的规模,提高算 法的效率。

对于航迹聚类产生的任意子集合 $P_{\text{sub}}(x_k, y_k, t_k)$ | $k = 1, 2, \dots, m, t_1 < t_2 < \dots < t_m, 当前的时间点为$ $t_{\text{now}}, 若$

$$t_{\rm now} - t_m > D_{\rm cutoff} \tag{12}$$

则在长时航迹候选点集中将P_{sub}删除,其中D_{cutoff} 是截断距离。

3 实验验证及分析

实验使用计算机的处理器为Intel Core i5-9300H, 主频2.4 GHz,内存8 GB。实验数据为中国船舶重 工集团公司第七二六研究所提供的某型声呐在不同 时间段的水下实测数据,对数据进行人工筛选,选 定存在目标的两段数据。数据中的运动目标为深度 18.5 m的重球,数据序列1中存在2个目标,数据序 列2中存在1个目标。对原始数据进行分贝等级转 化、数值归一化、压缩等处理,得到尺寸为 400×300的图像声呐数据,各目标在数据中的实际 运动轨迹如图7(a)、图7(b)所示。



(a) 数据序列1

采用基于DP-TBD的快速检测系统对两个数据 序列进行处理,算法检测的目标及其航迹如图8(a)、 图8(b)所示。



(b) 数据序列2



图 7 目标原始轨迹

图 8 基于DP-TBD的快速检测系统对数据序列的检测结果

基于DP-TBD的快速检测系统对2个数据序列 中目标的检测结果如表1所示。

对于数据序列1, DP-TBD算法完全没有跟踪 到目标1,目标2的起始位置偏后且跟踪一段距离后 目标丢失。对于数据序列2,算法跟踪目标的起始 位置偏后,目标丢失后重新跟踪到目标,检测结果 中存在一个虚警目标。

用本文构建的基于子空间投影TBD的快速检 测系统对两个数据序列进行处理,检测系统的具体 参数选择如下:以连续的20帧数据长度作为序列片 段截取长度;直径5像素长度的圆模板进行形态学 处理;5像素长度至40像素长度作为联通区域尺寸 范围;0.5作为运动连续性阈值;0.3作为运动方向 一致性阈值;连续的6帧数据长度作为聚类的时间 阈值;10像素长度作为目标运动的长度阈值;20像

表 1 基于DP-TBD的检测结果

数据	实际目标数量	检测目标数量	跟踪精度(%)	虚警率(%)
数据序列1	2	1	20.06	0
数据序列2	1	3	42.22	31.57

素长度作为目标的实际位移阈值。算法检测的目标 及其航迹如图9(a)、图9(b)所示。

基于子空间投影TBD算法对两个数据序列中 目标的检测结果如表2所示。

对于数据序列1,本文算法跟踪了目标1的完整 运动轨迹,目标2的起始位置和实际轨迹相同,检 测结果中目标航迹中断了两次,但可以及时重新跟 踪目标。对于数据序列2,目标航迹中断1次并被重 新跟踪到目标。

上述实验结果表明,本文算法相比于经典的 DP-TBD算法,无论对于单目标还是多目标,基本 解决了目标航迹起始缓慢的问题。同时对于复杂环 境下的运动目标,在目标跟踪精度上也有了极大提 升,并改善了虚警问题。但对于目标航迹中断后的 关联问题,没有很好的解决方案。

统计基于两种算法构建的检测系统处理实测声 呐图像的总用时,经过多次实验利用总用时的平均 值计算单帧数据处理的平均用时,如表3所示。

由于数据序列2中干扰信息数量大于数据序列 1,表3中两种算法对于数据序列2处理的帧平均用



(a) 数据序列1

(b) 数据序列2

图 9 基于子空间投影TBD的快速检测系统对数据序列的检测结果

表 2 基于子空间投影TBD的检测结果

数据	实际目标数量	检测目标数量	跟踪精度(%)	虚警率(%)
数据序列1	2	4	95.84	0
数据序列2	1	2	88.15	0

表 3 处理单帧数据的平均用时(帧	/s)	
-------------------	-----	--

数据	基于子空间投影TBD	基于DP-TBD
数据序列1	0.010	0.025
数据序列2	0.030	0.126

时均大于数据序列1的帧平均用时。经典DP-TBD 算法相比本文算法对实验数据的帧处理平均用时差 距较大,主要原因在于DP算法需要对每帧数据处 理,分阶段得到候选位置信息并做出决策,干扰信 息数量越多其决策时间越长,且会在多次的决策阶 段持续产生影响。本文算法通过对数据序列片段叠 加,每个数据片段进行一次轨迹检测,大幅降低了 算法用时,提升算法实时性的同时降低了航迹中断 后重新跟踪目标的难度。

4 结论

本文针对复杂水下环境的弱小运动目标跟踪, 提出了基于子空间投影的TBD算法。该算法利用 目标运动航迹从3维时空投影到2维平面,最后回溯 到3维时空的整体过程,依据目标运动的一般特 性,滤除大部分干扰信息,采用层次聚类获取完整 航迹。本方法充分利用了目标的数据帧内位置信 息、目标运动的帧间连续性信息、目标运动的有效 数据帧占比和目标连续运动的有效位移。比之现有 方法,提高了目标航迹起始能力,实现了更高的实 时跟踪精度,减少了算法所需计算量。同时该算法 对运动目标的类型要求宽泛,可同时对尺寸、机动 性差异较大的多目标实现高精度的实时检测。

参考文献

[1] 钟雷, 李勇, 牟之英, 等. 未知强杂波下基于DP-TBD的雷达弱

目标检测[J].系统工程与电子技术,2019,41(1):43-49.doi:10.3969/ j.issn.1001-506X.2019.01.07.

ZHONG Lei, LI Yong, MOU Zhiying, *et al.* Detection method for weak target under unknown strong clutter based on DP-TBD[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(1): 43–49. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2019.01.07.

- [2] WANG Hui, YI Jianxin, and WAN Xianrong. Greedy algorithm-based track-before-detect in radar systems[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2018, 18(17): 7158–7165. doi: 10.1109/JSEN.2018.2853188.
- [3] BARNIV Y. Dynamic programming solution for detecting dim moving targets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace* and Electronic Systems, 1985, AES-21(1): 144–156. doi: 10.1109/TAES.1985.310548.
- [4] BARNIV Y, and KELLA O. Dynamic programming solution for detecting dim moving targets part II: Analysis[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1987, AES-23(6): 776-788. doi: 10.1109/TAES.1987.310914.
- [5] CARLSON B D, EVANS E D, and WILSON S L. Search radar detection and track with the Hough transform. I. system concept[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(1): 102–108. doi: 10.1109/ 7.250410.
- [6] HART P E. How the Hough transform was invented [DSP History][J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2009, 26(6): 18–22. doi: 10.1109/MSP.2009.934181.
- [7] GUSTAFSSON F, GUNNARSSON F, BERGMAN N, et al. Particle filters for positioning, navigation, and tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 425–437. doi: 10.1109/78.978396.
- [8] ORTON M and FITZGERALD W. A Bayesian approach to tracking multiple targets using sensor arrays and particle filters[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 216–223. doi: 10.1109/78.978377.
- [9] YAN Bo, XU Luping, LI Muqing, et al. Track-before-detect algorithm based on dynamic programming for multiextended-targets detection[J]. IET Signal Processing, 2017,

11(6): 674-686. doi: 10.1049/iet-spr.2016.0582.

- [10] GUO Qiang, LI Zhenwu, SONG Wenming, et al. Parallel computing based dynamic programming algorithm of trackbefore-detect[J]. Symmetry, 2019, 11(1): 29. doi: 10.3390/ sym11010029.
- [11] GAO Jie, DU Jinsong, and WANG Wei. Radar detection of fluctuating targets under heavy- tailed clutter using Trackbefore-detect[J]. Sensors, 2018, 18(7): 2241. doi: 10.3390/ s18072241.
- [12] LI Yuansheng, WEI Ping, GAO Lin, et al. Micro-doppler aided track-before-detect for UAV detection[C]. 2019 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Yokohama, Japan, 2019: 9086–9089.
- [13] CAO Chenghu, ZHAO Yongbo, PANG Xiaojiao, et al. Sequential Monte Carlo Cardinalized probability hypothesized density filter based on Track-Before-Detect for fluctuating targets in heavy-tailed clutter[J]. Signal Processing, 2020, 169: 107367. doi: 10.1016/j.sigpro.2019. 107367.
- [14] HAN Yulan and HAN Chongzhao. Two measurement set partitioning algorithms for the extended target probability hypothesis density filter[J]. Sensors, 2019, 19(12): 2665. doi: 10.3390/s19122665.
- [15] 陈一梅.基于随机有限集的杂波估计与多扩展目标跟踪问题研究[D]. [硕士论文], 杭州电子科技大学, 2019.
 CHEN Yimei. Clutter estimation and multiple extended

target tracking based on random finite set[D]. [Master dissertation], Hangzhou Dianzi University, 2019.

- [16] WANG Jinghe, YI Wei, KIRUBARAJAN T, et al. An efficient recursive multiframe track-before-detect algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(1): 190-204. doi: 10.1109/ TAES.2017.2741898.
- [17] 熊伟,顾祥岐,徐从安,等. 多编队目标先后出现时的无先验信
 息跟踪方法[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(7): 1619–1626. doi:
 10.11999/JEIT190508.

XIONG Wei, GU Xiangqi, XU Cong'an, et al. Tracking method without prior information when multi-group targets appear successively[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2020, 42(7): 1619–1626. doi: 10.11999/JEIT 190508.

- [18] QIN Xiaoyu, TING Kaiming, ZHU Ye, et al. Nearestneighbour-induced isolation similarity and its impact on density-based clustering[C]. The 33rd AAAI Conference on Artificial Intelligence, Honolulu, USA, 2019: 4755–4762.
- 陈华杰: 男,1978年生,教授,硕士生导师,研究方向为图像处理、 目标检测、机器学习.
- 白浩然:男,1996年生,硕士生,研究方向为图像处理、目标 检测.

责任编辑:余 蓉