

# 一种类箕舌线函数的变步长归一化自适应滤波算法

火元莲 龙小强\* 连培君 王丹凤

(西北师范大学物理与电子工程学院 兰州 730070)

**摘要:** 在综合考虑自适应滤波算法设计中收敛速度、稳态误差、计算复杂度和跟踪性能等指标的基础上, 该文提出一种类箕舌线函数的变步长归一化自适应滤波算法, 用类箕舌线函数代替Sigmoid函数作为步长迭代公式, 引入基于相关误差的变步长调整原则, 在大大增强算法稳定性的同时大幅度提升了算法的收敛速度、跟踪性能, 减小了算法的计算复杂度。在Matlab平台上分析了改进的步长函数中参数 $\alpha$ ,  $\beta$ 以及 $\gamma$ 的不同取值对算法的影响, 并将该文算法与已有的基于Sigmoid函数和基于箕舌线函数的变步长LMS算法进行了比较, 仿真结果表明, 该文算法有更快的收敛速度、更好的跟踪能力以及较小的稳态误差和较强的鲁棒性。

**关键词:** 自适应滤波; 变步长自适应算法; 最小均方算法; 箕舌线函数

中图分类号: TN713

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)02-0335-06

DOI: 10.11999/JEIT191003

## A Kind of Versoria Function Normalized Adaptive Filtering Algorithm

HUO Yuanlian LONG Xiaoqiang LIAN Peijun WANG Danfeng

(College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** On the basis of the comprehensive consideration in the design of the indexes of the adaptive filter algorithm convergence speed, steady-state error, computational complexity and tracking performance, a kind of Versoria function normalized adaptive filtering algorithm is proposed in this paper. The class Versoria function is used instead of Sigmoid function as step iterative formula, introducing variable step size based on the relevant error adjustment principle, the stability of the algorithm is enhanced greatly. At the same time, the convergence speed and tracking performance of the algorithm is promoted and the computational complexity of the algorithm is reduced. The influence of the parameter  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  different value of the step function of algorithm is analyzed on Matlab platform. Compared with the Sigmoid function variable step size LMS algorithm and variable step size LMS algorithm based on Versoria function, and the simulation results show that this algorithm has faster convergence speed, better tracking ability, smaller steady-state error and strong robustness.

**Key words:** Adaptive filtering; Variable step size adaptive algorithm; LMS algorithm; Versoria function

### 1 引言

随着滤波算法的不断更新迭代, 目前自适应算法已经成为信号处理和现代通信等领域的重要组成模块, 常应用于信道均衡、回波消除、自适应控制、波束形成、噪声抵消和系统辨识等领域<sup>[1-9]</sup>。

在众多自适应滤波算法中, 由Widrow和Hoffman于1960年提出的自适应滤波算法(Least Mean Square, LMS)<sup>[10,11]</sup>因其原理简单, 便于实现, 鲁棒性以及稳定性好等特性得到了大量的关注, 继而归

一化最小均方滤波算法(Normalized Least Mean Square, NLMS)<sup>[12]</sup>也得到了发展。但LMS和NLMS都存在相同的缺陷, 即对收敛速度和稳态误差两者不可兼得, 所取步长越大, 收敛速度越快, 但稳态误差也随之增大; 步长越小, 稳态误差变小, 但收敛速度变慢。为了改善这一不足, 变步长滤波算法被相继提出<sup>[13-22]</sup>。

而变步长自适应滤波算法的基本原则是步长因子 $\mu(n)$ 随着算法做动态调整<sup>[13]</sup>, 以便保证在算法收敛初期, 提供较大的步长取值使算法有较快的收敛速度; 在算法收敛完成阶段, 提供较小的步长取值使算法的稳态误差变小, 有更好的稳定性。如覃景繁等人<sup>[14]</sup>提出的基于Sigmoid函数的变步长LMS算法(Sigmoid Variable Step Least Mean Square, SVSLMS), 兼顾了收敛速度与稳态误差间的矛盾,

收稿日期: 2019-12-16; 改回日期: 2020-10-24; 网络出版: 2020-12-07

\*通信作者: 龙小强 lxqchj@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61561044)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61561044)

但在算法收敛阶段, 误差 $e(n)$ 的微小变化都会引起步长因子 $\mu(n)$ 较大变化, 从而影响算法的稳态误差; 在Sigmoid函数的基础上, 刘宪爽等人<sup>[15]</sup>给出了一种改进的双Sigmoid函数变步长自适应算法, 该算法的稳定性和实际应用时的准确度在传统SVSLMS算法基础上得到了提升, 但其收敛速度和稳态误差却也随之下降; 事实上, 在基于Sigmoid函数的变步长自适应算法中, 由于求步长因子 $\mu(n)$ 时需要进行指数运算, 用查表法很繁琐而且占用硬件存储空间。为此基于箕舌线函数(阿格尼丝箕舌线函数“the witch of Agnesi or Versoria”, 中文简称为箕舌线函数“Versoria”)的变步长自适应滤波算法得到了发展, 如邓江波等人<sup>[16]</sup>提出的基于箕舌线的变步长LMS自适应算法, 改善了SVSLMS算法收敛速度、稳定性以及跟踪速度等性能, 但在时变环境下跟踪能力和收敛速度性能仍然不足; 为再次提升性能, 韩允等人<sup>[17]</sup>搭建了新的步长调整函数, 提出了基于箕舌线的变步长归一化最小均方算法, 该算法很好地协调了系统的抗干扰性能和快速跟踪性能间的矛盾, 但却加大了系统的失调量。所以如何在收敛速度、稳态误差、计算量、跟踪速度等各方面做到兼顾是自适应滤波算法设计中的关键。本文算法的主要思想是: 借鉴箕舌线函数计算复杂度小、易于实现、在稳态阶段步长因子很小且变化不大等特性, 采用类箕舌线函数对步长因子 $\mu(n)$ 进行调整, 在大大增强算法稳定性的同时大幅度提升算法的收敛速度、跟踪速度等特性。

## 2 本文算法原理及性能

### 2.1 算法原理

本文的步长调整函数由最基本的箕舌线函数 $f(x) = \frac{a^3}{a^2 + x^2}$ (当 $a = 1$ 时为标准箕舌线函数)出发, 采用误差的自相关估计来调整控制步长因子, 进而消除不相关噪声的影响, 提高系统的抗噪能力。

首先对标准箕舌线函数 $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$ 的自变量取倒数, 然后采用当前误差与上一时刻误差的自相关估计来控制步长的大小进而得到本文所需要的步长调整函数的雏形

$$\mu(n) = \frac{1}{1 + \frac{1}{E[e(n)e(n-1)]}} \quad (1)$$

图1是步长因子 $\mu(n)$ 与误差 $e(n)$ 的类箕舌线函数曲线调整过程图, 曲线1是标准箕舌线函数曲线, 图中虚线为箕舌线函数的相伴圆 $x^2 + \left(f(x) - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$ , 该函数以 $x = 0$ 为对称轴, 以 $f(x) = 0$ 为渐近线; 曲

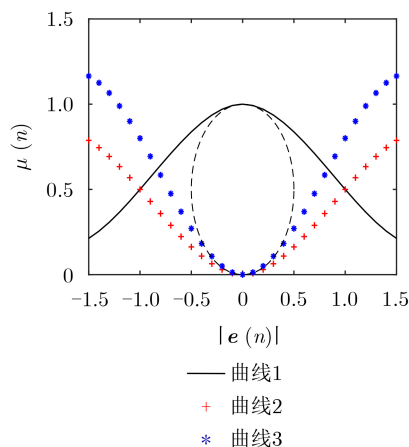


图1 类箕舌线函数曲线调整过程曲线图

线2是对自变量取倒数以后的曲线; 曲线3是对应式(1)得到的结果。

从图1可以看出, 曲线2和曲线3都符合自适应滤波算法的步长调整原则, 即在算法初期(算法收敛初始阶段), 步长调整函数为算法提供较大的步长取值, 以提高算法的收敛速度, 使其快速过渡到算法收敛完成阶段; 在收敛完成阶段, 提供较小的步长取值, 使算法在该阶段保持更好的稳定性。式(1)可以看作一种新的非线性步长因子 $\mu(n)$ 调整函数模型, 再引入曲线调整参数 $\alpha$ ,  $\beta$ 和 $\gamma$ 控制步长的大小等<sup>[18]</sup>, 得到了类箕舌线函数模型

$$\mu(n) = 2\beta \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha E[e(n)e(n-1)]}} \right\} + \gamma \quad (2)$$

其中, 参数 $\alpha > 0$ 控制函数形状, 参数 $\beta > 0$ 控制函数的幅值,  $\gamma$ 为算法收敛速度控制参数。由此, 本文类箕舌线的归一化变步长自适应滤波算法为

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{X}^T(n)\mathbf{W}(n) \quad (3)$$

$$\mu(n) = 2\beta \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha E[e(n)e(n-1)]}} \right\} + \gamma \quad (4)$$

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + \frac{\mu(n)\mathbf{e}(n)\mathbf{X}(n)}{\delta + \mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{X}(n)$ 是第 $n$ 时刻的输入信号矢量;  $\mathbf{e}(n)$ 是误差信号;  $\mathbf{d}(n)$ 是期望输出;  $\mathbf{W}(n)$ 是 $n$ 时刻的滤波器抽头系数;  $\mu(n)$ 是第 $n$ 次迭代时的步长;  $\mathbf{X}^T(n)$ 是输入信号 $\mathbf{X}(n)$ 的转置矩阵;  $\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)$ 是归一化函数, 可以看作 $n$ 时刻的信号能量;  $\delta$ 为一个极小的数, 用来微调归一化的值, 可忽略不计。

### 2.2 算法性能分析

为了更好地分析步长调整函数模型中参数 $\alpha$ ,  $\beta$ 对步长因子波动和参数 $\gamma$ 对算法收敛速度的影响, 下面将分别对各参数的取值原则和范围进行讨论, 为了直观有效地分析, 在步长曲线调整中取 $\gamma = 0$ 时讨论 $\alpha$ ,  $\beta$ 的情况, 图2(a)为 $\alpha$ 相同、 $\beta$ 不同时步长因子 $\mu(n)$ 与误差 $e(n)$ 调整曲线图; 图2(b)为 $\alpha$ 不同、 $\beta$ 相同时步长因子 $\mu(n)$ 与误差 $e(n)$ 调整曲线图; 图3为参数 $\gamma$ 取不同值时的算法收敛速度图。

图2(a)中3条曲线是 $\beta$ 分别取0.002, 0.005, 0.010( $\alpha = 8$ )时所对应的步长调整曲线, 从图中可以看出,  $\beta$ 取值越小, 步长因子在误差接近零处变化越小, 但在算法收敛初期不能够为算法提供较大的步长取值, 算法收敛速度较慢; 当 $\beta$ 取值较大时, 能够提供较大的步长取值使算法有较快的收敛速度, 但同时步长因子在误差接近零时受误差的影响也将增大, 综上 $\beta$ 的取值范围应在0.005~0.500, 在本文中取 $\beta = 0.010$ , 此时算法的收敛速度、跟踪能力等性能表现最优。图2(b)中3条曲线是 $\alpha$ 分别取2, 4, 8( $\beta = 0.010$ )时所对应的步长调整曲线, 从图中可以看到, 当 $\alpha$ 越大时, 为算法在收敛初期提供的步长取值越大, 但算法在收敛完成阶段的稳定性下降; 当 $\alpha$ 越小时, 算法在收敛完成阶段越稳定, 但算法的收敛速度较慢; 考虑到均衡稳定性与收敛

速度, 在本文中取 $\alpha = 4$ 。图3为参数 $\gamma$ 对算法收敛速度的影响效果图, 可以看出,  $\gamma$ 越大时算法的收敛速度越快, 但 $\gamma$ 也不宜过大,  $\gamma$ 过大时算法的稳态误差增大, 会使 $\gamma$ 对算法收敛速度的控制作用大大下降,  $\gamma$ 的选取可以在实际应用时根据情况而定, 需要较快的收敛速度时取较大值, 对收敛速度需求不高时则选取较小的值, 为兼顾收敛速度与稳态误差, 在本文中取 $\gamma = 0.20$ 。

### 2.3 几种算法模型性能对比分析

为有效直观地验证本文算法的性能, 现将本文算法步长调整函数模型同SVSLMS算法、文献[15]算法、文献[16]算法、文献[17]算法进行比较。图4为5种算法的步长调整曲线图, 从图中可以看出, 5种算法的步长调整函数模型都符合变步长自适应滤波算法步长因子的调整原则, 即在算法收敛初期步长取值较大, 使算法有较快的收敛速度, 在算法收敛完成阶段(误差 $e(n)$ 接近零处), 步长变化较小, 使算法在稳态阶段保持较好的稳定性。

但在图中也可以看到, 文献[16]算法步长调整函数模型在算法收敛初期的步长取值是最小的, 这使得该算法收敛速度较慢, 本文算法步长调整函数模型提供的步长取值最大(算法收敛初期), 确保算法有较快的收敛速度, 使算法能够快速过渡到稳态阶段; 在算法收敛完成阶段(误差接近零处), 本

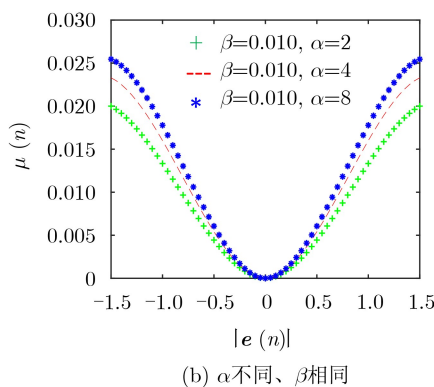
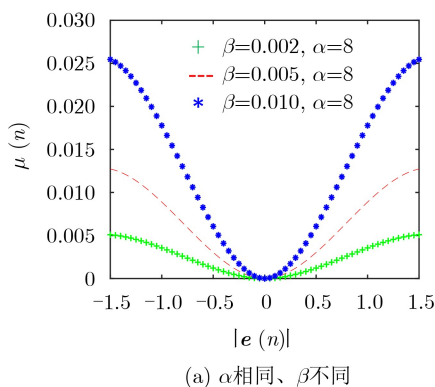


图2 步长因子 $\mu(n)$ 与误差 $e(n)$ 调整曲线图

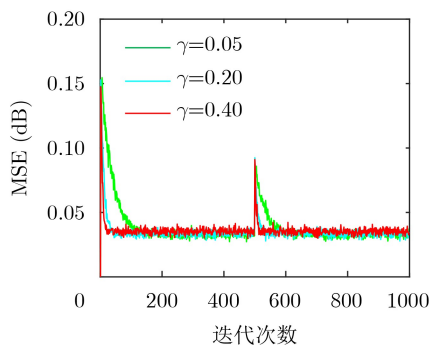


图3  $\gamma$ 不同时算法收敛速度图

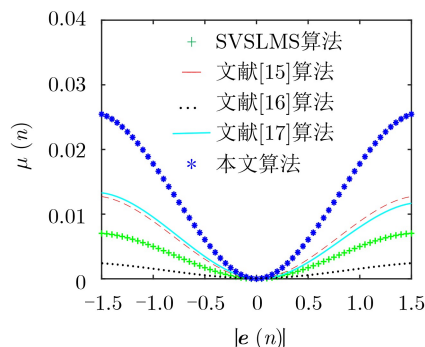


图4 5种算法步长调整曲线图

文算法步长因子也能够保持较小的变化,使算法在稳态阶段保持较好的稳定性,所以本文提出的类箕舌线函数模型表现更优。

### 3 模拟仿真结果与对比分析

为了检验本文算法的收敛速度、跟踪能力等性能表现以及参数 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\gamma$ 对算法收敛性能的影响,基于Matlab平台对算法进行模拟仿真,实验仿真条件同文献[14]:(1)自适应滤波器阶数 $L=2$ ;(2)未知系统的FIR系数为 $\mathbf{W}^*=[0.8,0.5]^T$ ,在第500个采样点时刻未知系统发生时变,系数矢量变为 $\mathbf{W}^*=[0.4,0.2]^T$ ;(3)参考输入信号 $\mathbf{X}(n)$ 是零均值,方差为1的高斯白噪声;(4) $\mathbf{v}(n)$ 为与 $\mathbf{X}(n)$ 不相关的高斯白噪声,其均值是零,方差为 $\sigma_v^2=0.04$ 。分别做200次独立的仿真,采样点数为1000,然后求其统计平均,在不同信噪比背景下得出学习曲线。

图5为5种算法均方误差(Mean Square Error,

MSE)变化曲线对比图,从图中可以看出在3种噪声背景下(信噪比(SNR)分别为10, 20, 30),文献[16]中算法的收敛速度最慢,本文算法收敛速度最快;而且本文算法在收敛完成阶段也能够保持较小的均方误差以及更好的稳定性。

为了对比检验本文算法同其它4种算法在面对时变系统以及不同噪声背景下的跟踪性能,同等仿真条件下,算法在迭代到500次时未知系统发生时变,图6为在不同信噪比背景下5种算法面对时变系统时的跟踪能力曲线图。

从图6可以看出,在不同信噪比背景下,当系统发生时变时文献[16]中算法的跟踪能力较差,本文算法在5种算法中表现最好;且随着信噪比增大,这一优势更为明显。为了进一步证明本文算法的良好性能,对5种算法在不同信噪比条件下完成收敛过程的次数也进行了比较,如表1所示。

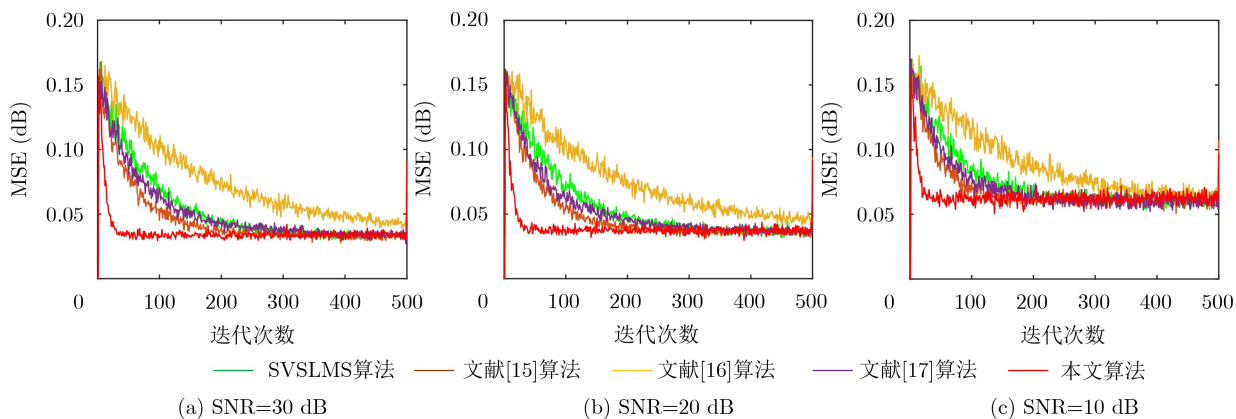


图5 不同信噪比背景下5种算法MSE对比图

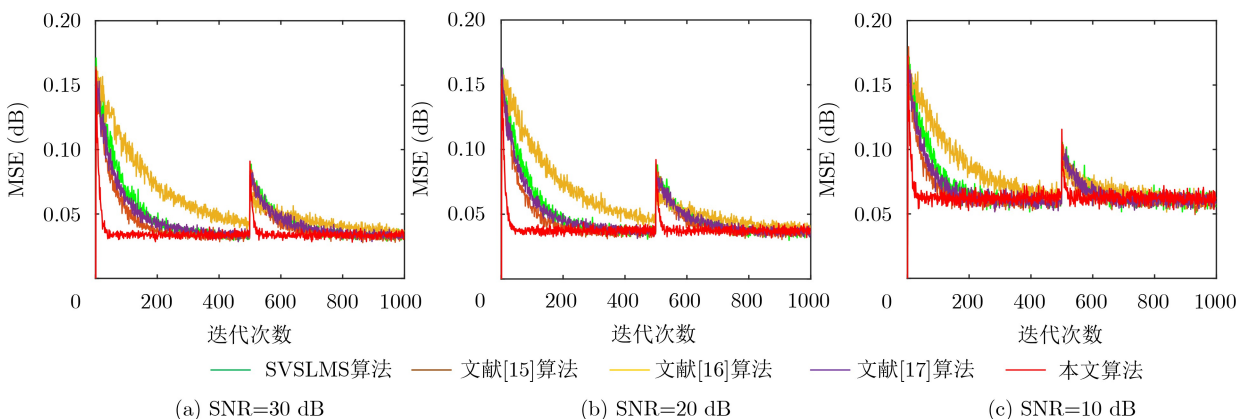


图6 不同信噪比背景下5种算法面对时变系统时的跟踪性能对比图

表1 不同信噪比下算法收敛次数比较

信噪比(dB)	SVSLMS算法	文献[15]算法	文献[16]算法	文献[17]算法	本文算法
10	250	200	450	210	25
20	300	250	900	320	30
30	400	270	1000	400	35

## 4 结束语

本文提出了一种类箕舌线函数的变步长归一化自适应滤波算法, 其算法思想是采用类箕舌线函数来代替Sigmoid函数作为步长迭代公式, 引入基于相关误差的变步长调整原则。改进后的算法兼顾了收敛速度、稳态误差、跟踪性能、计算复杂度等性能间的矛盾, 相比于SVSLMS算法、文献[15]算法、文献[16]算法、文献[17]算法, 本文算法有更快的收敛速度、更好的跟踪能力以及较小的稳态误差和较强的鲁棒性。

## 参考文献

- [1] 孙慧贤, 刘建成, 崔佩璋, 等. 基于多通道最小均方算法的多发单收同车电台射频干扰对消[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(3): 556–562. doi: [10.11999/JEIT180356](https://doi.org/10.11999/JEIT180356).  
SUN Huixian, LIU Jiancheng, CUI Peizhang, et al. RF interference cancellation based on multi-channel least mean square for multi-transmits and single-receive co-vehicle radios[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(3): 556–562. doi: [10.11999/JEIT180356](https://doi.org/10.11999/JEIT180356).
- [2] 赵杨, 尚朝轩, 韩壮志, 等. 分数阶傅里叶和压缩感知自适应抗频谱弥散干扰[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(5): 1047–1054. doi: [10.11999/JEIT180569](https://doi.org/10.11999/JEIT180569).  
ZHAO Yang, SHANG Chaoxuan, HAN Zhuangzhi, et al. Fractional Fourier transform and compressed sensing adaptive countering smeared spectrum jamming[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(5): 1047–1054. doi: [10.11999/JEIT180569](https://doi.org/10.11999/JEIT180569).
- [3] 唐敏, 齐栋, 刘成城, 等. 基于多级阻塞的稳健相干自适应波束形成[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(7): 1705–1711. doi: [10.11999/JEIT180332](https://doi.org/10.11999/JEIT180332).  
TANG Min, QI Dong, LIU Chengcheng, et al. New adaptive beamformer for coherent interference based on multistage blockin[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(7): 1705–1711. doi: [10.11999/JEIT180332](https://doi.org/10.11999/JEIT180332).
- [4] 王世元, 史春芬, 蒋云翔, 等. 基于q梯度的仿射投影算法及其稳态均方收敛分析[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(10): 2402–2407. doi: [10.11999/JEIT171125](https://doi.org/10.11999/JEIT171125).  
WANG Shiyuan, SHI Chunfen, JIANG Yunxiang, et al. q-affine projection algorithm and its steady-state mean square convergence analysis[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(10): 2402–2407. doi: [10.11999/JEIT171125](https://doi.org/10.11999/JEIT171125).
- [5] 毕晓君, 王朝. 一种基于角度惩罚距离的高维多目标进化算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(2): 314–322. doi: [10.11999/JEIT170454](https://doi.org/10.11999/JEIT170454).  
BI Xiaojun and WANG Chao. A many-objective evolutionary algorithm based on angle penalized distance[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(2): 314–322. doi: [10.11999/JEIT170454](https://doi.org/10.11999/JEIT170454).
- [6] ZHENG Weixing. Adaptive filter design subject to output envelope constraints and bounded input noise[J]. *IEEE Transactions on circuits and systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 2003, 50(12): 1023–1027. doi: [10.1109/tcsii.2003.820237](https://doi.org/10.1109/tcsii.2003.820237).
- [7] FENG Dazheng and ZHENG Weixing. Fast RLS-type algorithm for unbiased equation-error adaptive IIR filtering based on approximate inverse-power iteration[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(11): 4169–4185. doi: [10.1109/tsp.2005.857036](https://doi.org/10.1109/tsp.2005.857036).
- [8] FENG D Z and ZHENG W X. Fast approximate inverse power iteration algorithm for adaptive total least-squares FIR filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(10): 4032–4039. doi: [10.1109/tsp.2006.880245](https://doi.org/10.1109/tsp.2006.880245).
- [9] SONG Xinmin and PARK J H. Linear minimum mean-square estimation for discrete-time measurement-delay systems with multiplicative noise and Markov jump[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(10): 1161–1169. doi: [10.1049/iet-cta.2015.1197](https://doi.org/10.1049/iet-cta.2015.1197).
- [10] 于霞, 刘建昌, 李鸿儒. 基于箕舌线函数的快速凸组合最小均方算法[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(5): 1097–1100, 1105.  
YU Xia, LIU Jianchang, and LI Hongru. Fast convex combination of least-mean-square algorithm based on versoria function[J]. *Journal of System Simulation*, 2010, 22(5): 1097–1100, 1105.
- [11] ABBAS H and HAI Huang. Weight size determined variable step size LMS method for identifying under damped systems[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 511–512: 238–241. doi: [10.4028/www.scientific.net/AMM.511-512.238](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.511-512.238).
- [12] 高鹰, 谢胜利. 一种变步长LMS自适应滤波算法及分析[J]. 电子学报, 2001, 29(8): 1094–1097. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.2001.08.023](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.2001.08.023).  
GAO Ying and XIE Shengli. A variable step size LMS adaptive filtering algorithm and its analysis[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2001, 29(8): 1094–1097. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.2001.08.023](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.2001.08.023).
- [13] 全喜峰, 陈卫松, 钱隆彦, 等. 一种非线性变步长LMS自适应滤波算法[J]. 无线电通信技术, 2019, 45(4): 391–396. doi: [10.3969/j.issn.1003-3114.2019.04.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-3114.2019.04.011).  
TONG Xifeng, CHEN Weisong, QIAN Longyan, et al. A nonlinear variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. *Radio Communications Technology*, 2019, 45(4): 391–396. doi: [10.3969/j.issn.1003-3114.2019.04.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-3114.2019.04.011).
- [14] 覃景繁, 欧阳景正. 一种新的变步长LMS自适应滤波算法[J]. 数据采集与处理, 1997, 12(3): 171–174.  
QIN Jingfan and OUYANG Jingzheng. A novel variable step size LMS adaptive filtering algorithm based on sigmoid function[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 1997,

- 12(3): 171–174.
- [15] 刘宪爽, 吴华明, 肖文波, 等. 改进的双Sigmoid函数变步长自适应算法及在OCT中的应用[J]. 电子学报, 2019, 47(1): 234–240. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2019.01.031](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2019.01.031).  
LIU Xianshuang, WU Huaming, XIAO Wenbo, *et al.* Improved double sigmoid function variable step size adaptive algorithm and its application in OCT[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2019, 47(1): 234–240. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2019.01.031](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2019.01.031).
- [16] 邓江波, 侯新国, 吴正国. 基于箕舌线的变步长LMS自适应算法[J]. 数据采集与处理, 2004, 19(3): 282–285. doi: [10.3969/j.issn.1004-9037.2004.03.010](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-9037.2004.03.010).  
DENG Jiangbo, HOU Xinguo, and WU Zhengguo. Variable step adaptive filtering LMS algorithm based on tongue-like curve[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2004, 19(3): 282–285. doi: [10.3969/j.issn.1004-9037.2004.03.010](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-9037.2004.03.010).
- [17] 韩允, 解传军, 刘宝华, 等. 基于箕舌线函数的变步长归一化最小均方算法[J]. 现代电子技术, 2008, 31(19): 29–32. doi: [10.3969/j.issn.1004-373X.2008.19.010](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-373X.2008.19.010).  
HAN Yun, XIE Chuanjun, LIU Baohua, *et al.* Modified variable step-size normalized least-mean-square algorithm based on versoria function[J]. *Modern Electronics Technique*, 2008, 31(19): 29–32. doi: [10.3969/j.issn.1004-373X.2008.19.010](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-373X.2008.19.010).
- [18] 陈泳, 田金鹏, 刘燕平. 一种新的变步长LMS自适应滤波算法[J]. 电子测量技术, 2015, 38(4): 27–31. doi: [10.3969/j.issn.1002-7300.2015.04.007](https://doi.org/10.3969/j.issn.1002-7300.2015.04.007).  
CHEN Yong, TIAN Jinpeng, and LIU Yanping. New variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. *Electronic Measurement Technology*, 2015, 38(4): 27–31. doi: [10.3969/j.issn.1002-7300.2015.04.007](https://doi.org/10.3969/j.issn.1002-7300.2015.04.007).
- [19] YASUKAWA H, SHIMADA S, and FURUKAWA I. Acoustic echo canceller with high speech quality[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Dallas, USA, 1987: 2125–2128. doi: [10.1109/ICASSP.1987.1169314](https://doi.org/10.1109/ICASSP.1987.1169314).
- [20] 叶华, 吴伯修. 变步长自适应滤波算法的研究[J]. 电子学报, 1990, 18(4): 63–70. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.1990.04.012](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.1990.04.012).  
YE Hua and WU Boxiu. The study on a variable step size adaptive filtering algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1990, 18(4): 63–70. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.1990.04.012](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.1990.04.012).
- [21] GITLIN R, MAZO J, and TAYLOR M. On the design of gradient algorithms for digitally implemented adaptive filters[J]. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1973, 20(2): 125–136. doi: [10.1109/tct.1973.1083627](https://doi.org/10.1109/tct.1973.1083627).
- [22] 耿艳香, 徐文超, 张铮, 等. 基于箕舌线函数的变步长自适应均衡的研究[J]. 实验室科学, 2010, 13(4): 111–113. doi: [10.3969/j.issn.1672-4305.2010.04.037](https://doi.org/10.3969/j.issn.1672-4305.2010.04.037).  
GENG Yanxiang, XU Wenchao, ZHANG Zheng, *et al.* Research on the variable step adaptive equalizer based on Versoria function[J]. *Laboratory Science*, 2010, 13(4): 111–113. doi: [10.3969/j.issn.1672-4305.2010.04.037](https://doi.org/10.3969/j.issn.1672-4305.2010.04.037).
- 火元莲: 女, 1973年生, 博士, 副教授, 研究方向为信号与信息处理、数字图像处理。  
龙小强: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为自适应滤波技术。  
连培君: 女, 1995年生, 硕士生, 研究方向为自适应滤波技术。  
王丹凤: 女, 1996年生, 硕士生, 研究方向为自适应滤波技术。

责任编辑: 陈倩