

基于欠定盲源分离的同步跳频信号网台分选

李红光^{*①} 郭英^① 张东伟^② 杨银松^③ 齐子森^① 睦萍^①

^①(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

^②(空军工程大学空管领航学院 西安 710051)

^③(空军通信士官学校综合训练系 大连 116100)

摘要: 针对同步跳频(FH)网台分选问题, 该文提出一种基于时频域单源点检测的欠定盲源分离(UBSS)分选算法。该算法首先对观测信号时频变换, 利用自适应阈值去噪算法消除时频矩阵背景噪声, 增加算法抗噪性能, 然后根据信号绝对方位差算法进行单源点检测, 有效保证单源点的充分稀疏性, 并通过改进的模糊值聚类算法完成混合矩阵和2维波达方向估计, 降低噪声和样本集分布差异对聚类结果的影响, 提高估计精度。最后采用变步长的稀疏自适应子空间追踪(SASP)算法对源信号进行重构恢复。仿真实验表明, 该算法在低信噪比(SNR)条件下, 跳频信号波达方向估计和恢复精度较高, 能够有效完成同步跳频信号的盲分离。

关键词: 网台分选; 时频变换; 单源点检测; 混合矩阵

中图分类号: TN911.7; TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)02-0319-10

DOI: 10.11999/JEIT190920

Synchronous Frequency Hopping Signal Network Station Sorting Based on Underdetermined Blind Source Separation

LI Hongguang^① GUO Ying^① ZHANG Dongwei^②

YANG Yinsong^③ QI Zisen^① SUI Ping^①

^①(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

^②(Air Traffic Control and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

^③(Department of Comprehensive Training, Air Force Sergeant School of Communication, Dalian 116100, China)

Abstract: Considering the problem of synchronous Frequency Hopping(FH) network station sorting, an Underdetermined Blind Source Separation(UBSS) algorithm based on time-frequency domain single source point detection is proposed. Firstly, the algorithm performs time-frequency transform on the observed signal, and uses adaptive threshold denoising algorithm to eliminate the background noise of the time-frequency matrix. It can increase the algorithm anti-noise performance. Then, single source point detection is performed according to the absolute azimuth difference of the signal. It can effectively ensure the sufficient sparsity of a single source point. The hybrid matrix estimation is completed by the improved fuzzy C value clustering algorithm. It can reduce the influence of noise and sample set distribution differences and improve the estimation accuracy. Finally, the source signal is reconstructed and restored by a variable step size Sparsity Adaptive Subspace Pursuit(SASP) algorithm. The simulation experiments show that the proposed algorithm has higher recovery accuracy of the frequency hopping signal under the condition of low Signal to Noise Ratio (SNR), and can effectively complete the blind separation of the synchronous frequency hopping signal.

Key words: Network sorting; Time-frequency transform; Single source point detection; Mixed matrix

1 引言

跳频(Frequency Hopping, FH)同步组网由于组网数目多、网间干扰小和抗侦察能力强等优点,

在军事通信中广泛应用。该组网中的电台FH周期、起跳时刻和频率集均相同, 传统参数估计方法^[1]很难进行有效分选, 而且在实际侦察中, 受天线体积限制, 侦收的混合信号数目一般小于网台个数, 因此欠定盲源分离(Under-determined Blind Source Separation, UBSS)技术^[2-5]是解决该类问题的有效方法。

收稿日期: 2019-11-15; 改回日期: 2020-12-29; 网络出版: 2021-01-08

*通信作者: 李红光 toumingwings@163.com

目前基于稀疏分量分析^[6-9]的“两步法”是解决UBSS问题的常用方法。文献[10]利用源信号时频域的正交性,通过最大后验模型估计二进制掩码,完成源信号盲分离。该方法计算复杂度低,对混合信号稀疏性要求较高,只适用于2维空间。文献[11]利用混合信号稀疏性,采用最大后验概率的 l_1 范数分离算法实现多维源信号盲分离。该算法的分离效果和 l_0 范数算法相当,但对源信号稀疏性要求较高。文献[12]改进了文献[11]的目标函数,将稀疏盲源分离问题简化为特定协方差矩阵的次特征向量的迭代计算问题,降低了计算复杂度。文献[13]利用基追踪贪婪算法实现UBSS源信号恢复,算法构造字典较复杂。上述文献算法均是在定频源信号条件下实现UBSS,对于FH信号盲分离效果不佳。文献[14]利用Gabor变换将混合FH信号变换至时频域并进行单源点检测,通过近邻传播聚类方法对时频比矩阵聚类完成混合矩阵估计。该方法提高了单源点检测概率,但没有考虑FH混合矩阵时变性。文献[15]通过对S变换的时频点进行单源点检测建立时频比矩阵,采用时频比矩阵各列方差最小化准则估计混合矩阵。该方法门限阈值取值缺乏理论指导。文献[16]利用归一化的时频点系数检测单源点,通过层次聚类算法完成复数混合矩阵和波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计。该算法在低信噪比条件下,容易将部分噪声点误认为是单源点,导致混合矩阵估计误差较大。针对上述问题,本文提出一种欠定盲源分离的同步FH网台分选算法,该算法首先对FH信号时频变换,结合L型阵列特点建立欠定盲源分离数学模型,并通过自适应阈值算法滤除时频矩阵背景噪声,采用绝对方位差检测算法进行单源点检测,保证单源点的充分稀疏性,然后利用基于戴维森堡丁指数(Davies-Bouldin Index, DBI)的模糊C值聚类算法完成混合矩阵和2维DOA估计,最后采用改进的稀疏自适应匹配追踪算法实现源信号盲分离。

2 FH网台盲分离数学模型

假设L型天线接收 K 个远场FH信号 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$,如图1所示,子阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 互成 90° ,每个子阵有 M 个阵元, $M < K$,阵元间距为 d 且 $d < c/2f_{\max}$, c 为真空中光速, f_{\max} 为FH信号最大跳频率。设第 i 个远场FH信号的入射角为 (θ_i, φ_i) , $i = 1, 2, \dots, K$, φ_i 为方位角, θ_i 为俯仰角。

将 $x-y$ 平面原点阵元作为参考,则第 m 个阵元接收的混合信号可表示为

$$x_m(t) = \sum_{k=1}^K \mu_{mk} s_k(t) e^{-2\pi f_k(t) \tau_{mk}} + v_m(t) \quad (1)$$

其中, μ_{mk} 表示第 m 个阵元接收的第 k 个FH信号幅度衰减, $1 \leq m \leq M$, $1 \leq k \leq K$, τ_{mk} 表示第 m 个阵元接收的第 k 个FH信号传输时延, $v_m(t)$ 表示第 m 个阵元接收的噪声, $f_k(t)$ 为第 t 时刻 $s_k(t)$ 的载频。

假设接收阵列中各阵元是各向同性的,则混合信号在子阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 的导向矢量分别为

$$\mathbf{A}_X(t) = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ e^{-j2\pi f_1(t)\tau_{21}^x} & \dots & e^{-j2\pi f_K(t)\tau_{2K}^x} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi f_1(t)\tau_{M1}^x} & \dots & e^{-j2\pi f_K(t)\tau_{MK}^x} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{A}_Y(t) = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ e^{-j2\pi f_1(t)\tau_{21}^y} & \dots & e^{-j2\pi f_K(t)\tau_{2K}^y} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi f_1(t)\tau_{M1}^y} & \dots & e^{-j2\pi f_K(t)\tau_{MK}^y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, $\tau_{mk}^x = d(m-1) \cos \varphi_k \sin \theta_k / c$, $\tau_{mk}^y = d(m-1) \sin \varphi_k \sin \theta_k / c$,则子阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 接收的混合信号 $\mathbf{x}_X(t)$ 和 $\mathbf{x}_Y(t)$ 为

$$\mathbf{x}_X(t) = \mathbf{A}_X(t) \mathbf{s}(t) + \mathbf{e}_X(t) \quad (4)$$

$$\mathbf{x}_Y(t) = \mathbf{A}_Y(t) \mathbf{s}(t) + \mathbf{e}_Y(t) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{x}_X(t) = [x_{X,1}(t), x_{X,2}(t), \dots, x_{X,M}(t)]^T$, $\mathbf{x}_Y(t) = [x_{Y,1}(t), x_{Y,2}(t), \dots, x_{Y,M}(t)]^T$, $x_{X,m}(t)$ 表示子阵 \mathbf{X} 的第 m 个阵元接收的混合信号。 $\mathbf{e}_X(t) = [e_{X,1}(t), e_{X,2}(t), \dots, e_{X,M}(t)]^T$, $\mathbf{e}_Y(t) = [e_{Y,1}(t), e_{Y,2}(t), \dots, e_{Y,M}(t)]^T$, $e_{X,m}(t)$ 表示子阵 \mathbf{X} 的第 m 个阵元接收的均值为0,方差为 σ^2 的高斯白噪声。将式(4)和式(5)合并可得

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{s}(t) + \mathbf{E}(t) \quad (6)$$

其中, $\mathbf{X}(t) = [x_{X,1}(t), \dots, x_{X,M}(t), x_{Y,1}(t), \dots, x_{Y,M}(t)]^T$, $\mathbf{A}(t) = [\mathbf{a}_1(t), \mathbf{a}_2(t), \dots, \mathbf{a}_K(t)]$, $\mathbf{a}_k(t) = [1, \dots, e^{-j2\pi f_k(t)\tau_{Mk}^x}, 1, \dots, e^{-j2\pi f_k(t)\tau_{Mk}^y}]^T$, $\mathbf{E}(t) = [e_{X,1}(t), \dots, e_{X,M}(t), e_{Y,1}(t), \dots, e_{Y,M}(t)]^T$, $\mathbf{A}(t)$ 为包含FH信号跳频率和DOA信息的混合矩阵。

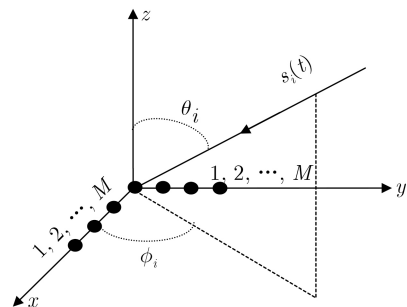


图1 FH信号L型阵列接收示意图

为了保证源信号恢复精度，一般UBSS算法要求混合矩阵不变，考虑到FH载频跳变特性，本文处理一帧数据为单跳周期数据，保证计算期间 $\mathbf{A}(t)$ 固定不变。通过短时傅里叶变换(Short-Time Fourier Transform, STFT)对混合FH信号时频变换，采用文献[17]跳时刻检测算法完成同步FH信号的单跳分割，可得单跳FH信号在时频域的UBSS数学模型，如式(7)所示

$$\mathbf{X}(t, f) = \mathbf{A}(t) \mathbf{S}(t, f) + \mathbf{E}(t, f) \quad (7)$$

其中， $\mathbf{X}(t, f)$ ， $\mathbf{S}(t, f)$ 和 $\mathbf{E}(t, f)$ 分别表示接收的FH混合信号、源信号和噪声的时频变换。

3 FH混合矩阵估计

假设时频点 $P(t_p, f_p)$ 满足 $S_k(t_p, f_p) \neq 0$ 且 $S_\zeta(t_p, f_p) = 0 (\zeta \neq k)$ ， $1 \leq \zeta \leq K$ ，可称时频点 $P(t_p, f_p)$ 为单源点。在忽略噪声条件下，子阵 \mathbf{X} 接收的观测数据 $X_{X,m}(t_p, f_p)$ 和 $X_{X,g}(t_p, f_p)$ 比值可表示为式(8)， $g \neq m, 1 \leq g \leq M$

$$\begin{aligned} a^X(t_p, f_p) &= \frac{X_{X,m}(t_p, f_p)}{X_{X,g}(t_p, f_p)} \\ &= \frac{a_{m,1}^X S_{X,1}(t_p, f_p) + \dots + a_{m,K}^X S_{X,K}(t_p, f_p)}{a_{g,1}^X S_{X,1}(t_p, f_p) + \dots + a_{g,K}^X S_{X,K}(t_p, f_p)} \\ &= \frac{a_{m,k}^X S_{X,k}(t_p, f_p)}{a_{g,k}^X S_{X,k}(t_p, f_p)} = \frac{a_{m,k}^X}{a_{g,k}^X} \end{aligned} \quad (8)$$

假设 $s_k(t)$ 在第 ζ 跳有 L 个时频单源点，其集合记为 $w_k = \bigcup_{l=1}^L P_{k,l}$ ，则 w_k 时频比矩阵表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_X(w_k) &= \begin{bmatrix} \frac{X_{X,1}(P_{k,1})}{X_{X,g}(P_{k,1})} & \dots & \frac{X_{X,1}(P_{k,L})}{X_{X,g}(P_{k,L})} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{X_{X,M}(P_{k,1})}{X_{X,g}(P_{k,1})} & \dots & \frac{X_{X,M}(P_{k,L})}{X_{X,g}(P_{k,L})} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{a_{g,k}^X} \cdot \begin{bmatrix} a_{1,k}^X & \dots & a_{1,k}^X \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M,k}^X & \dots & a_{M,k}^X \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可知，在无噪声条件下，观测数据时频比矩阵的列向量与混合矩阵 $\mathbf{A}_X(t)$ 列向量只差一个复系数，则 $\mathbf{A}_X(t)$ 列向量估计值 $\hat{\mathbf{a}}_k^X$ 可表示为

$$\hat{\mathbf{a}}_k^X = \frac{1}{L} \left[\sum_{l=1}^L \frac{X_{X,1}(P_{k,l})}{X_{X,g}(P_{k,1})}, \dots, \sum_{l=1}^L \frac{X_{X,M}(P_{k,l})}{X_{X,g}(P_{k,1})} \right]^T \quad (10)$$

由此可知，通过构造单源点时频比矩阵即可完成子阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 混合矩阵估计。

3.1 时频矩阵去噪

为了避免噪声对混合矩阵估计的影响，采用自适应阈值去噪算法，滤除时频矩阵中噪声和低能量时频点。假设子阵 \mathbf{X} 接收的混合信号任一时刻点

$X_X(t_h, f_h)$ ， $h \geq 1$ ，通过式(11)来判断 $X_X(t_h, f_h)$ 是否被剔除

$$X_X(t_h, f_h) = \begin{cases} X_X(t_h, f_h), & \|X_X(t_h, f_h)\|_2^2 > \varepsilon \\ 0, & \|X_X(t_h, f_h)\|_2^2 \leq \varepsilon \end{cases} \quad (11)$$

为了选取合适的阈值 ε ，提高去噪算法的鲁棒性， ε 取值方法如下：

输入：混合信号时频矩阵 $\mathbf{X}_{X,1}$ 。

输出：最佳阈值 $\varepsilon_{\text{best}}$ 。

步骤 1 在 $\mathbf{X}_{X,1}$ 中搜索最大和最小模值时频点，记 $\varepsilon_{\text{max}} = \max(\|X_X(t_{h1}, f_{h1})\|_2^2)$ ， $\varepsilon_{\text{min}} = \min(\|X_X(t_{h2}, f_{h2})\|_2^2)$ 。

步骤 2 以 $\varepsilon_b = (\varepsilon_{\text{max}} + \varepsilon_{\text{min}})/2$ 为阈值，将 $\mathbf{X}_{X,1}$ 时频点分成两个集合 U_{tf}^1 和 U_{tf}^2 。

步骤 3 计算 U_{tf}^1 和 U_{tf}^2 的平均模值， $\bar{\varepsilon}_1 = \sum_{(t,f) \in U_{\text{tf}}^1} \|X_X(t, f)\|_2^2 / N_{\text{tf}1}$ ， $N_{\text{tf}1}$ 和 $N_{\text{tf}2}$ 分别为 U_{tf}^1 和 U_{tf}^2 元素个数， $\bar{\varepsilon}_2 = \sum_{(t,f) \in U_{\text{tf}}^2} \|X_X(t, f)\|_2^2 / N_{\text{tf}2}$ 。

步骤 4 计算 $\varepsilon_{b+1} = (\bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_2)/2$ ，如果 $\varepsilon_b = \varepsilon_{b+1}$ ，则停止计算， $\varepsilon_{\text{best}} = \varepsilon_{b+1}$ ；如果 $\varepsilon_b \neq \varepsilon_{b+1}$ ，则跳转到步骤1， ε_b 值更新为 ε_{b+1} 。

3.2 单源点选取

在同步非正交组网中会发生频率碰撞情况，导致同一时频点存在多个源FH信号，为了保证单源点的充分稀疏性，本文采用基于信号绝对方位差的检测算法，对滤波后的时频矩阵进行单源点检测，从而得到单源点时频矩阵 $\hat{\mathbf{X}}_{X,1}$ 。假设单源点 $P(t_\xi, f_\xi)$ 存在一源信号 $S_\chi(t_\xi, f_\xi) \neq 0$ ， $1 \leq \chi \leq K$ ，在不考虑噪声条件下，子阵 \mathbf{X} 接收的观测数据时频矩阵 $\mathbf{X}_X(t_\xi, f_\xi)$ 可表示为

$$\mathbf{X}_X(t_\xi, f_\xi) = \begin{bmatrix} a_{1,\chi}^X \\ a_{2,\chi}^X \\ \vdots \\ a_{M,\chi}^X \end{bmatrix} S_\chi(t_\xi, f_\xi) \quad (12)$$

对式(12)分别取实部和虚部，可得式(13)

$$\begin{cases} \text{Re}[\mathbf{X}_X(t_\xi, f_\xi)] = \mathbf{a}_{X,\chi} \text{Re}[S_\chi(t_\xi, f_\xi)] \\ \text{Im}[\mathbf{X}_X(t_\xi, f_\xi)] = \mathbf{a}_{X,\chi} \text{Im}[S_\chi(t_\xi, f_\xi)] \end{cases} \quad (13)$$

其中， $\mathbf{a}_{X,\chi} = [a_{1,\chi}^X, a_{2,\chi}^X, \dots, a_{M,\chi}^X]^T$ ，由式(13)可知， $\text{Re}[\mathbf{X}_X(t_\xi, f_\xi)]$ 和 $\text{Im}[\mathbf{X}_X(t_\xi, f_\xi)]$ 的绝对方位相同。因此可通过判断时频点 $\mathbf{X}_X(t_\xi, f_\xi)$ 的实部和虚部绝对方位角度差 $\Delta\alpha$ 是否为0来检测单源点。由于噪声影响可将检测条件放宽，如式(14)所示

$$\left| \frac{\text{Re}[\mathbf{X}_X(t_X, f_X)]^T \text{Im}[\mathbf{X}_X(t_X, f_X)]}{\|\text{Re}[\mathbf{X}_X(t_X, f_X)]\| \|\text{Im}[\mathbf{X}_X(t_X, f_X)]\|} \right| > \varepsilon_\alpha \quad (14)$$

其中, $\varepsilon_\alpha = \cos(\Delta\alpha)$, $(t_X, f_X) \in \tilde{\mathbf{X}}_{X,1}$, $\tilde{\mathbf{X}}_{X,1}$ 为去噪之后的时频矩阵, $0 < \varepsilon_\alpha < 1$ 。

3.3 混合矩阵估计

单源点时频矩阵 $\widehat{\mathbf{X}}_{X,1}$ 中同一频率聚类集合的时频点即来自同一FH信源, 因此可通过对 $\widehat{\mathbf{X}}_{X,1}$ 中单源点 $P(t_\xi, f_\xi)$ 的频率 f_ξ 聚类, 即可完成相同信源的时频点聚类, 从而计算出时频比矩阵。

模糊C均值 (Fuzzy C-Means, FCM) 聚类算法相比K均值算法更加精确合理, 而且不易受初始聚类中心影响。传统FCM目标函数如式(15)所示

$$J(\eta_{i,j}, z_i) = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta \|f_j - z_i\|^2 \quad (15)$$

其中, $\sum_{i=1}^C \eta_{i,j} = 1, j = 1, 2, \dots, N$, $\eta_{i,j}$ 表示第 j 个样本隶属第 i 类的隶属度, z_i 表示第 i 个聚类中心, C 表示聚类个数, N 表示样本总数, β 表示模糊系数, $\beta > 1$, f_j 表示第 j 个样本。

由式(15)可知, FCM只是单纯地将样本点与聚类中心的欧氏距离作为类别分割标准, 导致聚类对噪声和离散点的影响较为敏感, 聚类稳定性和准确度降低。本文在式(15)基础上引入惩罚项和模糊加权系数, 降低噪声和样本集分布差异对聚类结果的影响。新目标函数如式(16)所示

$$\begin{aligned} \hat{J}(\eta_{i,j}, z_i) = & \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta \|f_j - z_i\|^2 \\ & + \vartheta_j \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta \left(\sum_{j=1}^N \eta_{i,j} / \eta_{i,j}^\beta - 1 \right) \\ & \cdot \|f_j - z_i\|^2 \end{aligned} \quad (16)$$

其中, 超参数 ϑ_j 为惩罚项。由式(16)构建拉格朗日辅助目标函数

$$\begin{aligned} \hat{J}(\eta_{i,j}, z_i) = & \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta \|f_j - z_i\|^2 \\ & + \vartheta_j \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta \left(\sum_{j=1}^N \eta_{i,j} / \eta_{i,j}^\beta - 1 \right) \\ & \cdot \|f_j - z_i\|^2 - \sum_{j=1}^N \lambda_j \left(\sum_{i=1}^C \eta_{i,j} - 1 \right) \end{aligned} \quad (17)$$

其中, λ_j 表示拉格朗日乘子, $0 \leq \lambda_j \leq 1$ 。对式(17)的 $\eta_{i,j}$ 求偏导, 并令 $\partial \hat{J}(\eta_{i,j}, z_i) / \partial \eta_{i,j} = 0$, 可得

$$\beta \eta_{i,j}^{\beta-1} (1 - \vartheta_j) d_{i,j}^2 + \vartheta_j d_{i,j}^2 - \lambda_j = 0 \quad (18)$$

其中, $d_{i,j}^2 = \|f_j - z_i\|^2$, 由式(18)可求得 $\eta_{i,j}$

$$\eta_{i,j} = [(\lambda_j - \vartheta_j d_{i,j}^2) / (\beta (1 - \vartheta_j) d_{i,j}^2)]^{1/(\beta-1)} \quad (19)$$

令 $\vartheta' = \vartheta_j / \lambda_j$, 由 $\sum_{i=1}^C \eta_{i,j} = 1$ 可得

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^C \left(\frac{\lambda_j - \vartheta_j d_{i,j}^2}{\beta (1 - \vartheta_j) d_{i,j}^2} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} \\ & = \sum_{i=1}^C \left(\frac{\lambda_j (1 - \vartheta' d_{i,j}^2)}{\beta (1 - \vartheta_j) d_{i,j}^2} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} = 1 \end{aligned} \quad (20)$$

由式(20)可求得 $\lambda_j^{1/(\beta-1)}$

$$\lambda_j^{1/(\beta-1)} = 1 / \sum_{i=1}^C [(1 - \vartheta' d_{i,j}^2) / \beta (1 - \vartheta_j) d_{i,j}^2]^{1/(\beta-1)} \quad (21)$$

由式(19)和式(21)可得

$$\begin{aligned} \eta_{i,j} = & \frac{\left(\frac{1 - \vartheta' d_{i,j}^2}{\beta (1 - \vartheta_j) d_{i,j}^2} \right)^{1/(\beta-1)}}{\sum_{i=1}^C [(1 - \vartheta' d_{i,j}^2) / \beta (1 - \vartheta_j) d_{i,j}^2]^{1/(\beta-1)}} \\ & = (1/d_{i,j}^2 - \vartheta')^{1/(\beta-1)} / \sum_{i=1}^C (1/d_{i,j}^2 - \vartheta')^{1/(\beta-1)} \end{aligned} \quad (22)$$

式(22)即可更新FCM算法的 $\eta_{i,j}$, 通过对 ϑ_j 简化, 将 N 个 ϑ_j 超参数减少至对1个参数 ϑ' 的设置。对式(17) z_i 求偏导, 令 $\partial \hat{J}(\eta_{i,j}, z_i) / \partial z_i = 0$, 可得

$$\begin{aligned} \partial \hat{J}(\eta_{i,j}, z_i) / \partial z_i = & -2 \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta (f_j - z_i) \\ & - 2\vartheta_j \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta \left(\sum_{j=1}^N \eta_{i,j} / \eta_{i,j}^\beta - 1 \right) \\ & \cdot (f_j - z_i) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

由式(23)可求得 z_i , 如式(24)

$$z_i = \frac{\sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta f_j + \vartheta_j \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta \left(\sum_{j=1}^N \eta_{i,j} / \eta_{i,j}^\beta - 1 \right) \omega_j}{\sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta + \vartheta_j \sum_{j=1}^N \eta_{i,j}^\beta \left(\sum_{j=1}^N \eta_{i,j} / \eta_{i,j}^\beta - 1 \right)} \quad (24)$$

将 $\vartheta' = \vartheta_j / \lambda_j$ 代入式(21), 可得 ϑ_j 的更新式(25)

$$\begin{aligned} \vartheta_j^{\text{new}} = & \left(1 / \sum_{i=1}^C [(1 - \vartheta' d_{i,j}^2) / \beta (1 - \vartheta_j^{\text{old}}) d_{i,j}^2]^{1/(\beta-1)} \right)^{\beta-1} \cdot \vartheta' \end{aligned} \quad (25)$$

通过式(25)更新 ϑ_j^{new} 后, 通过式(24)更新 z_i 。利用式(26)更新各分类集合样本点。

$$\mathbf{F}_j^i = \arg_i \max(\eta_{i,j}) \quad (26)$$

其中, F_i^j 表示 j 个样本属于第 i 类集合。由于源信号个数未知, 本文将 DBI^[18] 引入 FCM 算法来确定最佳聚类个数。DBI 值 I 可由式(27)表示

$$I = \frac{1}{C'} \sum_{i=1}^{C'} \max_{\gamma} [(Q_i + Q_{\gamma})/R_{i,\gamma}] \quad (27)$$

其中, C' 为初始聚类个数, $i = 1, 2, \dots, C', i \neq \gamma$, 类内距离 $Q_i = \frac{1}{N_i} \sum_{\varphi=1}^{N_i} \|f_{i,\varphi} - \tilde{z}_i\|$, 类间距离 $R_{i,\gamma} = \|\tilde{z}_i - \tilde{z}_{\gamma}\|$, \tilde{z}_i 表示第 i 个聚类中心, $f_{i,\varphi}$ 表示第 i 个聚类集合的第 φ 个样本点, $\varphi = 1, 2, \dots, N_i$, N_i 表示 i 个聚类集合的样本数。当 I 最小时, 算法聚类效果已达到最好, 此时的聚类个数即为最终的源信号个数。本文基于 DBI 的 FCM 聚类算法 (FCM-DBI) 流程如下:

输入: 单源点矩阵 $\hat{X}_{X,m}$ 各时频点所对应的频率集 F , 聚类个数设置 $C = M$, 模糊系数 $\beta = 2$, 最大迭代次数 g_{\max} , 目标函数收敛阈值为 ℓ , 初始聚类中心 Z_0 为 M 个频率点, 初始化 $\vartheta_j = 0$, 迭代次数 $g = 0$ 。

输出: 最佳聚类个数 C_{best} , 聚类中心 Z_{best} , 分类集 $F' = [F_1, F_2, \dots, F_{C_{\text{best}}}]$ 。

步骤 1 根据式(22)计算更新 η_g 。

步骤 2 根据式(25)和式(24)计算更新 Z_g 。

步骤 3 根据式(26)更新分类集合 F' 。

步骤 4 令 $g = g + 1$, 如果 $g > g_{\max}$ 或 $\|\hat{J}_g - \hat{J}_{g-1}\| < \ell$, 则跳转到步骤5, 否则跳转到步骤1。

步骤 5 根据聚类结果和式(27)计算 DBI 值 I 。

步骤 6 令聚类个数 $C = M + 1$, $g = 0$, $\vartheta_j = 0$, 跳转至步骤 1, 重新计算 DBI 值 I , 如果 I 满足 $I_C > I_{C+1}$ 且 $I_{C+1} < I_{C+2}$, 则最佳聚类个数 $C_{\text{best}} = C + 1$, 停止计算, 输出最佳聚类中心 Z_{best} , 分类集 F' 。

经过 FCM-DBI 聚类之后, 根据 F' 即可得到所对应的时频单源点集合 $\hat{X}'_{X,1}$, 聚类中心 Z_{best} 即为各信源的跳频率估计值集合 $\tilde{f}_{X,1}$, 而且每个跳频率 $\tilde{f}_{X,1}^k$ 均与各单源点集合一一对应。最终根据式(11)可估计出混合矩阵列向量 \tilde{a}_k^X , 经过对各阵元的 \tilde{a}_k^X 重新组合排列, 即可估计出子阵 X 的混合矩阵 \tilde{A}_X , 同理可得子阵 Y 的混合矩阵 \tilde{A}_Y 。由式(2)和式(3)可得

$$\left. \begin{aligned} \tilde{a}_{m,k}^X &= e^{-j2\pi \tilde{f}_{X,m}^k d(m-1) \cos \varphi_k \sin \theta_k / c} \\ \tilde{a}_{m,k}^Y &= e^{-j2\pi \tilde{f}_{Y,m}^k d(m-1) \sin \varphi_k \sin \theta_k / c} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

对式(28)进行变换可得

$$\left. \begin{aligned} \tilde{f}_{X,m}^k \cos \varphi_k \sin \theta_k &= \frac{-c}{2\pi d(m-1)} \arctan \frac{\text{Im}(\tilde{a}_{m,k}^X)}{\text{Re}(\tilde{a}_{m,k}^X)} \\ \tilde{f}_{Y,m}^k \sin \varphi_k \sin \theta_k &= \frac{-c}{2\pi d(m-1)} \arctan \frac{\text{Im}(\tilde{a}_{m,k}^Y)}{\text{Re}(\tilde{a}_{m,k}^Y)} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

由式(29)即可估计各 FH 信源方位角和俯仰角。

$$\tilde{\varphi}_k = \begin{cases} \arctan \frac{\tilde{f}_{Y,m}^k \sin \varphi_k \sin \theta_k}{\tilde{f}_{X,m}^k \cos \varphi_k \sin \theta_k} + \pi, \\ \tilde{f}_{X,m}^k \cos \varphi_k \sin \theta_k < 0 \\ \arctan \frac{\tilde{f}_{Y,m}^k \sin \varphi_k \sin \theta_k}{\tilde{f}_{X,m}^k \cos \varphi_k \sin \theta_k}, \text{其他} \end{cases} \quad (30)$$

$$\tilde{\theta}_k = \arcsin \left[\left(\tilde{f}_{Y,m}^k \sin \varphi_k \sin \theta_k \right) / \left(\tilde{f}_{Y,m}^k \sin \tilde{\varphi}_k \right) \right] \quad (31)$$

4 FH 源信号恢复

根据“两步法”思路, 本文结合子空间追踪法的原子回溯思想和稀疏自适应匹配追踪 (Sparsity Adaptive Matching Pursuit, SAMP) 的自适应稀疏度思想, 提出一种变步长稀疏自适应子空间追踪 (Sparsity Adaptive Subspace Pursuit, SASP) 算法。该算法根据每次迭代估计的信源矩阵, 更新索引集和支撑集, 同时根据相邻两次迭代的重构矩阵差选择步长。当 $\|\tilde{S}_g(t, f) - \tilde{S}_{g-1}(t, f)\|_2 > S_{\text{th}}$ 时, 说明第 g 次迭代的稀疏度估计值与真实值有较大差距, 此时可设置较大的步长值, 当 $\|\tilde{S}_g(t, f) - \tilde{S}_{g-1}(t, f)\|_2 \leq S_{\text{th}}$ 时, 说明算法第 g 次迭代的稀疏度已经逼近真实值, 此时将步长设为 1, 以最小步长逼近真实稀疏度, 从而实现对稀疏度的精确估计。本文 SASP 算法流程如下:

输入: 第 q 跳观测信号的 $X(t, f)$ 和 \tilde{A}_q 。

输出: 源信号时频矩阵 $\tilde{S}(t, f)$ 和时域数据。

步骤 1 初始化各参量, $r_0 = X(t, f)$, 索引集 $\Lambda_0 = \emptyset$, 列标号集 $J_{\text{lable}} = \emptyset$, 支撑集 $\Phi = \emptyset$, 迭代次数 $g = 1$, 步长 $L_{\text{size}} = L_0$, 阈值 S_{stop} 和 S_{th} , $S_{\text{stop}} \ll S_{\text{th}}$ 。

步骤 2 根据 $\psi_g = \arg \max_{i=1,2,\dots,C_{\text{best}}} \left| \langle r_{g-1}, \tilde{A}_{q,i} \rangle \right|$, 将 $\left| \langle r_{g-1}, \tilde{A}_{q,i} \rangle \right|$ 中 L_{size} 个最大值列序号存入 J_{lable} , $\langle \rangle$ 表示相关运算。

步骤 3 更新 $\Lambda_g = \Lambda_{g-1} \cup J_{\text{lable}}$, $\Phi_g = [\tilde{A}_{q,i}]$, $i \in \Lambda_g$ 。

步骤 4 利用最小二乘法重构时频矩阵 $\tilde{S}_g(t, f) = \arg \min \|X(t, f) - \Phi_g S(t, f)\|_2$, 求解可得 $\tilde{S}_g(t, f) = (\Phi_g^T \Phi_g)^{-1} \Phi_g^T X(t, f)$ 。

步骤5 将 $\tilde{\mathbf{S}}_g(t, f)$ 中 L_{size} 个最大值对应的 Φ_g 列序号存入 \mathbf{A}_{gl} , 更新 $\Phi_{\text{gl}} = [\tilde{\mathbf{A}}_{q,i}]$, $i \in \mathbf{A}_{\text{gl}}$.

步骤6 更新残差, $\mathbf{r}_{\text{new}} = \mathbf{X}(t, f) - \Phi_{\text{gl}} (\Phi_{\text{gl}}^T \Phi_{\text{gl}})^{-1} \Phi_{\text{gl}}^T \mathbf{X}(t, f)$.

步骤7 如果 $\|\tilde{\mathbf{S}}_g(t, f) - \tilde{\mathbf{S}}_{g-1}(t, f)\|_2 \leq S_{\text{stop}}$, 停止迭代, 跳转至步骤8; 如果 $\|\mathbf{r}_{\text{new}}\|_2 \geq \|\mathbf{r}_{g-1}\|_2$, 当 $\|\tilde{\mathbf{S}}_g(t, f) - \tilde{\mathbf{S}}_{g-1}(t, f)\|_2 > S_{\text{th}}$ 时, 更新 $L_{\text{size}} = L_{\text{size}} + L_0$, 当 $\|\tilde{\mathbf{S}}_g(t, f) - \tilde{\mathbf{S}}_{g-1}(t, f)\|_2 \leq S_{\text{th}}$ 时, $L_{\text{size}} = L_{\text{size}} + 1$, 跳转至步骤2; 否则, 更新 $\mathbf{r}_g = \mathbf{r}_{\text{new}}$, $\mathbf{A}_g = \mathbf{A}_{\text{gl}}$, $g = g + 1$, 跳转至步骤2.

步骤8 输出恢复的 $\tilde{\mathbf{S}}_g(t, f)$, 对每列做傅里叶逆变换, 即可得到时域FH源信号.

在分离每跳源信号之后, 可根据DOA信息对各跳源信号进行拼接, 假设第1跳的第 k 个源信号的DOA估计为 $\tilde{\varphi}_{k,1}$ 和 $\tilde{\theta}_{k,1}$, 第2跳的各源信号DOA估计为 $\tilde{\varphi}_{i,2}$ 和 $\tilde{\theta}_{i,2}$, $i = 1, 2, \dots, C_{\text{best}}$, 可根据式(32)完成信号拼接

$$i_c = \arg \min_{i=1,2,\dots,C_{\text{best}}} \sqrt{(\tilde{\varphi}_{k,1} - \tilde{\varphi}_{i,2})^2 + (\tilde{\theta}_{k,1} - \tilde{\theta}_{i,2})^2} \quad (32)$$

由式(32)可知, 第2跳的第 i_c 个FH源信号与第1跳的第 k 个FH源信号来自同一FH电台.

5 实验仿真与分析

仿真实验中, 接收天线阵元数 $M = 3$, FH源信号数 $K = 4$, 阵元间距 d 为最大频率信号波长的 $1/2$, 采样率为20 MHz, 观测时长为6000采样点, 蒙特卡罗实验次数均为1000, 4个FH信源码速率均为100 kbps, 跳速均为1000 hop/s, 调制方式均为BPSK, 跳图案和方位设置如表1所示.

5.1 单源点检测

单源点数量和有效性决定混合矩阵估计的速度和精度, 本文采用STFT方法, 窗函数为1023点汉

明窗, 步进512点. 图2是信噪比0 dB时, STFT时频变换去噪前后的时频图, 由图2(b)可知, 本文自适应阈值去噪算法能够去除时频矩阵背景噪声.

为了验证算法有效性, 对比分析了文献[7,14,16]和本文4种算法的单源点检测性能. 图3是4种检测算法在信噪比0 dB时, 对应混合矩阵列向量 $\mathbf{a}_{3,n}$ 的时频比实部和虚部散点图, 本次试验 $\varepsilon_{\text{th}} = 0.935$.

由图3(a)和图3(b)可知, 文献[7]检测的单源点数量较大, 且没有聚类特性, 文献[14]检测的单源点具有一定的聚类特性, 但具有很多噪声点, 主要是由于文献[7]将去噪之后的时频点均看作单源点, 导致引入大量的多源点, 文献[14]在单源点检测之前并没有进行去噪处理, 导致当信噪比较低时, 会将一些能量较大的噪声点误判为单源点. 由图3(c)和图3(d)可知, 本文检测的单源点相比文献[16]的聚类特性更加明显, 而且单源点数量更少. 主要由于文献[16]是以时频点能量大小作为单源点的判断准则, 信噪比变化和信道传输损耗对于该准则阈值的选择具有较大影响, 从而导致能量较小的多源点会误判为单源点. 本文是以时频点的DOA信息作为判断准则, 只要信源方位具有一定的差异性, 均能较准确地检测出单源点, 而且增加了自适应阈值的去噪预处理, 使检测算法具有较强的噪声鲁棒性.

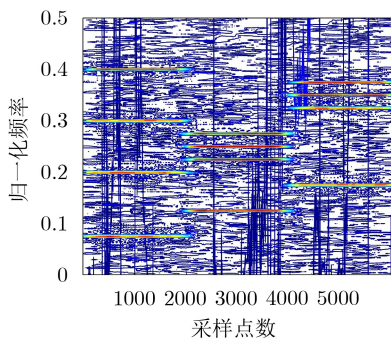
5.2 混合矩阵估计

为了对比分析混合矩阵的估计性能, 本文采用均方误差作为评价标准, 如式(33)所示

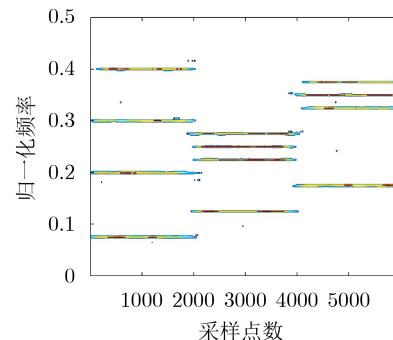
$$A_{\text{MSE}} = 10 \lg \left(\left\| \mathbf{A} - \tilde{\mathbf{A}} \right\|_{\text{F}}^2 / K \right) \quad (33)$$

表1 各FH信源跳图案和方位参数

FH	跳图案(MHz)	方位/俯仰角(°)
S_1	[1.5, 4.5, 6.5]	12/14
S_2	[4.0, 2.5, 7.0]	31/28
S_3	[6, 5.5, 7.5]	57/50
S_4	[8.0, 5.0, 3.5]	84/77



(a) 去噪前的时频图



(b) 去噪后的时频图

图2 STFT时频变换去噪前后的时频图

其中， \mathbf{A} 为实际混合矩阵， $\hat{\mathbf{A}}$ 为估计混合矩阵， K 为源信号个数， $\|\cdot\|_F$ 表示Frobenius范数。

图4是单源点检测阈值 ε_α 在信噪比 $-10 \sim 20$ dB条件下对混合矩阵的估计性能影响，信噪比间隔3 dB， ε_α 取值分别为0.90, 0.93, 0.96和0.99。实验中FCM-DBI聚类个数初始值 $C = 3$ ，最大迭代次数 $g_{\max}=100$ ，收敛阈值 $\ell=0.00001$ 。由图4可知，当检测阈值 $\varepsilon_\alpha=0.99$ 时，由于检测的单源点数量过少，低信噪比条件下混合矩阵估计误差较大，当阈值 $\varepsilon_\alpha \leq 0.93$ 时，由于引入大量多源点，同样使混合矩阵估计不准。通过分析，检测阈值 $\varepsilon_\alpha = 0.945$ 较为合理。

图5是文献[7,16,19]和本文4种混合矩阵估计算法在信噪比 $-10 \sim 20$ dB条件下的 A_{MSE} 随信噪比变化情况，信噪比间隔3 dB。由图5可知，文献[7]

和文献[19]算法的混合矩阵估计精度相对较低，主要是由于文献[7]单源点检测时引入了较多的多源点，导致混合矩阵估计不准，文献[19]利用滤波之后的观测信号比值来估计混合矩阵，滤波器种类和参数选择对估计结果影响较大，算法鲁棒性较差。文献[16]和本文算法的估计精度随着信噪比增加均逐渐提高，当信噪比大于14 dB时，两种算法的估计精度接近，当信噪比小于5 dB时，本文算法的估计精度高于文献[16]算法，主要是由于本文FCM - DBI算法通过引入DBI指数，不需要预先已知聚类个数，而且对FCM的目标函数增加了惩罚项和模糊加权系数，有效降低了由噪声引起的聚类样本分布不均衡对聚类结果的影响，增强了FCM - DBI聚类的鲁棒性。而文献[16]聚类算法不仅需要已知聚类个数，而且噪声对聚类阈值的选择有较大影响，特别是低

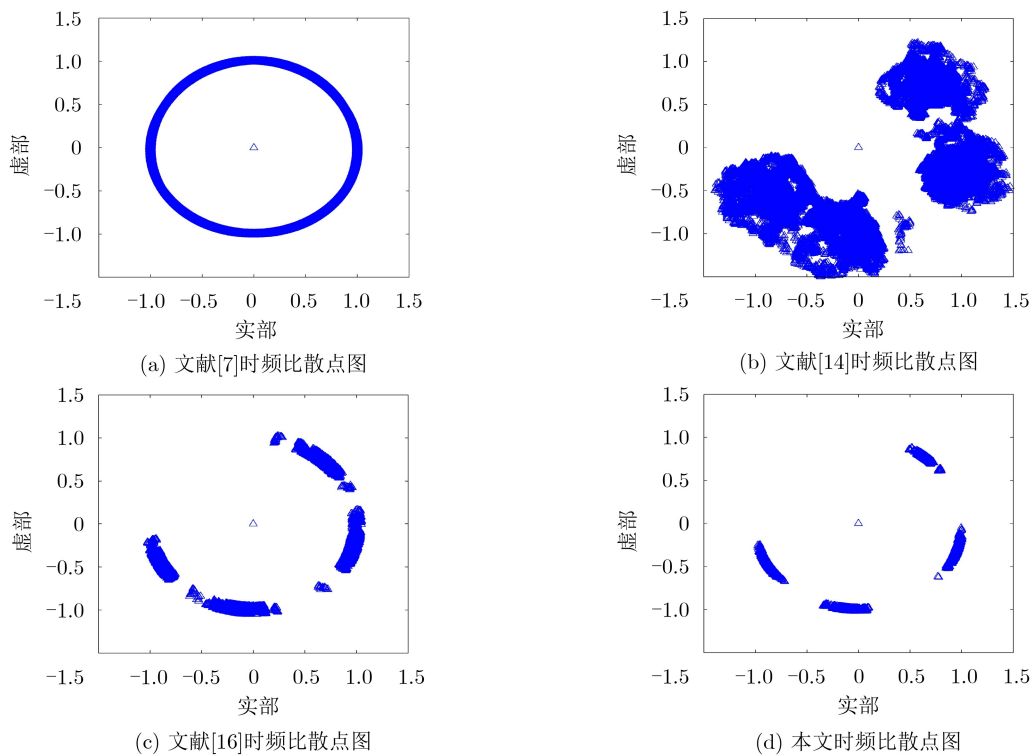


图3 4种检测算法的时频比散点图

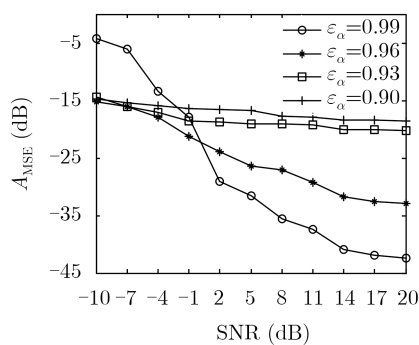


图4 不同信噪比下阈值 ε_α 对 A_{MSE} 的影响

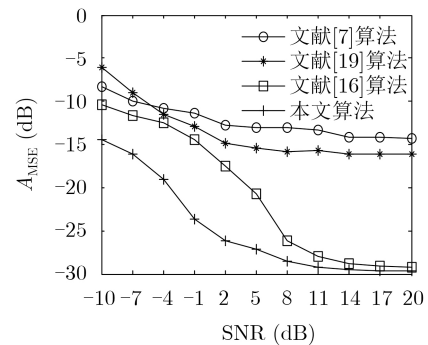


图5 不同信噪比下4种算法的 A_{MSE}

信噪比条件下, 算法对噪声和异常样本点较为敏感, 导致聚类结果不稳定, 混合矩阵估计精度下降。

5.3 源信号恢复

为了对比分析信源时域信号的恢复性能, 本文采用信干比作为评价标准, 如式(34)所示

$$S_{\text{SIR}} = \sum_{k=1}^K 10 \lg \left(\frac{E \{ S_k^2(t) \}}{E \left\{ \left[S_k(t) - \tilde{S}_k(t) \right]^2 \right\}} \right) \quad (34)$$

其中, $S_k(t)$ 为第 k 个信源时域信号, $\tilde{S}_k(t)$ 为恢复第 k 个时域信号, S_{SIR} 越大说明源信号恢复效果越好。

图6是文献[16]子空间投影、SAMP和SASP 3种算法恢复的信号 S_{SIR} 随信噪比变化情况, 信噪比范围为 $-5 \sim 20$ dB, 间隔 3 dB, 3种恢复算法均采用本文所估计的混合矩阵, SASP的初始步长 $L_{\text{size}} = 4$ 。由图6可知, 3种恢复算法的恢复性能均随着信噪比增加而提高, 当信噪比大于 1 dB时, 本文SASP算法的恢复性能优于子空间投影和SAMP算法, 主要是由于子空间投影算法需预先已知源信号个数, 当假设的源信号数大于真实个数时, 算法会引入额外噪声, 特别是低信噪比下, 恢复误差较大。而本文基于稀疏重构的SASP算法对噪声具有一定的抑制作用, 同时引入变步长的稀疏度估计方法, 相比需已知稀疏度的SAMP算法具有更高的恢复精度。

根据文献[7,16,19]和本文4种算法估计的混合矩阵, 均采用SASP算法恢复信号。图7是恢复信号 S_{SIR} 随信噪比变化情况, 信噪比范围 $-5 \sim 20$ dB, 间隔 3 dB。由图7可知, 在相同恢复算法条件下, 本文估计的混合矩阵恢复性能优于其他3种算法, 而且混合矩阵估计精度越高, 源信号恢复误差越小, 因此提高混合矩阵估计精度, 是改善源信号恢复质量的有效方法之一。

5.4 DOA估计与FH信号拼接

为了对比分析DOA的估计性能, 本文采用均方根误差作为评价标准, 如式(35)所示

$$\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{k=1}^K \left[(\tilde{\theta}_k - \theta_k)^2 + (\tilde{\varphi}_k - \varphi_k)^2 \right] / K} \quad (35)$$

图8是文献[16]和本文估计的DOA均方根误差随信噪比变化情况, 信噪比范围 $-5 \sim 20$ dB, 间隔 3 dB。由图8可知, 两种算法估计的DOA均方根误差均随信噪比增加逐渐减少, 当信噪比大于 10 dB时, 两种算法的估计误差均在 1° 左右, 但在低信噪比条件下, 本文算法估计的DOA误差更小, 主要是由于本文的混合矩阵在低信噪比下估计精度更高。

表2是不同信噪比下估计的相邻两跳DOA(方位角/俯仰角)和均方根误差。通过表1和表2可知, 当信噪比大于 10 dB时, DOA估计误差小于 1° 。同时相邻两跳的同一信源DOA估计非常接近, 通过式(31)可以完成FH信号拼接。

6 结束语

本文通过自适应阈值去噪和方位差单源点检测方法, 有效提高了混合矩阵估计精度, 并利用SASP算法完成各跳源信号重构恢复, 根据同一信源的DOA估计一致原则实现各跳源信号拼接。当SNR大于 5 dB时, 所提算法恢复的信号干信比达到 20 dB, DOA估计精度小于 1° , 如何进一步降低SASP算法的计算复杂度, 是下一步研究方向。

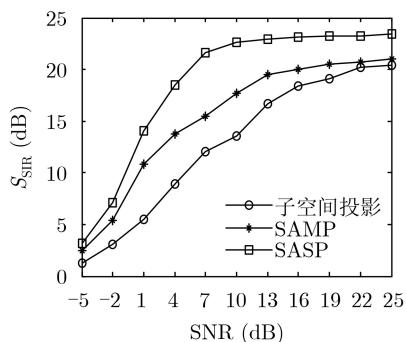


图6 不同信噪比下3种恢复算法的时域信号 S_{SIR}

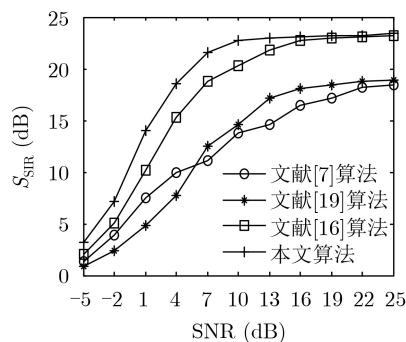


图7 不同信噪比下4种混合矩阵恢复的时域信号 S_{SIR}

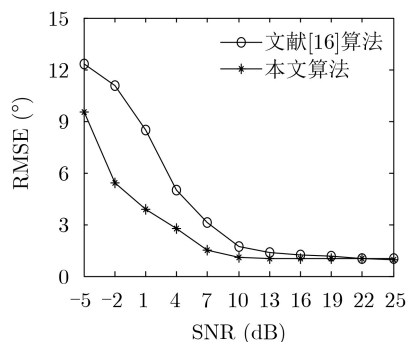


图8 不同信噪比下两种算法估计的DOA均方根误差

表2 不同信噪比下相邻两跳的DOA和RMSE(°)

		SNR=5 dB	SNR=10 dB	SNR=15 dB	SNR=20 dB
第1跳FH信号DOA(°)	S_1	11.9198/15.1615	11.8283/14.4226	11.8012/14.4798	11.5617/13.2689
	S_2	31.3672/29.2193	31.6120/28.6810	31.1760/28.3617	31.7793/28.2577
	S_3	58.7108/51.0813	56.8921/50.6896	56.6015/50.6129	57.5726/50.4814
	S_4	84.6317/75.9538	85.5950/77.8221	85.6958/76.7450	84.7968/76.1847
	RMSE	1.4634	1.1478	0.9883	0.9027
第2跳FH信号DOA(°)	S_1	11.8629/14.1215	12.1792/13.9243	11.4028/14.8058	11.0216/14.8689
	S_2	30.9463/29.4481	30.7387/27.3832	30.2968/28.6189	30.2267/28.1946
	S_3	56.7013/49.2631	57.7341/51.1026	56.1284/50.3891	57.3642/50.1739
	S_4	85.7185/78.5391	85.8328/76.3481	84.9185/77.6965	84.6301/77.2943
	RMSE	1.4219	1.2273	1.0153	0.8653

参考文献

- [1] 张东伟, 郭英, 齐子森, 等. 多跳频信号波达方向与极化状态联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(7): 1695–1701. doi: [10.11999/JEIT141315](https://doi.org/10.11999/JEIT141315).
ZHANG Dongwei, GUO Ying, QI Zisen, *et al.* Joint estimation algorithm of direction of arrival and polarization for multiple frequency-hopping signals[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(7): 1695–1701. doi: [10.11999/JEIT141315](https://doi.org/10.11999/JEIT141315).
- [2] KOLDOVSKÝ Z, TICHAVSKÝ P, PHAN A H, *et al.* A two-stage MMSE beamformer for underdetermined signal separation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(12): 1227–1230. doi: [10.1109/LSP.2013.2285932](https://doi.org/10.1109/LSP.2013.2285932).
- [3] ZOU Liang, CHEN Xun, JI Xiangyang, *et al.* Underdetermined joint blind source separation of multiple datasets[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 7474–7487. doi: [10.1109/ACCESS.2017.2695497](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2695497).
- [4] SU Qiao, WEI Yimin, DENG Changliang, *et al.* Fast extraction for skewed source signals using conditional expectation[J]. *Journal of Sensors*, 2018, 2018: 6804197. doi: [10.1155/2018/6804197](https://doi.org/10.1155/2018/6804197).
- [5] PENG Tianliang, CHEN Yang, and LIU Zengli. A time-frequency domain blind source separation method for underdetermined instantaneous mixtures[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2015, 34(12): 3883–3895. doi: [10.1007/s00034-015-0035-3](https://doi.org/10.1007/s00034-015-0035-3).
- [6] BOFILL P and ZIBULEVSKY M. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. *Signal Processing*, 2001, 81(11): 2353–2362. doi: [10.1016/S0165-1684\(01\)00120-7](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(01)00120-7).
- [7] YE Fang, CHEN Jie, GAO Lipeng, *et al.* A mixing matrix estimation algorithm for the time-delayed mixing model of the underdetermined blind source separation problem[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2019, 38(4): 1889–1906. doi: [10.1007/s00034-018-0930-5](https://doi.org/10.1007/s00034-018-0930-5).
- [8] ZHEN Liangli, PENG Dezhong, YI Zhang, *et al.* Underdetermined blind source separation using sparse coding[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 28(12): 3102–3108. doi: [10.1109/TNNLS.2016.2610960](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2016.2610960).
- [9] 付卫红, 马丽芬, 李爱丽. 基于改进K-均值聚类的欠定混合矩阵盲估计[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(11): 2143–2148. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2014.11.06](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2014.11.06).
FU Weihong, MA Lifan, and LI Aili. Blind estimation of underdetermined mixing matrix based on improved K-means clustering[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(11): 2143–2148. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2014.11.06](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2014.11.06).
- [10] COBOS M and LOPEZ J J. Maximum a posteriori binary mask estimation for underdetermined source separation using smoothed posteriors[J]. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2012, 20(7): 2059–2064. doi: [10.1109/TASL.2012.2195654](https://doi.org/10.1109/TASL.2012.2195654).
- [11] ZIBULEVSKY M and PEARLMUTTER B A. Blind source separation by sparse decomposition in a signal dictionary[J]. *Neural Computation*, 2001, 13(4): 863–882. doi: [10.1162/089976601300014385](https://doi.org/10.1162/089976601300014385).
- [12] MOURAD N, REILLY J P, and KIRUBARAJAN T. Majorization-minimization for blind source separation of sparse sources[J]. *Signal Processing*, 2017, 131: 120–133. doi: [10.1016/j.sigpro.2016.08.015](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.08.015).
- [13] 王川川, 曾勇虎, 汪连栋. 基于压缩感知的欠定源信号恢复算法比较[J]. 强激光与粒子束, 2018, 30(5): 053202. doi: [10.11884/HPLPB201830.170354](https://doi.org/10.11884/HPLPB201830.170354).
- [14] WANG Chuanchuan, ZENG Yonghu, and WANG Liandong. Comparison of source signal recovery algorithms based on compressed sensing for underdetermined blind source separation[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2018, 30(5): 053202. doi: [10.11884/HPLPB201830.170354](https://doi.org/10.11884/HPLPB201830.170354).
- [14] 于欣永, 郭英, 张坤峰, 等. 基于盲源分离的多跳频信号网台分选算法[J]. 信号处理, 2017, 33(8): 1082–1089. doi: [10.16798/](https://doi.org/10.16798/)

- j.issn.1003-0530.2017.08.008.
- YU Xinyong, GUO Ying, ZHANG Kunfeng, *et al.* A network sorting algorithm based on blind source separation of multi-FH signal[J]. *Journal of Signal Processing*, 2017, 33(8): 1082–1089. doi: [10.16798/j.issn.1003-0530.2017.08.008](https://doi.org/10.16798/j.issn.1003-0530.2017.08.008).
- [15] 唐宁, 郭英, 张坤峰. 基于SCA的欠定跳频网台分选方法[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(12): 2817–2823. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2017.12.27](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2017.12.27).
- TANG Ning, GUO Ying, and ZHANG Kunfeng. Underdetermined frequency-hopping network sorting method on the basis of SCA[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(12): 2817–2823. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2017.12.27](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2017.12.27).
- [16] ZHANG Chaozhu, WANG Yu, and JING Fulong. Underdetermined blind source separation of synchronous orthogonal frequency hopping signals based on single source points detection[J]. *Sensors*, 2017, 17(9): 2074. doi: [10.3390/s17092074](https://doi.org/10.3390/s17092074).
- [17] 李红光, 郭英, 张坤峰, 等. 基于自适应网格的跳频信号参数估计[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(8): 1865–1872. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2019.08.26](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2019.08.26).
- LI Hongguang, GUO Ying, ZHANG Kunfeng, *et al.* Parameter estimation of frequency hopping signals based on adaptive mesh[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(8): 1865–1872. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2019.08.26](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2019.08.26).
- [18] FIJAVŽ G and MOHAR B. Rigidity and separation indices of Paley graphs[J]. *Discrete Mathematics*, 2004, 289(1/3): 157–161. doi: [10.1016/j.disc.2004.09.004](https://doi.org/10.1016/j.disc.2004.09.004).
- [19] 付卫红, 武少豪, 刘乃安, 等. 跳频信号的欠定盲源分离[J]. 北京邮电大学学报, 2015, 38(6): 11–14. doi: [10.13190/j.jbupt.2015.06.003](https://doi.org/10.13190/j.jbupt.2015.06.003).
- FU Weihong, WU Shaohao, LIU Naian, *et al.* Underdetermined blind source separation of frequency hopping signal[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2015, 38(6): 11–14. doi: [10.13190/j.jbupt.2015.06.003](https://doi.org/10.13190/j.jbupt.2015.06.003).
- 李红光: 男, 1986年生, 工程师, 博士, 研究方向为信息对抗理论、通信信号处理.
- 郭英: 女, 1961年生, 教授, 博士, 研究方向为信息对抗理论、通信信号处理、自适应信号处理.
- 张东伟: 男, 1987年生, 讲师, 博士, 研究方向为通信信号处理.
- 杨银松: 男, 1994年生, 助教, 硕士, 研究方向为通信信号处理、电子对抗装备维修.
- 齐子森: 男, 1982年生, 副教授, 博士, 研究方向为通信信号侦察处理、阵列信号处理.
- 睦萍: 女, 1991年生, 工程师, 博士, 研究方向为通信信号侦察处理.

责任编辑: 余蓉