

## 基于 $S_{\alpha}S$ 分布的高斯化处理研究

王平波 代振\* 卫红凯  
(海军工程大学 武汉 430033)

**摘要:** 针对非高斯背景干扰下的弱信号检测需求, 在综述高斯化处理与扩展匹配滤波概念及思路的基础上, 该文提出了两种基于对称 $\alpha$ 稳定分布建模的高斯化处理方法, 构建了相应的扩展匹配滤波检测器, 并对比早先建立的混合高斯分布下的高斯化处理, 对其高斯化效果、对应检测性能、运行速度等进行了仿真研究。研究表明, 高斯化处理可以降低背景干扰的非高斯性, 从而提高后续匹配滤波的检测性能; 基于对称 $\alpha$ 稳定分布的高斯化处理, 在保持性能的同时, 具有更高的运行效率。

**关键词:** 对称 $\alpha$ 稳定分布; 非高斯信号处理; 高斯化; 扩展匹配滤波

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)09-2239-07

DOI: 10.11999/JEIT190539

## Study of Gaussianization Processing Based on Symmetric Alpha-stable Distribution Modeling

WANG Pingbo DAI Zhen WEI Hongkai  
(Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** Considering the requirement for weak signal detection in non-Gaussian background interference, after conceptions and ideas summarizing for Gaussianization processing and extended matched filter, two Gaussianization filters and corresponding detections are proposed based on symmetric alpha-stable distribution modeling, comparing with those under Gaussian mixture modeling proposed earlier. All these Gaussianization filters and extended matched filters are realized in simulation. Their performances, such as Gaussianizing effect, detecting capability and running time are studies in system. Some conclusions are reached: Gaussianization can improve the detecting performance of the succeeding matched filter because of its restraining of big impulsive samples; Gaussianization filters under symmetric alpha-stable distribution modeling have higher operating efficiency while their performance are similar to those under Gaussian mixture modeling.

**Key words:** Symmetric alpha-stable distribution; Non-Gaussian signal processing; Gaussianization; Extended matched filter

### 1 引言

在经典信号检测理论中, 背景干扰往往被假设为服从高斯分布, 此时确知信号的最佳检测即为匹配滤波(Matched Filter, MF)针对白背景干扰, 或广义匹配滤波(Generalized Matched Filter, GMF)针对非白背景干扰。但随着现代主动探测技术的发展, 这一假设不再具有普适性。比如, 大量试验表明<sup>[1]</sup>, 低频主动声呐的强混响干扰背景呈现较为明显的非高斯性。此时匹配滤波失去了其对确知信号的最佳检测性能。参照GMF中对非白背景干扰的预白化处理做法, 针对非高斯背景干扰的一种典型处理思路是<sup>[2]</sup>, 首先构建一种“高斯化”处理器,

使经其处理后的背景干扰服从或逼近高斯分布, 从而把检测问题依然纳入到匹配滤波框架中。耦合了高斯化处理和预白化处理的“匹配滤波”, 可称为扩展广义匹配滤波(Extended Generalized Matched Filter, EGMF), 这是一种针对非白非高斯背景干扰下的确知信号检测问题的渐近最佳解决方案。混响高斯Rao有效检测检验<sup>[3]</sup>就是一种扩展广义匹配滤波, 当背景干扰的非白非高斯性表现显著时, 它可以取得远优于MF或GMF的检测性能。本文仅针对背景的非高斯性展开, 不涉及其非白性, 故仅研究高斯化处理及其对传统匹配滤波的扩展。类似地, 可把仅耦合了高斯化处理的“匹配滤波”称为扩展匹配滤波(Extended Matched Filter, EMF)。

文献<sup>[1-4]</sup>提出了主动信号检测中的高斯化处理的概念, 探讨了其组成结构和性能评价方法, 指出

高斯化处理一般要从对背景干扰的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)建模出发,然后由此建立起针对观测样本值的“抑大扬小”变换,从而同时实现对观测样本中较强冲激成份的幅度抑制和对较弱回波成份的无损放行。文中基于对背景干扰的混合高斯(Gaussian Mixture, GM)PDF建模,具体实现了U滤波和G滤波两种形式的高斯化处理器,并对其性能进行了对比研究(通过相应的EMF检测性能对比)。结果表明,两种EMF都优于传统MF,且U滤波性能更佳。GM具有级数形式的PDF,可以拟合相当广泛的非高斯情况,但其缺点是参数众多( $M$ 阶GM模型具有 $3M$ 个未知参数),结构复杂,建模效率低。一般使用期望最大化(Expectation-Maximization, EM)方法求取GM模型参数估计,而EM是一种迭代算法,要达到一定次数才能收敛,且为了避免迭代收敛陷入局部极值点,往往需要在参数可能变化范围内设置多组迭代初值。如此,GM建模往往运算量大、耗时长,不够实用。

近年来,对称 $\alpha$ 稳定分布(Symmetric alpha - Stable distribution, SaS)在信号处理领域越来越受重视,已成为常用的非高斯模型之一<sup>[5-9]</sup>。多数情况下,可以假定SaS的位置参数为0,则其PDF仅有2个未知参数,且可以通过非迭代算法进行参数估计。故SaS很适合于对水声混响、雷达杂波之类的非平稳背景干扰进行时变快速非高斯建模。文献<sup>[10,11]</sup>基于大量实测数据建模考察,验证了SaS对水声混响PDF的良好拟合性能,与GM拟合性能<sup>[1]</sup>相当,但速度显著提高。容易想到,若基于SaS分布构建高斯化处理,至少在效率上要优于基于GM的高斯化。但SaS分布PDF没有闭式表达<sup>[5]</sup>,是构建高斯化处理的一大难点。对此本文提出并实现了两条解决思路:一是对处理器变换函数进行直接数值拟合,这是无闭式解析表达函数求值的常规做法;二是寻求SaS分布PDF的闭式表达近似,比如高斯-柯西混合模型(Gaussian-Cauchy Mixture, GCM)<sup>[12]</sup>,然后导出高斯化变换的解析表达。本文拟在文献<sup>[4]</sup>的研究基础上,利用上述两种思路,基于SaS建模重构高斯化处理,并对比研究基于GM模型和SaS模型构建的各种高斯化处理器的性能,包括高斯化效果、检测性能和运算速度等多方面,给出数值仿真实例和有关结论。

## 2 高斯化处理简介

高斯化处理,也称为高斯化变换,简称为高斯化,它实际上是这样一种非线性数值变换器:抑制输入数据中的大样本值、强调(或放行)其中的小样

本值,从而增强输出数据的高斯性。高斯化处理有时也称为高斯化滤波,但显然这里的“滤波”不同于一般意义上的频域“滤波”,虽然它往往也会带来数据功率谱形状的改变,但其核心功能却是对时域波形的改变。

文献<sup>[4]</sup>提出了两种基于2阶0均值混合高斯(2nd order Zero-Mean Gaussian Mixture, ZMGM(2))建模的高斯化处理器:U滤波和G滤波,其中性能最佳的U滤波表达式为

$$U(x|\mathbf{g}) = -\frac{f'(x|\mathbf{g})}{f(x|\mathbf{g})} \quad (1)$$

其中, $x$ 是观测样本值, $f(\cdot)$ , $f'(\cdot)$ 分别为观测数据的PDF及其1阶导数, $\mathbf{g}$ 为PDF参数。

针对ZMGM(2),PDF参数 $\mathbf{g} = [\sigma_B^2, \sigma_I^2, \varepsilon_I]^T$ ,其中 $\sigma_B^2$ , $\sigma_I^2$ 分别为PDF中背景成份和冲激成份的方差, $\varepsilon_I$ 为混合参数。可以通过多初值EM迭代算法得到 $\mathbf{g}$ 的估计值 $\hat{\mathbf{g}}$ 。在ZMGM(2)模型下, $f(\cdot)$ , $f'(\cdot)$ 可以写出具体的闭式解析表达。

取 $\sigma_I^2 = 1$ , $\varepsilon_I = 0.3$ ,不同非高斯情形下的U滤波的变换响应曲线如图1所示。这里标记滤波响应为Ugm,以与下文其它PDF建模下的U滤波响应相区分。可以看到,随着非高斯性的增强,Ugm对大样本值的抑制逐渐加强,据此自适应地增强输出的高斯性;当 $\sigma_B^2 = \sigma_I^2 = 1$ 时为高斯分布,此时滤波响应为一条直线,如图1中虚折线所示,表明高斯分布数据可以无损通过Ugm滤波。

可以通过考察高斯化处理前后数据的非高斯性强弱变化,来直接度量高斯化的性能。分位数比较图法(简称为Q-Q图,有时也称为正态概率纸法)是一种常用的非高斯性图形化检验方法。在Q-Q图上,代表当前数据概率分布分位数的曲线和高斯分布分位数的直线,二者重合度越大,说明当前数据的非高斯性越弱(高斯性越强)。也可以通过分析耦合了高斯化处理模块的EMF检测性能,来间接度量高斯化的性能。EMF对弱目标的检测能力越强,说明高斯化处理的性能越佳。

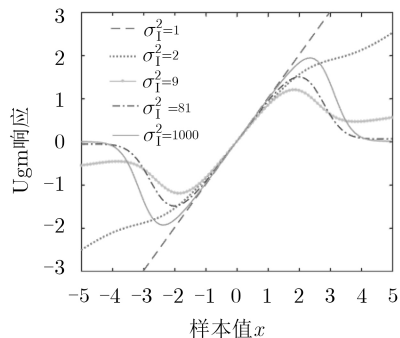


图1 不同非高斯情形下的Ugm滤波响应

### 3 Ua滤波

下面在S $\alpha$ S分布模型下推导建立U滤波的具体实现形式。

研究表明, 多数水声混响数据可使用位置参数 $\mu = 0$ 、特征指数 $\alpha \in [1.1, 2.0]$ 、离差为 $\gamma$ 的S $\alpha$ S分布进行PDF建模<sup>[1]</sup>。此时S $\alpha$ S分布的特征函数 $\varphi(\xi)$ 为

$$\varphi(\xi) = \exp\{-\gamma|\xi|^\alpha\} \quad (2)$$

对其进行逆傅立叶变换, 可得PDF表达式为

$$\begin{aligned} f(x) &= \text{ifft}[\varphi(\xi)] \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp\{-\gamma\xi^\alpha\} \cos(x\xi) d\xi \end{aligned} \quad (3)$$

进一步可求得其一阶导数为

$$f'(x) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \xi \exp\{-\gamma\xi^\alpha\} \sin(x\xi) d\xi \quad (4)$$

式(3)、式(4)所示的积分式, 仅当 $\alpha=2, 1, 0.5$ 等几个特殊值时才有封闭的解析表达。 $\alpha=2$ 时,  $f(x)$ 退化为高斯分布PDF。而 $\alpha=1, 0.5$ 时,  $f(x)$ 分别退化为柯西分布和列维分布的PDF, 不属于本文关心范围。

此时, 式(1)所示U滤波可具体表示为

$$U_a(x|g) = \frac{\int_0^\infty \xi \exp\{-\gamma\xi^\alpha\} \sin(x\xi) d\xi}{\int_0^\infty \exp\{-\gamma\xi^\alpha\} \cos(x\xi) d\xi} \quad (5)$$

其中, U<sub>a</sub>中的“a”特指基于S $\alpha$ S分布构建; PDF参数 $g = [\alpha, \gamma]^T$ , 可以通过对数矩法(Logarithmic Moments method, LM)或负阶矩法(Negative Moments method, NM)等非迭代算法获取其估计值 $\hat{g}$ 。

针对一般的特征指数 $\alpha$ , 通过数值拟合方式求解式(5)中的U<sub>a</sub>, 步骤如下:

**步骤 1** 设定观测样本最大可能幅值 $A_x$ 。经验做法是取当前样本序列 $\{x(n)\} (n = 1, 2, \dots, N)$ 最大绝对值的1.5倍, 或者标准离差(先验或已知)的5倍, 即有

$$A_x = 1.5 \max_{n=1,2,\dots,N} [|x(n)|] \quad (6)$$

或者

$$A_x = 5\sigma = 5\gamma^{1/\alpha} \quad (7)$$

**步骤 2** 设定离散化的 $\xi$ 序列

$$\xi(m) = \frac{\pi}{A_x} (m-1) \quad (8)$$

其中,  $m = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$ 为序列长度, 可取为 $N$ 的数倍, 变换精度要求不高时, 也可取 $M = N$ 。不难发现,  $A_x$ 决定了 $\xi$ 的离散化精度,  $M$ 决定了 $\xi$ 的分析范围。

**步骤 3** 离散化积分核函数, 以求和替代积分运算。式(5)中的两个积分核函数可离散化为

$$\left. \begin{aligned} K_{df}(m, x) &= \xi(m) \exp[-\gamma\xi^\alpha(m)] \sin[x\xi(m)] \\ K_f(m, x) &= \exp[-\gamma\xi^\alpha(m)] \cos[x\xi(m)] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

并注意分子分母中都有 $d\xi$ , 可被消除, 故式(5)最终可化为

$$U_a(x|g) = \frac{\sum_{m=1}^M K_{df}(m, x)}{\sum_{m=1}^M K_f(m, x)} \quad (10)$$

如此, 某一样本值 $x$ 的U<sub>a</sub>响应值即被求出。事实上, 再注意到 $d\xi \rightarrow \Delta\xi = \pi/A_x$ , 显然也可以使用这样的拟合方法, 对式(3)所示的S $\alpha$ S分布PDF进行数值求解。

**步骤 4** 建立完整的U<sub>a</sub>滤波响应。根据样本取值范围 $[-A_x, A_x]$ , 构建递增等差序列 $\{X(k)\}$ 为

$$X(k) = -A_x + \frac{2A_x}{N_X} (k-1) \quad (11)$$

其中,  $k = 1, 2, \dots, N_X$ ,  $N_X$ 为序列长度, 一般可取 $N_X = M$ 。使用步骤3所示方法, 逐一计算 $X(k)$ 的U<sub>a</sub>响应值, 即可得到完整的U<sub>a</sub>滤波响应U<sub>a</sub>( $X$ )。

**步骤 5** 根据滤波响应U<sub>a</sub>( $X$ ), 以插值拟合方式获取当前样本序列 $\{x(n)\}$ 的滤波输出 $\{u(n)\}$ 。注意到序列 $\{x(n)\}$ 与 $\{X(k)\}$ 并不相同, 所以这一步是必不可少的。一般选取线性插值方式即可, 但若变换精度要求高, 也可选取为抛物线插值或者样条函数插值。

应当指出, 由于式(10)中有除法运算, 必须针对除数近0情况设置相应的排异处理, 否则对于特别大的样本值输入(其PDF值近0), U<sub>a</sub>滤波可能会产生极大异常输出。

图2给出了一组不同S $\alpha$ S分布下的U<sub>a</sub>滤波响应曲线。这里固定 $\gamma = 0.5$ (在 $\alpha = 2$ 高斯情况下, 方差 $\sigma_G^2 = 2\gamma$ , 若取 $\gamma$ 为0.5, 则 $\sigma_G^2$ 为1, 与图1所示ZMGM(2)分布下的高斯情况恰好统一起来), 从1.2~2.0间隔0.2递增 $\alpha$ 值, 以模拟逐渐削弱的非高斯情况。

对比图2与图1可见, 对于高斯情况( $\alpha=2$ ), 滤波响应为一条直线, 如图2中虚折线所示; 随着非高斯性的增强( $\alpha$ 逐渐减小), U<sub>a</sub>滤波的拐点逐渐内移, 对拐点外大样本值的削弱逐渐增强。这些都与U<sub>gm</sub>滤波响应相似。所不同的是, 非高斯( $\alpha < 2$ )时的U<sub>a</sub>响应曲线在拐点内的近似直线段斜率要大于 $\alpha = 2$ 时的高斯响应直线斜率, 而在U<sub>gm</sub>滤波中, 所有非高斯情况下的拐点内近似直线段斜率都要小于高斯情况; 拐点外曲线的下降速度, U<sub>a</sub>滤波也要大于U<sub>gm</sub>滤波。这说明, U<sub>a</sub>滤波对较小样本值的放大程度和对过大样本值的抑制程度, 都要略高于U<sub>gm</sub>。

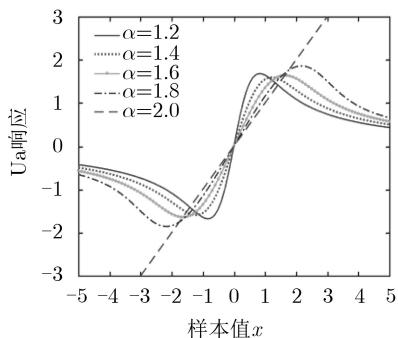


图2 不同非高斯情形下的Ua滤波响应

#### 4 Ugc滤波

由于一般的 $S\alpha S$ 分布PDF没有封闭的解析表达, 实现 $U_a$ 滤波不得不进行离散化、数值积分、插值拟合等操作, 即 $U_a$ 滤波的实现步骤 $S1 \sim S5$ , 这必然会带来运算量的增加和使用上的不便。

李旭涛等人<sup>[13-15]</sup>提出了一种双参数高斯-柯西混合模型(GCM)来逼近 $S\alpha S$ 分布, 在 $1 \leq \alpha \leq 2$ 时可以取得很好的近似效果。GCM的PDF为

$$f_{gc}(x) = (1 - \varepsilon)f_g(x) + \varepsilon f_c(x) \quad (12)$$

其中,  $\sigma = \gamma^{1/\alpha}$ 为标准离差;  $f_g(x)$ ,  $f_c(x)$ 分别为高斯成份、柯西成份PDF

$$f_g(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\sigma^2}\right) \quad (13)$$

$$f_c(x) = \frac{\sigma}{\pi(x^2 + \sigma^2)} \quad (14)$$

$\varepsilon$ 为混合参数, 可以近似表示为

$$\varepsilon = \frac{4 - \alpha^2}{3\alpha^2} \quad (15)$$

也可以通过式(16)完整计算

$$\varepsilon = \frac{2\Gamma(-p/\alpha) - \alpha\Gamma(-p/2)}{2\alpha\Gamma(-p) - \alpha\Gamma(-p/2)} \quad (16)$$

这里,  $\Gamma(\cdot)$ 为Gamma函数,  $p$ 为阶数, 通常可取为0.25。一般地, 式(15)与式(16)结果相差很小。

式(12)所示 $f_{gc}(x)$ 为封闭解析形式, 可以方便地加以使用。其1阶导数为

$$f'_{gc}(x) = -\frac{(1 - \varepsilon)x}{2\sigma^2} f_g(x) - \frac{2\varepsilon x}{x^2 + \sigma^2} f_c(x) \quad (17)$$

把式(12)和式(17)代入式(1), 可得GCM模型下的U滤波为

$$\begin{aligned} U_{gc}(x|\mathbf{g}) &= -\frac{f'_{gc}(x|\mathbf{g})}{f_{gc}(x|\mathbf{g})} \\ &= \frac{(1 - \varepsilon)x}{2\sigma^2} f_g(x|\sigma) + \frac{2\varepsilon x}{x^2 + \sigma^2} f_c(x|\sigma) \\ &= \frac{(1 - \varepsilon)f_g(x|\sigma) + \varepsilon f_c(x|\sigma)}{(1 - \varepsilon)f_g(x|\sigma) + \varepsilon f_c(x|\sigma)} \quad (18) \end{aligned}$$

其中,  $U_{gc}$ 中的“gc”特指基于 $S\alpha S$ 分布的GCM近似构建; PDF参数表面看为 $\mathbf{g} = [\sigma, \varepsilon]^T$ , 但实际上仍可由 $\mathbf{g} = [\alpha, \gamma]^T$ 得到, 故同于 $U_a$ 构建过程, 仍可通过 $S\alpha S$ 参数的LM或NM估计得到估计值 $\hat{\mathbf{g}}$ 。

由于式(18)是闭式解析表达, 故可以直接通过其构建 $U_{gc}$ 滤波: 观测样本 $x$ 通过(18)所示解析变换, 即可得到高斯化输出结果。这个过程与 $U_{gm}$ 滤波类似, 比 $U_a$ 滤波方便。

图3给出了一组不同 $S\alpha S$ 分布下的 $U_{gc}$ 滤波响应曲线, 参数设置同于图2。

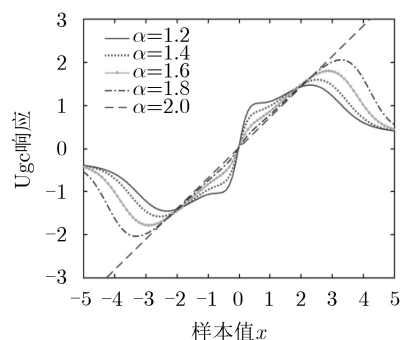


图3 不同非高斯情形下的Ugc滤波响应

对比图3与图2可见, 对于高斯情况( $\alpha=2$ ),  $U_{gc}$ 响应与 $U_a$ 完全相同, 意味着对高斯情况的无损兼容; 对于很强的非高斯情况( $\alpha$ 较小), 不同于 $U_a$ 响应仅一对拐点的情形,  $U_{gc}$ 响应出现了两对明显的拐点, 内拐点比 $U_a$ 拐点靠内, 外拐点比 $U_a$ 拐点靠外, 内拐点之内曲线上升更快, 外拐点之外曲线下降更快, 这意味着 $U_{gc}$ 对较小样本的更强放大、对中等样本的较弱放大和对较大样本的更强削弱; 对于较弱的非高斯情况( $\alpha$ 较大但小于2),  $U_{gc}$ 滤波的内拐点不再明显, 外拐点却比 $U_a$ 拐点外移, 且拐点外曲线下降更快, 这意味着 $U_{gc}$ 滤波更倾向于把弱非高斯情形向高斯情形靠拢。

#### 5 3种U滤波性能比较

下面基于数值仿真实例, 从高斯化效果、对应构建的EMF检测性能、运算速度等方面对本文 $U_a$ ,  $U_{gc}$ 和文献[4]中 $U_{gm}$ 等3种高斯化滤波性能进行对比研究。

##### 5.1 基于U滤波的EMF检测器

经过高斯化处理后, 背景干扰接近高斯分布, 从而后续匹配滤波能够发挥出渐近最佳性能, 这就扩展匹配滤波EMF构建的一般思路。如图4所示, EMF一般分为3级。

第1级为高斯化模块。这里的非高斯PDF建模可以选用 $S\alpha S$ 或ZMGM(2)模型; 对应的高斯化滤

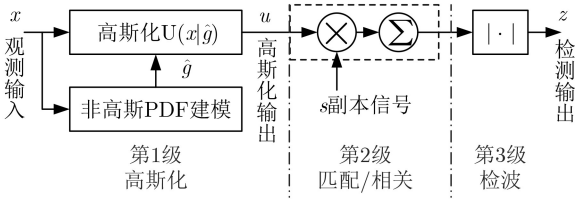


图4 EMF检测器构成

波可以是 $U_a$ 、 $U_{gc}$ 或 $U_{gm}$ ，并据此简记相应的EMF为EMF- $U_a$ 、EMF- $U_{gc}$ 和EMF- $U_{gm}$ 。

第2级为匹配模块。即为传统的相干匹配滤波或副本相关器。

第3级为检波模块。可以是绝对值检波，或者平方检波。由于主要目的是对比不同高斯化滤波的作用，检波模块只要保持相同即可，这里选用绝对值检波。

去掉图4中第1级模块，EMF即退化为传统匹配滤波(Conventional Matched Filter, CMF)。

## 5.2 U滤波和EMF检测仿真实例

LFM信号是主动声呐常用的发射信号形式，以此为例进行仿真。首先产生宽带LFM信号 $s$ ，仿真参数为：中心频率1000 Hz，带宽300 Hz，脉宽0.2 s，采样率5 kHz；然后生成0.6 s长的ZMGM(2)序列，PDF参数设为 $g = [\sigma_B^2, \sigma_I^2, \epsilon_I]^T = [1, 81, 0.3]^T$ ，令其通过按信号通带设置的带通滤波器，从而获得非高斯限带白背景干扰 $n$ ；接着按设定信噪比SNR计算信号幅值加权 $\mu$ ，在 $n$ 中间处(0.4 s)叠加信号 $\mu s$ ，从而获得观测数据 $x = n + \mu s$ ；最后分别令观测 $x$ 通过EMF- $U_a$ 、EMF- $U_{gc}$ 、EMF- $U_{gm}$ 以及CMF。

构建高斯化滤波过程中需要的PDF参数 $g$ ，需要通过对当前数据进行在线 $S\alpha S$ 或ZMGM(2)建模得到，前者使用LM估计，后者使用EM估计。观察对比它们各自的高斯化输出 $u$ 和检测输出 $z$ ，统计运算时长，从而判断各种U滤波的性能。

图5为根据上述方法进行的一次弱信号检测试验结果分析，输入信噪比SNR为-25 dB。图5(a)–图5(b)分别为观测数据 $x$ 波形及其高斯性检验Q-Q图，可见这是一种较强的非高斯情形；图5(c)–图5(h)分别为 $U_a$ 、 $U_{gc}$ 、 $U_{gm}$ 滤波输出数据 $u$ 波形及其Q-Q图，通过对比可明显看出， $U_a$ 、 $U_{gc}$ 滤波输出无论波形还是Q-Q图都很接近， $U_{gm}$ 滤波对大样本的限制略小，输出动态范围略大。另外可以看出，3种滤波输出Q-Q图上的两条曲线重合度都很高，说明输出数据的非高斯性较弱，已经接近高斯分布。

图6(a)–图6(d)分别为CMF、EMF- $U_a$ 、EMF- $U_{gc}$ ，以及EMF- $U_{gm}$ 这4种检测器输出数据 $z$ 波形。可以看出，由于输入信噪比较低，CMF输出中不能发

现目标，但3个EMF检测输出中0.4 s处的目标峰值很明显地突出于干扰背景之上，相比较之下，EMF- $U_{gm}$ 输出目标峰突出的程度略大，EMF- $U_a$ 和EMF- $U_{gc}$ 则相当。

表1给出了CMF、EMF- $U_a$ 、EMF- $U_{gc}$ 、EMF- $U_{gm}$  4种检测器的计算机程序运行时间统计对比。各检测器的观测数据产生和处理方法都同于图5例，每种检测进行1000次Monte Carlo仿真试验。

由表1可见，没有添加高斯化模块的CMF平均耗时最短(0.3746 ms)，EMF- $U_{gm}$ 平均耗时最长(60.0990 ms)，约为前者的160倍；各种EMF耗时都大于CMF，基于 $S\alpha S$ 建模的EMF- $U_a$ 、EMF- $U_{gc}$ 要远小于基于ZMGM(2)建模的EMF- $U_{gm}$ ，这是因为ZMGM(2)参数多、采用EM迭代估计算法，运算量远大于参数少且采用非迭代估计算法的 $S\alpha S$ 建模；基于相同 $S\alpha S$ 建模的EMF- $U_a$ 和EMF- $U_{gc}$ 相比较，前者平均耗时(1.4699 ms)约为后者(0.4112 ms)的3.6倍，这是因为后者U滤波构建采用近似封闭解析PDF，不需要像前者那样进行数值积分和插值运算；EMF- $U_{gc}$ 与CMF平均耗时相当，仅约为后者的1.1倍，说明 $U_{gc}$ 滤波运算效率很高。

综合图6与表1可见，EMF- $U_{gc}$ 检测(同时意味着 $U_{gc}$ 滤波)性能最佳：检测效果与其它EMF相当，而运行速度与CMF相当，远高于其它EMF。

## 5.3 各种检测的ROC分析

基于10000次Monte Carlo仿真试验对CMF和3种EMF的检测性能进行量化分析，绘制ROC曲线如图7所示。每次试验的观测数据产生和处理方法都同于图5例。

由图7可以明显看出，3种EMF检测性能曲线基本重合(EMF- $U_{gm}$ 略优，EMF- $U_a$ 、EMF- $U_{gc}$ 几乎完全相同)，都远优于传统CMF：针对这里的信号和背景噪声设置，EMF的检测性能比CMF改善约11 dB，基于ZMGM(2)建模的EMF- $U_{gm}$ 检测性能比基于 $S\alpha S$ 建模的EMF- $U_a$ 和EMF- $U_{gc}$ 改善约0.5 dB。

## 6 结论

本文提出了 $S\alpha S$ 分布模型下的 $U_a$ 、 $U_{gc}$ 两种高斯化滤波及对应信号检测方法，并与早先建立的GM分布模型下的 $U_{gm}$ 高斯化进行了比较，对比研究了它们的高斯化滤波性能和EMF检测性能。研究表明：利用背景干扰的非高斯信息进行高斯化预处理，对检测性能提高有益；基于 $S\alpha S$ 建模可以建立比基于GM建模高效的高斯化滤波，尤其是对 $S\alpha S$ 分布PDF采用GCM封闭式解析近似后建立起来的 $U_{gc}$ 滤波性能最佳，其高斯化及检测性能与其它

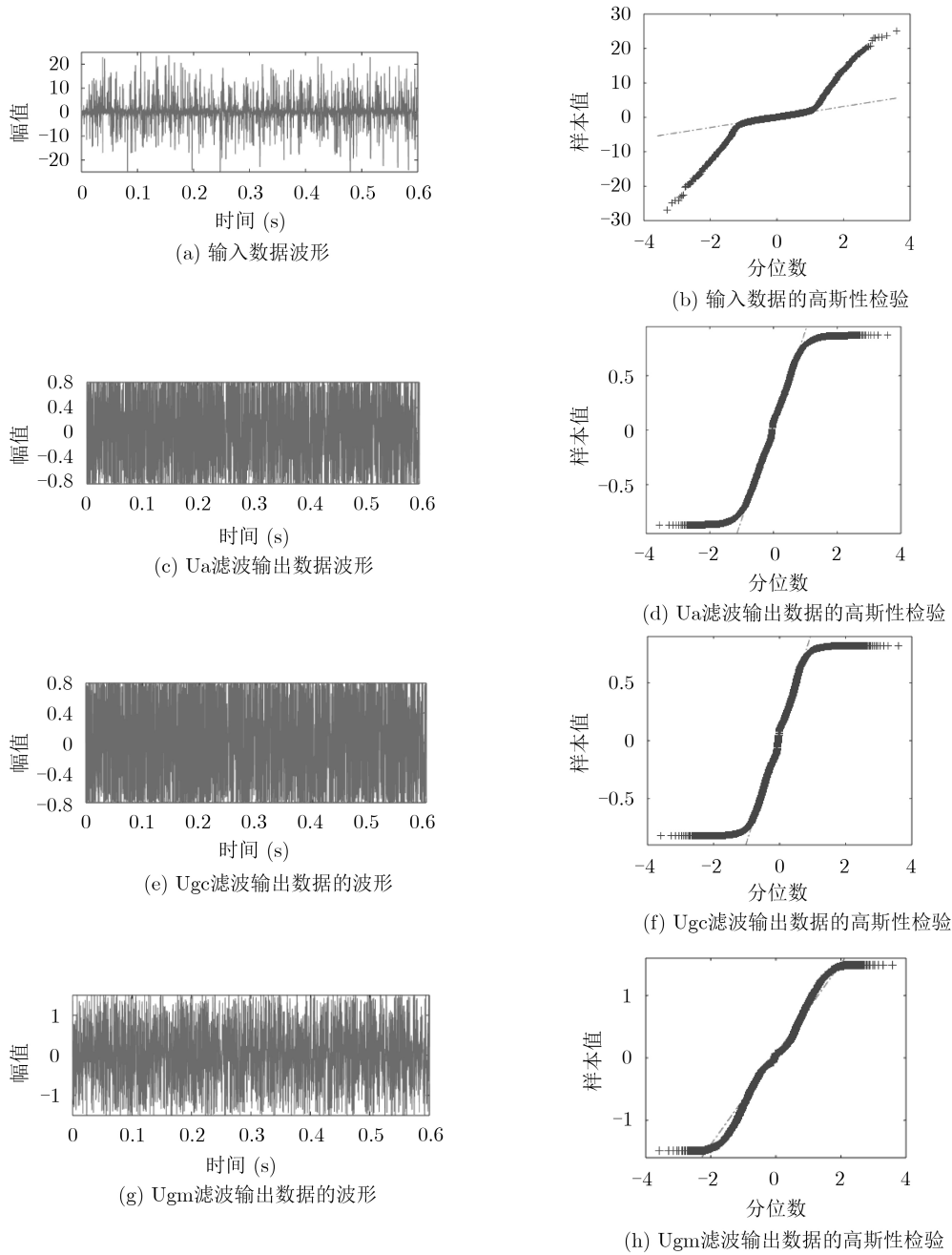


图5 各U滤波输出数据及其高斯型检验

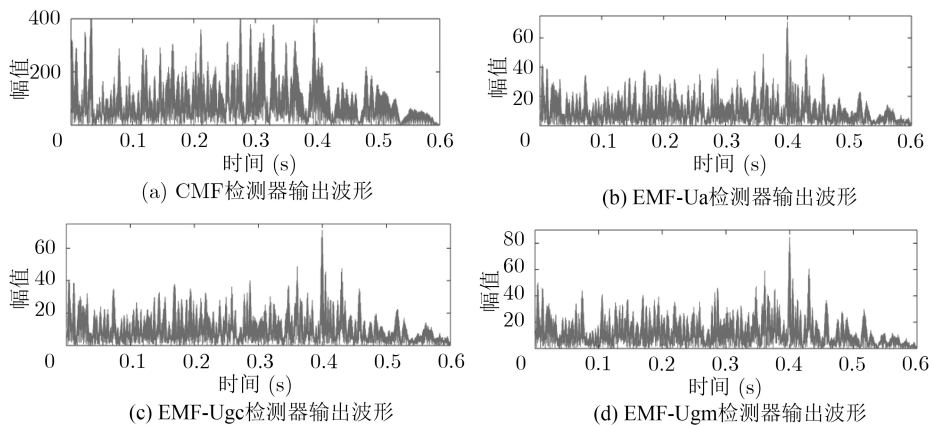


图6 各EMF检测输出

表1 各EMF运行时间统计比较(基于1000次检测)

|                      | CMF    | EMF-Ua | EMF-Ugc | EMF-Ugm |
|----------------------|--------|--------|---------|---------|
| 均值 (ms)              | 0.3746 | 1.4699 | 0.4112  | 60.0990 |
| 方差 ( $\text{ms}^2$ ) | 0.0014 | 0.0039 | 0.0012  | 43.6956 |

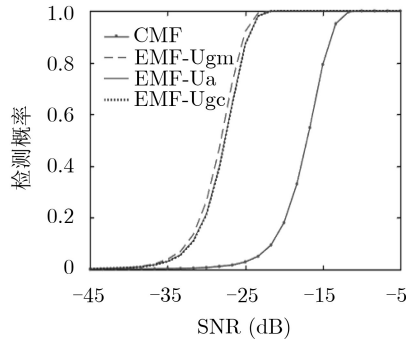


图7 各种检测的ROC曲线

高斯化处理相当, 检测运行速度与常规CMF相当, 具备工程应用潜力。

### 参考文献

- [1] 王平波. 主动声纳非高斯信号处理技术研究[D]. 海军工程大学, 2006.  
WANG Pingbo. Study on non-Gaussian signal processing in active sonar[D]. Naval University of Engineering, 2006.
- [2] 罗忠涛, 卢鹏, 张杨勇, 等. 大气噪声幅度分布与抑制处理分析[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(7): 1443–1448. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2018.07.05.  
LUO Zhongtao, LU Peng, ZHANG Yangyong, *et al.* Analysis on amplitude distribution and suppression techniques of atmospheric noise[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(7): 1443–1448. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2018.07.05.
- [3] 王平波, 蔡志明. 有色非高斯背景下微弱信号的Rao有效检测检验[J]. 电子学报, 2007, 35(3): 534–538. doi: 10.3321/j.issn:0372-2112.2007.03.031.  
WANG Pingbo and CAI Zhiming. The Rao efficient scores test of weak signals in colored non-Gaussian background[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(3): 534–538. doi: 10.3321/j.issn:0372-2112.2007.03.031.
- [4] 王平波, 蔡志明. 主动信号检测中干扰背景的高斯化处理[J]. 数据采集与处理, 2006, 21(4): 413–417. doi: 10.3969/j.issn.1004-9037.2006.04.008.  
WANG Pingbo and CAI Zhiming. Gaussianization for background interference in active signal detection[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2006, 21(4): 413–417. doi: 10.3969/j.issn.1004-9037.2006.04.008.
- [5] SHAO M and NIKIAS C L. Signal processing with fractional lower order moments: Stable processes and their applications[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1993, 81(7): 986–1010. doi: 10.1109/5.231338.
- [6] RUPU M, TSAKALIDES P, and NIKIAS C L. Robust constant modulus array based on fractional lower order statistics [C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1999, 5: 2945–2948. doi: 10.1109/ICASSP.1999.761380.
- [7] WANG Pingbo, WEI Hongkai, HU Jinhua, *et al.* An adaptive beamforming algorithm for underwater acoustic signal based on  $\alpha$ -stable distribution[C]. 2014 IEEE Workshop on Electronics, Computer and Applications, Ottawa, Canada, 2014: 657–659. doi: 10.1109/IWECA.2014.6845705.
- [8] ZHANG Guoyong, WANG Jun, YANG Guosheng, *et al.* Nonlinear processing for correlation detection in symmetric Alpha-stable noise[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(1): 120–124. doi: 10.1109/LSP.2017.2776317.
- [9] 孟庆松, 王彬, 邵高平.  $\alpha$ 稳定分布噪声下水声线性调频信号的识别[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(7): 1449–1456. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2018.07.06.  
MENG Qingsong, WANG Bing, and SHAO Gaoping. Recognition of underwater acoustic linear frequency modulation signals in  $\alpha$  stable distribution noise[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(7): 1449–1456. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2018.07.06.
- [10] 彭成. 基于分数低阶统计量的非高信号处理技术研究[D]. 海军工程大学, 2014.  
PENG Cheng. Study on non-Gaussian signal processing based on fractional lower order statistics[D]. Naval University of Engineering, 2014.
- [11] 王余, 王本猛, 卫红凯, 等. 对称 $\alpha$ 稳定分布特性及其参数估计方法研究[J]. 舰船电子工程, 2017, 37(4): 116–121. doi: 10.3969/j.issn.1672-9730.2017.04.029.  
WANG Yu, WANG Benmeng, WEI Hongkai, *et al.* Symmetrical alpha stable distribution and its parameter estimation method[J]. *Ship Electronic Engineering*, 2017, 37(4): 116–121. doi: 10.3969/j.issn.1672-9730.2017.04.029.
- [12] LI X T, SUN J, JIN L W, *et al.* Bi-parameter CGM model for approximation of  $\alpha$ -stable PDF[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(18): 1096–1097. doi: 10.1049/el:20080955.
- [13] LI Xutao, JIN Lianwen, and WANG Shouyong. A simplified non-gaussian mixture model for signal LO detection in  $\alpha$ -stable interference[C]. 2008 Congress on Image and Signal Processing, Sanya, China, 2008: 403–407. doi: 10.1109/CISP.2008.89.
- [14] 李旭涛, 王首勇.  $\alpha$ 稳定噪声中基于双参数CGM模型的Rao检测[J]. 电子学报, 2011, 39(9): 2014–2018.  
LI Xutao and WANG Shouyong. BCGM based Rao detection in  $\alpha$ -stable noise[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(9): 2014–2018.
- [15] LI Xutao, SUN Jun, WANG Shouyong, *et al.* Near-optimal detection with constant false alarm ratio in varying impulsive interference[J]. *IET Signal Processing*, 2013, 7(9): 824–832. doi: 10.1049/iet-spr.2013.0024.

王平波: 男, 1976年生, 博士生导师, 研究方向为水声信号处理、声呐作战使用等。

责任编辑: 余蓉