

## 负载作用下相依网络择优恢复方法研究

刘凤增<sup>\*①②</sup> 肖兵<sup>①</sup> 陈施思<sup>①</sup> 陈嘉勋<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(空军预警学院预警情报系 武汉 430019)

<sup>②</sup>(国防科技大学信息通信学院 武汉 430010)

**摘要:** 优选节点实施恢复是控制相依网络级联失效的有效措施。针对以往恢复模型未考虑节点负载的情况, 该文首先分析了包含依赖失效和过载失效的级联失效过程, 构建了负载作用下相依网络恢复模型。然后, 基于共同边界节点的结构和动力学属性, 提出一种基于容量和连接边的择优恢复(PRCCL)方法。实验结果表明, 在无标度相依网络中, PRCCL方法恢复效果明显好于基准方法, 恢复时间更短, 恢复后的网络具有更高的平均度和鲁棒性; 在Power网和Internet网构成的相依网络中, PRCCL方法恢复效果同样优于基准方法; PRCCL方法的优势与恢复比例、负载控制参数成正比, 与容忍系数成反比。实验结果验证了PRCCL方法的有效性, 对于现实中相依网络恢复工作具有科学指导价值。

**关键词:** 相依网络; 网络恢复; 级联失效; 负载作用

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)07-1694-08

DOI: 10.11999/JEIT190486

## A Preferential Recovery Method of Interdependent Networks under Load

LIU Fengzeng<sup>①②</sup> XIAO Bing<sup>①</sup> CHEN Shisi<sup>①</sup> CHEN Jiaxun<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Department of Early-Warning Intelligence, Air Force Early-Warning Academy, Wuhan 430019, China)

<sup>②</sup>(College of Information and Communication, National University of Defense Technology, Wuhan 430010, China)

**Abstract:** Optimal node recovery is an effective measure to control cascading failure of interdependent networks. In view of the fact that the previous recovery model does not consider the node load, this paper analyzes first the cascading failure process including dependent failure and overload failure, and constructs the recovery model of interdependent network under load. Then, considering the structure and dynamic properties of the mutual boundary nodes, a Preferential Recovery method based on Capacity and Connectivity Link (PRCCL) is proposed. Experiment results show that in scale-free independent networks, the recovery effect of PRCCL is better than benchmark methods, the recovery time is shorter, and the recovered networks have higher average degree and robustness. In the independent network composed of Power grid and Internet network, the recovery effect of PRCCL method is also better than the benchmark methods. The advantages of PRCCL are proportional to the recovery ratio, load control parameters and inversely proportional to the tolerance coefficient. The experimental results verify the validity of the PRCCL method, which has scientific guidance value for the recovery of interdependent networks in reality.

**Key words:** Interdependent networks; Network recovery; Cascading failure; Load effect

### 1 引言

现代社会中, 电网、移动通信网、交通网、供

水系统等网络化的基础设施与人们生活息息相关<sup>[1]</sup>。这些网络系统并不是孤立存在的, 而是通过相互协作和相互依赖来发挥功能作用。单个网络中发生的故障或失效可能蔓延至其它网络, 甚至导致整体网络系统的崩溃。如2003年的意大利停电事故<sup>[2]</sup>, 电力节点故障导致控制节点因停电而失效, 控制节点失效导致调度系统无法正常工作, 进而引发更多电力节点失效, 级联失效最终导致大范围的停电事

收稿日期: 2019-07-01; 改回日期: 2019-10-30; 网络出版: 2020-02-07

\*通信作者: 刘凤增 fengzeng\_liu@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61502522)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61502522)

故。Buldyrev等人<sup>[3]</sup>针对网络化系统构建了相依网络级联失效模型，利用渗流理论分析发现，相依网络上会发生1阶渗流相变，而在单个网络中为2阶渗流相变，这说明相依网络比单个网络更为脆弱。因此，如何有效控制相依网络上的级联失效传播，提高网络鲁棒性成为研究的热点问题<sup>[4]</sup>。

学者们研究了相依模式、耦合强度等因素与网络鲁棒性的关系，提出了改善相依网络鲁棒性的方法<sup>[5]</sup>，例如选择度高的节点作为自治节点<sup>[6]</sup>、改变相依模式<sup>[7]</sup>、增加网间相似性<sup>[8]</sup>、保护关键节点<sup>[9]</sup>、提高网络平均度<sup>[10]</sup>、优化网络结构<sup>[11]</sup>等。上述方法均属于静态或被动防护措施，实际系统总是会遭遇各种状况而发生失效，主动恢复失效节点成为一种必要的措施<sup>[5]</sup>。Majdandzic等人<sup>[12]</sup>首先研究了单个网络中失效节点的恢复模型，随后给出了交互网络的修复策略<sup>[13]</sup>。针对相依网络，Muro等人<sup>[14]</sup>提出了一种级联失效和节点恢复交替的动态恢复模型，定义了共同边界节点，通过随机恢复共同边界节点有效遏制了失效传播。Muro的研究存在两点不足，一是随机恢复策略并未考虑恢复资源、恢复时间的限制性<sup>[15]</sup>。当仅能恢复部分节点时，按照一定策略优选节点进行恢复将会产生更好的效果<sup>[16]</sup>，如吴佳键等人<sup>[17]</sup>提出了一种基于相连边的择优恢复算法，该算法比随机策略恢复能力强、起效快且迭代步数更少。二是Muro恢复模型仅考虑了相依网络的结构，而没有考虑网络上的负载情况，难以适用于电网、通信网等含有负载的相依网络。

针对上述问题，本文在Muro恢复模型的基础上构建了负载作用下的相依网络恢复模型。从失效节点中筛选出共同边界节点，考虑共同边界节点的结构和动力学属性，提出了一种基于容量和连接边的择优恢复方法(PRCCL)。通过仿真实验对比分析了PRCCL方法和基准方法的恢复效果，并考察了恢复比例、负载控制参数、容忍系数等变量与PRCCL方法恢复效果的关系。实验结果验证了PRCCL方法的有效性。

## 2 相依网络级联失效及恢复模型

### 2.1 相依网络模型

相依网络由两个或多个具有依赖关系的子网络构成<sup>[3]</sup>，子网络的内部边称为连接边，子网络间表示依赖关系的连边称为依赖边。这里使用双层相依网络模型，由子网络A和子网络B构成，可用图 $G = (V, E)$ 表示， $V$ 是网络节点的集合， $E$ 是网络中连接边和依赖边的集合。子网络A和子网络B的规模分别为 $N_A$ 和 $N_B$ ，相依网络总规模为 $N = N_A + N_B$ 。可用邻接矩阵 $W$ 表示 $G$ 的结构

$$W = (w_{ij})_{N \times N} = \begin{bmatrix} W_A & W_{AB} \\ W_{BA} & W_B \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中， $w_{ij} \in \{0, 1\}$ 表示节点间的连接关系， $w_{ij} = w_{ji} = 1$ 表示节点 $v_i$ 和 $v_j$ 之间存在连边，且是无向的； $w_{ij} = w_{ji} = 0$ 表示节点 $v_i$ 和 $v_j$ 之间不存在连边。 $W_A$ 和 $W_B$ 分别为子网络A和B的邻接矩阵， $W_{BA}$ 和 $W_{AB}$ 表示子网络A和B之间的依赖关系。为生成不同结构的相依网络，将子网络A和B的网络类型设为随机网络(Erdős Rényi, ER)和无标度网络(Scale Free, SF)<sup>[17]</sup>，分别生成ER-ER, SF-ER, SF-SF等3种类型的相依网络，子网络间的依赖关系为1对1完全随机相依。

### 2.2 攻击模式

相依系统在运行中可能遭遇故障或攻击，一般用随机故障和蓄意攻击来对攻击模式进行描述。随机故障是指不加区别地随机移除网络中的节点，蓄意攻击是指按照节点的重要度依次移除网络中的节点。在现实中，重要的节点往往遭受更多的攻击，这里采用蓄意攻击方式对子网络A中的节点实施初始攻击。首先对子网络A中的节点进行重要性排序，然后选择排序靠前的 $N_A f$ 个节点进行移除。其中， $f$ 为攻击节点比例， $f = 0.1$ 表示初始攻击子网络A中10%的节点，使其失效。使用度指标对节点进行排序

$$k_i^A = \sum_{j=1}^N w_{ij}, w_{ij} \in W_A \quad (2)$$

对于度值相同的节点，采取随机排序的方式进行区分。 $k_i^A$ 指标只考虑子网络内部结构，是节点 $i$ 的内部度。

### 2.3 级联失效过程

子网络A在遭遇攻击后可能发生级联失效。Muro等人<sup>[14]</sup>的研究中仅考虑结构失效，而没有考虑网络上的过载失效，这与许多实际系统不相符，如电网、通信网等。本文在Muro等人模型的基础上引入ML(Motter-Lai)模型<sup>[18]</sup>，将过载失效导入级联失效的过程。失效规则包括：(1)相依失效：当节点 $i$ 的依赖节点失效时，节点 $i$ 失效；(2)过载失效：当节点 $i$ 上的负载超过其最大容量时，节点 $i$ 失效；(3)非连通失效：当节点 $i$ 不与子网最大连通分支相连时，节点 $i$ 发生失效。图1给出了负载作用下相依网络级联失效的过程示意。假设子网络A和B的规模均为6，节点初始负载如图1(a)所示，节点容量假设为节点初始负载的1.6倍。图1(a)中，子网络A中的节点 $A_1$ 发生初始失效，节点 $A_1$ 上的负载平均分配到邻居节点 $A_2$ 和 $A_6$ 。图1(b)中，节点 $A_6$ 的新负载为2，超过了其容量1.6，发生过载失效，

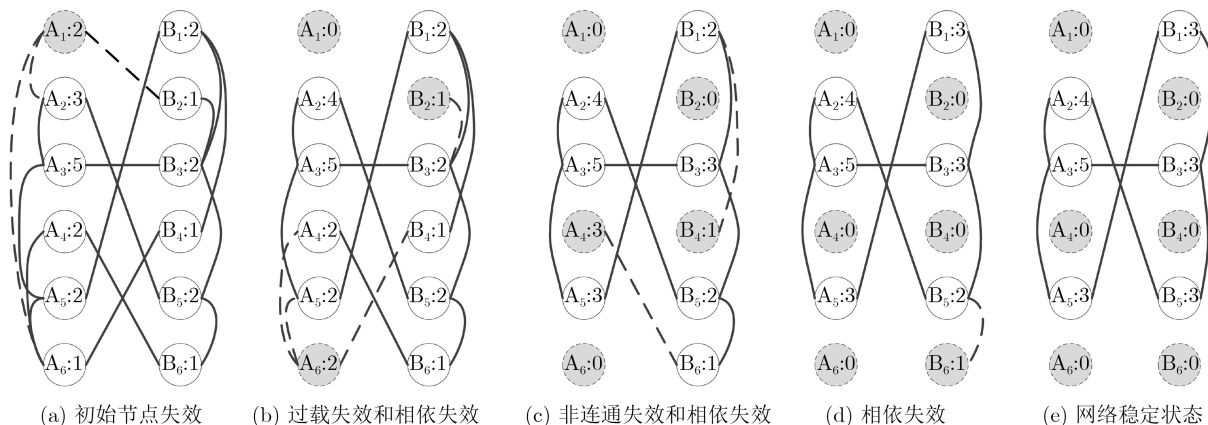


图1 负载作用下相依网络级联失效过程

A<sub>6</sub>上的负载转移到邻居节点；节点B<sub>2</sub>因A<sub>1</sub>失效发生相依失效。图1(c)中，节点A<sub>4</sub>不再与子网A的最大连通分支相连而发生失效；节点B<sub>4</sub>因A<sub>6</sub>失效发生相依失效，负载重分配给节点B<sub>1</sub>。图1(d)中，节点B<sub>6</sub>因A<sub>4</sub>失效发生相依失效，负载转移到B<sub>5</sub>。图1(e)中，网络中没有满足失效规则的节点，级联失效中止，网络进入稳定状态。

在网络规模比较大时，一般假设节点*i*的初始负载*L<sub>i</sub><sup>0</sup>*与节点的度相关

$$L_i^0 = k_i^\alpha \quad (3)$$

其中*k<sub>i</sub>*表示节点*i*的内部度， $\alpha$ 是负载控制参数，用来控制度对初始负载的影响程度。节点的容量*C<sub>i</sub>*与初始负载呈正相关关系，定义为

$$C_i = (1 + \beta)L_i^0 \quad (4)$$

其中， $\beta$ 是容忍系数。当节点*i*失效后，其上的负载采取局部重分配的方式向邻居节点进行分配。不同邻居节点获得新负载的量与节点容量正相关，节点*j*获得的负载为

$$L'_j = \frac{C_j}{\sum_{n \in \Gamma_i} C_n} L_i \quad (5)$$

其中， $\Gamma_i$ 为节点*i*邻居节点集合。节点*j*新负载如果超过其容量，即 $L_j + L'_j > C_j$ 时，则节点*j*发生过载失效。

### 2.4 恢复模型

为阻止级联失效扩散，加入节点恢复操作。用  $n = 0, 1, 2, \dots$  标识相依网络级联失效和恢复的阶段。 $n = 0$  标识初始阶段，在该阶段初始攻击子网络A中度排序靠前的  $N_A f$  个节点。当  $n > 1$  时，每个阶段包括子网络A失效过程、子网络B失效过程、恢复操作等过程，3类过程的顺序如图2所示。在第*n*阶段，子网络A中的节点发生失效，通过依赖边，失效向子网络B传播。子网络B中发生相依失

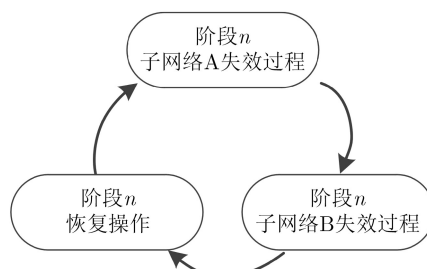


图2 相依网络恢复模型

效、过载失效或非连通失效。在网络B上的失效向网络A回传之前，进行节点恢复，恢复部分失效节点。具体步骤为：

#### 步骤1 第*n*阶段子网络A失效过程

- (1) 如果子网络A中的节点*i*过载，则节点*i*失效；
- (2) 如果子网络A的节点*i*的依赖节点在*n - 1*步时失效，则*i*失效；
- (3) 不属于最大连通分支的节点都失效；
- (4) 新失效节点上的负载向邻居节点扩散。

#### 步骤2 第*n*阶段子网络B失效过程

- (5) 如果子网络B中的节点*i*过载，则节点*i*失效；
- (6) 如果子网络B的节点*i*的依赖节点在第*n*步失效，则*i*失效；
- (7) 不属于最大连通分支的节点都失效；
- (8) 新失效节点上的负载向邻居节点扩散。

#### 步骤3 第*n*阶段网络恢复过程

(9) 找出所有失效节点，按照给定规则选取节点进行恢复。当1个节点被恢复后，其依赖节点也一并被恢复。按照初始连接关系，建立恢复节点与未失效节点的连接边、恢复节点间的连接边以及依赖边；

(10) 重复步骤(1)–步骤(9)，直到网络中没有新失效节点。

### 3 基于节点容量和连接边的择优恢复方法

在选择失效节点进行恢复时，由于恢复资源有

限，往往不能1次恢复所有节点，而仅能恢复部分节点。为了提高恢复效果，首先从失效节点中筛选出共同边界节点，然后利用节点容量和连接边属性对共同边界节点进行排序，将排序靠前的节点选为要恢复的节点实施恢复。

### 3.1 共同边界节点

Muro等人<sup>[14]</sup>在相依网络恢复模型中定义了共同边界节点：如果子网络A中的失效节点*i*与子网络A的最大连通分支GC<sub>A</sub>的拓扑距离*l* = 1，其依赖节点*j*与子网络B的最大连通分支GC<sub>B</sub>的拓扑距离也为*l* = 1，那么称节点对(*i*, *j*)为共同边界节点。如图3所示，A<sub>1</sub>与GC<sub>A</sub>中的节点存在初始直接连接关系，即拓扑距离*l* = 1，其依赖节点B<sub>2</sub>与GC<sub>B</sub>的拓扑距离也为1，则(A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>)为共同边界节点；而(A<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>)则不是共同边界节点，因为B<sub>3</sub>与GC<sub>B</sub>的拓扑距离为*l* = 2。只有共同边界节点才能够被恢复。一方面，基础设施网络发生故障后，正常网络区域附近的节点更容易被恢复，如在交通系统中，可利用尚正常的交通网运输大型维修设备，恢复临近故障节点，由近及远开展恢复工作。另一方面，在恢复模型中，如果恢复的节点不是共同边界节点，在下一阶段就很有可能发生非连通失效和相依失效，导致节点反复失效，使恢复行动失去意义。在Muro等人的恢复模型中，采用随机方法选择要恢复的共同边界节点，恢复效果由节点的共同边界属性决定。对共同边界节点进行重要性排序，选择重要节点进行优先恢复比随机选择方法能够更好地提升恢复效果<sup>[17]</sup>。

### 3.2 择优恢复方法

为选择重要的共同边界节点进行择优恢复，一般通过节点的结构和动力学特性对节点进行鉴别和排序。从结构角度看，连接边越多的失效边界节点(即内部度越大的节点)在恢复后对网络鲁棒性贡献越大<sup>[17]</sup>。一方面，失效边界节点与最大连通分支的连接边越多，在恢复该节点后，最大连通分支的平均度增加越多，而网络的鲁棒性与节点平均度呈正相关关系<sup>[10]</sup>。另一方面，失效边界节点与其它失效节点的连接边数量越多，意味着后续阶段成为边界节点的候选节点越多，越可能找到更显著的重要边

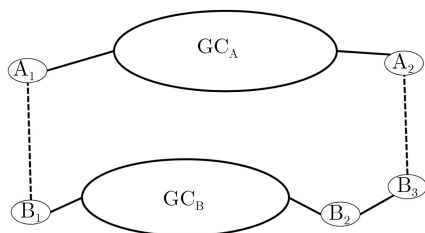


图3 共同边界节点(A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>)

界节点。因此，可将内部度作为筛选重要节点的指标。对于子网A中的节点*i*，归一化后的内部度指标为

$$\bar{k}_i^A = \frac{k_i^A}{k_{\max}^A} \quad (6)$$

其中*k*<sub>max</sub><sup>A</sup>为子网络A中最大的度值。从网络动力学特性看，节点容量越大的失效边界节点在恢复后存活的概率越大。恢复大容量的节点，将会提高恢复后网络的总容量，使网络对负载波动的容忍性更强。由于节点容量较大，其能够承受的增量负载越多，在后续阶段失效的可能性越小。因此，可将节点容量作为鉴别重要边界节点的指标。对于子网A中的节点*i*，归一化后的容量指标为

$$\bar{C}_i^A = \frac{C_i^A}{C_{\max}^A} \quad (7)$$

结合度指标和容量指标，衡量子网络A中边界节点重要性的综合指标设计为

$$I_i^A = \bar{k}_i^A + \bar{C}_i^A \quad (8)$$

在恢复操作中，恢复的共同边界节点为一对依赖节点。单个节点的重要性高，其依赖节点的重要性可能很低，而恢复组合重要性更高的共同边界节点效果可能更好。因此，同时考虑依赖节点，将衡量共同边界节点(*i*, *j*)重要性的指标定义为

$$I_{i,j} = I_i^A + I_j^B \quad (9)$$

称*I*<sub>*i,j*</sub>为共同边界节点(*i*, *j*)的组合重要性指数。

综上，PRCCL方法的过程为：在恢复阶段，首先从失效节点中筛选出共同边界节点；然后利用式(9)中的组合重要性指数*I*对共同边界节点进行排序；按照恢复比例λ，选取排序靠前的共同边界节点进行恢复。为了比较PRCCL方法的效果，以3种恢复方法为基准方法<sup>[17]</sup>：随机恢复(Random Recovery, RR)、度优先恢复(Preferential Recovery based on Degree, PRD)和局域中心性节点优先恢复(Preferential Recovery based on Local centrality, PRL)。RR方法是按照恢复比例随机选取共同边界节点进行恢复<sup>[14]</sup>。PRD方法是根据节点的内部度排序，优先选择度大的边界节点及其依赖节点进行恢复<sup>[19]</sup>。PRL方法根据节点的局域中心性指标排序，优选排序靠前的节点及其依赖节点进行恢复<sup>[20]</sup>。后两种方法为择优恢复方法。

### 3.3 网络恢复效果测度指标

刻画网络恢复效果的指标为留存节点比例，即失效结束后最大连通分支的规模与相依网络总规模的比例。假设子网A和B中最大连通分支规模分别为*N*<sub>A</sub>和*N*<sub>B</sub>，则留存节点比例为*s* = (*N*<sub>A</sub> + *N*<sub>B</sub>)/(*N*<sub>A</sub> + *N*<sub>B</sub>)。

为消除随机因素的影响，进行  $M$  次独立仿真实验，得到一组留存节点比例  $s_1, s_2, \dots, s_M$ ，取其平均值

$$S = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M s_i \quad (10)$$

称  $S$  为平均留存节点比例。采取不同方法对网络进行恢复后，稳定状态网络的  $S$  越大，说明恢复效果越好。

为刻画网络恢复速度，定义 NOI (Number Of Iterations steps) 指标，表示相依网络达到稳态所经历的迭代步数，即恢复模型中阶段  $n$  的最大值<sup>[14]</sup>。NOI 越小，说明网络恢复使用的时间越少，恢复方法更优。

### 4 仿真实验与结果分析

为了检验 PRCCCL 方法的恢复效果，利用 Matlab R2018a 软件进行相依网络级联失效仿真实验。默认参数设置为：网络规模  $N_A = N_B = 100$ ，子网络为 SF 无标度网络和 ER 随机网络，SF 无标度网络平均度  $\hat{k} = 6$ ，度指数  $\gamma = 2.3$ ，ER 随机网络连接概率为 0.1，依赖关系为 1 对 1 完全相依，每组实验的独立实验次数为  $M = 100$ ，负载控制参数  $\alpha = 1$ ，容忍系数  $\beta = 3$ ，恢复节点比例  $\lambda = 0.2$ ，失效节点恢复后负载为 0。

#### 4.1 不同结构相依网络的恢复效果

为了比较 PRCCCL 方法和基准方法在不同结构相依网络中的恢复效果，针对 ER-ER, SF-ER, SF-SF 3 类网络分别进行仿真实验。图 4 给出了 RR, PRD,

PRL 和 PRCCCL 4 种方法的恢复效果对比。从图 4(a) 中可看到，在 ER-ER 相依网络中，4 种方法的恢复效果几乎是相同的。这是因为 ER 网络节点具有同质性，优选的节点和随机选择的节点几乎没有区别。图 4(b) 中，择优恢复方法的效果明显好于随机恢复方法，PRCCCL 方法效果略好于其它两种择优恢复方法。这是因为子网络 A 为具有节点异质性的 SF 网络，择优方法比随机方法选择的节点更为重要。PRCCCL 方法考虑了依赖节点的属性，由于子网络 B 为同质的 ER 网络，所以 PRCCCL 方法相对其它择优方法的优势不明显。图 4(c) 中，PRCCCL 方法在 SF-SF 网络中的恢复效果明显好于其它所有基准算法。在  $f = 0.25$  时， $S_{PRCCCL} = 0.27$ ， $S_{PRL} = 0.15$ ， $S_{PRD} = 0.17$ ， $S_{RR} = 0.05$ ，经 PRCCCL 方法修复后网络的  $S$  值高出 PRD 方法约 59%，是随机方法的 5.4 倍，PRCCCL 方法的优势显著。

表 1 给出了 SF-ER 和 SF-SF 相依网络中 4 种方法迭代次数的对比。当  $f \leq 0.15$  时，4 种方法的 NOI 都低于 3.65。迭代次数较少，致使 4 种方法的恢复效果差异性较小；当  $f \geq 0.20$  时，迭代次数上升，4 种方法的恢复效果也出现明显差异，与图 4 中的结果具有一致性。当 NOI 小于 3.50 时，PRCCCL 方法的 NOI 与其它方法相当；在 NOI 大于 3.5 时，PRCCCL 方法的 NOI 均小于其它方法。在 SF-SF 网络中， $f = 0.25$  时， $NOI_{PRCCCL} = 9.12$ ， $NOI_{PRL} = 12.06$ ， $NOI_{PRD} = 11.69$ ， $NOI_{RR} = 15.1$ ，PRCCCL 的 NOI 比 PRD 低约 22%，比 RR 方法低约 40%。这说明，

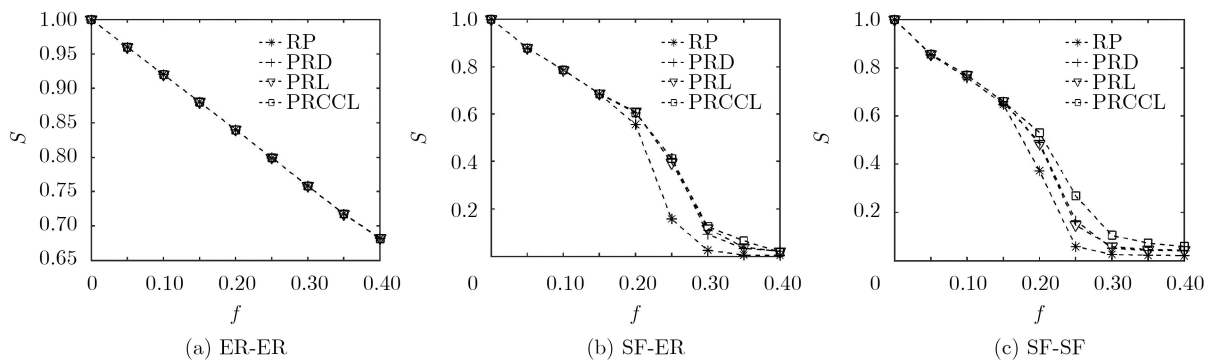


图 4 3 类相依网络中 4 种方法恢复效果对比

表 1 SF-ER 和 SF-SF 相依网络中 4 种方法迭代次数 (NOI) 对比

$f$	SF-ER								SF-SF							
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
RR	2.00	2.00	2.15	4.09	10.99	10.44	10.13	8.73	3.04	3.10	3.61	9.68	15.10	15.59	15.75	16.94
PRD	2.00	2.00	2.14	4.02	9.67	7.29	6.17	5.56	3.03	3.06	3.22	5.94	11.69	11.85	12.25	12.13
PRL	2.00	2.00	2.14	4.16	9.82	8.47	6.83	6.39	3.03	3.06	3.24	6.4	12.06	12.01	12.09	12.48
PRCCCL	<b>2.00</b>	<b>2.00</b>	<b>2.14</b>	<b>3.99</b>	<b>9.61</b>	<b>7.27</b>	<b>5.81</b>	<b>5.12</b>	<b>3.03</b>	<b>3.07</b>	<b>3.20</b>	<b>4.98</b>	<b>9.12</b>	<b>9.42</b>	<b>10.07</b>	<b>11.06</b>

PRCCL方法比其它方法恢复速度都更快，使网络进入稳定状态的时间更早。

### 4.2 不同参数对恢复效果的影响

为了考察不同参数对PRCCL方法的影响，针对SF-SF网络，调整恢复比例 $\lambda$ 、负载控制参数 $\alpha$ 、容忍系数 $\beta$ 等参数进行级联失效和恢复仿真实验。图5给出了恢复节点比例 $\lambda = 0.1, 0.2, 0.5$ 时4种方法平均恢复效果对比。这里将 $\lambda$ 的最大值限定为0.5，如果 $\lambda$ 更大，说明恢复资源比较丰富，择优恢复的意义将降低。可以看到，随着恢复比例的提高，相依网络留存节点比例越大，各个方法的恢复效果都有所提升。在 $\lambda = 0.1$ 时，PRCCL方法明显优于随机方法，略优于PRL和PRD两种择优恢复方法；在 $\lambda = 0.2$ 时，PRCCL方法相对于其它两种择优恢复方法的优势在扩大；将 $\lambda$ 调整为0.5且 $f \geq 0.25$ 时，PRCCL领先优势更大，如 $f = 0.30$ 时， $S_{PRCCL} = 0.47, S_{PRL} = 0.34, S_{PRD} = 0.36, S_{RR} = 0.21$ ，PRCCL的效果超出PRD方法30%，超出RR方法124%。可以得出结论，PRCCL方法随着节点修复比例的提高，其优势在不断扩大。

图6给出了负载控制参数 $\alpha = 0.8, 1.0, 1.2$ 时4种方法对SF-SF网络恢复效果的对比。由式(3)可知，在异质网络中， $\alpha$ 值越大，节点的初始负载以及容量分布越偏倚，发生过载失效的可能性越大。图6的结果证明了这一点，结构不变的情况下，将

$\alpha$ 从0.8调整为1.2的过程中，网络级联效应更强烈，网络崩溃的更快。如，当 $f = 0.15, \alpha = 0.8$ 时， $S_{RR}$ 为0.64；在 $\alpha = 1.2$ 时， $S_{RR}$ 仅为0.04。此时，过载失效是使网络崩溃更快的主导因素。随着 $\alpha$ 的提高，PRCCL方法相对其它方法的优势越大，说明PRCCL方法能够更好地抑制过载失效。PRCCL方法中，容量大的节点被恢复的可能性更大，使后续发生过载失效的可能性变小。

图7给出了容忍系数 $\beta = 3, 5, 9$ 时4种方法对SF-SF网络恢复效果的对比。随着容忍系数的提高，网络负载级联失效的程度越低。如初始攻击节点比例 $f = 0.25, \beta = 3$ 时， $S_{RR} = 0.07$ ； $\beta = 9$ 时， $S_{RR} = 0.18$ 。在网络结构不变的情况下，提高容忍系数降低了过载失效的可能性。随着 $\beta$ 变大，PRCCL方法相对于其它择优恢复方法优势在减弱。结合图6和图7可以发现，在过载失效作用较弱时，PRCCL方法略优于其它恢复方法；在过载失效作用较强时，PRCCL方法的恢复效果更为明显。

### 4.3 恢复后网络特性分析

相依网络进入稳定状态后，网络结构特性和网络负载的差异可在一定程度上反映修复方法的优异性。表2给出了SF-SF网络在经过4种方法恢复后网络平均度和网络负载的情况。当 $f \leq 0.10$ 时，4种方法恢复后网络的平均度和负载相当； $f \geq 0.15$ 时，经PRCCL方法恢复后网络的平均度和留存的负载

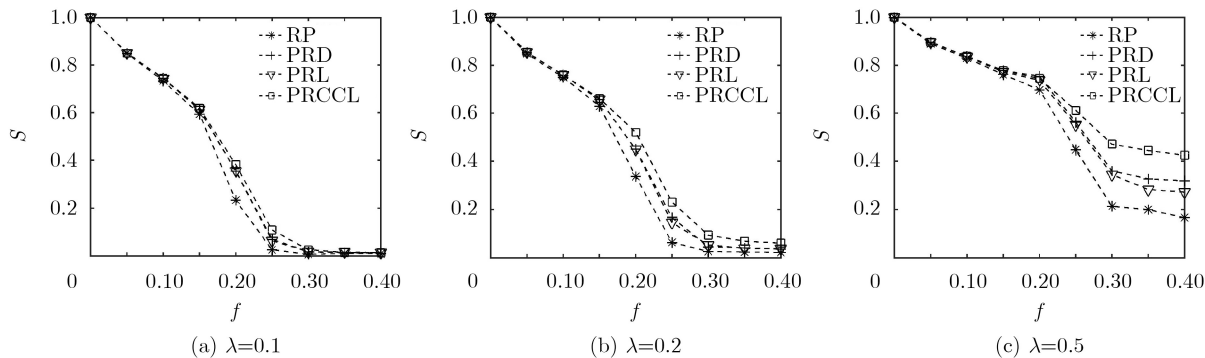


图5 恢复比例对4种方法恢复效果的影响

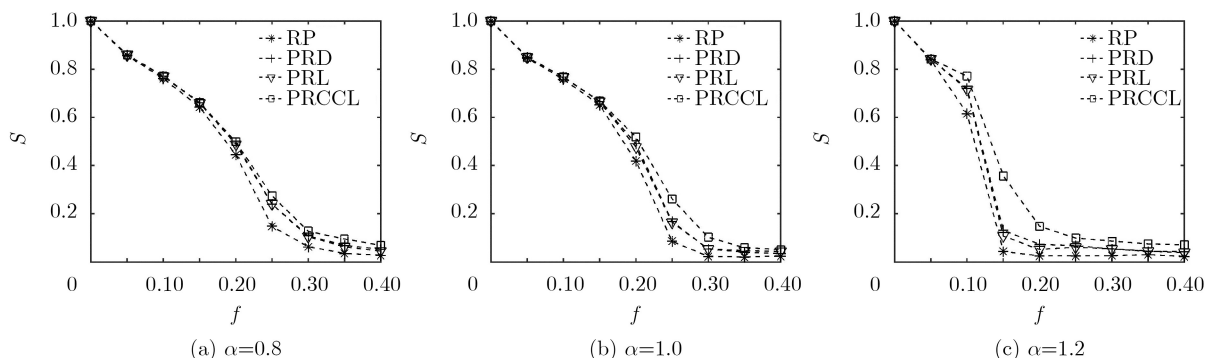


图6 负载控制参数对4种方法恢复效果的影响

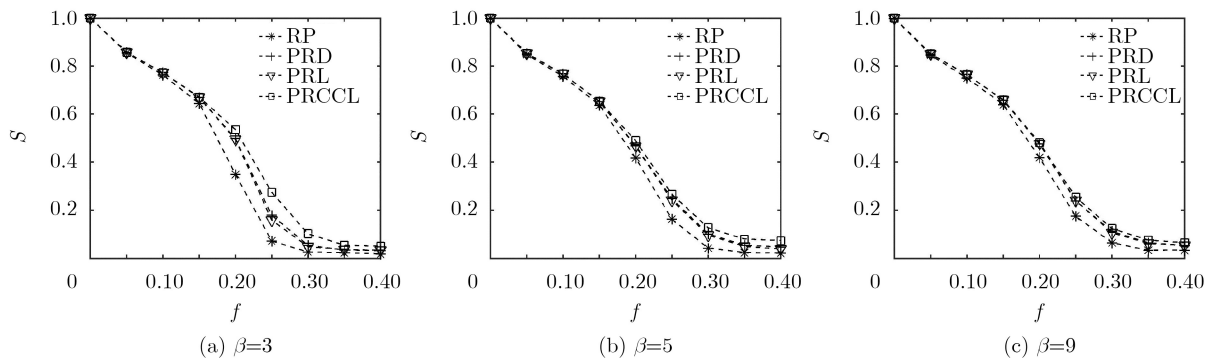


图7 容忍系数对4种方法恢复效果的影响

表2 4种方法恢复后网络平均度和网络负载对比

f	恢复网络平均度								恢复网络负载							
	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
RR	3.99	3.28	2.83	1.91	0.75	0.60	0.50	0.48	1186.5	1162.3	1102.8	654.8	121.8	42.9	51.9	124.3
PRD	4.68	4.23	3.91	3.46	1.79	1.08	1.02	0.90	1185.2	1161.4	1107.5	835.6	261.8	56.4	78.2	131.4
PRL	4.66	4.18	3.87	3.38	1.85	1.09	1.09	0.99	1185.2	1161.5	1108.4	817.8	268.3	62.0	83.8	142.4
PRCCL	<b>4.69</b>	<b>4.22</b>	<b>4.00</b>	<b>4.02</b>	<b>2.78</b>	<b>1.56</b>	<b>1.12</b>	<b>1.10</b>	<b>1185.3</b>	<b>1162.0</b>	<b>1111.6</b>	<b>948.9</b>	<b>410.5</b>	<b>149.5</b>	<b>92.0</b>	<b>144.3</b>

量明显大于其它方法。平均度大的网络具有更好的鲁棒性，留存的负载越大说明网络所受损失更低，保存的网络能力越多。因此，可以得出结论：相比其它方法，经PRCCL恢复后的网络鲁棒性更强、网络能力保存更多。

4.4 实际网络恢复效果对比

为验证PRCCL方法在实际网络中的恢复效果，基于Power网络和Internet网络进行恢复实验。Power网络是从美国西部电网中抽象出来的无向网络<sup>[21]</sup>，由4941个节点和6594条边组成。Internet网络是自治层因特网结构的快照网络<sup>[22]</sup>，由22963个节点和48436条边组成。将Power网络作为子网络A，利用Internet网络生成包含4941个节点的连通子图作为子网络B，子网络间随机建立相依连边，构成1对1完全相依网络。初始攻击节点比例  $f \in [0, 0.02]$ ，取值间隔为0.0025，实验结果如图8所示。可以看到，3种择优恢复方法明显优于RR方法，在  $f \geq 0.01$  时，采用RR方法已无法阻止网络完全崩溃。在3种择优恢复方法中，PRCCL方法明显优于PRL和PRD方法。在  $f = 0.02$  时， $S_{PRCCL} = 0.67$ ， $S_{PRL} = 0.57$ ， $S_{PRD} = 0.54$ ，PRCCL方法恢复效果超出PRL方法17.5%，超出PRD方法24.1%。

5 结束语

在对相依网络中失效节点进行恢复时，优选节点恢复以最大化恢复效果是一个重要课题。本文研究了负载作用下相依网络的级联失效过程，构建了网络恢复模型，提出了一种基于容量和连接边的共

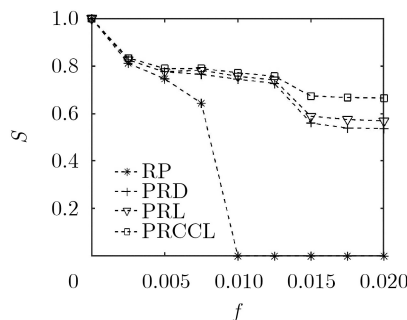


图8 Power和Internet相依网络中4种方法恢复效果对比

同边界节点择优恢复方法。针对模型网络和实际网络进行了级联失效和恢复实验，结果表明，所提PRCCL方法在SF-ER相依网络中与其它方法效果相当或略优；在SF-SF相依网络中，PRCCL比其它方法恢复效果更好，恢复时间更短；PRCCL恢复后的网络平均度更高，保留的网络能力更多，恢复后网络鲁棒性更好；在由实际的Power和Internet网络构建的相依网络中，PRCCL方法效果明显优于基准方法。结果验证了PRCCL方法的有效性，同时发现PRCCL方法的优势与恢复比例、负载控制参数成正比，与容忍系数成反比。研究结果对于现实中更有效地恢复相依网络具有科学指导价值，也可为相依网络鲁棒性研究提供参考。

参考文献

[1] D'AGOSTINO G and SCALA A. Networks of Networks: The Last Frontier of Complexity[M]. Cham: Springer, 2014: 3-36.

- [2] CHEN Zhenhao, WU Jiajing, XIA Yongxiang, *et al.* Robustness of interdependent power grids and communication networks: A complex network perspective[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2018, 65(1): 115–119. doi: [10.1109/TCSII.2017.2705758](https://doi.org/10.1109/TCSII.2017.2705758).
- [3] BULDYREV S V, PARSHANI R, PAUL G, *et al.* Catastrophic cascade of failures in interdependent networks[J]. *Nature*, 2010, 464(7291): 1025–1028. doi: [10.1038/nature08932](https://doi.org/10.1038/nature08932).
- [4] ZIO E. Challenges in the vulnerability and risk analysis of critical infrastructures[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2016, 152: 137–150. doi: [10.1016/j.res.2016.02.009](https://doi.org/10.1016/j.res.2016.02.009).
- [5] SHEKHTMAN L M, DANZIGER M M, and HAVLIN S. Recent advances on failure and recovery in networks of networks[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2016, 90: 28–36. doi: [10.1016/j.chaos.2016.02.002](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2016.02.002).
- [6] SCHNEIDER C M, YAZDANI N, ARAÚJO N A M, *et al.* Towards designing robust coupled networks[J]. *Scientific Reports*, 2013, 3(1): 1969. doi: [10.1038/srep01969](https://doi.org/10.1038/srep01969).
- [7] WANG Xingyuan, ZHOU Wenjie, LI Rui, *et al.* Improving robustness of interdependent networks by a new coupling strategy[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2018, 492: 1075–1080. doi: [10.1016/j.physa.2017.11.037](https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.11.037).
- [8] PARSHANI R, ROZENBLAT C, IETRI D, *et al.* Intersimilarity between coupled networks[J]. *EPL (Europhysics Letters)*, 2010, 92(6): 68002. doi: [10.1209/0295-5075/92/68002](https://doi.org/10.1209/0295-5075/92/68002).
- [9] WANG Junde, LAO Songyang, RUAN Yirun, *et al.* Research on the robustness of interdependent networks under localized attack[J]. *Applied Sciences*, 2017, 7(6): 597. doi: [10.3390/app7060597](https://doi.org/10.3390/app7060597).
- [10] HU Yanqing, ZHOU Dong, ZHANG Rui, *et al.* Percolation of interdependent networks with intersimilarity[J]. *Physical Review E*, 2013, 88(5): 052805. doi: [10.1103/PhysRevE.88.052805](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.88.052805).
- [11] WANG Shuai and LIU Jing. Designing comprehensively robust networks against intentional attacks and cascading failures[J]. *Information Sciences*, 2019, 478: 125–140. doi: [10.1016/j.ins.2018.11.005](https://doi.org/10.1016/j.ins.2018.11.005).
- [12] MAJDANDZIC A, PODOBNIK B, BULDYREV S V, *et al.* Spontaneous recovery in dynamical networks[J]. *Nature Physics*, 2014, 10(1): 34–38. doi: [10.1038/NPHYS2819](https://doi.org/10.1038/NPHYS2819).
- [13] MAJDANDZIC A, BRAUNSTEIN L A, CURME C, *et al.* Multiple tipping points and optimal repairing in interacting networks[J]. *Nature Communications*, 2016, 7(1): 10850. doi: [10.1038/ncomms10850](https://doi.org/10.1038/ncomms10850).
- [14] DI MURO M A, LA ROCCA C E, STANLEY H E, *et al.* Recovery of interdependent networks[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 22834. doi: [10.1038/srep22834](https://doi.org/10.1038/srep22834).
- [15] HE Xian and CHA E J. Modeling the damage and recovery of interdependent critical infrastructure systems from natural hazards[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, 177: 162–175. doi: [10.1016/j.res.2018.04.029](https://doi.org/10.1016/j.res.2018.04.029).
- [16] ZHONG Jilong, ZHANG Fengming, YANG Shunkun, *et al.* Restoration of interdependent network against cascading overload failure[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2019, 512: 884–891. doi: [10.1016/j.physa.2018.09.130](https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.09.130).
- [17] 吴佳键, 龚凯, 王聪, 等. 相依网络上基于相连边的择优恢复算法[J]. *物理学报*, 2018, 67(8): 088901. doi: [10.7498/aps.67.20172526](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172526).  
WU Jiajian, GONG Kai, WANG Cong, *et al.* Enhancing resilience of interdependent networks against cascading failures under preferential recovery strategies[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(8): 088901. doi: [10.7498/aps.67.20172526](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172526).
- [18] MOTTER A E and LAI Yingcheng. Cascade-based attacks on complex networks[J]. *Physical Review E*, 2002, 66(6): 065102. doi: [10.1103/PhysRevE.66.065102](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.66.065102).
- [19] GAO Jiazi, YIN Yongfeng, FIONDELLA L, *et al.* Recovery of coupled networks after cascading failures[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2018, 29(3): 650–657. doi: [10.21629/JSEE.2018.03.22](https://doi.org/10.21629/JSEE.2018.03.22).
- [20] CHEN Duanbing, LÜ Linyuan, SHANG Mingsheng, *et al.* Identifying influential nodes in complex networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2012, 391(4): 1777–1787. doi: [10.1016/j.physa.2011.09.017](https://doi.org/10.1016/j.physa.2011.09.017).
- [21] WATTS D J and STROGATZ S H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440–442. doi: [10.1038/30918](https://doi.org/10.1038/30918).
- [22] NEWMAN M. University of Oregon route views archive project[EB/OL]. <http://routeviews.org/>, 2006.

刘凤增: 男, 1987年生, 讲师, 博士生, 研究方向为系统工程、复杂网络。

肖兵: 女, 1966年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为军事信息系统。

陈施思: 女, 1988年生, 硕士, 讲师, 研究方向为军事信息系统。

陈嘉勋: 女, 1995年生, 硕士生, 研究方向为军事信息系统建模与仿真。

责任编辑: 陈倩