

脉冲噪声中基于指数函数的可变拖尾非线性变换设计

罗忠涛*^① 詹燕梅^① 郭人铭^① 张杨勇^②

^①(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

^②(武汉船舶通信研究所 武汉 430079)

摘要: 针对脉冲噪声中的信号检测问题, 该文提出一种基于指数函数的非线性变换函数设计与优化方法。该方法利用指数函数衰减速度可调的优点, 适用于脉冲噪声的各种分布模型。通过引入效能函数, 将非线性函数设计问题转化为以效能最大化为目标的阈值与底数参数优化问题。由于效能是关于待优化参数的连续可导且单峰函数, 该优化问题可采用数值优化方法如单纯形法快速稳健地求解。性能分析表明, 针对脉冲噪声常用的对称 α 稳定分布、Class A分布和高斯混合分布, 该文方法均能取得基本最优检测性能, 基于实测大气噪声仿真的通信误码率也明显优于传统的削波器 and 置零器。因此, 该文为各种分布的脉冲噪声提供了一个统一的最优抑制解决方法。

关键词: 脉冲噪声; 非线性变换; 指数函数; 优化算法

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)04-0932-09

DOI: 10.11999/JEIT190401

Variable Tailing Nonlinear Transformation Design Based on Exponential Function in Impulsive Noise

LUO Zhongtao^① ZHAN Yanmei^① GUO Renming^① ZHANG Yangyong^②

^①(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

^②(Wuhan Maritime Communication Research Institute, Wuhan 430079, China)

Abstract: A novel design of nonlinear transformation function for the signal detection in impulsive noise is proposed. The proposed method takes the advantage of adjustable fading factors of the exponential function, it can be effective for different models of impulsive noise. By introducing the efficacy as the objective function, nonlinear design is converted into the problem of optimizing the threshold and bottom parameters to maximize the efficacy. Since the efficacy is continuous, derivative, and unimodal, the optimization problem can be easily solved by the traditional optimization methods, such as the Nelder-Mead simplex method. Analysis shows that the proposed design can obtain the optimal performance in the widely-used models of impulsive noise, including the symmetric α -stable model, the Class A model, and the Gaussian mixture model. Simulation on real atmospheric noise demonstrates that the proposed design is obviously better than the traditional clipper and blanker. Thus, this paper proposes an optimal and uniform solution for suppressing impulsive noise of various models.

Key words: Impulsive noise; Nonlinear transformation; Exponential function; Optimization algorithm

1 引言

大多数系统的噪声幅度统计服从高斯分布, 但诸如电力线通信、长波通信、超宽带系统等场景则必须考虑脉冲噪声^[1-3]。脉冲噪声具有单峰的概率

密度函数(Probability Density Function, PDF), 具有比高斯分布明显更长的拖尾。截至目前, 脉冲噪声研究常用的3种模型有对称 α 稳定 (symmetric α -stable, α)模型^[2,4,5], Middleton Class A模型^[3,6,7]和高斯混合模型^[8-10]。

对于脉冲噪声中的确定性信号, 局部最优检测 (Locally Optimal Detection, LOD)在低信噪比下检测性能最好, 且结构简单便于运用^[11]。然而脉冲噪声LOD的缺点是非线性函数可能难以提供闭式运算, 例如S α S模型和Class A模型均无闭式PDF。

收稿日期: 2019-06-05; 改回日期: 2019-12-09; 网络出版: 2019-12-23

*通信作者: 罗忠涛 luozt@cqupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金 (61701067, 61771085, 61671095)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61701067, 61771085, 61671095)

为了替换LOD结构中的非线性变换运算, 研究者们设计了多种零记忆非线性(Zero Memory Non-Linearity, ZMNL)函数。人为设计的ZMNL函数一般由线性区域和非线性区域组成。传统非线性设计方法普遍存在两个缺点。其一, 针对特定噪声模型而设计。例如, 文献[1,4,12]针对SaS模型, 文献[3,6,7]针对Class A模型。因此该设计只限于一种噪声模型, 实用性和泛用性不佳。其二, 仅分析线性区域阈值, 固定拖尾非线性函数。例如, 置零器和削波器最常用, 拖尾为零或常数^[1,3,13]; 如倒数函数 $1/x$ ^[12]、混合削波-置零器^[14]及多门限限幅器^[10]的拖尾也在使用。但是, 固定形状的拖尾不能适用于不同的脉冲噪声。

在前期的大气噪声研究中注意到了非线性变换函数对噪声模型的适用性问题。发现削波器在Class A模型中比置零器更差, 但在SaS分布中却优于置零器^[15]同时又不如 $1/x$ 拖尾^[16]。显然, 最佳拖尾应当是随噪声分布而变化的LOD拖尾; 然而传统方法始终固定拖尾函数, 必然遭受性能损失。例如我们前期研究的削波器和置零器虽能最优化阈值参数, 但所取得的性能相比LOD仍有一定差距^[15]。因此, 如果要设计出适用于不同噪声模型的非线性变换函数, 那么必须具有一个可调的拖尾函数。

本文提出基于指数函数进行非线性函数设计, 再以效能最大化为目标来优化该函数。指数函数 a^x ($0 < a \leq 1$)可由底数 a 调节拖尾衰减速度, 以适应不同噪声分布。与固定拖尾、优化阈值 T 的传统设计相比, 新的非线性函数需同时优化阈值 T 和底数 a 。由于效能函数与检测性能密切相关^[16,17], 将非线性函数设计问题转化为关于自变量 (T, a) 的效能优化问题。最后, 由于效能关于自变量是连续、可导和单峰的函数, 故传统优化算法如Nelder-Mead Simplex(NMS)方法^[18,19]和Powell方法^[20,21]等均可快速有效地求解该优化问题, 得到基于指数函数的最优非线性变换函数。

2 非线性函数及其效能

考虑接收端受到加性白噪声影响, 接收信号模型为

$$x[n] = As[n] + w[n] \quad (1)$$

其中, $x[n]$ 为接收信号, $s[n]$ 为待检测信号, A 为信号幅度, $w[n]$ 为噪声。当 $w[n]$ 为脉冲噪声时, 传统的匹配滤波的检测性能严重下降。局部最优检测器可取得理论最优检测性能, 其非线性变换用的ZMNL函数为

$$g_o(x) = -f'(x)/f(x) \quad (2)$$

其中, $f(x)$ 表示噪声幅度PDF, $f'(x)$ 为其导数。不过当噪声无闭式PDF时, 式(2)就不便使用, 降低了LOD的实用性。信号检测可采用人为设计ZMNL函数来替代LOD的非线性变换。例如置零器和削波器分别为

$$g_{bl}(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq T \\ 0, & |x| > T \end{cases} \quad (3)$$

$$g_{cl}(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq T \\ T \cdot \text{sgn}(x), & |x| > T \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。 $g(x)$ 一般为奇函数。当ZMNL函数为 $g(x)$, N 次观测下相干处理的检测统计量为

$$T(g) = \sum_{n=1}^N g(x[n])s[n] \quad (5)$$

非线性函数 $g(x)$ 的检测性能可以通过效能函数来衡量。文献[3,12,16]分析了基于信号模型式(1)的检测统计量式(5)的分布, 指出了效能函数与信号检测性能的关系, 并且推导出效能函数的计算公式为

$$E(g) = \frac{\left[\int g(x)f'(x)dx \right]^2}{\int g^2(x)f(x)dx} \quad (6)$$

效能函数的重要性在于它与检测性能直接相关。例如, 最小频移键控(Minimum Shift Keying, MSK)系统的逐位相干检测误码率, 可计算为

$$P_e = Q \left[A\sqrt{E_s} \cdot E(g)/2 \right] \quad (7)$$

其中 Q 函数为标准正态分布的右尾函数, E_s 表示信号能量。式(6)中 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别体现了噪声和非线性函数的影响。以效能最大化为目标, 是非线性函数设计的一个新思路^[13,15]。相比传统基于PDF分析的思路, 效能优化的优点是与检测性能直接相关。

3 基于指数函数设计非线性变换

非线性拖尾设计采用指数函数 a^x , 有两个主要优点。首先, 当 $0 < a \leq 1$ 时, 指数函数 a^x 在 $x > 0$ 时单调递减, 衰减速度可由 a 灵活调整, 从而适应不同的脉冲噪声。其次, a^x 函数简单直观, 易于计算和分析。

与一般非线性变换相同, 本文设计的非线性变换函数为连续的ZMNL奇函数。下面讨论集中于该函数在 $x > 0$ 的情形, 其负半轴特性可由奇函数性质得到。即, 由 $x > 0$ 的 $g(x)$, 可得全域函数为

$$g(x) = g(|x|) \cdot \text{sgn}(x) \quad (8)$$

将非线性区域设计为指数函数 $y = a^x$, 线性区

域设计为 $y=x$, 接下来考虑如何将二者结合为一个连续函数。图1画出了ZMNL设计如何将线性区域与非线区域相结合的示意图。点划线 $y=x$ 为线性区域, 阈值 T 是待设计参数; 点线为指数函数 a^x , 必然经过点 $(0, 1)$, 底数 a 是待设计参数。在 $T>0$ 且 $0<a\leq 1$ 条件下, 非线性函数的构造需要移动指数函数至实线, 与 $y=x$ 相交于点 (T, T) 。

分析表明非线性函数具有3种构造模式, 分别介绍如下。

(1) X轴平移模式: 指数函数 $y=a^x$ 进行X轴平移, 通过点 (T, T) 。等价于将点 $(\log_a T, T)$ 平移到 (T, T) 点, 如图1(a)所示。实际上, 由于指数函数的性质, X轴平移模式等价于尺度变换。X轴平移模式的ZMNL函数设计为

$$g_X(x, T, a) = \begin{cases} x, & |x| \leq T \\ Ta^{|x|-T} \cdot \text{sgn}(x), & |x| > T \end{cases} \quad (9)$$

(2) Y轴平移模式: 指数函数 $y=a^x$ 进行Y轴平移, 通过点 (T, T) 。等价于将点 (T, a^T) 移动到 (T, T) 点, 如图1(b)所示。注意, 指数曲线向下移会产生负值, 而ZMNL函数要求在正半轴为非负数。故, Y轴平移模式的ZMNL函数为

$$g_Y(x, T, a) = \begin{cases} x, & |x| \leq T \\ \max(a^{|x|} - a^T + T, 0) \cdot \text{sgn}(x), & |x| > T \end{cases} \quad (10)$$

(3) 定点平移模式: 指数函数 $y=a^x$ 的定点 $(0, 1)$ 点沿X轴和Y轴移动, 使其经过点 (T, T) , 如图1(c)。由定点平移模式得到的ZMNL函数表示为

$$g_P(x, T, a) = \begin{cases} x, & |x| \leq T \\ \max(a^{|x|-T} - 1 + T, 0) \cdot \text{sgn}(x), & |x| > T \end{cases} \quad (11)$$

3种模式下的非线性函数均为分段连续函数, 具有共同的参数 (T, a) , 可调节阈值和衰减速度。3种非线性函数的特性表现相似, 下文将采用相同的优化设计方法, 再比较它们的效能和误码率性能。

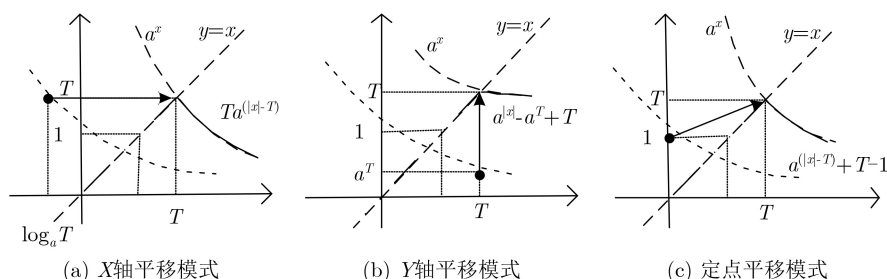


图1 非线性变换函数的3种模式示意图

4 非线性设计问题及解决算法

4.1 优化问题分析

基于指数函数构造非线性变换函数 $g(x, T, a)$ 如式(9)–式(11), 下面考虑优化赋值 (T, a) 以获得最佳检测效果。如前所述, 非线性函数对应的检测性能可以用效能函数来衡量。因此, 可将 $g(x, T, a)$ 非线性设计问题转化为最大化效能函数的参数优化问题。以效能作为目标函数, 优化问题可表达为

$$\max_{T, a} E(g, T, a), \text{ s.t. } T > 0, 0 < a \leq 1 \quad (12)$$

$$E(g, T, a) = \frac{\left[\int g(x, T, a) f'(x) dx \right]^2}{\int g^2(x, T, a) f(x) dx} \quad (13)$$

式(12)属于一个约束下的2维优化问题。

要解决该优化问题, 需要分析目标函数, 即效能函数 $E(g_X, T, a)$, $E(g_Y, T, a)$, $E(g_P, T, a)$ 关于待优化参数 (T, a) 的函数特性, 然后基于特性找出 (T, a) 寻优方法。首先, 效能 $E(g, T, a)$ 是连续函数。由式(9)–式(11)可知 $g(x, T, a)$ 是 T 和 a 的连续函数, 式(13)中运算未改变其连续性。其次, 效能 $E(g, T, a)$ 是可导函数。由于式(9)–式(11)中 $g(x, T, a)$ 对于 T 和 a 为分段连续可微(piecewise continuously differentiable)函数, 且 $g(x, T, a)$ 在 x 的分段点值(如 T)对于 T 和 a 可导, 故可证明式(13)中积分运算关于 T 和 a 可导。因此, 效能是 T 和 a 的可导函数, 效能2维曲面是连续光滑的。再次, 效能 $E(g, T, a)$ 是单峰函数。这一特点由基于SaS分布和Class A分布等噪声模型的大量仿真验证得到。由于本文讨论未指明噪声模型, 也就未知 $f(x)$ 具体公式, 由理论证明较为困难。

一个典型仿真结果如图2所示, 其中SaS噪声 $\alpha=1.5, \sigma=1$ 。以图2(a) X轴平移模式下效能 $E(g_X, T, a)$ 为例, 效能曲面只存在一个局部最大值, 同时也是全局最大值。再分析效能曲线, 如图2(b)和图2(c)分别为某个参数固定时 $E(g_X, T, a)$ 关于另一个参数的曲线。图中 T_0 和 a_0 分别是 $E(g_X, T, a)$ 取得最大值

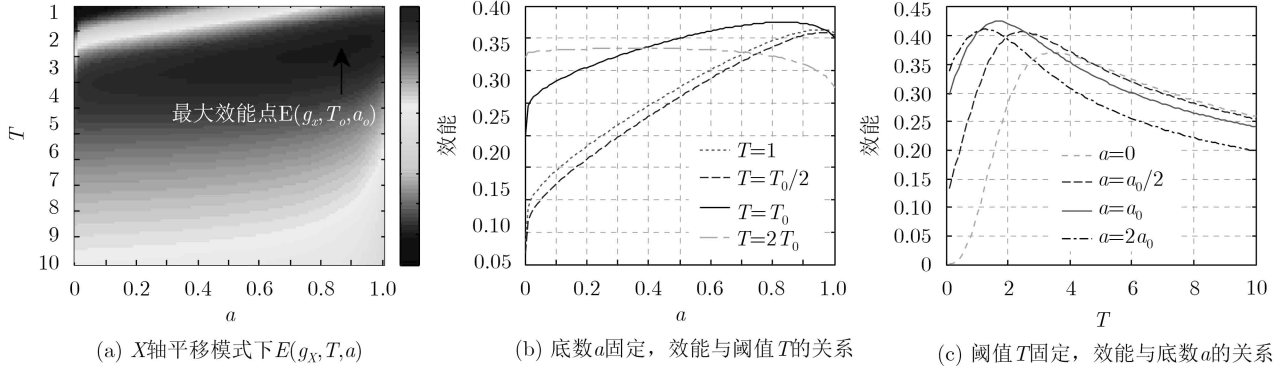


图2在SaS噪声下的 $E(g_X, T, a)$ 曲面与曲线, $\alpha=1.5, \sigma=1$

时对应的最优阈值和底数。由图可见, 无论是 T 或 a 固定, $E(g_X, T, a)$ 对于另一参数均为单峰。其余两种模式的仿真效能特性相近, 不再赘述。

效能函数含有复杂的运算, 包括积分、求导和除法。并且, 本文考虑一般脉冲噪声而非特定分布, 无法简化式(13)或推导理论最大值, 甚至不易计算1阶偏导。因此, 效能优化问题难以给出理论上的解析解。

4.2 数值优化算法

尽管问题式(12)难有理论解, 但是无导数的数值优化方法可以求解^[22]。并且, 基于效能函数的连续、可导和单峰特性, 所得解决算法是高效和实用的。数值优化算法可考虑单纯形NMS方法和Powell方法, 它们通常用法是最小化目标函数, 因此问题式(12)的目标函数被构造为

$$E_{NM}(g, T, a) = \begin{cases} -E(g, T, a), & T > 0, 0 < a \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

其中参数 (T, a) 在合理范围之外的目标函数值设置为0, 因此目标函数 $E_{NM}(g, T, a)$ 最小化变成了无约束的参数优化问题。

本文以NMS方法为例, 说明如何设计寻优问题式(12)的解决算法。NMS方法采用迭代运算, 含有反射参数 α_{NM} 、扩展参数 γ_{NM} 、压缩参数 β_{NM} 和收缩参数 σ_{NM} 。本文所设计的NMS算法要点如下。

目标函数: 采用式(14)中 $E_{NM}(g, T, a)$, 优化问题变成

$$\min_{T, a} E_{NM}(g, T, a) \quad (15)$$

属于一个关于参数 (T, a) 的无约束最小化的问题。

系数设置: 4个系数设置为NMS算法的常规值, 即

$$\alpha_{NM} = 1, \beta_{NM} = 0.5, \gamma_{NM} = 2, \sigma_{NM} = 0.5 \quad (16)$$

这也反映了效能优化对于NMS法来说是个常规问题。

迭代起点: 在噪声分布未知时, 起点可设定在 $(T_0, a_0) = (1, 0.5)$ 。此处 $a_0 = 0.5$ 表现为适中的衰减。实际上起点范围可以因噪声分布而变化。即使起点与最大值点位置偏差较大, NMS方法也会自动迭代收敛。

迭代停止: 当目标函数的优化比率小于门限 ρ 时, 停止优化。本文设置 $\rho = 10^{-3}$ 。

3种模式下的非线性设计, 首先将相应非线性函数式(9)–式(11), 代入目标函数 $E_{NM}(g, T, a)$ 中, 再通过NMS迭代程序得到各模式下的最佳阈值 T 和底数 a , 从而设计出非线性函数。

5 非线性设计的性能讨论

将本文所非线性函数设计与优化算法, 用于脉冲噪声常见的3种模型, 仿真其优化结果及效能的性能表现。为对比性能, 仿真了局部最优检测^[11]、最优削波器^[13]、最优置零器^[15]、GGM方法^[23]、最优GZMNL^[24]。为了量化比较, 以具有最佳检测性能的局部最优检测为基准, 计算各种方法的性能损失。由式(6)和式(7)可见, 效能函数与检测误码率直接相关, 具有类似于信噪比的作用。因此, 评价其它方法相对于局部最优检测的信噪比损失, 可以计算为

$$\text{SNR}_{\text{loss}}(g) = -20 \times \lg \left\{ \frac{\left[\int g(x) f'(x) dx \right]^2}{\int g^2(x) f(x) dx} \right. \\ \left. \Bigg/ \frac{\left[\int g_{\text{lo}}(x) f'(x) dx \right]^2}{\int g_{\text{lo}}^2(x) f(x) dx} \right\} \quad (17)$$

其单位为dB。信噪比损失数值为正数, 越接近0表示损失越小, 该非线性变换越接近最优。

5.1 SaS噪声中设计与分析

SaS分布为零对称的 α 稳定分布。SaS分布常无闭式PDF, 通过其特征函数来计算数值, 即

$$f_{\alpha,\gamma}(x) = \text{IFT}[\exp(-|\sigma w|^\alpha)] \quad (18)$$

其中 $0 < \alpha \leq 2$ 是特征指数, $\gamma = \sigma^\alpha$ 是分散系数, $\text{IFT}(\cdot)$ 表示逆傅里叶变换。

首先对设计的3种模式的非线性函数进行仿真, 并与其它非线性函数进行比较。仿真参数为 $\alpha=1.5$, $\sigma=1$ 的SaS噪声, 采用NMS法设计各模式下的非线性函数。各非线性函数绘制如图3。其中, X轴平移模式、Y轴平移模式、定点平移模式为本文提出方法与之对比, LOD函数值为数值仿真, 代表最佳的非线性。指数函数非线性, GZMNL, GGM和LOD与最优削波器具有相近的线性区域阈值, 而最优置零器的阈值则高很多。指数拖尾的衰减速度低于LOD拖尾, 但对对应效能基本相等。因此, 非线性设计并不一定追求与LOD函数相似, 而是在

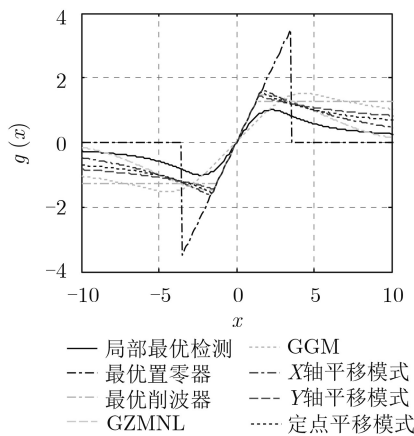


图3 SaS噪声中非线性函数比较

它们自己的函数族 $g(x, T, a)$ 中取得最大效能。

优化设计3种模式下的非线性变换函数, 考虑SaS噪声参数 $1 \leq \alpha \leq 1.9$ 和 $\sigma=1$ 。3种非线性设计的最佳效能如图4所示。显然, LOD取得最佳效能; 指数函数的X轴、Y轴和定点平移模式平均达到LOD效能的99.5%, 99.1%和99.3%; GZMNL效能接

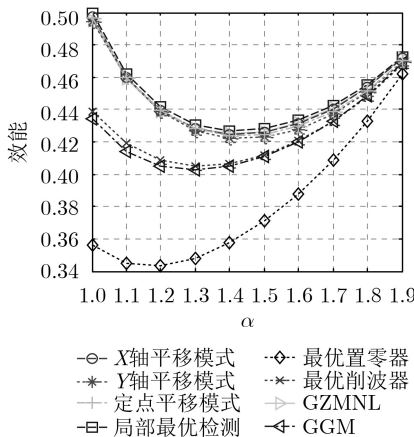


图4 SaS噪声中非线性函数效能

近最优; 最优削波器和GGM次优, 与最大效能有明显差距; 最优置零器最差, 不适用于SaS噪声的非线性处理。根据式(17), 可以求得以上各个方法在SaS噪声中的平均信噪比损失, 指数函数X轴、Y轴和定点平移模式的信噪比损失分别为0.04 dB, 0.08 dB和0.06 dB; GZMNL和GGM的信噪比损失分别为0.4 dB和0.5 dB; 最优置零器和最优削波器信噪比损失分别为1.46 dB和0.46 dB。由此可以看出本文方法的信噪比损失很小, 接近最优。

5.2 Class A噪声中设计与分析

Class A模型的概率密度函数可以表示为^[25]

$$f_{A,\Gamma,\sigma}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-A} A^m}{m!} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp(-x^2/2\sigma_m^2) \quad (19)$$

其中 $\sigma_m^2 = \sigma^2(m/A + \Gamma)/(1 + \Gamma)$, A 表示脉冲指数, m 表示脉冲分量数, σ^2 表示噪声的平均功率, Γ 表示高斯脉冲功率比, 为输入干扰的独立高斯部分的强度和而非高斯部分的强度的比率。

仿真3种非线性函数模式在Class A噪声中的优化设计, 并与其它非线性函数比较。在 $\sigma=1$, $\Gamma=0.01$ 时各方式的效能结果如图5。LOD取得最大效能; X轴、Y轴和定点平移模式平均达到最大效能的99.6%, 99.6%和99.7%; GZMNL效能接近最大效能; 最优置零器和GGM为次优; 最优削波器最差。根据式(17)表达式, 可求得各个方法在Class A噪声中的平均信噪比损失, 指数函数X轴、Y轴和定点平移模式的信噪比损失分别为0.04 dB, 0.03 dB和0.03 dB; GZMNL和GGM的信噪比损失分别为0.21 dB和0.79 dB; 最优置零器和最优削波器信噪比损失分别为0.23 dB和3.38 dB。可见本文方法相对于最优检测的信噪比损失很小。

5.3 高斯混合噪声中设计与分析

高斯混合噪声可看作两种分量的高斯混合模型, 它的PDF为^[26,27]

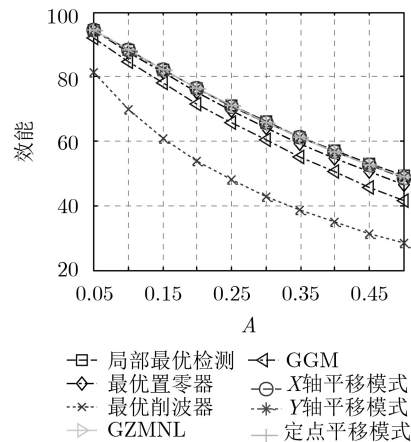


图5 Class A噪声中非线性函数效能

$$f_\varepsilon(x) = \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (20)$$

其中 ε 表示脉冲噪声发生的概率， σ_1^2 和 σ_2^2 分别表示高斯分量和脉冲分量的方差。在非线性设计与效

能仿真中，设置 $\sigma_1^2=1$ ，改变 $(\varepsilon, \sigma_2^2)$ 表示不同的情况。 ε 保持较小，表示高斯分量在发生概率中占主导地位。改变脉冲分量的 σ_2^2 ，表示非高斯分量功率变化。最后，各非线性处理方法的效能值如表1。

表1 高斯混合噪声中非线性变换的效能

$(\varepsilon, \sigma_2^2)=$	(0.3 10)	(0.3 100)	(0.3 1000)	(0.1 10)	(0.1 100)	(0.1 1000)	(0.01 10)	(0.01 100)	(0.01 1000)
局部最优检测	0.5198	0.5709	0.6338	0.7935	0.8316	0.8678	0.9695	0.9796	0.9846
最优置零器	0.4637	0.5421	0.6196	0.7624	0.8160	0.8611	0.9647	0.9752	0.9837
最优削波器	0.4592	0.3906	0.3662	0.7407	0.6958	0.6793	0.9568	0.9453	0.9409
GZMNL	0.5056	0.5674	0.6328	0.7883	0.8300	0.8672	0.9689	0.9774	0.9846
GGM	0.4540	0.4982	0.5791	0.7576	0.7924	0.8311	0.9620	0.9691	0.9773
X轴平移模式	0.5079	0.5652	0.6313	0.7880	0.8286	0.8665	0.9686	0.9772	0.9845
Y轴平移模式	0.4939	0.5044	0.5512	0.7626	0.7614	0.7858	0.9599	0.9557	0.9589
定点平移模式	0.5091	0.5282	0.5697	0.7776	0.7837	0.8032	0.9636	0.9618	0.9641

由表1效能可见，LOD始终最优。基于指数函数的X轴平移模式，在各组参数中平均能够达到LOD效能的99.4%，Y轴和定点平移模式与LOD效能的平均比率为93.6%和95.6%。GZMNL与X轴平移模式的效能基本相同。最优置零器、最优削波器和GGM的效能都有不同程度的损失。由式(17)计算各个方法再混合高斯噪声中的平均信噪比损失，指数函数X轴、Y轴和定点平移模式的信噪比损失分别为0.05 dB、0.58 dB和0.39 dB；GZMNL和GGM的信噪比损失分别为0.04 dB和0.51 dB；最优置零器和最优削波器信噪比损失分别为0.25 dB和1.58 dB。可以看到，指数函数X轴平移和GZMNL方法的信噪比损失最小。

综合以上针对3种常用脉冲噪声模型的非线性设计仿真，可以归纳出，基于指数函数的非线性变换和优化设计，能够在不同噪声模型中取得基本最优的效能。尤其是，X轴平移模式最为稳健，相对于最优检测的LOD只有约0.04 dB的损失。GZMNL优化效能表现也很好，但其计算公式更为复杂。因此推荐采用X轴平移模式的指数函数非线性变换设计。

6 相关讨论与误码率仿真

前面给出了基于指数函数的非线性函数设计与优化方法，并验证了它在各种脉冲噪声模型中的有效性。本节介绍一些实用场景的扩展设计，简要讨论关于运算稳健性和速度，及仿真基于实测数据的误码率。

6.1 实用的3种扩展设计

基于指数函数设计的非线性函数具有良好特

性，使其能够针对具体场景进行扩展设计，达到更为高效和稳健运用的目的。

(1) 函数拟合的快速设计方法。对多种噪声模型在不同参数下的非线性设计表明，当噪声模型参数改变时，最优参数 T_0 和 a_0 是连续变化的。如图6展示了SaS噪声下的最优参数，与噪声特征 α 有简单关系。可将最优参数视为噪声参数的函数，采用近似拟合的思路，实现最佳参数值的快速运算。例如，可参考文献[24]提出的多项式法，将最优参数拟合为 α 的2次函数。

(2) 查表插值的快速设计方法。基于噪声模型参数与最佳函数参数的统计数据，可用查表插值法来实现非线性变换的快速设计。查表插值法原理简单，实用性强，可直接用于含多个特性参数的噪声模型，如Class A模型和高斯混合模型。

(3) 针对未知噪声的稳健设计。当噪声分布未知时，本文的非线性设计方法同样可用。采用非参数化的核密度估计(Kernel Density Estimation, KDE)方法，基于观测样本来估计噪声PDF，用于

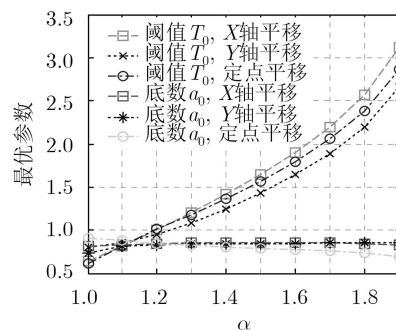


图6 在SaS噪声 α 变化时的最优参数

效能计算式(13)和优化问题式(15)。设计过程中的一些要点可参考文献[15]中的相关讨论,在此不再赘述。

6.2 稳健性与运算效率

在处理脉冲噪声时,本文方法的实际运用可分为两步。第1步:非线性函数设计。根据先验已知的噪声分布或基于噪声样本估计,得到噪声分布PDF,然后代入问题式(15)并采用数值优化求解,设计出非线性函数。第2步:运用非线性函数对接收数据进行非线性变换,得到检测统计量如式(5),再用于判决准则。

本文采用数值优化方法来解决式(15),其求解算法的稳健性可由3点说明:(1)目标函数即效能,是关于待优化参数的连续可导和单峰函数,有利于优化算法的迭代收敛。(2)求解寻优问题式(15),采用一般传统方法即可,无须特别设计算法或参数,说明该问题只是一个易解决的常规优化问题。(3)针对脉冲噪声3种模型的各种参数组合以及未知分布噪声样本,本文优化算法结果均为收敛,所设计非线性函数能获得最大效能,故本文方法稳健性也得到了大量仿真的验证。

最后,本文优化算法的求解速度快。本文设置迭代终止条件为优化比率小于阈值 $\rho=10^{-3}$,统计在各种噪声模型中NMS方法的平均迭代次数结果为:图4中SaS分布的X轴、Y轴和定点平移模式设计分别迭代38,46,41次;图5中Class A分布的3种模式分别迭代53,42,49次;表1中高斯混合分布的3种模式分别迭代43,39,38次。采用个人电脑Inter(R)Core(TM)i7-7700 CPU@3.60GHz内存8 G,针对一种噪声的设计时间为1 s,运算时间很短。

6.3 实测大气噪声的误码率仿真

下面采用本文方法仿真实测大气噪声下的通信误码率。实测数据由大地电磁探测仪采集^[5],过滤掉工频干扰后,数据幅度较符合SaS噪声的分布。由样本分位数方法^[28],SaS参数估计值为 $\alpha=1.54$, $\sigma=0.09$ 。仿真MSK调制信号,码元内样本数 $N=500$ 。MSK信号与实测大气噪声数据之和为通信接收信号。

由各种处理方法的误码率的蒙特卡洛实验仿真结果如图7。可见,本文提出的非线性变换设计与LOD的误码率相同;GGM方法和最优削波器的误码率也很接近;最优置零器的抑制效果最差。总体看来,误码率优劣顺序与5.1节中仿真效能大小排序是一致的。就误码率达到2%来看,本文方法比传统线性相关法提升了约8 dB,比传统置零器所需信噪比提升了约1 dB,符合5.1节中的信噪比损失数值。

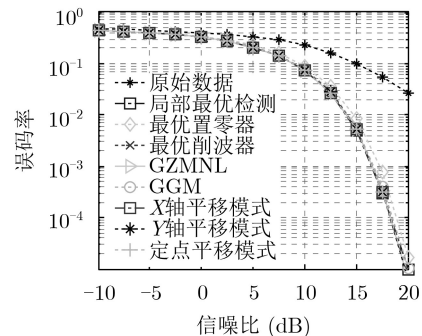


图7 通信误码率与信噪比的关系

7 结论

针对脉冲噪声下的信号检测,本文首次提出了基于指数函数的非线性拖尾设计,提供了一种新的非线性变换函数。本文非线性设计有两大优点。(1)为各种噪声模型提供了一个统一的解决方法。传统非线性设计,如削波器和置零器,常仅适用于单一噪声模型;本文非线性函数利用了指数函数的灵活性,设计指数参数以调节拖尾形状,适用于各种模型的脉冲噪声。(2)本文非线性设计能够达到几乎最优的检测性能。本文设计与检测性能正相关的效能作为优化目标,其优化设计能直接提高检测性能。在脉冲噪声的3种常用模型中,本文设计与理论最优检测常常只有不到约0.1 dB的损失,明显优于传统非线性函数。最后,本文推荐采用X轴平移模式的非线性函数设计,因其闭式表达式最简单且性能表现最稳健。

参考文献

- [1] NIKIAS C L and SHAO Min. Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications[M]. New York: Wiley, 1995: 67-73.
- [2] 吕新荣,李有明,余明宸. OFDM系统的信道与脉冲噪声的联合估计方法[J]. 通信学报, 2018, 39(3): 191-198. doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2018047.
LYU Xinrong, LI Youming, and YU Mingchen. Joint channel and impulsive noise estimation method for OFDM systems[J]. *Journal on Communications*, 2018, 39(3): 191-198. doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2018047.
- [3] OH H and NAM H. Design and performance analysis of nonlinearity preprocessors in an impulsive noise environment[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, 66(1): 364-376. doi: 10.1109/TVT.2016.2547889.
- [4] LU Lu, ZHAO Haiquan, and CHAMPAGNE B. Distributed nonlinear system identification in α -stable noise[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(7): 979-983. doi: 10.1109/LSP.2018.2835763.

- [5] 罗忠涛, 卢鹏, 张杨勇, 等. 大气噪声幅度分布与抑制处理分析[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(7): 1443–1448. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.07.05](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.07.05).
LUO Zhongtao, LU Peng, ZHANG Yangyong, *et al.* Analysis on amplitude distribution and suppression techniques of atmospheric noise[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(7): 1443–1448. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.07.05](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.07.05).
- [6] MIDDLETON D. Non-Gaussian noise models in signal processing for telecommunications: New methods and results for class A and class B noise models[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1999, 45(4): 1129–1149. doi: [10.1109/18.761256](https://doi.org/10.1109/18.761256).
- [7] SAAIFAN K A and HENKEL W. Decision boundary evaluation of optimum and suboptimum detectors in class-A interference[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(1): 197–205. doi: [10.1109/TCOMM.2012.100812.110565](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2012.100812.110565).
- [8] RABIE K M, ADEBISI B, TONELLO A M, *et al.* For more energy-efficient Dual-hop DF relaying power-line communication systems[J]. *IEEE Systems Journal*, 2018, 12(2): 2005–2016. doi: [10.1109/JSYST.2016.2639321](https://doi.org/10.1109/JSYST.2016.2639321).
- [9] ZHIDKOV S V. Performance analysis and optimization of OFDM receiver with blanking nonlinearity in impulsive noise environment[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2006, 55(1): 234–242. doi: [10.1109/tvt.2005.858191](https://doi.org/10.1109/tvt.2005.858191).
- [10] ROŽIĆ N, BANELLI P, BEGUŠIĆ D, *et al.* Multiple-threshold estimators for impulsive noise suppression in multicarrier communications[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(6): 1619–1633. doi: [10.1109/TSP.2018.2793895](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2793895).
- [11] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume II: Detection Theory[M]. Prentice-Hall, 1998: 626–645.
- [12] LI Xutao, SUN Jun, WANG Shouyong, *et al.* Near-optimal detection with constant false alarm ratio in varying impulsive interference[J]. *IET Signal Processing*, 2013, 7(9): 824–832. doi: [10.1049/iet-spr.2013.0024](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2013.0024).
- [13] ZHANG Guoyong, WANG Jun, YANG Guosheng, *et al.* Nonlinear processing for correlation detection in symmetric alpha-stable noise[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(1): 120–124. doi: [10.1109/LSP.2017.2776317](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2776317).
- [14] RABIE K M and ALSUSAE E. On improving communication robustness in PLC systems for more reliable smart grid applications[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2015, 6(6): 2746–2756. doi: [10.1109/TSG.2015.2430528](https://doi.org/10.1109/TSG.2015.2430528).
- [15] 罗忠涛, 卢鹏, 张杨勇, 等. 抑制脉冲型噪声的限幅器自适应设计[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(5): 1160–1166. doi: [10.11999/JEIT180609](https://doi.org/10.11999/JEIT180609).
LUO Zhongtao, LU Peng, ZHANG Yangyong, *et al.* Adaptive design of limiters for impulsive noise suppression[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(5): 1160–1166. doi: [10.11999/JEIT180609](https://doi.org/10.11999/JEIT180609).
- [16] LUO Zhongtao, LU Peng, and ZHANG Gang. Locally optimal detector design in impulsive noise with unknown distribution[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2018, No. 34: 1–12. doi: [10.1186/s13634-018-0560-x](https://doi.org/10.1186/s13634-018-0560-x).
- [17] VASTOLA K. Threshold detection in narrow-band non-Gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1984, 32(2): 134–139. doi: [10.1109/TCOM.1984.1096037](https://doi.org/10.1109/TCOM.1984.1096037).
- [18] NELDER J A and MEAD R. A simplex method for function minimization[J]. *The Computer Journal*, 1965, 7(4): 308–313. doi: [10.1093/comjnl/7.4.308](https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308).
- [19] WRIGHT M H. Direct search methods: Once scorned, now respectable[C]. 1995 Dundee Biennial Conference in Numerical Analysis, Dundee, UK, 1996: 191–208.
- [20] POWELL M J D. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives[J]. *The Computer Journal*, 1964, 7(2): 155–162. doi: [10.1093/comjnl/7.2.155](https://doi.org/10.1093/comjnl/7.2.155).
- [21] PRESS W H, TEUKOLSKY S A, VETTERLING W T, *et al.* Section 10.7. Direction Set (Powell's) Methods in Multidimensions[M]. 3rd ed. New York: Cambridge University Press, 2007: 123–134.
- [22] CONN A R, SCHEINBERG K, and VICENTE L N. Introduction to Derivative-free Optimization[M]. Philadelphia: SIAM, 2009: 155–164.
- [23] 罗忠涛, 卢鹏, 张杨勇, 等. 基于高斯化-广义匹配的脉冲型噪声处理方法研究[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(12): 2928–2935. doi: [10.11999/JEIT180191](https://doi.org/10.11999/JEIT180191).
LUO Zhongtao, LU Peng, ZHANG Yangyong, *et al.* A novel method for nonlinear processing in impulsive noise based on Gaussianization and generalized matching[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(12): 2928–2935. doi: [10.11999/JEIT180191](https://doi.org/10.11999/JEIT180191).
- [24] LUO Zhongtao, GUO Renming, ZHANG Xinshu, *et al.* Optimal and efficient designs of Gaussian-tailed nonlinearity in symmetric α -stable noise[J]. *Electronics Letters*, 2019, 55(6): 353–355. doi: [10.1049/el.2018.7347](https://doi.org/10.1049/el.2018.7347).
- [25] ARIF M, NASEEM I, MOINUDDIN M, *et al.* Design of optimum error nonlinearity for channel estimation in the presence of Class-A impulsive noise[C]. The 6th International Conference on Intelligent and Advanced Systems, Kuala Lumpur, Malaysia, 2016: 1–6. doi: [10.11999/JEIT180191](https://doi.org/10.11999/JEIT180191).

- [10.1109/ICIAS.2016.7824137](https://doi.org/10.1109/ICIAS.2016.7824137).
- [26] IKPEHAI A, ADEBISI B, RABIE K M, *et al.* Energy-efficient vector OFDM PLC systems with dynamic peak-based threshold estimation[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 10723–10733. doi: [10.1109/ACCESS.2017.2709254](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2709254).
- [27] PENG Siyuan, CHEN Badong, SUN Lei, *et al.* Constrained maximum correntropy adaptive filtering[J]. *Signal Processing*, 2017, 140: 116–126. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.05.009](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.05.009).
- [28] 邱天爽, 张旭秀, 李小兵, 等. 统计信号处理: 非高斯信号处理及其应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004: 165–166.
QIU Tianshuang, ZHANG Xuxiu, LI Xiaobing, *et al.* Statistical Signal Processing: Non-Gaussian Signal Processing and Its Application[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004: 165–166.
- 罗忠涛: 男, 1984年生, 讲师, 硕士生导师, 研究方向为统计信号处理与数字图像处理.
- 詹燕梅: 女, 1995年生, 硕士生, 研究方向为非高斯噪声信号处理理论与技术.
- 郭人铭: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为大气噪声分析与低频通信技术.
- 张杨勇: 男, 1983年生, 高级工程师, 研究方向为低频通信技术与信号处理.