

稀疏拉伸式L型极化敏感阵列的二维波达方向和极化参数联合估计

马慧慧* 陶海红

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 为降低现有的共心式矢量传感器阵列天线间存在的严重互耦影响, 进一步提高参数估计精度, 该文提出一种稀疏拉伸式L型极化敏感阵列(SSL-PSA), 并针对该阵列提出一种二维波达方向(DOA)和极化参数联合估计算法。首先建立稀疏拉伸式极化敏感阵列的信号模型, 然后将阵列划分为6个子阵, 采用子空间旋转不变算法(ESPRIT)算法得到多个旋转不变因子(RIFs), 再根据旋转不变因子间的关系, 通过数学运算, 得到一组方向余弦有模糊精估计值和4组无模糊粗估计值; 然后重构出对应的4组导向矢量, 根据导向矢量和噪声子空间的正交性, 确定出正确的一组无模糊粗估计值; 最后通过现有的解模糊方法得到高精度且无模糊的DOA和极化参数估计值。该文所提阵列不存在共心结构, 相对于现有的含有共心式矢量传感器结构的阵列, 大大降低了互耦影响, 且可在不增加天线数目的前提下, 有效扩展阵列的2维孔径, 大大提高DOA估计精度。仿真结果证明该文所提方法的有效性。

关键词: 稀疏拉伸式L型极化敏感阵列; 波达方向; 极化; 阵列互耦

中图分类号: TN823; TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)04-0902-08

DOI: [10.11999/JEIT190208](https://doi.org/10.11999/JEIT190208)

Joint 2D-DOA and Polarization Parameter Estimation with Sparsely Stretched L-shaped Polarization Sensitive Array

MA Huihui TAO Haihong

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In order to reduce the serious mutual coupling effect across the elements of the existing collocated vector sensor array and further improve the parameter estimation accuracy, a Sparsely Stretched L-shaped Polarization Sensitive Array (SSL-PSA) is proposed, and a novel method for estimating the azimuth-elevation angles as well as polarization parameters is presented accordingly. Firstly, the signal model of SSL-PSA is established. Then, the SSL-PSA is divided into 6 subarrays, thus the ESPRIT algorithm can be utilized to estimate the Rotational Invariant Factors (RIFs). On this basis, a set of fine but ambiguous estimates and four sets of unambiguous coarse estimates of direction cosine are obtained by a series of mathematical operations. Then, four corresponding steering vectors can be reconstructed and the correct coarse direction-cosine estimation can be determined according to the orthogonality of the steering vector and the noise subspace. Finally, the estimates of Direction-Of-Arrival (DOA) and polarization parameter can be achieved by the existing disambiguate method. Compared to the existing polarization sensitive array consists of collocated vector sensor, the proposed one has no collocated configuration, which can reduce the mutual coupling effect. Additionally, the proposed method can also extend the spatial aperture and refine the direction-finding accuracy without adding any redundant antennas. Simulations are carried out to verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: Sparsely Stretched L-shaped Polarization Sensitive Array (SSL-PSA); Direction Of Arrival(DOA); Polarization; Mutual coupling

1 引言

极化敏感阵列不仅可以获取入射电磁波信号的空域和时域信息, 还可以完整地获取信号极化域信息, 其性能要优于标量传感器阵列, 是阵列信号处理的一个前沿领域, 在雷达、通信、声呐和生物学等众多领域有着广阔的应用前景^[1]。极化敏感阵列参数估计是极化敏感阵列信号处理的关键技术, 目前已在这方面取得了一些研究成果。文献^[2,3]成功将常规标量阵列的波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计方法推广至极化敏感阵列, 有子空间旋转不变算法(ESPRIT)^[2], 多重信号分类算法(MUSIC)^[3]。除此常规算法之外, 另有一些极化敏感阵列特有的DOA估计技术: 如针对全电磁矢量传感器(EMVS)阵列的矢量叉乘DOA估计算法^[4], 相较于超分辨算法该算法实现简单, 计算量小; 在取得EMVS阵列流形前提下, 文献^[5,6]给出了EMVS中任意2个分量和任意3个分量的DOA和极化估计算法; 文献^[7]提出了基于平行因子分析的DOA和极化联合估计算法, 文献^[8]对多项式相位信号提出了DOA和极化参数联合估计算法; 文献^[9]提出了双基MIMO矢量传感器阵列, 同时利用了波形分集、空间分集和极化分集, 提高了常规MIMO阵列的参数估计性能; 文献^[10]针对相干信号源, 对双基MIMO矢量传感器阵列提出了一种空域-极化域平滑解相干算法。

但是上述研究^[2-10]均是建立在极化敏感天线共点配置, 共心式矢量传感器各极化天线互耦效应明显, 导致算法性能严重下降, 且制作成本高。空间分离式极化敏感天线可由共心式矢量传感器的多极化分量在空间上分离开来构成, 阵元间互耦较低, 也易于由标量天线升级而成, 如改变天线指向。鉴于此, 文献^[11]采用分离式电磁矢量传感器, 结合矢量叉积算法得到1维孔径扩展, 但整体测量精度并不高, 且存在电磁响应不一致的问题; 文献^[12]利用单偶极子避免了电磁响应不一致的问题; 文献^[13]进一步扩展了文献^[12]的阵型, 阵列排布形式更灵活。但文献^[11-13]都利用时域ESPRIT算法, 要求信号单频且信号之间必须不同频, 阵列可扩展性差, 且可估计信源个数仅分别为6和4; 文献^[14]运用空间ESPRIT算法, 对信号要求降低, 但需要利用稀疏恢复的方法进行粗估计, 布阵复杂, 且运算复杂度高, 且双正交偶极子只能是以半波长间距在空间上分离开, 互耦效应明显。文献^[15]提出了一种由交叉偶极子构成的新型的稀疏分布极化敏感阵列, 阵元之间间距大于半波长, 利用空间ESPRIT算法降低了对信号的要求, 不需要计算阵列导向矩

阵, 运算量较少, 但采用的共心式交叉偶极子结构(包括双正交偶极子、三偶极子组)内部各极化天线的互耦效应会严重影响参数估计精度, 针对这个问题, 本文提出了一种稀疏拉伸式L型极化敏感阵列(Sparsely Stretched L-shaped Polarization Sensitive Array, SSL-PSA), 并针对该阵列提出一种基于空域ESPRIT的改进参数估计算法, 首先划分子阵, 利用空域旋转不变关系得到6个旋转不变因子, 通过数学运算得到一组方向余弦有模糊精估计值和多组无模糊粗估计值, 然后重构出多组对应的导向矢量, 根据导向矢量和噪声子空间的正交性, 提取出正确的一组无模糊粗估计值, 进而通过解模糊方法得到高精度无模糊参数估计值。相对于文献^[15], 本文所提阵列的稀疏拉伸配置可大大降低偶极子天线间的互耦影响, 且在不增加天线数目和硬件复杂度的前提下, 可进一步扩展阵列孔径, 提高参数估计精度。

本文首先在第2节建立了阵列信号模型, 第3节针对该阵型给出了2D-DOA和极化参数联合估计算法, 第4节对所提算法进行仿真分析并验证其有效性, 第5节给出结论。

2 信号模型和阵列结构

假设入射信号为均匀介质中传播的远场窄带均匀横电磁波, 接收阵列模型如图1所示, 其中平行于 x 轴和 y 轴的电偶极子各为 M 个, 平行于 z 轴的电偶极子为 $2M+1$ 个, 相邻天线距离为 $d(d \gg \lambda/2)$, λ 为信号的波长。位于 y 轴、 x 轴上电偶极子的流形矩阵可分别表示为

$$\mathbf{A}_y = [\mathbf{a}_{y1} \ \mathbf{a}_{y2} \ \cdots \ \mathbf{a}_{yK}] \in \mathbb{C}^{(2M+1) \times K} \quad (1)$$

$$\mathbf{A}_x = [\mathbf{a}_{x1} \ \mathbf{a}_{x2} \ \cdots \ \mathbf{a}_{xK}] \in \mathbb{C}^{2M \times K} \quad (2)$$

其中, \mathbf{a}_{yk} 为位于 y 轴上电偶极子的导向矢量, \mathbf{a}_{xk} 为位于 x 轴上电偶极子(不包含原点阵元)的导向矢量, 可分别表示为

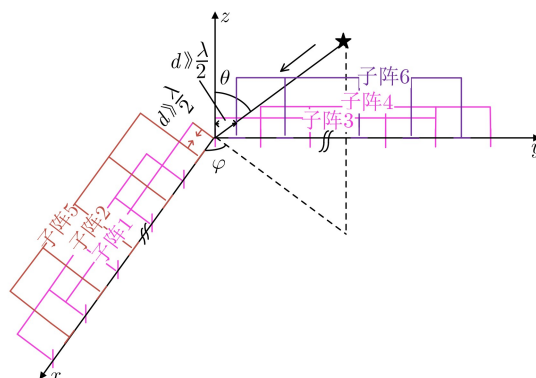


图1 SSL-PSA的空间结构

$$\mathbf{a}_{yk} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_k \sin \gamma_k e^{j\eta_k} \mathbf{q}_{yk} \otimes \left[\cos \varphi_k \cos \gamma_k \right. \\ \left. + \sin \varphi_k \cos \theta_k \sin \gamma_k e^{j\eta_k} \right. \\ \left. - \sin \theta_k \sin \gamma_k e^{j\eta_k} e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} v_k} \right] \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{q}_{yk} = \left[e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} v_k}, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} 3v_k}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} (2M-1)v_k} \right] \quad (4)$$

$$\mathbf{a}_{xk} = \mathbf{q}_{xk} \otimes \left[-\sin \varphi_k \cos \gamma_k + \cos \varphi_k \cos \theta_k \sin \gamma_k e^{j\eta_k} \right. \\ \left. - \sin \theta_k \sin \gamma_k e^{j\eta_k} e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} u_k} \right] \quad (5)$$

$$\mathbf{q}_{xk} = \left[e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} u_k}, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} 3u_k}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} (2M-1)u_k} \right] \quad (6)$$

其中, $\theta_k \in [0, \pi]$, $\varphi_k \in [0, 2\pi]$, $\gamma_k \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\eta_k \in [-\pi, \pi]$ 分别代表第 k 个入射信号的俯仰角、方位角、极化辅助角和极化相位差, \otimes 表示kronecker积。 $u_k = \sin \theta_k \cos \varphi_k$, $v_k = \sin \theta_k \sin \varphi_k$ 。

综上, 可以得到接收信号矩阵为

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{yk} \\ \mathbf{a}_{xk} \end{bmatrix} s_k(t) + \mathbf{n}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k s_k(t) + \mathbf{n}(t) \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_y \\ \mathbf{A}_x \end{bmatrix} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (7)$$

其中, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_k(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为入射信号, $\mathbf{n}(t)$ 为高斯白噪声, \mathbf{A} 为阵列导向矩阵。

3 2D-DOA和极化参数联合估计算法

3.1 高精度有模糊的方向余弦估计

首先得到阵列接收信号的协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}} = \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(t_l) \mathbf{x}^H(t_l)$, 其中上标H表示共轭转置, 实际中可用有限个快拍数据的最大似然估计 $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(t_l) \mathbf{x}^H(t_l)$ 来替代。对 $\hat{\mathbf{R}}$ 进行特征值分解得 $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{E}_s \Sigma_s \mathbf{E}_s^H + \sigma_n^2 \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H$, 其中 \mathbf{E}_s 为信号子空间, \mathbf{E}_n 为噪声子空间。无噪情况下, 信号子空间和流形矢量张成相同空间, 即 $\mathbf{E}_s = \mathbf{A} \mathbf{T}$, \mathbf{T} 为唯一非奇异矩阵。

如图1所示, 取位于 x 轴且平行于 z 轴放置的前 M 个偶极子构成子阵1, 后 M 个偶极子构成子阵2; 位于 y 轴且平行于 z 轴放置的的前 M 个偶极子构成子阵3, 后 M 个偶极子构成子阵4; 则子阵1、子阵2、子阵3和子阵4的导向矩阵 \mathbf{A}_{xz1} , \mathbf{A}_{xz2} , 和 \mathbf{A}_{yz2} 满足如式(8)的关系

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{xz1} \boldsymbol{\psi}^u = \mathbf{A}_{xz2} \\ \mathbf{A}_{yz1} \boldsymbol{\psi}^v = \mathbf{A}_{yz2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

可以通过选择矩阵 \mathbf{P}_1^u , \mathbf{P}_2^u , \mathbf{P}_1^v 和 \mathbf{P}_2^v 对阵列流形的选取将式(8)进一步表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_1^u \mathbf{A} \boldsymbol{\psi}^u &= \mathbf{P}_2^u \mathbf{A} \\ \mathbf{P}_1^v \mathbf{A} \boldsymbol{\psi}^v &= \mathbf{P}_2^v \mathbf{A} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中, $\boldsymbol{\psi}^u = \text{diag} \left\{ e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} 2u_1}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} 2u_k}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} 2u_K} \right\}$, $\boldsymbol{\psi}^v = \text{diag} \left\{ e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} 2v_1}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} 2v_k}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} 2v_K} \right\}$, 且子阵1、子阵2、子阵3和子阵4的选择矩阵 \mathbf{P}_1^u , \mathbf{P}_2^u , \mathbf{P}_1^v 和 \mathbf{P}_2^v 可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_1^u &= \left[\mathbf{I}_{M \times 1} \quad \mathbf{O}_{M \times 2M} \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2M} \\ \mathbf{P}_{\text{sel}}(1 : M-1, 1 : 2M) \end{bmatrix} \right] \\ \mathbf{P}_2^u &= \left[\mathbf{O}_{M \times (2M+1)} \quad \mathbf{I}_M \otimes [0 \quad 1] \right] \\ \mathbf{P}_1^v &= \left[\mathbf{I}_M \otimes [1 \quad 0] \quad \mathbf{O}_{M \times (2M+1)} \right] \\ \mathbf{P}_2^v &= \left[\mathbf{O}_{M \times 1} \quad \mathbf{I}_M \otimes [0 \quad 1] \quad \mathbf{O}_{M \times 2M} \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{P}_{\text{sel}} = [\mathbf{I}_M \otimes [0 \quad 1]]$, $\mathbf{P}_{\text{sel}}(m : n, i : j)$ 表示矩阵 \mathbf{P}_{sel} 的第 m 行到第 n 行, 第 i 列到第 j 列的所有元素。将 $\mathbf{E}_s = \mathbf{A} \mathbf{T}$ 代入式(10), 可得到

$$\mathbf{P}_1^u \mathbf{E}_s \boldsymbol{\zeta}^u = \mathbf{P}_2^u \mathbf{E}_s \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\zeta}^u = (\mathbf{T}_x^u)^{-1} \boldsymbol{\psi}^u (\mathbf{T}_x^u) \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_1^v \mathbf{E}_s \boldsymbol{\zeta}^v = \mathbf{P}_2^v \mathbf{E}_s \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\zeta}^v = (\mathbf{T}_y^v)^{-1} \boldsymbol{\psi}^v (\mathbf{T}_y^v) \quad (14)$$

容易看出, 式(11)和式(13)可以用最小二乘法进行求解, 解得

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}}^u = \left[(\mathbf{P}_1^u \mathbf{E}_s)^H (\mathbf{P}_1^u \mathbf{E}_s) \right]^{-1} (\mathbf{P}_1^u \mathbf{E}_s)^H (\mathbf{P}_2^u \mathbf{E}_s) \quad (15)$$

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}}^v = \left[(\mathbf{P}_1^v \mathbf{E}_s)^H (\mathbf{P}_1^v \mathbf{E}_s) \right]^{-1} (\mathbf{P}_1^v \mathbf{E}_s)^H (\mathbf{P}_2^v \mathbf{E}_s) \quad (16)$$

由式(12)、式(14)可知, 对 $\hat{\boldsymbol{\zeta}}^u$ 和 $\hat{\boldsymbol{\zeta}}^v$ 进行特征值分解, 分别取 K 个最大的特征值, 即构成对角矩阵 $\hat{\boldsymbol{\psi}}^u$ 和 $\hat{\boldsymbol{\psi}}^v$ 。由于 $d > \lambda/2$, 故存在角度模糊值, 且一组高精度但有模糊的方向余弦估计值可由式(17)得到

$$\left. \begin{aligned} u_k^{\text{fine}} &= \frac{-\text{angle}[\hat{\boldsymbol{\psi}}^u]_k \lambda}{4\pi d} \\ v_k^{\text{fine}} &= \frac{-\text{angle}[\hat{\boldsymbol{\psi}}^v]_k \lambda}{4\pi d} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中, $\text{angle}(\cdot)$ 表示取复数值角度, 范围为 $-\pi \sim \pi$ 。根据文献[4]的结论, 方向余弦 $\{u_k, v_k\}$ ($k = 1, 2, \dots, K$) 的周期模糊值为

$$\begin{aligned} u_k^{\text{fine}, (m_k)} &= u_k^{\text{fine}} + m_k \frac{\lambda}{2d}, \quad [(-1 - u_k^{\text{fine}}) 2d/\lambda] \\ &\leq m_k \leq [(1 - u_k^{\text{fine}}) 2d/\lambda] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} v_k^{\text{fine}, (n_k)} &= v_k^{\text{fine}} + n_k \frac{\lambda}{2d}, \quad [(-1 - v_k^{\text{fine}}) 2d/\lambda] \\ &\leq n_k \leq [(1 - v_k^{\text{fine}}) 2d/\lambda] \end{aligned} \quad (19)$$

式中, $[\cdot]$ 表示上取整, $[\cdot]$ 表示下取整。定义

$\Xi^u = \text{diag} \left\{ e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} u_1}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} u_k}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} u_K} \right\}$, $\Xi^v = \text{diag} \left\{ e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} v_1}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} v_k}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} v_K} \right\}$, 则根据 $\hat{\psi}^u$ 和 $\hat{\psi}^v$, 可以估计得到 $\hat{\Xi}^u$ 和 $\hat{\Xi}^v$, 但 $\hat{\Xi}^u$ 和 $\hat{\Xi}^v$ 的元素估计值均存在有两种可能解, 其中必有一个是正确估计值, 一个是错误估计值。

$$\hat{\Xi}_k^u = \begin{cases} \hat{\Xi}_k^{u,(1)} = \sqrt{\psi_k^u} \\ \hat{\Xi}_k^{u,(2)} = -\sqrt{\psi_k^u} \end{cases}, \quad k=1,2,\dots,K \quad (20)$$

$$\hat{\Xi}_k^v = \begin{cases} \hat{\Xi}_k^{v,(1)} = \sqrt{\psi_k^v} \\ \hat{\Xi}_k^{v,(2)} = -\sqrt{\psi_k^v} \end{cases}, \quad k=1,2,\dots,K \quad (21)$$

3.2 粗估计无模糊方向余弦估计

如图1所示, 取平行于 x 轴放置的电偶极子构成子阵5, 平行于 y 轴放置的电偶极子构成子阵6, 类似于3.1节, 同理可得

$$P_2^u E_s \Omega^u = J_1^u E_s \quad (22)$$

$$\Omega^u = (T_{xz}^u)^{-1} \phi^u (T_{xz}^u) \quad (23)$$

$$P_1^v E_s \Omega^v = J_2^v E_s \quad (24)$$

$$\Omega^v = (T_{yz}^v)^{-1} \phi^v (T_{yz}^v) \quad (25)$$

其中,

$$\phi^u = \text{diag} \left\{ \frac{-\sin \varphi_1 \cos \gamma_1 + \cos \theta_1 \cos \varphi_1 \sin \gamma_1 e^{j\eta_1}}{-\sin \theta_1 \sin \gamma_1 e^{j\eta_1}} e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} u_1}, \dots, \frac{-\sin \varphi_K \cos \gamma_K + \cos \theta_K \cos \varphi_K \sin \gamma_K e^{j\eta_K}}{-\sin \theta_K \sin \gamma_K e^{j\eta_K}} e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} u_K} \right\},$$

$$\phi^v = \text{diag} \left\{ \frac{\cos \varphi_k \cos \gamma_k + \sin \varphi_k \cos \theta_k \sin \gamma_k e^{j\eta_k}}{-\sin \theta_1 \sin \gamma_1 e^{j\eta_1}} e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} v_1}, \dots, \frac{\cos \varphi_K \cos \gamma_K + \sin \varphi_K \cos \theta_K \sin \gamma_K e^{j\eta_K}}{-\sin \theta_K \sin \gamma_K e^{j\eta_K}} e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} v_K} \right\}, \text{ 且}$$

J_1^u , J_2^v 分别为子阵5和子阵6的选择矩阵, $J_1^u = [\mathbf{O}_{M \times (2M+1)} \quad \mathbf{I}_M \otimes [1 \ 0]]$, $J_2^v = [\mathbf{I}_M \otimes [0 \ 1] \quad \mathbf{O}_{M \times (2M+1)}]$ 。同样地, 式(22)和式(24)可用最小二乘法求解, 如式(26), 式(27)。

$$\varphi_k^{c,(h,l)} = \begin{cases} \arctan \left\{ \frac{-\text{Im} \left\{ \left[\hat{\xi}^{u,(h)} \right]_k \right\}}{\text{Im} \left\{ \left[\hat{\xi}^{v,(l)} \right]_k \right\}} \right\}, & \sin \eta_k \cdot \text{Im} \left\{ \left[\hat{\xi}^{v,(l)} \right]_k \right\} \geq 0, \\ \arctan \left\{ \frac{-\text{Im} \left\{ \left[\hat{\xi}^{u,(h)} \right]_k \right\}}{\text{Im} \left\{ \left[\hat{\xi}^{v,(l)} \right]_k \right\}} + \pi \right\}, & \sin \eta_k \cdot \text{Im} \left\{ \left[\hat{\xi}^{v,(l)} \right]_k \right\} < 0, \end{cases} \quad h, l = 1, 2 \quad (31)$$

$$P_k^{(h,l)} = -\text{Re} \left\{ \left[\hat{\xi}^{u,(h)} \right]_k \right\} \cos \varphi_k^{c,(h,l)} - \text{Re} \left\{ \left[\hat{\xi}^{v,(l)} \right]_k \right\} \sin \varphi_k^{c,(h,l)}, \quad h, l = 1, 2 \quad (32)$$

$$\theta_k^{c,(h,l)} = \begin{cases} \arctan \left\{ \frac{1}{P_k^{(h,l)}} \right\}, & P_k^{(h,l)} \geq 0, \\ \arctan \left\{ \frac{1}{P_k^{(h,l)}} + \pi \right\}, & P_k^{(h,l)} < 0, \end{cases} \quad h, l = 1, 2 \quad (33)$$

$$\gamma_k^{c,(h,l)} = \arctan \left\{ \frac{\cos \varphi_k^{c,(h,l)} \sin \eta_k^{c,(h,l)}}{\text{Im} \left\{ \left[\hat{\xi}^{v,(l)} \right]_k \right\} \sin \theta_k^{c,(h,l)}} \right\}, \quad h, l = 1, 2 \quad (34)$$

$$\Omega^u = \left[(P_2^u E_s)^H (P_2^u E_s) \right]^{-1} (P_2^u E_s)^H (J_1^u E_s) \quad (26)$$

$$\Omega^v = \left[(P_1^v E_s)^H (P_1^v E_s) \right]^{-1} (P_1^v E_s)^H (J_2^v E_s) \quad (27)$$

进而对 Ω^u 和 Ω^v 进行特征值分解, 分别取 K 个最大的特征值, 即构成对角矩阵 $\hat{\phi}^u$ 和 $\hat{\phi}^v$ 。

需要注意的是, 由于式(12)、式(14)、式(23)、式(25)的特征值分解是独立进行的, 得到的特征向量矩阵顺序可能不同, 但都来自于同一个矩阵 T , 所以需要进行配对。参照文献[15]的配对方法, 构造相关矩阵 $M_1 = (T_x^u)^{-1} (T_y^v)$, $M_2 = (T_x^u)^{-1} (T_{xz}^u)$, $M_3 = (T_x^u)^{-1} (T_{yz}^v)$, 找出每行中的最大值, 特征向量依据 T_x^u 进行排序, 即可得到对应信号的对角矩阵 $\hat{\psi}^u$, $\hat{\psi}^v$, $\hat{\phi}^u$, $\hat{\phi}^v$, $\hat{\Xi}^u$ 和 $\hat{\Xi}^v$ 。定义

$$\xi^v = \text{diag} \left\{ \frac{\cos \varphi_k \cos \gamma_k + \sin \varphi_k \cos \theta_k \sin \gamma_k e^{j\eta_k}}{-\sin \theta_1 \sin \gamma_1 e^{j\eta_1}}, \dots, \frac{\cos \varphi_K \cos \gamma_K + \sin \varphi_K \cos \theta_K \sin \gamma_K e^{j\eta_K}}{-\sin \theta_K \sin \gamma_K e^{j\eta_K}} \right\} \quad (28)$$

$$\xi^u = \text{diag} \left\{ \frac{-\sin \varphi_1 \cos \gamma_1 + \cos \varphi_1 \cos \theta_1 \sin \gamma_1 e^{j\eta_1}}{-\sin \theta_1 \sin \gamma_1 e^{j\eta_1}}, \dots, \frac{-\sin \varphi_K \cos \gamma_K + \cos \varphi_K \cos \theta_K \sin \gamma_K e^{j\eta_K}}{-\sin \theta_K \sin \gamma_K e^{j\eta_K}} \right\} \quad (29)$$

则根据 $\hat{\Xi}^u$, $\hat{\Xi}^v$, $\hat{\phi}^u$ 和 $\hat{\phi}^v$, 可得 ξ^v 和 ξ^u 的估计值, 而 $\hat{\xi}^v$ 和 $\hat{\xi}^u$ 的元素各存在有两种可能取值情况, 并结合文献[12]的结论, 可对对应得到4组DOA、极化参数估计值, 其中必有一组是正确估计值。

$$\hat{\xi}^v = \left\{ \begin{array}{l} \hat{\xi}^{v,(1)} = \left(\hat{\phi}^v \left(\hat{\Xi}^{v,(1)} \right)^{-1} \right) \\ \hat{\xi}^{v,(2)} = \left(\hat{\phi}^v \left(\hat{\Xi}^{v,(2)} \right)^{-1} \right) \end{array} \right\} \quad (30)$$

$$\hat{\xi}^u = \left\{ \begin{array}{l} \hat{\xi}^{u,(1)} = \left(\hat{\phi}^u \hat{\Xi}^{u,(1)} \right) \\ \hat{\xi}^{u,(2)} = \left(\hat{\phi}^u \hat{\Xi}^{u,(2)} \right) \end{array} \right\}$$

$$\eta_k^{c,(h,l)} = -\angle \left(\left[\hat{\xi}^{u,(h)} \right]_k \sin \varphi_k^{c,(h,l)} - \left[\hat{\xi}^{v,(l)} \right]_k \cos \varphi_k^{c,(h,l)} \right), \quad h, l = 1, 2 \quad (35)$$

用得到的每组参数估计值均可对应表达出一种阵列流形矢量 $\hat{\mathbf{a}}_k^{(h,l)}$ ($h, l = 1, 2$), 定义

$$z_k^{(h,l)} = \left[\hat{\mathbf{a}}_k^{(h,l)} \right]^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \left[\hat{\mathbf{a}}_k^{(h,l)} \right] \quad (36)$$

根据信号导向矢量与噪声子空间的正交性可知, 正确的参数粗估计值对应的阵列流形矢量使式(36)取得最小值。令

$$\{h^\circ, l^\circ\} = \arg \min_{h,l} |z_k^{(h,l)}|, \quad h, l = 1, 2 \quad (37)$$

则 $\{h^\circ, l^\circ\}$ 对应的一组参数估计值即为DOA、极化参数的粗估计值 $(\theta_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \varphi_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \gamma_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \eta_k^{c,(h^\circ,l^\circ)})$, 从而得到方向余弦的无模糊粗估计值

$$\left. \begin{aligned} u_k^c &= \sin \theta_k^{c,(h^\circ,l^\circ)} \cos \varphi_k^{c,(h^\circ,l^\circ)} \\ v_k^c &= \sin \theta_k^{c,(h^\circ,l^\circ)} \sin \varphi_k^{c,(h^\circ,l^\circ)} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

3.3 基于解模糊的4维参数闭式解

无模糊方向余弦估计值 $\{u_k^c, v_k^c, (k = 1, 2, \dots, K)\}$ 可作为解周期性模糊方向余弦精估计 $\{u_k^{\text{fine}}, v_k^{\text{fine}}, (k = 1, 2, \dots, K)\}$ 的参考值, 利用文献[4]的解模糊方法, 可得到方向余弦无模糊精估计值

$$\begin{aligned} u_k^{fl} &= u_k^{\text{fine}} + m_k^0 \frac{\lambda}{2d}, \quad m_k^0 \\ &= \arg \min_{m_k} |u_k^c - u_k^{\text{fine}} - m_k \lambda / (2d)| \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} v_k^{fl} &= v_k^{\text{fine}} + n_k^0 \frac{\lambda}{2d}, \quad n_k^0 \\ &= \arg \min_{n_k} |v_k^c - v_k^{\text{fine}} - n_k \lambda / (2d)| \end{aligned} \quad (40)$$

其中, m_k 和 n_k 的取值范围已在式(18)和式(19)中定义。进而可得信号俯仰角和方位角的高精度无模糊估计值:

$$\hat{\theta}_k = \begin{cases} \arcsin \left(\sqrt{(u_k^{fl})^2 + (v_k^{fl})^2} \right), & P_k \geq 0 \\ \arcsin \left(\sqrt{(u_k^{fl})^2 + (v_k^{fl})^2} \right) + \pi, & P_k < 0 \end{cases} \quad \hat{\varphi}_k = \begin{cases} \arctan \left\{ \frac{v_k^{fl}}{u_k^{fl}} \right\}, & u_k^{fl} \geq 0 \\ \arctan \left\{ \frac{v_k^{fl}}{u_k^{fl}} \right\} + \pi, & u_k^{fl} < 0 \end{cases} \quad (41)$$

3.4 算法流程

综上所述, 本文所提信号DOA和极化参数的4维联合估计算法流程总结如下:

步骤1 根据式(7), 利用最大似然估计得到协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$, 对其进行特征值分解得信号子空间 \mathbf{E}_s 和噪声子空间 \mathbf{E}_n ;

步骤2 通过选择矩阵 $\mathbf{P}_1^u, \mathbf{P}_2^u, \mathbf{P}_1^v$ 和 \mathbf{P}_2^v 构造关于信号子空间 \mathbf{E}_s 的大于半波长的旋转不变关系式(11)和式(13), 利用最小二乘法解得对应旋转不变关系矩阵 $\{\zeta^u, \zeta^v\}$, 分别对 $\{\zeta^u, \zeta^v\}$ 进行特征值分解得到对角矩阵 $\hat{\psi}^u$ 和 $\hat{\psi}^v$, 进而得到方向余弦的模糊精估计 $\{u_k^{\text{fine}}, v_k^{\text{fine}}\} (k = 1, 2, \dots, K)$;

步骤3 通过式(20), 式(21)得到 $\hat{\xi}^u$ 和 $\hat{\xi}^v$, 再根据旋转不变方程式(22)、式(24), 利用最小二乘法解得对应旋转不变矩阵 $\{\Omega^u, \Omega^v\}$, 分别对 $\{\Omega^u, \Omega^v\}$ 进行特征值分解, 得到对角矩阵 $\hat{\phi}^u$ 和 $\hat{\phi}^v$;

步骤4 利用特征值、特征向量和矩阵之间的相互关系实现 $\hat{\psi}^u, \hat{\psi}^v, \hat{\xi}^u, \hat{\xi}^v, \hat{\phi}^u$ 和 $\hat{\phi}^v$ 的自动配对, 使同一位置处的对角元素对应同一信号源;

步骤5 根据 $\hat{\xi}^u, \hat{\xi}^v, \hat{\phi}^u$ 和 $\hat{\phi}^v$, 由式(30)得到 $\hat{\xi}^u$ 和 $\hat{\xi}^v$, 它们的元素分别对应存在两种可能取值 $\{\hat{\xi}_k^{u,(h)}, \hat{\xi}_k^{v,(l)}\} (h, l = 1, 2)$, 由式(31)~式(35)得到对应的4组可能的参数估计值 $(\theta_k^{c,(h,l)}, \varphi_k^{c,(h,l)}, \gamma_k^{c,(h,l)}, \eta_k^{c,(h,l)}) (h, l = 1, 2)$, 进而重构出对应的导向矢量 $\hat{\mathbf{a}}_k^{(h,l)} (h, l = 1, 2)$, 然后由式(36)、式(37)确定出正确的参数估计值 $(\theta_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \varphi_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \gamma_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \eta_k^{c,(h^\circ,l^\circ)})$, 最终得到方向余弦的无模糊粗估计值 $\{u_k^c, v_k^c\}$;

步骤6 根据式(39)、式(40)进行方向余弦解模糊, 得到高精度无模糊方向余弦估计值 u_k^{fl} 和 v_k^{fl} , 再根据式(41)得到高精度方位角和俯仰角的估计值。

3.5 运算量分析

本文算法的运算复杂度可根据3.4小节的算法流程来计算得到。

(1) 在步骤1中需要获取信号子空间 \mathbf{E}_s , 需要1次协方差矩阵的计算和1次 $4M + 1$ 维的特征值分解, 其计算量为 $O\{(4M + 1)^2 L + (4M + 1)^3\}$;

(2) 在步骤2中需要计算方向余弦的模糊精估计 $\{u_k^{\text{fine}}, v_k^{\text{fine}}\} (k = 1, 2, \dots, K)$, 在计算 x 轴方向余弦的模糊精估计 $u_k^{\text{fine}} (k = 1, 2, \dots, K)$ 时, 需要1次 $M \times K$ 维 Moore-Penrose 广义逆、1次 $K \times M$ 与 $M \times K$ 维矩阵的复乘运算以及1次 K 维的特征值分解, 其计算量为 $O\{2MK^2 + K^3 + [MK^2 + K^3]\} = O\{3MK^2 + 2K^3\}$ 次复乘运算。同理, 在计算 y 轴方向余弦的模糊精估计 $v_k^{\text{fine}} (k = 1, 2, \dots, K)$ 时, 需要 $O\{2MK^2 + K^3 + [MK^2 + K^3]\} = O\{3MK^2 + 2K^3\}$ 次复乘运算。则步骤2总需要的计算量为 $O\{6MK^2 + 4K^3\}$ 次复乘运算。

(3) 在步骤3中需要计算对角矩阵 $\hat{\phi}^u$ 和 $\hat{\phi}^v$, 如同步骤2, 共需要的计算量为 $O\{6MK^2 + 4K^3\}$ 次复乘运算。

(4) 在步骤4中需要进行自动配对, 其主要涉及

3次 K 维矩阵求逆和3次 $K \times K$ 与 $K \times K$ 维矩阵的复乘运算, 共需计算量为 $O\{6K^3\}$ 次复乘运算。

(5) 在步骤5中需要确定出正确的参数估计值 $(\theta_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \varphi_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \gamma_k^{c,(h^\circ,l^\circ)}, \eta_k^{c,(h^\circ,l^\circ)})$, 主要涉及正文中式(30)和式(36)所需要的运算。式(30)需要 $O\{8K^3\}$ 次复乘运算, 式(36)需要 $O\{4[(4M+1)(4M+1-K) + (4M+1-K)(4M+1) + (4M+1)]\}$ 次复乘运算。因此, 步骤5主要共需要 $O\{4[(4M+1)(4M+1-K) + (4M+1-K)(4M+1) + (4M+1)] + 8K^3\}$ 次复乘运算。

(6) 步骤6相对于其它步骤运算量较小, 可忽略不计。

综上所述, 本文所提算法总的计算量为 $O\{(4M+1)^2L + (4M+1)^3 + 8(4M+1)^2 + 22K^3 + 12MK^2 + 4(4M+1) - 8(4M+1)K\}$ 次复乘运算。

4 计算机仿真结果

本节用计算机仿真来说明本文算法的有效性。

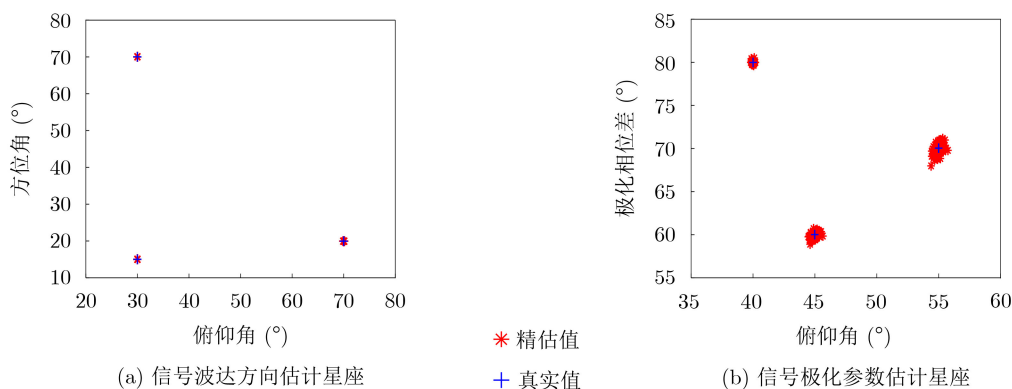


图2 基于本文算法的信号4维参数估计星座图

设2个相互独立的信号入射到极化敏感阵列, 信号波达方向和极化参数分别为 $(\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1) = (30^\circ, 70^\circ, 40^\circ, 80^\circ)$, $(\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2) = (70^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ)$, 载波频率 $f = 11$ MHz, 快拍数 $L = 800$, 进行100次蒙特卡洛实验, 并定义衡量估计性能的均方根误差RMSE为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K E [(\tilde{\alpha}_k - \alpha_k)^2]} \quad (42)$$

其中, $\tilde{\alpha} = (\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}, \tilde{\gamma}, \tilde{\eta})$ 为4维参量估计值, $\alpha = (\theta, \phi, \gamma, \eta)$ 为4维参量真实值。考察本文方法与文献[15]做对比, 且文献[15]设置的天线数目、阵元间距及其它仿真条件均与本文方法相同。所得实验结果如图3所示, 可以看出, 在天线数目相同的前提下, 本文方法估计精度明显高于文献[15], 这是因为本文阵型的完全拉伸配置有效扩展了阵列孔径, 从而提高

不失一般性, 如图1, 设 $M = 5$, 即阵列是由平行于 x 轴和 y 轴的偶极子各5个, 平行于 z 轴的偶极子 $2M + 1 = 11$ 个所组成的拉伸式L型均匀阵列, 相邻阵元间距 $d = 2(\lambda/2)$ 。假设接收信号是远场窄带TEM波, 且信号之间相互独立, 均为零均值高斯随机过程, 噪声为加性高斯白噪声。

仿真1 2维波达方向和极化参数联合估计及配对
3个信号入射到极化敏感阵列, 信号方位角分别为: $\theta = (30^\circ, 70^\circ, 30^\circ)$, 俯仰角分别为: $\varphi = (70^\circ, 20^\circ, 15^\circ)$, 极化辅助角分别为: $\gamma = (40^\circ, 45^\circ, 55^\circ)$, 极化相位差分别为: $\eta = (80^\circ, 60^\circ, 70^\circ)$ 。快拍数 $L = 800$, 信噪比 $\text{SNR} = 20$ dB。图2给出了100次蒙特卡洛实验的2维波达方向和极化参数估计星座图。从图2中可看出该算法能够正确估计出目标俯仰角、方位角、极化辅助角和极化相位差4维参量, 且配对正确。

仿真2 参数估计性能随信噪比变化的性能分析

了参数估计精度, 同时也可以降低天线间的互耦影响。但本文方法没有逼近克拉美罗界, 这是因为本文算法是将整个阵列划分为6个子阵, 根据子阵间的关系进行参数估计, 没有完全利用整个阵列的孔径。

仿真3 参数估计性能随快拍数变化的性能分析
假设 $\text{SNR} = 20$ dB, 其它仿真条件与仿真2相同, 图4给出了信号2维波达方向估计值的均方根误差随快拍数变化曲线, 可以看到, 随着快拍数的增加, 本文所提算法和文献[15]方法参数估计精度都会提高, 且本文所提算法的参数估计精度明显高于文献[15]。

5 结束语

本文提出了一种稀疏拉伸式L型极化敏感阵列, 并针对这种阵列提出了2D-DOA和极化参数联合估计算法。相比于现有的一些方法, 本文方法可在不增加阵元数目和硬件复杂度的前提下进一步扩展阵列孔径, 提高参数估计精度, 相对于现有的含

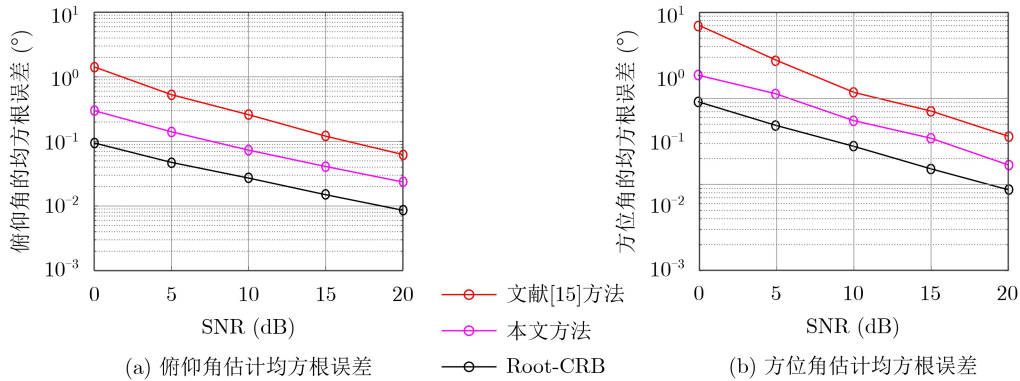


图3 2维波达方向估计均方根误差随信噪比变化曲线

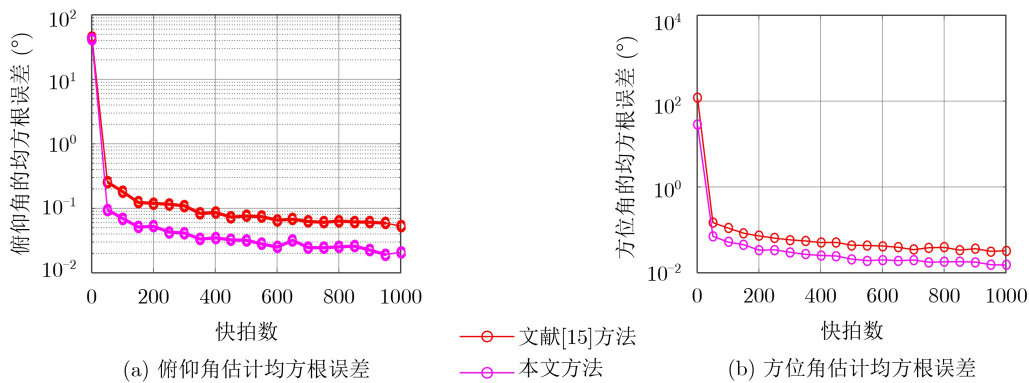


图4 2维波达方向估计均方根误差随快拍数变化曲线

有共心配置的极化敏感阵列结构, 本文所提阵列的完全拉伸配置可使偶极子天线间的互耦大大降低, 同时避免了电磁响应不一致的问题, 阵列可扩展性强。然而, 本文方法是假设来波信号为远场、窄带、相互独立的完全极化波信号, 且运算复杂度较高。研究近场、宽带、相关、部分极化波信号的参数估计方法, 并降低运算复杂度, 将是有待进一步开展的工作。

参考文献

- [1] 徐友根, 刘志文, 龚晓峰. 极化敏感阵列信号处理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2013: 1–21.
XU Yougen, LIU Zhiwen, and GONG Xiaofeng. Signal Processing Based on Polarization Sensitive Array[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2013: 1–21.
- [2] GU Chen, HE Jin, LI Hongtao, *et al.* Target localization using MIMO electromagnetic vector array systems[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(7): 2103–2107. doi: [10.1016/j.sigpro.2013.02.005](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.02.005).
- [3] 邵华, 苏卫民, 顾红, 等. 基于稀疏互质电磁矢量阵列的 MUSIC算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(9): 2033–2038. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.00021](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2012.00021).
SHAO Hua, SU Weimin, GU Hong, *et al.* MUSIC algorithm based on sparse coprime electromagnetic vector arrays[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(9): 2033–2038. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.00021](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2012.00021).
- [4] LUO Feng and XIN Yuan. Enhanced “vector-cross-product” direction-finding using a constrained sparse triangular-array[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2012, 2012(1): 115–126. doi: [10.1186/1687-6180-2012-115](https://doi.org/10.1186/1687-6180-2012-115).
- [5] YUAN Xin, WONG K T, and AGRAWAL K. Polarization estimation with a dipole-dipole pair, a dipole-loop pair, or a loop-loop pair of various orientations[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(5): 2442–2452. doi: [10.1109/TAP.2012.2189740](https://doi.org/10.1109/TAP.2012.2189740).
- [6] YUAN Xin, WONG K T, XU Zixin, *et al.* Various compositions to form a triad of collocated dipoles/loops, for direction finding and polarization estimation[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2012, 12(6): 1763–1771. doi: [10.1109/JSEN.2011.2179532](https://doi.org/10.1109/JSEN.2011.2179532).
- [7] GONG X F, LIU Z W, and XU Y G. Regularised parallel factor analysis for the estimation of direction-of-arrival and polarisation with a single electromagnetic vector-sensor[J]. *IET Signal Processing*, 2011, 5(4): 390–396. doi: [10.1049/iet-spr.2009.0221](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2009.0221).
- [8] CHINTAGUNTA S and PONNUSAMY P. 2D-DOD and 2D-DOA estimation using the electromagnetic vector sensors[J]. *Signal Processing*, 2018, 147: 163–172. doi: [10.1016/j.sigpro.2018.01.025](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.01.025).

- [9] CHINTAGUNTA S and PONNUSAMY P. Integrated polarisation and diversity smoothing algorithm for DOD and DOA estimation of coherent targets[J]. *IET Signal Processing*, 2018, 12(4): 447–453. doi: [10.1049/iet-spr.2017.0276](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2017.0276).
- [10] WONG K T and YUAN Xin. “Vector cross-product direction-finding” with an electromagnetic vector-sensor of six orthogonally oriented but spatially noncollocating dipoles/loops[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 160–171. doi: [10.1109/TSP.2010.2084085](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2084085).
- [11] 郑桂妹, 陈伯孝, 杨明磊. 新型拉伸电磁矢量传感器的二维高精度波达方向估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2014, 36(7): 1282–1290. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2014.07.10](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2014.07.10).
ZHENG Guimei, CHEN Baixiao, and YANG Minglei. High accuracy 2D DOA estimation with a novel spatially spread electromagnetic vector-sensor[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(7): 1282–1290. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2014.07.10](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2014.07.10).
- [12] YUAN Xin. Spatially spread dipole/loop quads/quints: For direction finding and polarization estimation[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2013, 12: 1081–1084. doi: [10.1109/LAWP.2013.2280584](https://doi.org/10.1109/LAWP.2013.2280584).
- [13] GONG Xiaofeng, JIANG Jiacheng, LI Hui, *et al.* Spatially spread dipole/loop quint for vector-cross-product-based direction finding and polarisation estimation[J]. *IET Signal Processing*, 2018, 12(5): 636–642. doi: [10.1049/iet-spr.2017.0232](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2017.0232).
- [14] ZHENG Guimei. Two-Dimensional DOA estimation for polarization sensitive array consisted of spatially spread crossed-dipole[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2018, 18(12): 5014–5023. doi: [10.1109/jsen.2018.2820168](https://doi.org/10.1109/jsen.2018.2820168).
- [15] 司伟建, 周炯赛, 曲志昱. 稀疏极化敏感阵列的波达方向和极化参数联合估计[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(5): 1129–1134. doi: [10.11999/JEIT150840](https://doi.org/10.11999/JEIT150840).
SI Weijian, ZHOU Jiongsai, and QU Zhiyu. Joint DOA and polarization estimation with sparsely distributed polarization sensitive array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(5): 1129–1134. doi: [10.11999/JEIT150840](https://doi.org/10.11999/JEIT150840).

马慧慧: 女, 1993年生, 博士生, 研究方向为极化敏感阵列信号处理、MIMO矢量传感器阵列信号处理。

陶海红: 女, 1976年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理与检测、高速实时信号处理、阵列信号处理。