基于混合精度模数转换器的大规模MIMO-OFDM系统性能分析

刘 凯¹ 陈贵潮¹ 陶 成¹ 周 涛^{*12}
 ¹(北京交通大学宽带无线移动通信研究所 北京 100044)
 ²(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 211189)

摘 要: 该文对在接收端使用混合精度的模数转换器且采用迫零接收算法的大规模MIMO-OFDM系统的上行链路的频谱效率和能量效率进行了研究。采用加性量化噪声模型来对系统的性能进行分析,推导出整个系统的频谱效率和能量效率的近似闭式表达式,并通过仿真证明了表达式的正确性。研究结果表明,系统的频谱效率和每个用户的发送功率,接收端天线数目和接收端量化精度有关。数值和仿真结果还表明可以通过增加基站端的天线数量来补偿由低精度模数转换器带来的性能损失。

关键词: MIMO-OFDM; 混合精度量化; 频谱效率; 能量效率

中图分类号: TN929.5 文献标识码: A **DOI**: 10.11999/JEIT181136

文章编号: 1009-5896(2019)11-2541-08

Performance Analysis of Massive MIMO-OFDM System with Mixed-precision Analog-to-digital Converter

LIU Kai^① CHEN Guichao^① TAO Cheng^① ZHOU Tao^{①②}

⁽¹⁾(Institute of Broadband Wireless Mobile Communications, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China) ⁽²⁾(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: The spectral efficiency and energy efficiency of the uplink of massive MIMO-OFDM system is studied using mixed-precision Analog-Digital Converter (ADC) and Zero-Forcing (ZF) reception algorithm at the receiver. By using the additive quantization noise model to analyze the performance of the system, the approximate closed expression of the spectral efficiency and energy efficiency of the whole system is derived, and the correctness of the expression is proved by simulation. The research results show that the spectral efficiency of the system is related to the transmission power of each user, the number of antennas at the receiver and the quantization accuracy of the receiver. Numerical and simulation results also show that the performance loss caused by the low-precision ADC can be compensated by increasing the number of antennas at the base station.

Key words: MIMO-OFDM; Mixed-precision quantification; Spectral efficiency; Energy efficiency

1 引言

大规模MIMO技术由于能够充分挖掘空间资源,在不增加时频资源的情况下显著地提高无线通

信系统的频谱效率和能量效率^[1-3],已经引起了学 术界和工业界的广泛关注。大规模MIMO技术具有 诸多优势的同时也存在几点不足,其中一个重要的 方面就是其高硬件成本和功耗使得在实际部署中具 有挑战性^[4]。解决这一挑战的一个有希望的方案是 采用低精度模数转换器(Analog-to-Digital Converter, ADC)架构。然而,由于需要复杂的信号处 理来补偿由低精度ADC引起的粗略量化,这种架 构的实际实现仍然具有挑战性。在最近提出的混合 ADC架构中,大部分天线使用低精度ADC,保留 很少的高精度ADC,以实现低硬件成本和功耗以 及复杂度低的收发器算法。因此,混合精度量化已 经成为一个比较热门的研究方向。

收稿日期: 2018-12-10; 改回日期: 2019-02-02; 网络出版: 2019-06-01 *通信作者: 周涛 taozhou@bjtu.edu.cn

基金项目:国家自然科学基金(61701017),中央高校基本科研业务费专项资金(2018JBM003),北京市自然科学基金(4174102),东南大学移动通信国家重点实验室开放研究基金(2018D11)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61701017), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (2018JBM003), The Beijing Natural Science Foundation (4174102), The Research Fund of National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University (2018D11)

目前已经有部分文献研究了低精度量化系统的 性能。文献[5,6]研究了采用量化精度为1 bit的ADC 时大规模MIMO系统的上行和下行可达速率。文 献[7,8]研究了大规模MIMO系统采用低精度量化且 分别采用最大比合并(Maximum Ratio Combining, MRC)和追零(Zero Forcing, ZF)接收算法时系统的 上行可达速率。文献[9]研究了在混合精度ADC架 构下,采用MRC接收算法时大规模MIMO系统的 频谱效率。文献[10]在混合精度ADC架构且采用 MRC接收算法下分别研究了接收端具有完美信道 状态信息(Channel State Information, CSI)和非完 美CSI时系统的性能。文献[11]研究了大规模 MIMO系统在接收端配备混合精度ADCs并且分别 利用MRC和ZF接收算法时系统的频谱效率和能量 效率。

本文使用加性量化噪声模型(Additive Quantization Noise Model, AQNM)推导出了混合ADC大 规模MIMO-OFDM系统的上行可达速率的近似闭 式表达式。假设接收端已知完美的CSI,并且采用 ZF接收算法对信号进行处理。最后通过仿真证明 了闭式表达式的正确性,数值结果表明与无限精度 和低精度ADC架构相比,混合精度ADC架构可以 实现更好的性能和功耗的折中。此外,本文还对系 统的能量效率进行了计算与仿真,结果证明接收端 的模数转化器的量化精度为3 bit或4 bit时,可达到 最好的性能。

2 系统模型

2.1 系统模型和信号模型

本文考虑了具有K个单天线用户和一个配备 M根天线的基站进行上行链路通信的大规模 MIMO-OFDM系统,其中 $M \gg K$ 。在基站端采用 了如图1所示的混合ADC架构。其中基站端有 M_0 根 天线配备了高精度ADC, M_1 根天线配备了低精度 ADC。另外定义 $\gamma = M_0/M(0 \le \gamma \le 1)$ 表示高精度 ADC的比例。

假设在第*i*个时刻,*K*个用户同时向基站发送 经IFFT处理后的数据符号。基站端接收到的模拟 信号为

$$\boldsymbol{y}[i] = \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{G} \boldsymbol{x}[i] + \boldsymbol{z}[i] \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{x}[i] \in \mathbb{C}^{KN_{\rm C} \times 1}$ 表示第i时刻的发送信号, $N_{\rm C}$ 表示OFDM子载波个数。IFFT的作用为对发射 信号进行子载波调制。 $\rho_{\rm u}$ 表示用户的平均发射功 率。 $\boldsymbol{z}[i] \in \mathbb{C}^{MN_{\rm C} \times 1}$ 表示加性高斯白噪声。本文假 设噪声向量中的元素服从标准复高斯分布。 $\boldsymbol{G} \in \mathbb{C}^{MN_{\rm C} \times KN_{\rm C}}$ 表示信道矩阵。第 \boldsymbol{k} 个用户的信道 矩阵 $\boldsymbol{G}_{k} \in \mathbb{C}^{MN_{\rm C} \times N_{\rm C}}$ 可以建模为^[12-14]

$$\boldsymbol{G}_{k} = \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{D}_{k}^{1/2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_{k1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{g}_{k2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \boldsymbol{g}_{kN_{\mathrm{C}}} \end{bmatrix}$$
(2)

其中, g_{ki} 为M维列向量。 $H_k \in \mathbb{C}^{MN_{\rm C} \times N_{\rm C}}$ 表示小尺 度衰落系数矩阵。 D_k 为 $N_{\rm C}$ 维对角阵表示大尺度衰 落系数。本文假设对于基站所有天线来说,每个用 户经历的大尺度衰落相同,用 β_k 表示。定义 $G_0 \in \mathbb{C}^{M_0N_{\rm C} \times KN_{\rm C}}$ 表示用户与基站端 M_0 根配备高精 度ADC的天线之间的信道矩阵,同理定义 $G_1 \in \mathbb{C}^{M_1N_{\rm C} \times KN_{\rm C}}$ 。可以得到

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_0 \\ \boldsymbol{y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{G}_0 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{n}_0 \\ \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{G}_1 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{n}_1 \end{bmatrix}$$
(3)



图 1 混合ADC大规模MIMO-OFDM系统接收端模型

2.2 低精度量化模型

在信号处理中,量化过程通常是一个非线性过程。为了方便计算在本文中使用AQNM将量化过程转变为线性过程。在大规模MIMO系统中这个模型是足够准确的^[15]。若输入信号为*y*,则输出信号为

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{q}} = \mathrm{Q}(\boldsymbol{y}) = \alpha \boldsymbol{y} + \boldsymbol{n}_{\mathrm{q}}$$
 (4)

其中, y_q 表示接收信号y经过量化器之后的信号。 $\alpha = 1 - \rho, \rho$ 表示量化信噪比的倒数,取决于量化 器的量化精度b。量化精度指的是ADC的量化比特 数,且b为正整数。表1中给出了 ρ 的值和量化精度 b之间的关系,当b > 5时, $\rho \approx \sqrt{3}\pi 2^{-2b}/2$ 。

表 1 不同量化精度的失真因子

b(bit)	1	2	3	4	5
ρ	0.3634	0.1175	0.0345	0.0095	0.0025

AQNM将量化噪声*n*q转变为与输入信号无关的加性量化噪声。对于图1所示的系统,*n*q的协方差函数为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{n}_{q}} &= \mathbb{E} \Big\{ \boldsymbol{n}_{q} \boldsymbol{n}_{q}^{H} | \boldsymbol{G} \Big\} \\ &= \alpha (1 - \alpha) \text{diag}(\rho_{u} \boldsymbol{G} \boldsymbol{R}_{x} \boldsymbol{G}^{H} + \boldsymbol{I}) \end{aligned} \tag{5}$$

其中, R_x 表示输入信号的协方差函数,I表示单位 矩阵。本文假设输入信号 $x_i \sim CN(0, I_{N_c})$,则

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{n}_{\mathrm{q}}} = \alpha (1 - \alpha) \mathrm{diag}(\rho_{\mathrm{u}} \boldsymbol{G} \boldsymbol{G}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{I})$$
(6)

在计算中应用AQNM来计算图1所示系统的低精度 ADC的量化过程,并假设高精度ADC无量化误差。

3 系统性能分析

本小节中使用ZF接收算法推导出大规模 MIMO-OFDM系统的上行链路可达速率的近似闭 式表达式。

首先对接收信号**y**利用2.2节的AQNM进行量化 并用FFT进行解调。经过量化和解调后的输出信号为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_{\mathrm{F,q}} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_{\mathrm{F,q_0}} \\ \boldsymbol{y}_{\mathrm{F,q_1}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{G}_{\mathrm{F,0}} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F}} + \boldsymbol{n}_{\mathrm{F,0}} \\ \alpha \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{G}_{\mathrm{F,1}} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F}} + \alpha \boldsymbol{n}_{\mathrm{F,1}} + \boldsymbol{n}_{\mathrm{F,q}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$
(7)

将经过FFT处理后的信号进行ZF接收

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{y}_{\mathrm{F},\mathrm{q}}$$
 (8)

其中, $A = G_{\rm F} (G_{\rm F}^{\rm H} G_{\rm F})^{-1}$, 定义 $A_0 = G_{\rm F,0} (G_{\rm F}^{\rm H} G_{\rm F})^{-1}$, $A_1 = G_{\rm F,1} (G_{\rm F}^{\rm H} G_{\rm F})^{-1}$ 。可得第k个用户的检测信 号为

$$\boldsymbol{r}_{k} = \alpha \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F},k} + (1-\alpha) \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{A}_{k,0}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}_{\mathrm{F},k,0} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F},k}$$
$$+ (1-\alpha) \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \sum_{j=1, j \neq k}^{K} \boldsymbol{A}_{k,0}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}_{\mathrm{F},j,0} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F},j}$$
$$+ \boldsymbol{A}_{k,0}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{n}_{\mathrm{F},0} + \alpha \boldsymbol{A}_{k,1}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{n}_{\mathrm{F},1} + \boldsymbol{A}_{k,1}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{n}_{\mathrm{F},q} \qquad (9)$$

其中, $\boldsymbol{x}_{\mathrm{F},k} \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{C}} \times 1}$ 表示第k个用户的发射信号经接 收端FFT处理后的信号, $\boldsymbol{A}_{k,0} \in \mathbb{C}^{M_{0}N_{\mathrm{C}} \times N_{\mathrm{C}}}$ 表示 与第k个用户对应的 \boldsymbol{A}_{0} 的第 $(k-1)N_{\mathrm{C}} + 1$ 到 kN_{C} 列,同理可得 $\boldsymbol{A}_{k,1} \in \mathbb{C}^{M_{1}N_{\mathrm{C}} \times N_{\mathrm{C}}}, \boldsymbol{G}_{\mathrm{F},k,0} \in \mathbb{C}^{M_{0}N_{\mathrm{C}} \times N_{\mathrm{C}}},$ $\boldsymbol{G}_{\mathrm{F},k,1} \in \mathbb{C}^{M_{1}N_{\mathrm{C}} \times N_{\mathrm{C}}}$ 。

对于给定的信道实现*G*,接收到的信号、干扰 项、噪声项是协方差分别为N, N₁和N₂的随机变量, 其中

$$\mathbb{N}_{2} = \mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{A}_{k,0}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{k,0} + \alpha^{2} \boldsymbol{A}_{k,1}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{k,1} \right. \\ \left. + \alpha (1-\alpha) \boldsymbol{A}_{k,1}^{\mathrm{H}} \mathrm{diag}(\rho_{\mathrm{u}} \boldsymbol{G}_{\mathrm{F},1} \boldsymbol{G}_{\mathrm{F},1}^{\mathrm{H}} \right. \\ \left. + \boldsymbol{I}_{M_{1}N_{\mathrm{C}}}) \boldsymbol{A}_{k,1} \right\}$$
(10)

因此第1个用户的可实现的频谱效率为

$$R_k = \log_2 \left| \boldsymbol{I}_{N_{\rm C}} + \mathbb{N} \left(\mathbb{N}_1^{-1} + \mathbb{N}_2^{-1} \right) \right| \tag{11}$$

下面对式(11)进行计算,得到近似闭式表达 式。在计算闭式表达式之前先给出两个引理。

引理1 若随机变量 $g \sim \mathcal{CN}(0,1)$,则在i = 2, 4,6时 $\mathbb{E}\{|g|^i\} = 3i^2/8 - 7i/4 + 3$ 。

证明 见文献[8]引理1。

引理2 若矩阵**B**的维度为 $K \times M$ 且各个元素之间是互相独立的随机变量,则 $Z = BB^{H}$ 的逆矩阵为

$$\boldsymbol{Z}^{-1} \approx q \sum_{l=0}^{L} \left(\boldsymbol{I}_{K} - q \boldsymbol{Z} \right)^{l}$$
(12)

其中, $q = \delta/(M + K)$, $\delta < 1$ 是衰减系数, L表示 多项式展开项。取式(12)中的前两项来近似表示 $(\mathbf{G}_{\rm F}^{\rm H}\mathbf{G}_{\rm F})^{-1}$ 。

证明 见文献[16]命题1。

定理 在采用混合精度量化的大规模MIMO-OFDM系统中,若接收端已知完美的信道状态信息 且采用ZF接收算法对接收到的信号进行处理且 *M* ≫ *K*,则第*k*个用户的上行可达速率的闭式表达 式可以近似表示为

$$R_{\kappa} \approx N_{\rm C} \log_2 \left(1 + \frac{I_{\rm mo}}{I_{\rm de} + \frac{M_0}{M(M-K)\beta_{\kappa}} + \frac{\alpha^2 M_1}{M(M-K)\beta_k} + \alpha \left(1 - \alpha\right) I}\right)$$
(13)

其中

$$I_{\rm mo} \approx \alpha^2 \rho_{\rm u} + (1 - \alpha)^2 \rho_{\rm u} q^2 M_0 I_3 + (1 - \alpha)^2 \rho_{\rm u} q^2 M_0 (M_0 - 1) \cdot \left\{ 2\beta_k - q \left[(M + 1) \beta_k^2 + \beta_k x \right] \right\}^2 + 2\alpha (1 - \alpha) \rho_{\rm u} q M_0 \cdot \left\{ 2\beta_k - q \left[(M + 1) \beta_k^2 + \beta_k x \right] \right\}$$
(14)

$$I_{\rm de} \approx \rho_{\rm u} \gamma (1-\alpha)^2 M_1 q^2 I_2 \tag{15}$$

$$I = M_1 q^2 I_1 + \rho_{\rm u} M_1 q^2 I_2 + \rho_{\rm u} M_1 q^2 I_3$$
(16)

$$I_{1} = 4\beta_{k} - 4\beta_{k}q \left(M\beta_{k} + \sum_{j=1}^{K} \beta_{j} \right) + q^{2} \left[M\beta_{k}y + \beta_{k}x^{2} + 2(M+1)\beta_{k}^{2}x + (M^{2} + 3M + 2)\beta_{k}^{3} \right]$$
(17)

$$I_{2} = 4\beta_{k}x - 4\beta_{k}q[x(M\beta_{k} + \beta_{k} + x) + y] +q^{2}[(M+2)\beta_{k}xy + (M+4)\beta_{k}z + \beta_{k}x^{3} +2\beta_{k}^{2}(M+1)(x^{2} + y) +(M^{2} + 3M + 2)\beta_{k}^{3}x]$$
(18)

$$I_{3} = 8\beta_{k}^{2} - 8\beta_{k}^{2}q[(M+2)\beta_{k} + x] +q^{2}[(M+1)\beta_{k}^{2}y + 2\beta_{k}^{2}x^{2} +4(M+2)\beta_{k}x^{3} + (M^{2} + 8M + 13)\beta_{k}^{4}]$$
(19)

$$x = \sum_{j=1, j \neq k}^{K} \beta_j, \ y = \sum_{j=1, j \neq k}^{K} \beta_j^2, \ z = \sum_{j=1, j \neq k}^{K} \beta_j^3 \,.$$

证明

$$N = \mathbf{E} \left\{ \left[\alpha \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F},k} + (1-\alpha) \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{A}_{k,0}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}_{\mathrm{F},k,0} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F},k} \right] \\ \left[\alpha \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F},k} + (1-\alpha) \sqrt{\rho_{\mathrm{u}}} \boldsymbol{A}_{k,0}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}_{\mathrm{F},k,0} \boldsymbol{x}_{\mathrm{F},k} \right]^{\mathrm{H}} \right\}$$
(20)

由式(2)中信道矩阵的结构、引理1和引理2对式 (20)进行计算可得到式(14)中的结果, 即 $N = I_{mo}$ 。

$$N_{1} = (1 - \alpha)^{2} \rho_{u} E \left\{ \begin{bmatrix} \sum_{\substack{j=1\\ j \neq k}}^{K} \boldsymbol{A}_{\kappa,0}^{H} \boldsymbol{G}_{F,\varphi,0} \\ \end{bmatrix}^{H} \right\} = (1 - \alpha)^{2} \rho_{u}$$
$$E \left\{ \begin{bmatrix} \sum_{\substack{j=1\\ j \neq k}}^{K} \sum_{\substack{k=1\\ a \neq k}}^{K} \boldsymbol{A}_{\kappa,0}^{H} \boldsymbol{G}_{F,\alpha,0} \boldsymbol{G}_{F,\beta,0}^{H} \boldsymbol{A}_{\kappa,0} \\ \end{bmatrix} \right\}$$
(21)

由式(2)中信道矩阵的结构、引理1和引理2对式(21) 进行计算可得到式(15)中的结果,即 $N_1 = I_{de}$ 。 下面分别计算式(10)中的3项来得到 N_2 的结果。利 用式(2)中的信道矩阵的结构可得

$$\mathbf{E}\left\{\boldsymbol{A}_{k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{k}\right\} = \frac{1}{K\beta_{k}}\mathbf{E}\left\{\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\right\}\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{C}}} \quad (22)$$

其中, tr表示矩阵的迹, $H^{H}H$ 是具有自由度为M的Wishart矩阵。基于文献[17]得到

$$\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{A}_{k,0}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{k,0}\right\} = \frac{M_{0}}{M(M-K)\,\beta_{k}}\,\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{C}}} \\
 \mathbb{E}\left\{\alpha^{2}\boldsymbol{A}_{k,1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{k,1}\right\} = \frac{\alpha^{2}M_{1}}{M(M-K)\,\beta_{k}}\,\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{C}}} \right\}$$
(23)

接下来计算式(10)中的第3项。通过式(2)中信道矩 阵的结构与简单的矩阵运算可得

$$\operatorname{diag}(\rho_{\mathrm{u}}\boldsymbol{G}_{\mathrm{F},1}\boldsymbol{G}_{\mathrm{F},1}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{I}_{M_{1}N_{\mathrm{C}}}) = \operatorname{diag}(\boldsymbol{x}_{1}\boldsymbol{x}_{2}\cdots\boldsymbol{x}_{N_{\mathrm{C}}})$$
(24)

其中, $\boldsymbol{x}_i = \text{diag}(x_{i,1}x_{i,2}\cdots x_{i,M_1}), x_{i,m} = \rho_u \sum_{j=1}^K |g_{F,j,1_{m,i}}|^2$ +1。

将式(24)代入式(10)中的第3项得

$$E\left\{\boldsymbol{A}_{k,1}^{H} \operatorname{diag}(\rho_{u}\boldsymbol{G}_{F,1}\boldsymbol{G}_{F,1}^{H} + \boldsymbol{I}_{M_{1}N_{C}})\boldsymbol{A}_{k,1}\right\} = E\left\{ \left(\begin{array}{cccc} \sum_{m=1}^{M_{1}} \left|a_{k,1_{m,1}}\right|^{2} x_{1,m} & 0 & \cdots & 0 \\ \\ 0 & \sum_{m=1}^{M_{1}} \left|a_{k,1_{m,2}}\right|^{2} x_{2,m} & \cdots & 0 \\ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_{m=1}^{M_{1}} \left|a_{k,1_{m,N_{c}}}\right|^{2} x_{N_{C},m} \end{array} \right) \right\}$$
(25)

易知式(25)是一个NC维的对角矩阵,将式(24)代入式(25)的第i行,第i列对角元素可得

$$E \left\{ \sum_{m=1}^{M_{1}} \left| a_{k,1_{m,i}} \right|^{2} x_{i,m} \right\} \\
 = E \left\{ \sum_{m=1}^{M_{1}} \left| a_{k,1_{m,i}} \right|^{2} \left(\rho_{u} \sum_{j=1}^{K} \left| g_{F,j,1_{m,i}} \right|^{2} + 1 \right) \right\} \\
 = E \left\{ \sum_{m=1}^{M_{1}} \left| a_{k,1_{m,i}} \right|^{2} \right\} \\
 + \rho_{u} \sum_{m=1}^{M_{1}} E \left\{ \left| a_{k,1_{m,i}} \right|^{2} \sum_{\substack{j=1\\j \neq k}}^{K} \left| g_{F,j,1_{m,i}} \right|^{2} \right\} \\
 + \rho_{u} \sum_{m=1}^{M_{1}} E \left\{ \left| a_{k,1_{m,i}} \right|^{2} \left| g_{F,k,1_{m,i}} \right|^{2} \right\}$$
(26)

定义 $T \triangleq \left|a_{k,1_{m,i}}\right|^2$, $I_1 \triangleq \operatorname{E}\left\{T\right\}/q^2$, $I_2 \triangleq \operatorname{E}\left\{T$ $\cdot \sum_{j=1, j \neq k}^{K} \left|g_{\mathrm{F},j,1_{m,i}}\right|^2\right\} / q^2$, $I_3 \triangleq \operatorname{E}\left\{T\left|g_{\mathrm{F},k,1_{m,i}}\right|^2\right\} / q^2$, 因此式(26)变为

$$\mathbf{E}\left\{\sum_{m=1}^{M_{1}}\left|a_{k,1_{m,i}}\right|^{2}x_{i,m}\right\}=\sum_{m=1}^{M_{1}}\mathbf{E}$$

$$+\rho_{\rm u} \sum_{m=1}^{M_1} \mathbf{E} \left\{ T \sum_{\substack{j=1\\ j \neq k}}^{K} \left| g_{{\rm F},j,1_{m,i}} \right|^2 \right\} \\ +\rho_{\rm u} \sum_{m=1}^{M_1} \mathbf{E} \left\{ T \left| g_{{\rm F},k,1_{m,i}} \right|^2 \right\}$$
(27)

 $\{T\}$

)

利用引理1、引理2和简单的数学计算可得*I*₁的 结果如式(17)所示。同理对*I*₂和*I*₃进行计算可得 式(18)和式(19)。由此可得到*N*₂的结果。最后,将 式(10),式(20),式(21)代入式(11)中定理即可得证。

由式(13)可知频谱效率与用户的发送功率,基 站天线数目和量化精度有关。下面做进一步的分析。

推论1 当量化精度b与基站天线数目(M_0 和 M_1)固定,且 $\rho_u \rightarrow \infty$ 时,第k个用户的可达速率变为

$$\lim_{\rho_{\rm u}\to\infty} R_k = N_{\rm C} \log_2$$

$$\left(1 + \frac{I_{\rm mo}}{I_{\rm de} + \alpha \left(1 - \alpha\right) \rho_{\rm u} M_1 q^2 \left(I_2 + I_3\right)}\right)$$
(28)

证明 令式(13)中 $\rho_u \rightarrow \infty$ 并通过简单的数学 计算即可得证。 通过式(28)可以看出通过无限增大发射信号的 功率并不能使用户的可达速率无限增大,而是会趋 向于一个定值。这表明通过无限增大用户的发射功 率并不能消除低精度量化器的粗略量化给系统带来 的影响。

推论2 当用户平均发送信号功率与天线数目 固定,且量化精度 $b \rightarrow \infty$ 时,第k个用户的可达速率为

$$\lim_{b \to \infty} \tilde{R}_k = N_{\rm C} \log_2 \left(1 + \rho_{\rm u} \beta_k \left(M - K \right) \right) \tag{29}$$

证明 令式(13)中 $\alpha = 1$ 并通过简单的数学计 算即可得证。同时这个结果也与文献[8]中的结果相 吻合。

推论3 假定每个用户的发射信号功率随天线数目M的增加而降低,即 $\rho_{\rm u} = E_u/M$, E_u 是常数,则

 $\lim_{M \to \infty} \tilde{R}_k | \rho_u = E_u / M = N_{\rm C} \log_2 \left(1 + \varepsilon E_u \right)$ (30) $\pm \Phi, \quad \varepsilon = \left[\alpha^2 + (1 - \alpha)^2 \, \delta^2 \gamma^2 \left(2\beta_k - \delta\beta_k^2 \right)^2 + 2\alpha \left(1 - \alpha \right) \delta\gamma \left(2\beta_k - \delta\beta_k^2 \right) \right] / \left(1 - \gamma \right) \delta^2\beta_k \left(4 - 4\delta + \delta^2\beta_k^3 \right) .$

证明 令式(13)*M*→∞可得证。式(30)表明 可以按天线增长比例来缩小用户发送功率来保持相 同性能。

4 仿真结果分析

4.1 频谱效率

本节通过仿真结果来验证分析计算结果的准确 性。仿真系统参数为:用户数目K = 10,基站端 天线数目M = 256,每个用户发射的OFDM信号的 子载波 $N_{\rm C} = 32$ 。

在图2中针对用户平均发射功率绘制了系统的 平均速率,在所有考虑的情况下仿真值和计算值基 本吻合,这证实了表达式的正确性。在图2(a)中可 以看出随着发送功率的增加 $b = \infty$ 时的用户平均可 达速率会趋于无穷大而b=1 bit和b=2 bit时将会趋 于一个定值,这进一步证明了推论1和推论2的正确 性。在图2(b)中可以很明显地发现,混合ADC架构 可实现系统性能和硬件成本之间的折中。

图3针对不同精度的ADC绘制了混合精度ADC 大规模MIMO-OFDM系统的上行链路用户平均可 达速率。仿真结果与计算得到的结果一致。与此同 时,通过图3还发现,使用更高分辨率的ADC可实 现更高的可达速率且随着量化精度的增加,系统的 可达速率趋向于无穷精度量化情况下的可达速率。

图4针对基站端高精度ADC占比分析了混合精 度ADC大规模MIMO-OFDM系统的频谱效率。本 文考虑了量化精度分别为 $b = 1, 2, \infty$ 时的情况。由 图4可以很明显的看出当 $b = \infty$ 时,系统的频谱效 率不会随 γ 的变化而变化,由于此时的情况与 $\gamma = 1$



图 2 上行链路用户平均速率随用户发射功率的曲线变化



图 3 上行链路用户平均可达速率随量化精度b的曲线变化

的情况相同。量化精度越高系统的频谱效率就越高,而且随着γ的增加逐渐增到最大值。

图5针对基站端天线的数量分析了系统的频谱 效率。在图5(a)中对于固定的发送功率,可达速率 会随M的增加不断增加;而图5(b)中对于与天线数 成反比的发送功率,所有曲线都会随M的增加而逐 渐趋于饱和。验证了推论3的正确性。可以发现在 $\gamma = 1$ 时,仿真结果会大于计算结果而在 $\gamma = 0$ 和 1/2时恰恰相反。造成这种现象的原因是在 $\gamma = 1$ 时 没有量化噪声,计算结果会比真实结果偏大。而在 $\gamma = 0$ 和1/2时,计算结果中的量化误差会占据误差 的主要部分。因此会产生上述差异。



4.2 能量效率

本小节通过计算和仿真系统的速率和功耗之间 的关系来评估系统的能量效率,能量效率定义为^[18]

$$\eta \triangleq B \cdot \frac{R_{\rm sum}}{P} \,({\rm bit}/{\rm J}) \tag{31}$$

其中,η表示系统的能量效率,B表示通信带宽,R_{sum} 表示总可达速率,P表示系统接收机的总功率消耗。

图1中功耗器件有射频链、低噪声放大器(Low Noise Amplifier, LNA), ADC,快速离散傅里叶变换器(Fast Fourier Transformation, FFT)和基带数字信号处理器。系统接收机的功率消耗可以近似为



图 5 上行链路用户平均速率随基站天线数目的曲线变化

$$P = M \left(P_{\rm RF} + P_{\rm FFT} + P_{\rm LNA} \right) + M_0 P_{\rm HADC} + M_1 P_{\rm LADC} + P_{\rm BB}$$
(32)

其中, P_{RF} , P_{FFT} , P_{LNA} , P_{HADC} , P_{LADC} 和 P_{BB} 分别 表示射频链,FFT,LNA,高精度ADC,低精度ADC 和基带数字信号处理器所消耗的功率。ADC所消 耗的功率可以进一步用量化精度表示为

$$P_{\rm ADC} = \rm FOM_W \cdot f_s \cdot 2^b \tag{33}$$

其中, f_s 是奈奎斯特采样速率,b是量化精度, FOM_W 是评估ADC功率效率的品质因数。

下面对系统的能量效率进行了仿真分析。设置 功率消耗参数为: $P_{\text{RF}}=40 \text{ mW}$, $P_{\text{LNA}}=5.4 \text{ mW}$, $P_{\text{FFT}}=10 \text{ mW}$, $P_{\text{BB}}=200 \text{ mW}$, B=1 GHz, FOM_W=10 fJ/conversion-step^[10]。

在图6中针对不同精度的ADC绘制了系统的能量效率。如图所示考虑了4种不同的情况,其中 *M*₀表示配备高精度ADC的天线数目。在图6中明显 可以看出,能量效率与配备高精度ADC的天线数 目成反比。随着接收端ADC精度的增加,系统的 能量效率会呈现先增加后下降的变化趋势。并且在 *b*=3 bit时,系统的能量效率达到峰值。

在图7中针对基站端接收天线的数量分析了系统的能量效率。高精度ADC数量的比例分别为 $\gamma = 0, 1/2$ 和1。系统能量效率随着天线数目的增加



图 6 大规模MIMO-OFDM系统能量效率和量化精度的关系



图 7 大规模MIMO-OFDM系统能量效率和基站天线数目的关系

而减小,在总天线数目一定时随着基站端配备低精 度ADC的天线数目的增加而增加。这与本文分析 得到的结果一致。

在图8中绘制了系统总功率消耗和总可达速率 之间的关系。在接收端ADC采用低精度(即小于4 bit) 时,系统总可达速率不断增加。而当接收端ADC 的分辨率超过4 bit后,系统的总可达速率几乎不会 随着量化精度的增加而增加。因此在接收端采用 3 bit或4 bit量化器时,可达到最好的性能。



图 8 ρu=10 dB时系统总功耗和总频谱效率之间的关系

5 结束语

本文研究了混合精度ADC下的大规模MIMO-OFDM系统在瑞利信道下的性能。本文利用AQNM 推导出了基于迫零接收算法的系统上行链路的可达 速率的近似闭式表达式。并通过仿真证实了结果的 正确性。本文使用的低分辨率ADC导致的系统性 能损失可以通过增加基站端的天线数量来补偿,这 进一步支持了在实际的大规模MIMO-OFDM系统 中配备混合精度ADC的可行性。此外,本文还对 系统的能量效率进行了计算和仿真,结果证明在硬 件成本允许的情况下,在接收端采用3 bit或4 bit 量化器时,可达到最好的性能。

参考文献

- BOCCARDI F, HEATH R W, LOZANO A, et al. Five disruptive technology directions for 5G[J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(2): 74–80. doi: 10.1109/ MCOM.2014.6736746.
- [2] LARSSON E G, EDFORS O, TUFVESSON F, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(2): 186–195. doi: 10.1109/MCOM.2014.6736761.
- [3] MARZETTA T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(11):

3590–3600. doi: 10.1109/TWC.2010.092810.091092.

- [4] SINGH J, DABEER O, and MADHOW U. On the limits of communication with low-precision analog-to-digital conversion at the receiver[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2009, 57(12): 3629–3639. doi: 10.1109/ TCOMM.2009.12.080559.
- [5] LI Yongzhi, TAO Cheng, SECO-GRANADOS G, et al. Channel estimation and performance analysis of one-bit massive MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(15): 4075–4089. doi: 10.1109/ TSP.2017.2706179.
- [6] LI Yongzhi, TAO Cheng, LEE SWINDLEHURST A, et al. Downlink achievable rate analysis in massive MIMO systems with one-bit DACs[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(7): 1669–1672. doi: 10.1109/LCOMM. 2017.2687871.
- FAN Li, JIN Shi, WEN Chaokai, et al. Uplink achievable rate for massive MIMO systems with low-resolution ADC[J]. *IEEE Communications Letters*, 2015, 19(12): 2186–2189. doi: 10.1109/LCOMM.2015.2494600.
- [8] QIAO Dan, TAN Weiqiang, ZHAO Yuyan, et al. Spectral efficiency for massive MIMO zero-forcing receiver with lowresolution ADC[C]. Proceedings of the 20168th International Conference on Wireless Communications & Signal Processing, Yangzhou, China, 2016: 1–6. doi: 10.1109/ WCSP.2016.7752527.
- [9] ZHANG Mengjiao, TAN Weiqiang, GAO Junhui, et al. Power allocation for multicell mixed-ADC massive MIMO systems in Rician fading channels[C]. Proceedings of the 20179th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing, Nanjing, China, 2017: 1–6. doi: 10.1109/WCSP.2017.8171074.
- [10] ZHANG Jiayi, DAI Linglong, HE Ziyan, et al. Performance analysis of mixed-ADC massive MIMO systems over Rician fading channels[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2017, 35(6): 1327–1338. doi: 10.1109/ JSAC.2017.2687278.
- [11] ZHANG Mengjiao, TAN Weiqiang, GAO Junhui, et al. Spectral efficiency and power allocation for mixed-ADC massive MIMO system[J]. China Communications, 2018, 15(3): 112–127. doi: 10.1109/CC.2018.8331995.

- [12] PITAROKOILIS A, BJÖRNSON E, and LARSSON E G. Performance of the massive MIMO uplink with OFDM and phase noise[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(8): 1595–1598. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2581169.
- [13] ZAIB A, MASOOD M, ALI A, et al. Distributed channel estimation and pilot contamination analysis for massive MIMO-OFDM systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2016, 64(11): 4607–4621. doi: 10.1109/ TCOMM.2016.2593924.
- [14] ZAIB A, MASOOD M, GHOGHO M, et al. Distributive estimation of frequency selective channels for massive MIMO systems[C]. Proceedings of the 201523rd European Signal Processing Conference, Nice, France, 2015: 889–893. doi: 10.1109/EUSIPCO.2015.7362511.
- [15] ORHAN O, ERKIP E, and RANGAN S. Low power analogto-digital conversion in millimeter wave systems: Impact of resolution and bandwidth on performance[C]. Proceedings of 2015 Information Theory and Applications Workshop, San Diego, USA, 2015: 191–198. doi: 10.1109/ITA.2015.7308988.
- [16] SHARIATI N, BJÖRNSON E, BENGTSSON M, et al. Low-complexity channel estimation in large-scale MIMO using polynomial expansion[C]. Proceedings of the 2013 IEEE 24th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications, London, UK, 2013: 1157–1162. doi: 10.1109/PIMRC.2013.6666313.
- [17] NGO H Q, LARSSON E G, and MARZETTA T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(4): 1436–1449. doi: 10.1109/TCOMM.2013.020413.110848.
- [18] MO Jianhua, ALKHATEEB A, ABU-SURRA S, et al. Hybrid architectures with few-bit ADC receivers: Achievable rates and energy-rate tradeoffs[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(4): 2274–2287. doi: 10.1109/TWC.2017.2661749.
- 刘 凯: 男, 1987年生, 博士生, 研究方向为大规模MIMO.
- 陈贵潮: 男,1996年生,硕士生,研究方向为大规模MIMO、低精 度量化.
- 陶 成: 男,1963年生,教授,博士生导师,研究方向为无线通 信、MIMO、扩频通信.
- 周 涛: 男, 1988年生, 副教授, 研究方向为信道测量与建模.