

基于扩展ESPRIT的随机阵列高效DoA估计算法

刘松 庞育才*

(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

摘要: 获得随机阵列的高效、统计无偏波达方向(DoA)估计是超分辨率DoA估计领域的一大挑战。该文基于“利用旋转不变技术扩展估计信号参数法(AESPRIT)”提出了一种随机阵列DoA估计算法。该算法将AESPRIT改造成闭环结构,并使用阵列内插技术(AIT)提供的角度粗估计作为初始相位补偿角,从而通过迭代快速获得精确的DoA估计。所提算法直接给出代数形式的估计结果,具有低的计算复杂度;同时由于不存在流形映射或者模式截断误差,估计结果具有统计无偏性。仿真结果验证了所提算法的有效性。

关键词: 阵列信号处理; 波达方向估计; 随机阵列; 利用旋转不变技术扩展估计信号参数法; 阵列内插技术

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)06-1324-06

DOI: [10.11999/JEIT180672](https://doi.org/10.11999/JEIT180672)

Efficient Augmented ESPRIT-based Direction-of-Arrival Estimation Algorithm for Random Arrays

LIU Song PANG Yucui

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Post and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: As for super resolution Direction-of-Arrival (DoA) estimation with random arrays, it is still challenged to obtain efficient and statistically unbiased estimates. Based on Augmented Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (AESPRIT), an efficient DoA estimation algorithm is proposed for random arrays. AESPRIT is modified with a closed loop structure; Array Interpolation Technique (AIT) is utilized to provide the initial phase compensation angles to the loop. Therefore, the final DoA estimates can be calculated efficiently and accurately through iteration. The proposed algorithm gives algebraic solution directly and has low computational complexity. At the same time, the results are statistically unbiased because no manifold mapping or mode truncation error is introduced. Simulations verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Array signal processing; Direction-of-Arrival (DoA) estimation; Random arrays; Augmented Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (AESPRIT); Array Interpolation Technique (AIT)

1 引言

波达方向(Direction-of-Arrival, DoA)估计技术在雷达、声呐、通信以及其它目标定位^[1-5]所涉及的领域有着广泛的应用。随机阵列又称为非规则阵列,基于随机阵列的DoA估计有着重要的理论和应用研究价值:阵元位置的随机化能消除规则阵列稀疏化所带来的DoA估计角度模糊性问题^[6],而稀疏化的阵列具有较大的有效阵列孔径,并且能减少天

线阵元之间的电磁互耦效应;理论研究显示能获得最优期望克罗美劳限(Expected Cramer Rao Bound, ECRB)的阵列具有非规则结构^[7];此外,随机阵列DoA估计方法能用于共形阵列。

超分辨率DoA估计算法由于出色的分辨能力而被广泛研究,规则阵列如均匀线阵(Uniform Linear Array, ULA)的DoA估计技术研究最为成熟^[8],但快速、统计无偏地获得随机阵列的超分辨率DoA估计仍面临较大的挑战。用于随机阵列的超分辨DoA估计算法主要包括最大似然法(Maximum Likelihood, ML)^[8],多重信号分类法(Multiple Signal Classification, MUSIC)^[9]以及利用旋转不变技术估计信号参数法(Estimating Signal Parameter via Rotational Invariance Techniques,

收稿日期: 2018-07-06; 改回日期: 2019-01-15; 网络出版: 2019-01-26

*通信作者: 庞育才 pangyc@cqupt.edu.cn

基金项目: 重庆市教委自然科学基金(KJ1704079, KJQN201800631)

Foundation Items: The Natural Science Foundation of Chongqing Municipal Education Commission (KJ1704079, KJQN201800631)

ESPRIT)^[10]。ML算法利用角度搜索获得DoA估计, 一般涉及高维搜索并且容易获得局部最优解。MUSIC算法将多维角度搜索转化到1维搜索, 并且可以通过不同的搜索策略进一步降低运算复杂度^[11,12]。但是, 基于搜索策略算法的运算量仍然较大, 并且估计精度受搜索步长影响, 可能的最大偏差接近搜索步长的一半。因此, 严格意义上ML和MUSIC算法在有限搜索步长下均是统计有偏估计。ESPRIT算法直接给出代数形式的DoA估计结果, 具有非常高的运算效率。它要求阵列具旋转不变结构, 因此不能直接用于随机阵列。通过阵列内插技术(Array Interpolation Technique, AIT)先将随机阵列映射为ULA, 再使用ESPRIT能获得高效但统计有偏的DoA估计^[13]。此外, 也可采用流形分离技术(Manifold Separation Technique, MST)^[14,15]再通过求根MUSIC方法^[8]得到DoA估计。MST的最大截取模式数取决于包含所有阵元的最小圆半径, 因此对于稀疏阵列或大规模阵列, 模式取值较大, 需求解高阶代数方程, 运算复杂度仍然较高; 同时MST由于存在截取误差, 得到的是具有固有偏差的DoA估计结果。因此, 设计适用于随机阵列的高效、统计无偏超分辨率DoA估计算法仍具有理论和工程实际意义。

文献[16]提出了一种动态相位补偿技术, 建立了扩展ESPRIT(Augmented ESPRIT, AESPRIT)方法框架, 并在此基础上得到了适用于随机阵列DoA估计的通用ESPRIT空间谱, 该空间谱对紧邻信号的分辨率优于广泛使用的MUSIC空间谱。但是, AESPRIT谱仍使用穷尽搜索方法, 运算效率较低。本文基于AESPRIT, 提出适用于随机阵列的高效DoA估计算法。新算法将AESPRIT改造成具有闭环结构并使用迭代相位补偿技术, 即将AESPRIT的角度估计输出作为下一次相位补偿的输入; 同时将AIT的有偏角度估计作为闭环AESPRIT的初始相位补偿角, 由此能快速得到收敛结果并作为最终的DoA估计。与搜索策略算法相比, 运算效率能获得显著改善; 同时, 由于没有引入映射或者模式截断误差, 得到的DoA估计结果具有统计(或渐进)无偏性。

2 系统模型

N 个远场窄带信号同时入射到 M 元随机线阵, 入射方向 $\theta_j \in [0, \pi), j=1, 2, \dots, N$ 为待估DoA参数。阵列阵元位置矢量为 $\mathbf{x}=[x_1 x_2 \dots x_M]^T$, 第 k 次采样得到的 $M \times 1$ 维快拍矢量可表示为

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{A} \mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k), \quad k=1, 2, \dots, K \quad (1)$$

其中, K 为样本总数, $\mathbf{s}=[s_1 s_2 \dots s_N]^T$ 为信号采

样矢量, $\mathbf{n}=[n_1 n_2 \dots n_M]^T$ 为加性噪声矢量。 $\mathbf{A}=[\mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2) \dots \mathbf{a}(\theta_N)]$ 为阵列流形矩阵, 第 j 个流形矢量 $\mathbf{a}(\theta_j)$ 为

$$\mathbf{a}(\theta_j) = \left[\exp\left(\frac{2\pi i x_1 \cos \theta_j}{\lambda}\right) \exp\left(\frac{2\pi i x_2 \cos \theta_j}{\lambda}\right) \dots \exp\left(\frac{2\pi i x_M \cos \theta_j}{\lambda}\right) \right]^T \quad (2)$$

其中, i 表示虚数单位, λ 为信号波长。设定信号之间不相关, 且噪声为零均值复对称高斯白噪声。它们有式(3)、式(4)的统计特性

$$\mathbf{E}[\mathbf{s}(k)] = \mathbf{0}, \quad \mathbf{E}[\mathbf{s}(k) \mathbf{s}^H(k)] = \mathbf{R} \quad (3)$$

$$\mathbf{E}[\mathbf{n}(k)] = \mathbf{0}, \quad \mathbf{E}[\mathbf{n}(k) \mathbf{n}^H(k)] = \sigma_w^2 \mathbf{I} \quad (4)$$

其中, \mathbf{R} 为满秩的信号相关矩阵, σ_w^2 为噪声功率。

3 基于AESPRIT的高效DoA估计算法

本文将AESPRIT改造为具有闭环结构的迭代结构, 并利用AIT提供的角度粗估计作为初始相位补偿角, 从而快速得到DoA的代数形式估计值。

3.1 闭环结构AESPRIT

AESPRIT框图如图1^[16]所示, 它具有开放结构。

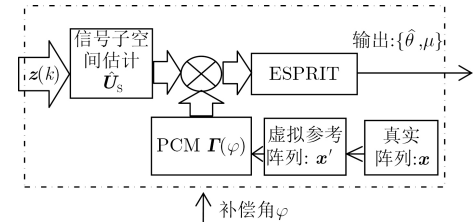


图1 具有开环结构的AESPRIT

图中, 首先由阵列位置矢量 \mathbf{x} 构造一个虚拟ULA作为实际阵列的参考阵列。参考阵列的位置矢量为 $\mathbf{x}'=[x'_1 x'_2 \dots x'_M]^T$, 其端点阵元与实际阵列端点阵元重合, 即 $x'_1=x_1, x'_M=x_M$ 。其它虚拟阵元位置如式(5)

$$x'_j = x'_1 + (j-1)d, \quad j=2, 3, \dots, M-1 \quad (5)$$

其中, $d=(x_M - x_1)/(M-1)$ 。计算实际阵列与参考阵列的位置差矢量

$$\mathbf{\Delta} = [\Delta_1 \Delta_2 \dots \Delta_M]^T := \mathbf{x} - \mathbf{x}' \quad (6)$$

AESPRIT引入一种动态相位补偿技术, 给定一个相位补偿角 φ 作为辅助输入并定义相位补偿矩阵(Phase Compensation Matrix, PCM)

$$\mathbf{\Gamma}(\varphi) := \text{diag} \left(\left[\exp\left(\frac{2\pi i \Delta_1 \cos \varphi}{\lambda}\right) \exp\left(\frac{2\pi i \Delta_2 \cos \varphi}{\lambda}\right) \dots \exp\left(\frac{2\pi i \Delta_M \cos \varphi}{\lambda}\right) \right] \right) \quad (7)$$

然后利用 $\Gamma(\varphi)$ 对估计得到的信号子空间 \hat{U}_S 进行相位补偿,得到更新后的信号子空间

$$\tilde{U}_S = \Gamma(\varphi) \hat{U}_S \quad (8)$$

对 \tilde{U}_S 施行ESPRIT算法:选定 \tilde{U}_S 的前 $M-1$ 行作为子阵列1的信号子空间 \tilde{U}_{S1} ,选定后 $M-1$ 行作为子阵列2的信号子空间 \tilde{U}_{S2} ;利用最小二乘法计算出两个子阵列信号空间的拟合矩阵

$$\Theta = \left(\tilde{U}_{S1}^H \tilde{U}_{S1} \right)^{-1} \tilde{U}_{S1}^H \tilde{U}_{S2} \quad (9)$$

再对 Θ 进行特征值分解(Eigen Value Decomposition, EVD),得到 $\Theta = \Psi \text{diag}\{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_N\}$,其中 Ψ 为由 N 个特征矢量组成的特征矢量矩阵, $\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_N$ 为 N 个特征值。然后根据特征值的相角确定 N 个角度估值

$$\hat{\theta}_j = \arccos \left(\frac{\lambda \cdot \text{angle}(\mu_j)}{2\pi d} \right), j=1, 2, \dots, N \quad (10)$$

最后, AESPRIT只输出上述 N 个值中与 φ 最为接近的那个角度 $\hat{\theta}$ 和对应的特征值 μ

$$\hat{\theta} = \underset{\hat{\theta}_j}{\text{argmin}} \left| \hat{\theta}_j - \varphi \right|, j=1, 2, \dots, N \quad (11)$$

因此AESPRIT可记为

$$\{\hat{\theta}, \mu\} = \text{AESPRIT}(z(k), \varphi) \quad (12)$$

AESPRIT相位补偿角 φ 与输出角度 $\hat{\theta}$ 之间是开放性结构,需要定义AESPRIT空间谱并在全角域空间内搜索谱峰从而获得DoA估计^[16]。将AESPRIT改造为闭合迭代环结构,即让前一次AESPRIT的输出角度估计 $\hat{\theta}$ 作为下一次迭代的相位补偿角 φ (见图2)。

图2中,补偿角更新 $\varphi := \hat{\theta}$ 过程表示将前一次AESPRIT的输出 $\hat{\theta}$ 用作下一次迭代的相位补偿角并形成闭合迭代环(见黑色实线)。

闭合迭代环结构的AESPRIT有如下收敛定理:

定理1 无噪环境下,单信号以DoA θ_1 入射到给定的随机阵列,当初相位补偿角 φ 与DoA真值满足1阶展开近似式 $\cos \varphi - \cos \theta_1 \approx (\theta_1 - \varphi) \sin \theta_1$ 时,闭合环AESPRIT仅需单次迭代便会收敛到该DoA真值上。

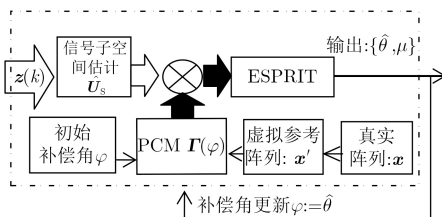


图2 具有闭合环结构的AESPRIT

将 $\cos \varphi$ 在邻近角度 θ_1 处展开,2阶展开量为 $(\theta_1 - \varphi)^2 \cos \theta_1 / 2$,可见若 $|\theta_1 - \varphi| < 0.1$ (rad),即两角度相差约 5.7° 时,2阶及更高阶展开绝对量将小于0.01,这些余量均可忽略,此时可认为相位补偿角与DoA真值“接近”。当初相位补偿角与真值相差较大时,迭代次数和收敛时间将会相应增加;随着 φ 进一步远离 θ_1 ,收敛过程将更为复杂,因为ESPRIT算法涉及非线性三角函数运算,收敛定理在AESPRIT算法的近似线性区成立。

定理1揭示了闭合环结构AESPRIT的一个重要特性:当相位补偿角“接近”DoA真值时,它将快速收敛到该真值上。实际上,噪声的影响将导致最终的收敛值偏离真实值,但大量的实验将会得到统计无偏的估计结果。多信号情况下,特定的兴趣信号DoA的收敛证明较为复杂;但对于兴趣信号,其它信号可视为独立的干扰源,本文将利用仿真实验来验证收敛性。

3.2 本文算法及运算复杂度分析

由定理1可知,只要有接近真实DoA的初始相位补偿角,闭合环AESPRIT就能快速收敛;另一方面,AIT能给出“接近”真实DoA的具有固有偏差的角度粗估计。若将每一个AIT角度粗估计分别作为初始相位补偿角,就得到如图3所示的基于AESPRIT的DoA估计算法。

图3中AIT给出 N 个DoA粗估值 $\varphi_{\text{mit},j}, j=1, 2, \dots, N$ 。将第 j 个估值 $\varphi_{\text{mit},j}$ 作为闭合环AESPRIT的初始相位补偿角,经过迭代相位补偿后输出收敛的角度估值 $\hat{\theta}$,再将 $\hat{\theta}$ 作为第 j 个信号的最终DoA估值。实际操作中,若输出的估计角度与输入的相位补偿角的差小于一个预先设定的小数 ε (例如 0.1°),即可判断迭代已经收敛,即

$$|\hat{\theta} - \varphi| < \varepsilon \quad (13)$$

下面是本文算法的详细步骤:

(1) 设定阈值 ε :先计算出样本协方差矩阵 \hat{R}_z ,并利用EVD估计出信号子空间 \hat{U}_S

$$\hat{R}_z = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K z(k) z^H(k) = \sum_{j=1}^M \zeta_j g_j g_j^H \quad (14)$$

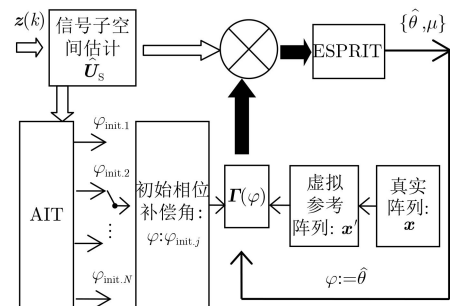


图3 基于AESPRIT的DoA估计算法

其中, $\zeta_1 \geq \zeta_2 \geq \dots \geq \zeta_M$ 。 \mathbf{g}_j 为 $\hat{\mathbf{R}}_z$ 的特征矢量, ζ_j 为对应的特征值。信号子空间即为

$$\hat{\mathbf{U}}_S = [\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2 \ \dots \ \mathbf{g}_M] \quad (15)$$

(2) 利用AIT获得信号DoA的粗估计^[13]: 假定目标可能出现的角度区域为 $(\theta^{c1}, \theta^{cL})$, 在该区域内选取 $L (L \geq M)$ 个校正角度 $\theta^{c1}, \theta^{c2}, \dots, \theta^{cL}$ 。根据选定的校正点确定映射矩阵 $\mathbf{B} = \mathbf{A}^c (\mathbf{A}^c)^H (\mathbf{A}^c (\mathbf{A}^c)^H)^{-1}$, 其中 $\mathbf{A}^c = [\mathbf{a}(\theta^{c1}) \ \mathbf{a}(\theta^{c2}) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta^{cL})]$, $\mathbf{A}_v^c = [\mathbf{a}_v(\theta^{c1}) \ \mathbf{a}_v(\theta^{c2}) \ \dots \ \mathbf{a}_v(\theta^{cL})]$ 并且

$$\mathbf{a}_v(\theta) = \exp\left(\frac{2\pi i x_1 \cos \theta}{\lambda}\right) \cdot \left[1 \ \exp\left(\frac{2\pi i d \cos \theta}{\lambda}\right) \ \dots \ \exp\left(\frac{2\pi i (M-1) d \cos \theta}{\lambda}\right) \right]^T \quad (16)$$

将 \mathbf{B} 与信号子空间 $\hat{\mathbf{U}}_S$ 相乘, 得到映射后的信号子空间 $\bar{\mathbf{U}}_S$

$$\bar{\mathbf{U}}_S = \mathbf{B} \hat{\mathbf{U}}_S \quad (17)$$

然后对 $\bar{\mathbf{U}}_S$ 施行ESPRIT算法获得 N 个DoA粗估计

$$\{\varphi_{\text{init},1}, \varphi_{\text{init},2}, \dots, \varphi_{\text{init},N}\} = \text{ESPRIT}(\bar{\mathbf{U}}_S) \quad (18)$$

(3) 令 $j=1$, 开始对第1个信号进行DoA估计。

(4) 令 $\varphi = \varphi_{\text{init},j}$, 给初始相位补偿角赋值。

(5) 计算 $\mathbf{I}(\varphi)$ (见式(7)), 对信号子空间进行相位补偿得到 $\tilde{\mathbf{U}}_S$ (见式(8)), 再对 $\tilde{\mathbf{U}}_S$ 施行AESPRIT, 输出角度估计 $\hat{\theta}$ (见式(9)–式(11))。

(6) 根据式(13)判断 $\hat{\theta}$ 是否已经收敛: 若式(13)不成立则令 $\varphi = \hat{\theta}$ 并转向(5)继续执行; 若式(13)成立则输出 $\hat{\theta}$ 为第 j 个信号的DoA估值并令 $j=j+1$, 若 $j \leq N$ 则转到(4)继续执行, 若 $j > N$ 则结束。

运算复杂度分析: 相位补偿运算复杂度为 $O(MN)$, 拟合矩阵的计算复杂度为 $O(2N^2(M+N-1))$, 拟合矩阵特征分解的计算复杂度为 $O(N^3)$, 因此单次迭代的运算复杂度为 $O(N(2MN+3N^2+M-2N))$ 。AIT的运算复杂度为 $O(N(M^2+2MN+3N^2-2N))$, 同时AIT给出的DoA粗估计可认为“接近”真值, 因此由定理1可知对每个初始补偿角度的迭代次数约为1, 总的迭代次数为 N 。因此, 总的计算复杂度为 $O(N(M^2+2MN^2+3MN+3N^3+N^2-2N))$ 。基于角度搜索的MUSIC算法计算复杂度为 $O(\kappa MN)$ (κ 表示搜索次数, $\kappa \gg M$)。举例来说, 设定 $M=10, N=3$, MUSIC角度搜索步长为 $0.1^\circ, \kappa=1800$, 则本文所提算法运算复杂度为 $O(528)$, MUSIC算法的运算复杂度为 $O(36000)$, 可见本文算法具有较低的运算复杂度。

4 仿真实验及分析

使用 $M=10$ 阵元随机阵列, 位置矢量为 $\mathbf{x} = \lambda [0 \ 0.4338 \ 1.0919 \ 1.2329 \ 1.5558 \ 1.8574 \ 2.5741 \ 2.7035 \ 3.9995 \ 4.5000]$ 。两等信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)信号以角度 $\theta_1=47.3509^\circ$ 和 $\theta_2=56.8461^\circ$ 入射。分别采用AIT, MUSIC, RV(Real Value)-MUSIC^[11]及本文算法进行DoA估计。仿真参数设定为 $K=1000, \varepsilon=0.1^\circ, T=100$, 其中, T 表示每个SNR点的仿真实验次数; AIT方法的校正角度个数为 $L=18$, 分别为 $5^\circ, 15^\circ, \dots, 175^\circ$; 对MUSIC/RV-MUSIC, 搜索步长设定为 0.1° (即 $\kappa=1800$)。

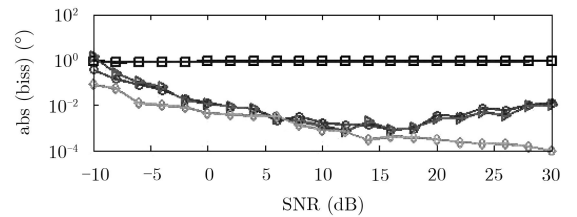
定义信号 j 的DoA估计绝对平均偏差和均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)分别为

$$\text{abs_bias}_j = \left| \theta_j - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\theta}_j^t \right| \quad (19)$$

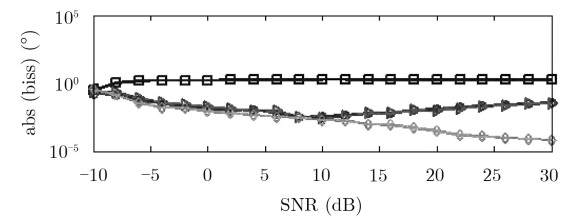
$$\text{RMSE}_j = \text{sqrt} \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\theta_j - \hat{\theta}_j^t)^2 \right), j=1, 2 \quad (20)$$

其中, $\hat{\theta}_j^t$ 表示第 t 次仿真实验得到的第 j 个信号的DoA估计。图4和图5显示了绝对平均偏差及RMSE随SNR的变化情况, 同时也给出了CRB。

可见AIT得到的DoA粗估计在整个信噪比区间偏差和RMSE都很大; 基于角度搜索的MUSIC/RV-MUSIC方法, 随着信噪比的增加, 偏差和均方根误差趋向一个非零值, 这是因为此时有限搜索步长引起的步长误差占主导作用。本文所提的DoA估计算法得到的偏差却逐渐减少, RMSE也是逐渐减小并和CRB曲线趋势保持一致, 偏差和均方根误



(a) 信号1



(b) 信号2

—■— AIT —○— MUSIC —△— RV-MUSIC —◇— 本文方法

图4 给定阵列DoA估计平均绝对偏差随SNR的变化情况

差趋近零。这说明本文方法得到的估计结果不仅渐进有效,也是统计(渐进)无偏的。

为获得本文所提的DoA估计算法相对于MUSIC算法运算效率的提升统计结果,在不同的信噪比下进行两信号仿真实验。信号DoA在 $(60^\circ, 120^\circ)$ 区间随机产生,仿真次数 $T=100$;每次仿真实验产生不同的 $M=10$ 随机阵列,阵列孔径为 4.5λ ;AIT的校正点设定为20个,分别为 $61^\circ, 64^\circ, \dots, 118^\circ$;MUSIC搜索步长分别采用 0.10° 和 0.01° ,其它仿真参数不变。获得的平均运算时间和RMSE如图6所示(Intel i7-4500U CPU@1.8G 4GB RAM)。

由图6可见,本文算法的平均运算时间相比

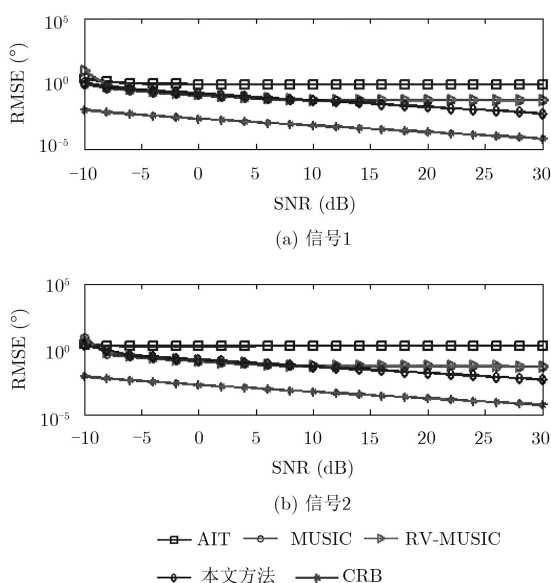


图5 给定阵列DoA估计RMSE随SNR的变化情况

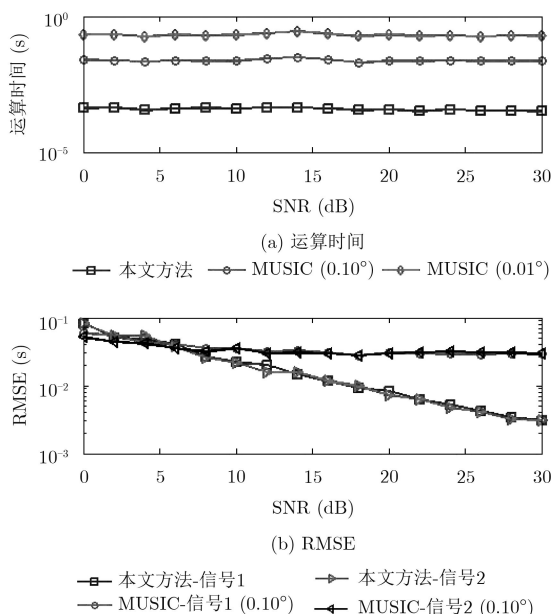


图6 随机阵列DoA估计运算时间及RMSE随SNR的变化情况

MUSIC算法在整个信噪比区间提高约为50倍(搜索步长为 0.10°)和500倍(搜索步长为 0.01°);同时由于搜索步长误差,使得MUSIC算法的RMSE不趋向零,而本文算法则随着信噪比的增加逐渐趋向零,即估计结果为渐进无偏估计或者统计无偏估计。这说明本文算法在提供快速代数DoA估值的同时,估计精度也大为提高。不过也应该看到,虽然在信噪比高于5 dB以上区间,本文算法RMSE优于MUSIC算法,但在低信噪比区间MUSIC算法RMSE表现得更为稳健。

5 结束语

众多用于随机阵列DoA估计的修正ESPRIT算法均存在着映射误差或者截断误差,因此估计结果具有固有偏差。本文基于AESPRIT框架,改造为闭环结构,并且将AIT输出的有偏角度估计作为初始相位补偿角,从而利用迭代相位补偿技术对阵列结构的不规则性进行补偿,得到了统计无偏(或渐进无偏)的DoA估计结果。同时,本文算法具有低的计算复杂度,与基于角度搜索策略的MUSIC算法相比,运算效率有明显提升。需要指出的是针对某些大规模阵列,由于需要选取较多的校正角度,校正阵列流形矩阵可能为变态矩阵,此时AIT提供的初始角度估计将明显偏离真实值,导致迭代次数增多,运算效率降低。因此如何为闭环AESPRIT寻找更为合适的相位补偿角粗估计还需要进一步研究。

参考文献

- [1] MELVIN W L and SCHEER J A. Principles of Modern Radar, Vol II: Advanced Techniques[M]. Edison, USA: SciTech Publishing, 2013: 656-658.
- [2] LI Jun, LIN Qiuhua, KANG Chunyu, et al. DOA estimation for underwater wideband weak targets based on coherent signal subspace and compressed sensing[J]. *Sensors*, 2018, 18(3): E902. doi: 10.3390/s18030902.
- [3] 张平, 陶运铮, 张治. 5G若干关键技术评述[J]. *通信学报*, 2016, 37(7): 15-29.
ZHANG Ping, TAO Yunzheng, and ZHANG Zhi. Survey of several key technologies for 5G[J]. *Journal on Communications*, 2016, 37(7): 15-29.
- [4] JIN Yanhan, ZOU Yuexian, and RITZ C H. Robust speaker DOA estimation based on the inter-sensor data ratio model and binary mask estimation in the bispectrum domain[C]. Proceedings of 2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, New Orleans, USA, 2017: 3266-3270. doi: 10.1109/ICASSP.2017.7952760.
- [5] XIA Z, BRENNAN N, CHAMBERLAND J F, et al. Real-time and near-real-time acquisition systems for measuring

- aliasing in small arrays based on crystal microstructures[C]. Proceedings of 2013 IEEE Radio and Wireless Symposium, Texas, USA, 2013: 64–66. doi: [10.1109/RWS.2013.6486642](https://doi.org/10.1109/RWS.2013.6486642).
- [6] FLIELLER A, LARZABAL P, and CLERGEOT H. Study of ambiguities in array manifold: a general framework[C]. Proceedings of the 8th Workshop on Statistical Signal and Array Processing, Corfu, Greece, 1996: 574–577. doi: [10.1109/SSAP.1996.534942](https://doi.org/10.1109/SSAP.1996.534942).
- [7] GAZZAH H, DELMAS J P, and LARSYS S M J. Direction-finding arrays of directional sensors for randomly located sources[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(4): 1995–2003. doi: [10.1109/TAES.2016.150655](https://doi.org/10.1109/TAES.2016.150655).
- [8] VAN TREES H L. Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation and Modulation Theory[M]. New York, USA: Wiley-Interscience, 2002: 922–924.
- [9] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276–280. doi: [10.1109/TAP.1986.1143830](https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830).
- [10] ROY R and KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(7): 984–995. doi: [10.1109/29.32276](https://doi.org/10.1109/29.32276).
- [11] YAN Fenggang, JIN Ming, LIU Shuai, *et al.* Real-valued MUSIC for efficient direction estimation with arbitrary array geometries[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(6): 1548–1560. doi: [10.1109/TSP.2014.2298384](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2298384).
- [12] LIU Guohong, CHEN Hong, SUN Xiaoying, *et al.* Modified MUSIC algorithm for DOA estimation with Nyström approximation[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(12): 4673–4674. doi: [10.1109/JSEN.2016.2557488](https://doi.org/10.1109/JSEN.2016.2557488).
- [13] WEISS A J and GAVISH M. Direction finding using ESPRIT with interpolated arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(6): 1473–1478. doi: [10.1109/78.136564](https://doi.org/10.1109/78.136564).
- [14] BELLONI F, RICHTER A, and KOIVUNEN V. DoA estimation via manifold separation for arbitrary array structures[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(10): 4800–4810. doi: [10.1109/TSP.2007.896115](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.896115).
- [15] HUA Guang, WU Jiudong, ZHU Xicheng, *et al.* Efficient two-dimensional direction finding via auxiliary-variable manifold separation technique for arbitrary array structure[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015: 740513. doi: [10.1155/2015/740513](https://doi.org/10.1155/2015/740513).
- [16] LIU Song, ZHANG Gang, WENG Mingjiang, *et al.* Unified ESPRIT spatial spectrum for Direction-of-Arrival estimation with an arbitrary sparse array[C]. Proceedings of the 2016 IEEE 13th International Conference on Signal Processing, Chengdu, China, 2016: 457–461. doi: [10.1109/ICSP.2016.7877875](https://doi.org/10.1109/ICSP.2016.7877875).
- 刘松：男，1976年生，博士，讲师，研究方向为阵列信号处理。
庞育才：男，1987年生，博士(后)，讲师，研究方向为MIMO雷达信号处理。