

# 分数阶傅里叶和压缩感知自适应抗频谱弥散干扰

赵杨<sup>\*①</sup> 尚朝轩<sup>①</sup> 韩壮志<sup>①</sup> 韩宁<sup>②</sup> 解辉<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(陆军工程大学 石家庄 050003)

<sup>②</sup>(中国人民解放军32181部队 西安 710032)

**摘要:** 频谱弥散(SMSP)干扰与线性调频雷达信号之间存在大量的时频域耦合, 干扰效能突出。该文提出一种信息域的抗SMSP干扰的信号处理算法, 根据SMSP干扰信号的形式与特点, 通过自适应改变压缩感知的干扰基字典, 同时匹配雷达信号与干扰信号的调频率, 构建压缩感知求解模型并基于凸优化算法完成信号重构, 最终实现干扰信号的识别及雷达信号的提取。该算法中冗余字典的构造采用了Pei型分数阶傅里叶快速分解方法, 不需要反复对信号进行时频域解耦, 并且迭代次数较少, 运算效率较高。

**关键词:** 信号处理; 频谱弥散; 分数阶傅里叶变换; 压缩感知; 形态理论

中图分类号: TN974

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)05-1047-08

DOI: 10.11999/JEIT180569

## Fractional Fourier Transform and Compressed Sensing Adaptive Countering Smeared Spectrum Jamming

ZHAO Yang<sup>①</sup> SHANG Chaoxuan<sup>①</sup> HAN Zhuangzhi<sup>①</sup> HAN Ning<sup>②</sup> XIE Hui<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Army Engineering University, Shijiazhuang 050003, China)

<sup>②</sup>(32181 of PLA, Xi'an 710032, China)

**Abstract:** SMsmeared SPpectrum (SMSP) jamming has lots of coupling in time and frequency domain with Linear Frequency Modulated (LFM) radar signals, which has good jamming performance. This paper proposes a signal processing method for countering SMSP jamming in information domain. According to the formulation and characteristics of SMSP signal, the jamming dictionary is changed automatically, the frequency modulation rate of LFM and SMSP signal is matcheal at the same time, the compressed sampling model is consructed and reconstruction of signal is carried out based on convex optimization. Finally, the recognition of jamming signal and extraction of radar signal are achieved. Pei type fractional Fourier decomposition method is used in construction of redundant dictionary. Modulation and demodulation between time and frequency domain are avoided in this method, which leads to improvement in fewer iteration times and higher arithmetic speed.

**Key words:** Signal processing; SMsmeared SPpectrum (SMSP); Fractional Fourier Transform (FrFT); Compressed sensing; Morphological theory

### 1 引言

当前有源电子对抗装备普遍使用数字储频技术(Digital Radio Frequency Memory, DRFM), 干扰装备能够迅速捕捉雷达信号, 进而对该信号进行调制与转发, 频谱弥散(SMeared SPpectrum, SMSP)干扰便是其中的典型代表<sup>[1]</sup>。SMSP干扰信

号与雷达信号在时频域大量重叠, 其设计之初便是期望获得雷达信号处理增益, 传统方法通过后端信号处理实现抗干扰, 即使实现了干信分离, 也将损失部分信号处理增益, 很难对抗SMSP在特定时频域的压制效果。

目前有源干扰信号的设计思路最基本的要求就是要获得传统意义上的雷达信号处理增益, 进而实现欺骗、压制等干扰策略, DRFM技术的广泛应用使得雷达装备难以在系统或体制层面抗干扰, 故雷达装备也必须在末端信号处理完成干扰识别或剔除<sup>[2,3]</sup>。为了应对这种新的挑战, 诸多研究人员在信号处理层面对如何对抗新型有源干扰领域展开了研究,

收稿日期: 2018-06-11; 改回日期: 2018-12-12; 网络出版: 2018-12-28

\*通信作者: 赵杨 zhaoyang\_oec@foxmail.com

基金项目: 国家自然科学基金(61601496)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61601496)

研究成果主要分为两个方面<sup>[4,5]</sup>：一是利用DRFM调制带来的量化特性差异分辨目标与干扰信号，二是在某域或联合域寻找目标与干扰的可分性。对于前者，Hill首先提出了利用数字储频技术的相位量化特性实现干扰识别，相应方法在文献<sup>[6-8]</sup>得到进一步完善，但目前DRFM的量化位数不断提升，导致量化特性差异愈来愈小，甚至完全消失，该方法的应用前景受限；近些年的研究主要围绕后者展开，大量研究成果涌现，部分研究者在时域通过提取幅相信息、分形维数、Holder系数等来实现干信分离<sup>[9]</sup>；文献<sup>[10-13]</sup>利用Wigner-Ville、短时傅里叶变换、小波变换等工具提取真假信号的时频域差异，进而区分真假信号；文献<sup>[11,14,15]</sup>通过信号高阶统计量等统计域信息，利用双谱分析等手段实现干信分离。

传统信号处理方法本质上是在特定域完成窄带滤波与匹配滤波，但由于SMSP等新型干扰样式与雷达信号在多域耦合，上述方法不可避免地会丢失目标信息，在耦合过强时甚至会失效，近些年已有部分学者运用压缩感知理论实现雷达抗有源干扰，文献<sup>[16]</sup>提出了一种JTFD-CS的抗干扰策略，该方法首先通过分数阶域滤除非重叠区域的干扰信号，进而基于统计信息滤除重叠区域的，利用信号的剩余部分完成重建；但该方法的实现需要在分数阶域与时频域来回解调频，并且滤除干扰的同时也滤除了信号，一旦干扰与信号的重叠区域过大，算法可能失效；压缩感知理论的核心思想是更多地提取信号的有用信息，故本文提出一种分数阶傅里叶变换压缩感知(FrFT-CS)自适应抗SMSP干扰的信号处理算法，利用真假信号的差异性，能根据干扰的变化在脉内处理时自适应调整冗余字典，实现对回波信号中干扰成分的最佳匹配，算法的核心思想是放大回波信号在信息域的差异性，实现干信分离，摆脱了传统时频域滤波的思想。本文中信号与干扰字典均是通过快速分数阶字典进行构造，运算速度类比FFT算法，并且感知字典能随着干扰的改变而自动更新，实现干扰环境的感知。

## 2 LFM与SMSP信号形态成分分析

### 2.1 信号形式

单分量无限长LFM信号的表达式为

$$\left. \begin{aligned} s(t) &= A \cdot \exp(j2\pi f_c t + j\pi k t^2) \\ u &= B/T, 0 \leq t \leq T \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中， $A$ 为信号幅度， $k$ 为信号调频斜率， $f_c$ 为信号初始频率。切片式SMSP干扰通过间歇采样，将一个完整的雷达信号切片形成多个片段，进而对每段

切片信号的调频率进行调制，使每段信号能够拓展到雷达信号的整个带宽，其典型信号的表达式为

$$\begin{aligned} J_m(t) &= A_m \exp(j2\pi f_m t + j\pi k_m t^2), \\ k_m &= B/T_m, 0 \leq t \leq T_m \end{aligned} \quad (2)$$

其中， $A_m$ ,  $f_m$ ,  $k_m$ 分别为每段干扰信号的幅度、载频和调频斜率。故完整的SMSP干扰信号表达式为

$$\begin{aligned} J_{\text{smsp}}(t) &= \sum_{m=1}^M A_m \exp(j2\pi f_m t + j\pi k_m t^2) \\ &\quad \cdot \delta\left(t - m \frac{T}{M}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

其中， $M$ 为切片数目， $\delta(t)$ 为单位冲激响应。观察式(3)可以发现，SMSP干扰信号同样可以获得雷达信号处理增益，通过改变干扰功率与调频率，SMSP干扰可以实现特定时频点的压制与欺骗。

### 2.2 形态成分分析

形态学理论与压缩感知的结合最早在图像处理领域<sup>[17,18]</sup>，其核心思想是寻找信号中不同形态成分所对应的稀疏基，使得待测信号能够在联合字典中呈现稀疏特性，进而通过重构算法，恢复并分离不同的形态成分。目前该理论在信号处理领域的应用已经得到了众多学者的理论与仿真验证<sup>[19-21]</sup>，假设信号 $s$ 是由两个形态成分组成，即

$$s = s_1 + s_2 \quad (4)$$

如若对 $s_1$ 与 $s_2$ 分别能寻找到对应的感知矩阵 $\Psi_1$ 与 $\Psi_2$ ，使得信号在对应感知矩阵稀疏，并且在非对应感知矩阵不稀疏，则通过压缩感知稀疏重构理论，能够高精度恢复并分离原始信号的不同形态成分。

根据2.1节中对信号形式的描述，无论是LFM信号还是SMSP干扰信号，其本质均为单次调频信号，根据分数阶傅里叶变换理论，单次调频信号在某分数阶域具有最优的能量聚集性，形式表现为一个冲击激函数，此时该分数阶域称为最佳分数阶变换域，相应的变换阶次称为最佳分数阶变换阶次。故在最佳分数阶变换域，雷达与干扰信号均为稀疏信号，并且在非最佳分数阶变换域均不是稀疏信号，满足形态学理论在压缩感知当中应用的前提。因此，本文通过分别构建信号感知矩阵与干扰感知矩阵，使得混叠的回波信号能够用联合字典稀疏表示，进而利用压缩感知理论实现干信分离与干扰抑制。

### 3 FrFT-CS自适应抗SMSP干扰

通过上述的分析可以发现，LFM与SMSP干扰的区别在于调频率、信号长度、切片数目，在假设总带宽相同的情况下，信号长度与调频率一一对

应, 则区别仅在于调频率与切片数目, 故运用形态学理论解决压缩感知重构问题转化为调频率与切片数的确定, 本文采用短时傅里叶变换(Short Time Fourier Transforming, STFT)来提取这两个参数。

### 3.1 STFT提取调频率与切片数

短时傅里叶变换实质上是加窗傅里叶变换, 连续时间的STFT可以表示为

$$\text{STFT}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t')\eta(t' - t) \exp(-j2\pi ft') dt' \quad (5)$$

其中,  $s(t')$ 为信号,  $\eta(t' - t)$ 为窗函数。通过对窗函数设置一定的滑动步长, 可以实现对所有采样点的STFT。离散STFT算法本文通过加矩形窗实现, 具体的实现方法请读者自行参阅相关文献。由于本文假定每个切片干扰的带宽覆盖整个信号带宽, 故每个切片干扰的调频率与信号长度(采样点数)满足

$$k_s/k_J = N_s/N_J \quad (6)$$

即干扰信号的调频率与采样点数一一对应, 此时只需利用STFT获得切片干扰的调频率与切片数目, 即可完成快速分数阶傅里叶基的构造, 具体的分数阶傅里叶基矩阵的构造步骤见3.2节。

### 3.2 快速FrFT基分解

对于一个给定的调频率为 $k$ 的LFM信号, 存在一个最佳分数阶Fourier变换域, 使得该LFM信号具有最好的能量聚集特性, 即在最佳分数阶Fourier变换域中LFM信号表现为一个冲激函数, 也就是说在最佳分数阶Fourier变换域中LFM信号是一个稀疏信号, 且稀疏度 $K=1$ 。此时最佳分数阶Fourier变换域对应的旋转角度为 $\alpha = \arccot(-k)$ , 变换阶次为 $p = \alpha/(\pi/2)$ 。这恰好满足压缩感知理论对于信号在某个变换域是稀疏信号的要求, 使得利用分数阶Fourier变换字典对LFM信号进行检测成为可能。

连续时间的分数阶傅里叶变换有多种方法, 不同方法各有优劣, 此处由于雷达LFM信号已知, 并且干扰信号的部分信息已通过3.1节获取, 即LFM与SMSP干扰信号的最佳分数阶变换阶次均已确定, 故此处采用速度最快的Pei型离散分数阶傅里叶变换方法构造稀疏矩阵<sup>[22]</sup>, 构造步骤如下:

步骤 1 对时域信号与分数阶域信号进行采样, 采样间隔为 $\Delta t$ 与 $\Delta u$ , 采样得到的数字信号分别为 $y(n) = x(n\Delta t)$ 和 $Y_p(m) = X_p(m\Delta u)$ , 其中 $m \in [-M, M]$ ,  $n \in [-N, N]$ 。

步骤 2 由连续分数阶Fourier变换的定义可以得到

$$Y_p(m) = \left( \frac{1 - j \cot \alpha}{2\pi} \right)^{1/2} \Delta t \exp \left( j \frac{m^2 \Delta u^2 \cot \alpha}{2} \right) \cdot \sum_{n=-N}^N \exp \left[ j \left( \frac{n^2 \Delta u^2 \cot \alpha}{2} - mn \Delta t \Delta u \csc \alpha \right) \right] \cdot y(n) \quad (7)$$

步骤 3 式(7)可改写为

$$Y_p(m) = \sum_{n=-N}^N \mathbf{K}_P(m, n) y(n) \quad (8)$$

其中,

$$\mathbf{K}_P(m, n) = \left( \frac{1 - j \cot \alpha}{2\pi} \right)^{1/2} \cdot \Delta t \exp \left( j \frac{m^2 \Delta u^2 \cot \alpha}{2} \right) \cdot \exp \left[ j \left( \frac{n^2 \Delta u^2 \cot \alpha}{2} - mn \Delta t \Delta u \csc \alpha \right) \right] \quad (9)$$

步骤 4 为了使式(9)可逆, 当 $M \geq N$ 时, 需要使 $\mathbf{K}_{-p}(m, n)$ 等于 $\mathbf{K}_p(m, n)$ 的共轭转置矩阵, 即

$$y(n) = \sum_{m=-M}^M \mathbf{K}_p^H(m, n) Y_p(m) = \sum_{m=-M}^M \sum_{k=-N}^N \mathbf{K}_p^H(m, n) \mathbf{K}_p(m, k) y(k) \quad (10)$$

其中,  $H$ 表示矩阵的共轭转置。

步骤 5 为了使式(10)中对 $m$ 求和的部分等于 $\delta(n - k)$ , 即

$$\sum_{m=-M}^M \exp[jm(n - k)\Delta t \Delta u \csc \alpha] = \delta(n - k) \quad (11)$$

需要满足

$$\Delta t \Delta u = \frac{2\pi S \sin \alpha}{2M + 1} \quad (12)$$

其中,  $S$ 是与 $2M+1$ 互为质数的整数。

步骤 6 将式(12)代入式(9)并归一化, 得

$$\mathbf{K}_p(m, n) = \left( \frac{\text{sgn}(\sin \alpha)(\sin \alpha - j \cot \alpha)}{2M + 1} \right)^{1/2} \cdot \exp \left[ j \left( \frac{m^2 \Delta u^2 \cot \alpha}{2} - \frac{2\pi S n m}{2M + 1} + \frac{n^2 \Delta t^2 \cot \alpha}{2} \right) \right] \quad (13)$$

步骤7 令 $S = \text{sgn}(\sin \alpha) = \pm 1$ , 针对 $\sin \alpha > 0$ 的情况, 式(13)将变为

$$K_p(m, n) = \sqrt{\frac{\sin \alpha - j \cos \alpha}{2N+1}} \exp \left[ j \left( \frac{m^2 \Delta u^2 \cot \alpha}{2} - \frac{2\pi S n m}{2N+1} + \frac{n^2 \Delta t^2 \cot \alpha}{2} \right) \right] \quad (14)$$

根据分数阶傅里叶变换的可逆性, 可以得到感知基矩阵 $\Psi_{\text{FrFT}}$ 为

$$\Psi_{\text{FrFT}} = \mathbf{K}_{-p}(m, n) = [\mathbf{K}_p(m, n)]^H \quad (15)$$

于是在分数Fourier变换字典 $\Psi_{\text{FrFT}}$ 中有

$$s = \Psi_{\text{FrFT}} \gamma_{\text{FrFT}} \quad (16)$$

其中,  $\gamma_{\text{FrFT}}$ 为信号 $s$ 在 $\Psi_{\text{FrFT}}$ 中的系数向量。

### 3.3 信号-干扰联合字典及CS重构算法

根据3.2节中快速FrFT基的构造步骤, 由于己方信号信息先验, 故可直接构造最佳分数阶傅里叶信号感知矩阵, 使得雷达信号在该字典下稀疏度为1, 此时将信号感知矩阵记为 $\Psi_{\text{Fr-S}}$ 。

干扰信号的调频率 $k_J$ 与切片数目 $Z$ 已经通过3.1节中STFT算法获得, 记每段切片干扰信号的变化字典为 $\Psi_{\text{Fr-J}}^z$ ,  $z = 1, 2, \dots, Z$ , 假设在一个脉冲内, 干扰信号的切片时间与带宽相同, 则

$$\Psi_{\text{Fr-J}}^z = \sqrt{\frac{\sin \alpha_J - j \cos \alpha_J}{2N_J+1}} \cdot \exp \left[ j \left( \frac{m^2 \Delta u^2 \cot \alpha_J}{2} - \frac{2\pi S n m}{2N_J+1} + \frac{n^2 \Delta t^2 \cot \alpha_J}{2} \right) \right] \quad (17)$$

其中,  $\alpha_J$ 为干扰信号的最佳旋转角度,  $2N_J+1$ 为每个干扰信号对应的采样点数。需要注意的是, 若干扰信号的形式为实时间歇采样转发式干扰, 则需要在每段切片干扰对应的字典后面补零, 补零点数为间歇采样时间对应的采样点数。此时干扰感知矩阵 $\Psi_{\text{Fr-J}}$ 可表示为

$$\Psi_{\text{Fr-J}} = \text{diag} (\Psi_{\text{Fr-J}}^1 \Psi_{\text{Fr-J}}^2 \cdots \Psi_{\text{Fr-J}}^z), \quad z = 1, 2, \dots, Z \quad (18)$$

其中,  $Z$ 为切片数目。最终联合感知字典可表示为

$$\Psi = [\Psi_{\text{Fr-S}} \Psi_{\text{Fr-J}}] \quad (19)$$

运用CS理论进行信号重构时, 假设对回波信号 $s_r$ 用 $L \times M$  ( $L \ll M$ ) 维的测量矩阵 $\Phi$ 进行投影, 并且干扰感知矩阵列数等于信号长度, 测量得到 $L \times 1$  维的观测值矢量

$$\mathbf{y} = \Phi s_r = \Phi (\Psi \boldsymbol{\theta} + \mathbf{n}) = \mathbf{A} \boldsymbol{\theta} + \mathbf{z} \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{A} = \Phi \Psi$ 为 $L \times 2N$  维的感知矩阵,  $\mathbf{z} = \Phi \mathbf{n}$  为噪声,  $\boldsymbol{\theta}$  为信号稀疏投影值,  $\mathbf{n}$  为噪声投影值。在感知矩阵满足约束等距性时(快速分数阶傅里叶

基的约束等距性质类似于快速傅里叶变换基, 此处不再验证),  $\boldsymbol{\theta}$  的求解可以转化为由观测矢量 $\mathbf{y}$ 求解约束最优 $l_1$ 范数问题, 即

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \min \|\boldsymbol{\theta}\|_1, \quad \text{s.t.} \|\mathbf{y} - \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}\|_2 < \delta \quad (21)$$

其中,  $\delta$ 是与噪声有关的常量。

故本文提出的算法的步骤为

**输入:** 观测矩阵 $\Phi$ , 观测信号 $x$ , 雷达信号 $s$ , 噪声水平 $\delta$ , 门限 $\eta$ , 迭代次数 $L_{\text{max}}$ ;

**初始化:** 迭代次数 $l = 0$ , 残差 $r = x$ ;

**输出:** 雷达信号与干扰信号的估计值 $s'$ ,  $s'_J$ ;

步骤1 根据信号 $s$ 构建信号感知矩阵 $\Psi_{\text{Fr-S}}$ ;

步骤2 计算信号的STFT, 获取干扰信号的调频率 $k_J$ 与切片数目 $Z$ , 进而构建干扰感知矩阵 $\Psi_{\text{Fr-J}}$ ;

步骤3 利用 $\Psi_{\text{Fr-S}}$ 与 $\Psi_{\text{Fr-J}}$ 构建联合感知矩阵 $\Psi$ ;

步骤4 根据式(21)利用凸优化方法求解压缩感知问题;

步骤5 当 $l = L_{\text{max}}$ 时, 停止迭代, 返回估计值 $s'$ ,  $s'_J$ ;

步骤6 若 $\|x' - \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}\|_2 / (2N) \geq \eta$ , 返回步骤2。

## 4 仿真结果分析

仿真参数设置为: LFM信号脉冲宽度为20  $\mu\text{s}$ , 带宽为10 MHz, 载频设置为零中频, 采样频率50 MHz, 采样点数为 $N=1000$ , 切片个数 $Z=4$ , 最大迭代次数 $L_{\text{max}}=3$ , 归一化误差门限 $\eta = 0.1$ , 信噪比设置为3 dB, 初始干信比(ISR)设置为5 dB, STFT窗长设置为32, 滑动步长也设置为32, 即采用非重叠的加窗方式。

### 4.1 回波与干扰信号仿真

无噪声状态下, 雷达LFM信号的时域波形图、时域脉冲压缩结果分别如图1、图2, 混合SMSP干扰后的时域波形图与脉冲压缩结果分别如图3、图4。

从图中可以发现, SMSP干扰信号与LFM信号在时域混叠严重, 并且能够获得传统脉冲压缩信号处理方式的增益, 脉冲压缩之后主瓣展宽、副瓣电

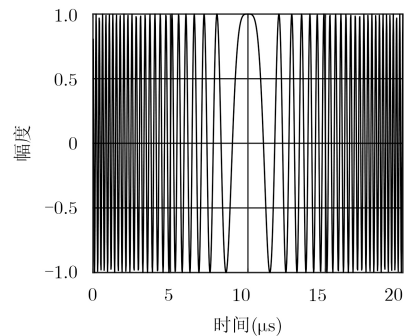


图1 时域波形

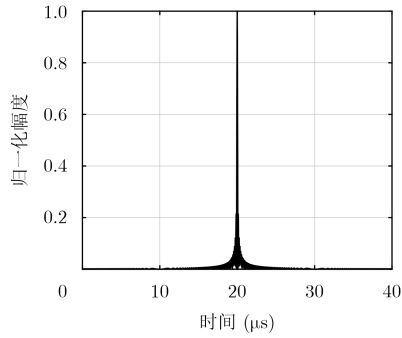


图 2 脉冲压缩结果

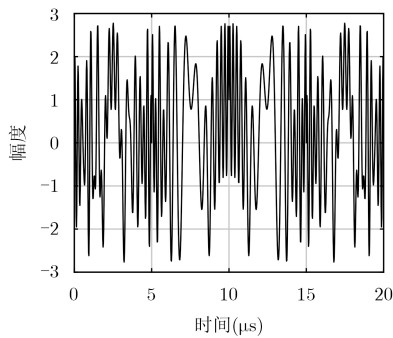


图 3 混合干扰后时域波形

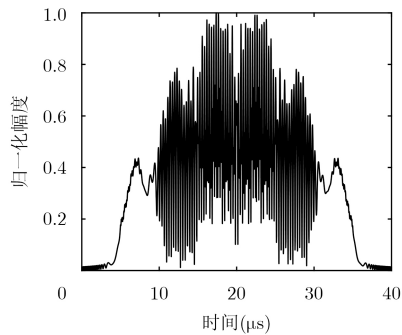


图 4 混合干扰后脉冲压缩结果

平抬升，进而形成大量的假目标，故利用传统信号处理方式无法分离干扰信号。混合SMSP干扰后信号的STFT如图5、图6。

图5表示了混合信号的短时傅里叶变换处理结果，图6表示STFT后的等高线图，可以发现干扰信号在频域也与LFM信号大量混叠，传统时频域分析类的方法很难剔除SMSP干扰的影响。故本文不用时频域滤波的手段进行信号处理，而是借助传统的STFT获取调频率信息，利用估计值构建联合感知矩阵，进而使用CS理论完成信号重构。

#### 4.2 重构信号仿真结果分析

为验证本文方法的可行性，首先在不添加噪声的状态下，利用STFT获取调频率与干扰个数后，进行3组仿真实验。

**实验 1** 构建干扰感知矩阵对干扰信号进行恢

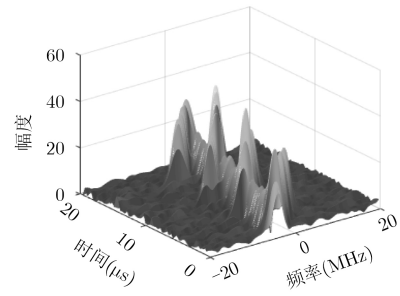


图 5 STFT结果

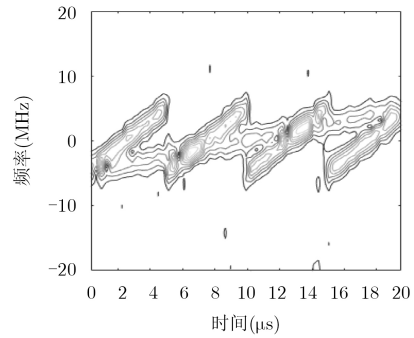


图 6 STFT等高线图

复，恢复结果如图7(a)，计算可得归一化重构均方误差为 $3.9556 \times 10^{-15}$ 。

**实验 2** 只利用信号感知矩阵对混合信号进行恢复，即令 $\Psi = \Psi_{Fr-S}$ ，此时对LFM信号的重构结果如图7(b)，计算可得此时的归一化重构均方误差为0.7150。

**实验 3** 将干扰感知矩阵添加到联合感知矩阵，即 $\Psi = [\Psi_{Fr-S} \Psi_{Fr-J}]$ ，此时对LFM信号的恢复结果如图7(c)，计算可得此时的归一化重构均方误差为 $1.5554 \times 10^{-14}$ 。

上述实验初步证明了本文方法的可行性，即通过联合感知矩阵中的干扰基，实现干扰的高精度恢复，进而实现了混合信号的干信分离，将传统干扰剔除的时频滤波思想转化为干扰与LFM信号的同时高精度重构。进一步在不同信干比下，对比本文FrFT-CS算法与传统时频域遮盖滤波及文献[16]所提的JTFD算法的输出信噪比，仿真实验结果如图8(a)。调整信号带宽为20 MHz，重复上述实验，仿真结果如图8(b)。

对比图8(a)与图8(b)的结果，图8(b)中的输出信噪比普遍提升，这是因为增大信号带宽所带来的信号处理增益的固有提升；同时可以发现，传统时频域遮盖滤波的抗干扰方法在SMSP干扰下效果较差，LFM信号的处理增益极低；文献[16]所提算法能够在一定程度上改善输出信噪比，但是受干信比的影响较大，在干信比进一步增大时，输出信噪比会进一步下降；而本文所提算法几乎不受干信比的

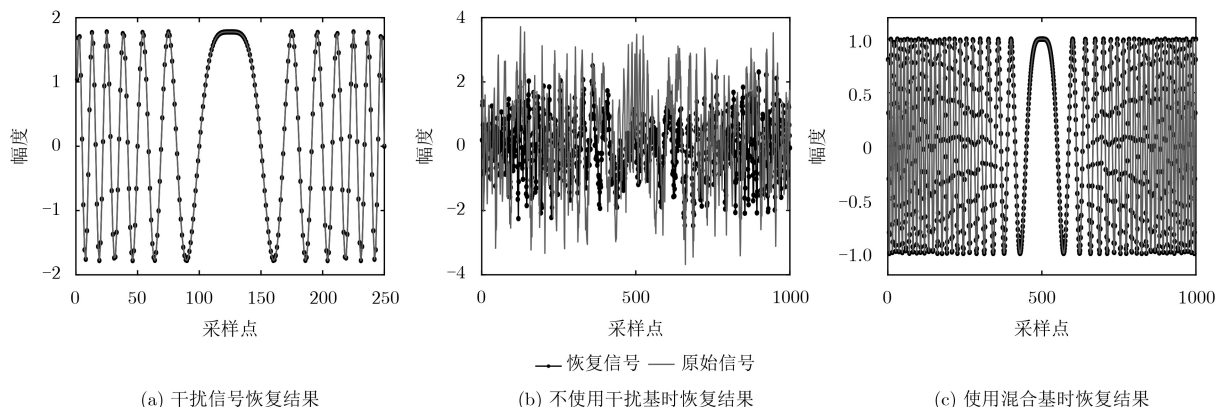


图7 3组仿真实验结果

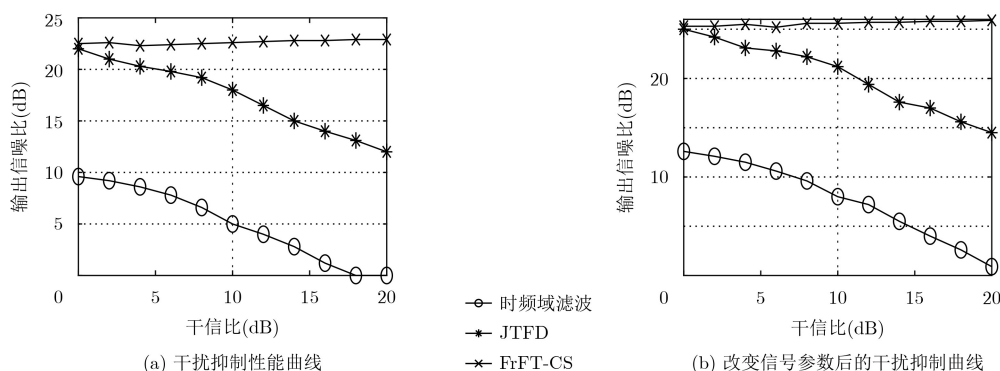


图8 3种算法的干扰抑制曲线

影响,输出信噪比稳定,鲁棒性较好,这是由于本文所提的FrFT-CS算法能够高精度恢复干扰信号,LFM信号的处理增益仅由压缩比决定,与干扰信号强度无关,并且本文算法的信号处理增益要优于JTFD算法,这是因为本文算法没有对重叠区域的部分统计值进行滤除,而是将所有信号成分均加入到恢复过程中,故增益有所提升。

为进一步探索本文方法的恢复精度与干扰信号的切片数目、调频率的关系,设定最大迭代次数为3,利用本文方法在不同切片数目与调频率的条件下,均进行100次蒙特卡洛实验,恢复结果的均方误差统计值如表1。

从表1中可以看出,恢复结果的均方误差受切片数目与干扰信号调频率的影响较小,这主要是因为本文算法在STFT部分能够较为精确地测算出干

表1 恢复结果的均方误差统计值( $\times 10^{-14}$ )

调频倍数	切片数			
	2	4	6	8
3	1.5126	1.4837	1.5018	1.5525
5	1.5246	1.5539	1.5187	1.4641
7	1.4727	1.5415	1.5443	1.5563
9	1.4811	1.5656	1.5707	1.5487

扰信号的调频率,故在后端压缩感知稀疏重构的过程中,干扰信号能够获得高精度的重建,最终使得干扰信号参数的改变并不会影响LFM信号的恢复精度。但同时可以预见,如果干扰信号的强度很低,即ISR很低,或者干扰信号的强度与噪声水平相当时,此时前端STFT的测算结果将与真实值有较大误差,会一定程度上影响到后端LFM信号的恢复,但现实情况中,干扰信号功率通常远大于雷达信号,故此情况不具备实际意义,本文不再讨论。需要注意的是,由于本文在前端STFT过程中较为精确地获取了干扰信号的调频率信息,故后端泰勒展开的迭代过程中,只需要1至2次便可以极低的重建均方误差得到结果,故输入端的 $L_{\max}$ 通常设定为2或3便可满足期望,迭代次数的进一步增加一是会增加运算量,降低运算速度;二是对提高重构精度没有较大益处,故此处不再单独展示迭代次数对重建结果的影响。

通过上述分析可以发现,本文提出的利用STFT提取干扰信号调频率,利用调频率信息构建联合感知矩阵,进而基于形态学理论与压缩感知理论实现信号重构的方法是切实有效的,对比文献[16]中的JTFD算法,本文算法不需要统计信号在时频域的能量点差异,避免了时频域反复解耦,减少了运算

复杂度; 相比于传统时频域滤波的方法, 运算量仅增加在SMSP干扰信号的稀疏重构部分, 以较低的运算代价获得了显著的干扰抑制性能。本文算法中, STFT可以随着信号的采样同步进行, 获取调频率的粗估计后, 可一步完成联合感知矩阵的构建, 稀疏重构时能够以较少的迭代次数迅速寻找到最优的调频率, 并且随着干扰能量的增大, 调频率的估计反而越准确, 本文算法的效率和精度也越高。

## 5 结束语

本文基于压缩感知理论, 根据SMSP干扰在调频率上的调制特性, 提出一种信息域的真假信号识别方法, 通过快速离散分数阶傅里叶感知矩阵的构造, 利用形态学理论与压缩感知理论的研究成果, 能够高精度地重构原始信号, 进而实现干信分离, 有效摆脱了传统的时频域信号处理思路, 为DRFM技术条件下时频域高度混叠信号的分离提供了新的方向, 为后续研究的开展奠定了基础。

## 参 考 文 献

- [1] SPARROW M J and CIKALO J. ECM techniques to counter pulse compression radar[P]. United States Patent, 7081846.2006.
- [2] 那洪祥. 基于DRFM的高分辨雷达扩展目标回波仿真技术[J]. 海军航空工程学院学报, 2017, 32(4): 347–351. doi: 10.7682/j.issn.1673-1522.2017.04.002.  
NA Hongxiang. Extended target echo simulation of high-resolution radar based on DRFM[J]. *Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University*, 2017, 32(4): 347–351. doi: 10.7682/j.issn.1673-1522.2017.04.002.
- [3] 黄思源, 刘东升. 基于DRFM的移频旁瓣干扰技术研究[J]. 现代防御技术, 2017, 45(6): 25–32. doi: 10.3969/j.issn.1009-086x.2017.06.005.  
HUANG Siyuan and LIU Dongsheng. Technology of frequency shift sidelobe jamming based on DRFM[J]. *Modern Defence Technology*, 2017, 45(6): 25–32. doi: 10.3969/j.issn.1009-086x.2017.06.005.
- [4] 唐斌, 赵源, 蔡天一, 等. 雷达抗有源干扰技术现状与展望[J]. 数据采集与处理, 2016, 31(4): 623–639. doi: 10.16337/j.1004-9037.2016.04.001.  
TANG Bin, ZHAO Yuan, CAI Tianyi, *et al.* Advances and perspectives in radar ECCM techniques of active jamming[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2016, 31(4): 623–639. doi: 10.16337/j.1004-9037.2016.04.001.
- [5] 刘振, 隋金坪, 魏玺章, 等. 雷达有源干扰识别技术研究现状与发展趋势[J]. 信号处理, 2017, 33(12): 1593–1601. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2017.12.010.  
LIU Zhen, SUI Jinping, WEI Xizhang, *et al.* The development and prospect of radar active jamming recognition[J]. *Journal of Signal Processing*, 2017, 33(12): 1593–1601. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2017.12.010.
- [6] 孙闽红, 唐斌. 距离-速度同步拖引欺骗干扰的频谱特征分析[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(1): 83–85. doi: 10.3321/j.issn:1001-506X.2009.01.021.  
SUN Minhong and TANG Bin. Analysis of the frequency spectrum of a simultaneous range-gate-pull-off and velocity gate-pull-off jamming signal[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(1): 83–85. doi: 10.3321/j.issn:1001-506X.2009.01.021.
- [7] GRECO M, GINI F, and FARINA A. Combined effect of phase and RGPO delay quantization on jamming signal spectrum[C]. 2005 IEEE International Radar Conference, Arlington, USA, 2005: 37–42.
- [8] 刘兴华, 罗景青, 王文涛. 相位量化DRFM欺骗干扰的自适应检测[J]. 数据采集与处理, 2015, 30(6): 1302–1309. doi: 10.16337/j.1004-9037.2015.06.020.  
LIU Xinghua, LUO Jingqing, and WANG Wentao. Adaptive detection of phase quantized DRFM deception jamming[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2015, 30(6): 1302–1309. doi: 10.16337/j.1004-9037.2015.06.020.
- [9] 田晓. 雷达有源欺骗干扰综合感知方法研究[D]. [博士学位论文], 电子科技大学, 2013.  
TIAN Xiao. Research on the integrated perception method of radar active deception[D]. [Ph.D. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2013.
- [10] 杨少奇, 田波, 李欣, 等. 基于时频图像特征提取的LFM雷达有源欺骗干扰识别[J]. 空军工程大学学报·自然科学版, 2016, 17(1): 56–59. doi: 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.01.011.  
YANG Shaoqi, TIAN Bo, LI Xin, *et al.* A recognition method of LFM radar active deception jamming based on SPWVD figure[J]. *Journal of Air Force Engineering University*, 2016, 17(1): 56–59. doi: 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.01.011.
- [11] 周利华. 雷达干扰信号分析技术研究[D]. [博士学位论文], 西安电子科技大学, 2014.  
ZHOU Lihua. A study on multi-scale feature-level identification of active deception jamming[D]. [Ph.D. dissertation], Xidian University, 2014.
- [12] NOURI M, MIVEHCHY M, and AGHDAM S. Adaptive time-frequency kernel local fisher discriminant analysis to distinguish range deception jamming[C]. International Conference on Computing, Communication and Networking Technologies, Denton, USA, 2016: 1–5.
- [13] ZHANG Gexiang and LI Xu. A new recognition system for radar emitter signals[J]. *Kybernetes*, 2013, 41(9): 1351–1360. doi: 10.1108/03684921211275405.
- [14] SWAMI A and SADLER B. Hierarchical digital modulation classification using cumulants[J]. *IEEE Transactions on*

- Communications*, 2000, 48(3): 416–429. doi: [10.1109/26.837045](https://doi.org/10.1109/26.837045).
- [15] LI Jianxun, QI Shen, and HAI Yan. Signal feature analysis and experimental verification of radar deception jamming[C]. IEEE CIE International Conference on Radar, Chengdu, China, 2012: 230–233.
- [16] 卢云龙, 李明, 曹润清, 等. 联合时频分布和压缩感知对抗频谱弥散干扰[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(12): 3275–3281. doi: [10.11999/JEIT160919](https://doi.org/10.11999/JEIT160919).  
LU Yunlong, LI Ming, CAO Runqing, et al. Jointing time-frequency distribution and compressed sensing for countering smeared spectrum jamming[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(12): 3275–3281. doi: [10.11999/JEIT160919](https://doi.org/10.11999/JEIT160919).
- [17] STARCK J, ELAD M, and DONOHO D. Redundant multiscale transforms and their application for morphological component separation[J]. *Advances in Imaging & Electron Physics*, 2004, 132(4): 287–348. doi: [10.1016/S1076-5670\(04\)32006-9](https://doi.org/10.1016/S1076-5670(04)32006-9).
- [18] STARCK J, ELAD M, and DONOHO D. Image decomposition via the combination of sparse representations and a variational approach[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(10): 1570–1582. doi: [10.1109/TIP.2005.852206](https://doi.org/10.1109/TIP.2005.852206).
- [19] BOBIN J, STARCK J, FADILI J, et al. Morphological component analysis: an adaptive thresholding strategy[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(11): 2675–2681. doi: [10.1109/TIP.2007.907073](https://doi.org/10.1109/TIP.2007.907073).
- [20] 李映, 张艳宁, 许星. 基于信号稀疏表示的形态成分分析: 进展和展望[J]. 电子学报, 2009, 37(1): 146–152. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.2009.01.026](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.2009.01.026).
- LI Ying, ZHANG Yanning, and XU Xing. Advances and perspective on morphological component analysis based on sparse representation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(1): 146–152. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.2009.01.026](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.2009.01.026).
- [21] 付蓉, 李洁, 高新波. 基于形态学成分分析的静态极光图像分类算法[J]. 光子学报, 2010, 39(6): 1034–1039. doi: [10.3788/gzxb20103906.1034](https://doi.org/10.3788/gzxb20103906.1034).  
FU Rong, LI Jie, and GAO Xinbo. Static aurora images classification based on morphological component analysis[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 39(6): 1034–1039. doi: [10.3788/gzxb20103906.1034](https://doi.org/10.3788/gzxb20103906.1034).
- [22] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 150–152.  
TAO Ran, DENG Bing, and WANG Yue. Fractional Fourier Transform and Its Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 150–152.
- 赵 杨: 男, 1992年生, 博士, 研究方向为压缩感知、信号处理、雷达抗干扰。  
尚朝轩: 男, 1964年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为武器系统性能检测、雷达信号处理。  
韩壮志: 男, 1972年生, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为雷达信号处理、武器系统性能评估。  
韩 宁: 男, 1985年生, 博士, 工程师, 研究方向为双基地雷达、SAR雷达。  
解 辉: 男, 1983年生, 博士, 讲师, 研究方向为雷达、通信信号侦察及信道编码识别。