

## 新型LT码编译码方法及其在认知无线电中的应用

姚渭菁<sup>\*①②</sup> 易本顺<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(国网湖北省电力有限公司信息通信公司 武汉 430077)

<sup>②</sup>(武汉大学电子信息学院 武汉 430072)

**摘要:** Luby变换(LT)码作为一种抗干扰编码技术,应用于认知无线电系统,可提高次用户数据传输的可靠性。编译码是影响LT码抗干扰性能的关键因素。为提高数据传输的可靠性和速度,该文提出一种适用于认知无线电系统的LT码联合泊松鲁棒孤子分布-叠层(CPRSD-H)编译码算法。编码过程中,编码器首先采用CPRSD进行编码产生编码分组和编码矩阵,随后通过编码矩阵中度数为1和度数为2对应的列向量携带双层信息:度数为1和度数为2的编码分组和与其相连接的输入分组的连接关系;部分原始数据信息。译码过程中,译码器首先通过第1层存储信息采用置信传播(BP)算法译码完成,随后一些未被成功译出的信息再通过第2层存储信息进行填补。仿真结果表明,将CPRSD-H编译码算法应用于认知无线电系统中,能够显著降低LT码的误比特率(BER),提高次用户有效吞吐量以及加快LT码编译码速度。

**关键词:** 认知无线电; Luby变换码; 叠层编译码算法; 联合泊松鲁棒孤子分布; 有效吞吐量

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)03-0571-09

DOI: 10.11999/JEIT180427

## A Novel Encoding and Decoding Method of LT Codes and Application to Cognitive Radio

YAO Weiqing<sup>①②</sup> YI Benshun<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(State Grid Hubei Information & Telecommunication Company Limited, Wuhan 430077, China)

<sup>②</sup>(School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** As an efficient anti-interference technique, Luby Transform (LT) codes are applied to cognitive radio systems for reliable data transmission of secondary users. Encoding and decoding are critical issue for the anti-interference performance of LT codes. To improve the reliability and speed of data transmission, a novel encoding and decoding method Combined Poisson Robust Soliton Distribution-Hierarchical (CPRSD-H) for LT codes is proposed to apply to cognitive radio systems. In the process of encoding, the encoder first produces encoded symbols and generator matrix based on CPRSD, and then uses column vectors corresponding to degree-1 and degree-2 in the generator matrix to carry dual information: the relationship between the degree-1 and degree-2 encoded symbols and their connected input symbols; and part of the original data. Contrarily, in the decoding process, the decoder first uses the Belief Propagation (BP) algorithm to decode by the first information, and then correct some unrecovered bits by the second information. Simulation results show that the proposed method CPRSD-H and application to cognitive radio systems can significantly reduce the Bit Error Rate (BER) of LT codes, the goodput performance of secondary users and the encoding and decoding speed of LT codes.

**Key words:** Cognitive radio; Luby Transform (LT) codes; Hierarchical encoding and decoding; Combined Poisson Robust Soliton Distribution (CPRSD); Goodput

收稿日期: 2018-05-07; 改回日期: 2018-10-15; 网络出版: 2018-10-30

\*通信作者: 姚渭菁 ywq1005@whu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61371125), 深圳市基础研究项目(JCYJ20150630153917254)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61371125), The Basic Research Project of Shenzhen (JCYJ20150630153917254)

## 1 引言

认知无线电作为一种有效的技术, 可用来解决频谱资源短缺问题。次用户可以机会式接入主用户暂未使用的信道<sup>[1,2]</sup>, 当主用户突然出现时, 次用户数据通信被强制中断, 则次用户需要重构它们的通信链路。这不仅耗时, 并且会降低次用户的通信性能。

Willkomm等人<sup>[3]</sup>首次提出认知无线电链路保持模型, 并采用基于Luby变换(Luby Transform, LT)码实现对主用户干扰的补偿, 随后, Yue等人<sup>[4,5]</sup>进行了进一步研究。认知无线电链路保持要解决的关键问题就是, 在保证主用户链路完好的前提下, 如何来保证次用户链路保持。因此, 该基于LT码的认知无线电链路保持模型, 主要是针对次用户链路保持。

LT码是一类纠错码<sup>[6,7]</sup>, 具有码率不受限、无需反馈重传和编译码复杂度低等特点。对于长码长LT码(输入分组数 $> 10^4$ ), 尽管译码性能优异, 但是占用很多的频谱资源, 与认知无线电的初衷相矛盾, 所以并不适用于该模型。而LT码在短码长时, 译码性能稍差<sup>[8]</sup>, 为了保证通信可靠性, 需要增加较多编码冗余, 则会影响通信有效性。国内外诸多学者和科研机构在编译码算法的设计和优化问题上做了大量研究工作, 来提高LT码译码性能<sup>[9-11]</sup>。尽管现有的编译码优化方案已取得一定研究成果, 但针对LT码在认知无线电系统中具体应用的研究较少。

为同时提高次用户通信的可靠性和有效性, 本文提出一种适用于该认知无线电链路保持模型的新型LT码编译码方法。首先, 提出一种LT码叠层编译码算法, 以便实现次用户的可靠高效通信。编码器采用编码矩阵中度数为1和度数为2对应的列向量携带部分原始数据信息以及度数为1和度数为2的编码分组和与其相连接的输入分组的连接关系。译码器则充分利用这两层信息来提高LT码的译码成功率。并且, 为同时提高通信效率, 将叠层编译码方法结合联合泊松鲁棒孤子分布(Combined Poisson Robust Soliton Distribution, CPRSD)<sup>[12]</sup>进行编码。仿真结果表明, 该新型编译码方法CPRSD-H应用于认知无线电系统中, 具有3种贡献: (1)改善LT码的误比特率(Bit Error Rate, BER)性能, 即提高通信可靠性。(2)次用户获得高有效吞吐量以及低冗余, 即提高通信有效性。(3)提高LT码编译码速度, 即提高通信效率。

## 2 系统模型

次用户在认知无线电系统中传输的系统模型如

图1所示。编码分组通过并行信道传输, 并且每个用户被分配到 $k$ 个子信道。为传输长度为 $k \times l$  bit的数据信息, 将原始数据均分为 $k$ 个输入分组, 假设1个子信道传输1个编码分组。然而, 使用 $k$ 个子信道, 很可能由于仅1个子信道被主用户占用, 而导致数据传输失败<sup>[4]</sup>。因此, 采用冗余纠错码(LT码)技术来抑制主用户的干扰, 其核心是: 编码器生成无限且灵活数量的编码分组, 即使在某个子信道受到主用户的干扰而造成编码分组丢失, 译码器也能从略多于原始输入分组数量的任意编码分组集合中精确恢复出原始数据<sup>[6]</sup>, 从而保证次用户链路的通信质量。

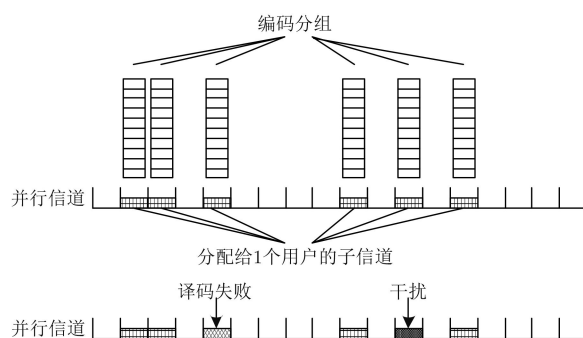


图1 次用户在认知无线电系统中传输的系统模型

发送端的编码器对 $k$ 个输入分组进行LT编码生成 $N = k + K$ 个编码分组, 其中,  $K$ 为冗余编码分组的数量。随后, 这 $N$ 个编码分组通过次用户链路的 $N$ 个子信道发送给接收端。接收端接收到任意略大于 $k$ 且小于 $N$ 个编码分组, 译码器便能完全恢复 $k$ 个输入分组, 而无需关心是哪些编码分组用于译码。数据传输之后, 发送端和接收端都要进行频谱感知来判定次用户链路中的哪些子信道因主用户的干扰而必须被丢弃, 随后, 发送端和接收端在群控制信道(Group Control Channel, GCC)中发送一个控制信息<sup>[3]</sup>。

## 3 LT码

### 3.1 LT码编译码原理

将原始数据均分为 $k$ 个输入分组 $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_j | j = 1, 2, \dots, k\}$ , 每个输入组长为 $l$  bit(i.e.,  $\mathbf{s}_j = (s_{j,1}, s_{j,2}, \dots, s_{j,l})$ )。每个编码分组通过以下步骤产生: (1)从度分布中随机选取编码分组 $\mathbf{c}_n$ 的度 $d$ ; (2)随机且均匀地选取 $d$ 个输入分组 $\{\mathbf{s}_{n1}, \mathbf{s}_{n2}, \dots, \mathbf{s}_{nd}\}$ 作为 $\mathbf{c}_n$ 的“邻接”; (3)这 $d$ 个“邻接”进行异或(XOR)生成 $\mathbf{c}_n$ :

$$\mathbf{c}_n = \mathbf{s}_{n1} \oplus \mathbf{s}_{n2} \oplus \dots \oplus \mathbf{s}_{nd} \quad (1)$$

重复以上步骤, 生成编码序列 $\mathbf{C} = \{\mathbf{c}_n | n = 1, 2, \dots\}$ 。

LT码是一种稀疏线性分组喷泉码<sup>[13]</sup>，因此，编码过程可表示为

$$C = S \cdot G_{k \times n} \quad (2)$$

其中， $G_{k \times n} = [\{G_{i,1}\}_{i=1}^k, \{G_{i,2}\}_{i=1}^k, \dots, \{G_{i,n}\}_{i=1}^k]$ 称为编码矩阵，元素只能是“1”或者“0”。每个列向量 $\{G_{i,n}\}_{i=1}^k$ 中的元素“1”对应于 $c_n$ 和 $\{s_{n1}, s_{n2}, \dots, s_{nd}\}$ 之间的“邻接”关系，其可通过不同的方法传

输给接收端<sup>[13]</sup>。

在传输过程中编码分组要么被正确传输，要么由于发生错误被删除掉。接收端的译码器在接收到一定数量的编码分组后进行译码，译码时需要知道接收到的编码分组对应的编码矩阵，图2是LT码编译码过程示意图，图中灰色部分表示删除的编码分组以及对应的编码矩阵列向量。

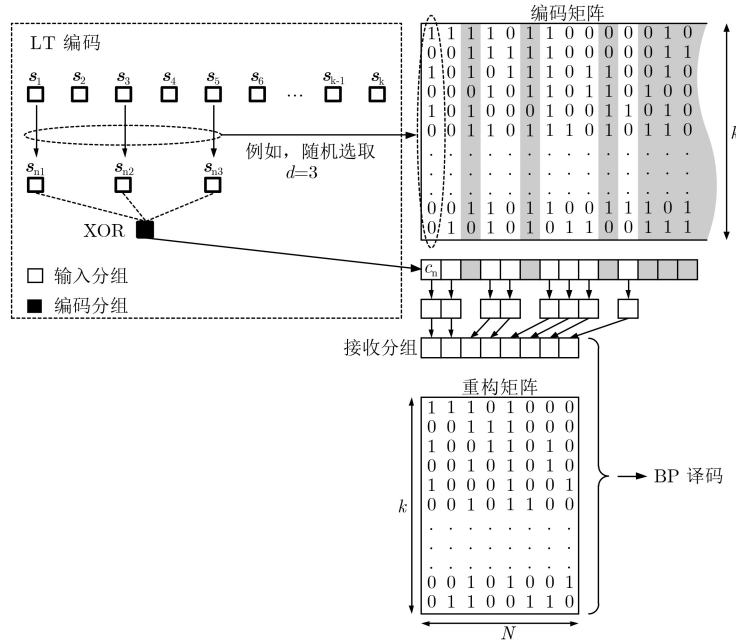


图2 LT码编译码过程

接收端接收到 $N$ 个编码分组( $N$ 略大于 $k$ )，重构编码矩阵 $G'_{k \times N}$ ，然后开始译码。通常，LT码采用置信传播(Belief Propagation, BP)算法进行译码<sup>[6]</sup>。

### 3.2 度分布

LT编码过程中，每个编码分组都是从度分布随机且独立地选取一个度数 $d$ 。文献<sup>[6]</sup>指出，一个好的度分布需满足两个设计目标：(1)译码成功所需的平均编码分组数量尽可能少，确保LT译码成功的编码数量对应于确保输入分组全部译出的编码分组数量。(2)编码分组的平均度数尽可能小，平均度数是生成一个编码分组所需的平均异或运算次数，因此，平均度数决定了编码复杂度，而译码复杂度则是平均度数乘以译码成功所需编码分组数量。常见的LT码度分布有理想孤子分布(Ideal Soliton Distribution, ISD)和RSD<sup>[6]</sup>：

(1)理想孤子度分布：ISD表示的是一种理想情况，即在每次译码迭代中，只有1个度数为1的编码分组，并且在每次迭代译码之后，只出现1个新的度数为1的编码分组。其度分布函数为

$$\rho(d) = \begin{cases} 1/k, & d = 1 \\ 1/[d(d-1)], & d = 2, 3, \dots, k \end{cases} \quad (3)$$

式中， $d$ 为每个编码分组的度， $k$ 为输入分组数量。

然而，这种度分布的实际性能很差，一个很小的偏差就会导致度数为1的编码分组消失从而造成译码终止。

(2)鲁棒孤子度分布：针对ISD的不足，RSD在度分布函数中引入2个参数 $c$ 和 $\delta$ ，期望度数为1的编码分组数量在译码过程中始终保持为 $R = c \ln(k/\delta) \sqrt{k}$ <sup>[6]</sup>，其中， $k$ 为输入分组数量， $c$ 为大于0的常数， $\delta$ 为允许的译码失败概率。

首先，定义一个函数：

$$\tau(d) = \begin{cases} R/dk, & d = 1, 2, \dots, [k/R] - 1 \\ (R/k) \ln(R/\delta), & d = [k/R] \\ 0, & d = k/R + 1, \dots, k \end{cases} \quad (4)$$

然后，将 $\rho(d)$ 和 $\tau(d)$ 相加，并做归一化处理得到RSD：

$$\mu(d) = \frac{\rho(d) + \tau(d)}{\sum_{d=1}^k (\rho(d) + \tau(d))}, \quad d = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

式中,  $d$ 为每个编码分组的度。

### 3.3 LT编码两个重要特性

根据LT码编译码原理可知, LT码具有以下2个特性:

(1)根据式(2)可知, 编码矩阵  $\mathbf{G}_{k \times n}$  的列数对应产生的编码分组的数量  $n$ , 行数对应输入分组的数量  $k$ 。也就是说, 编码矩阵中每个为“1”的元素  $G_{i,j}$  表示第  $i$  个输入分组与第  $j$  个编码分组之间的连接关系。可以看出, 输入分组的数量与编码矩阵行数相同。

(2)大量的研究工作证实, 一个好的度分布具有某些特征<sup>[14]</sup>。一个重要特征是度数为2在度分布中所占比例最高。在二进制删除信道(Binary Erasure Channel, BEC)中, 度数为2的比例趋近于0.5<sup>[15]</sup>。同时, 需要度数为1的编码分组来触发BP译码开始, 以及足够多数量的度数为1的编码分组来保证译码持续到最后<sup>[16]</sup>。可以看出, 度数为1和度数为2在度分布中所占的比例较高。

## 4 基于叠层存储机制的LT码编译码算法

基于上述特性, 本文考虑通过叠层存储机制, 设计一种适用于该认知无线电系统的新型的LT码编译码方法。基本思路为: 对于LT码编码, 将部分原始数据存储于编码矩阵中度数为1和度数为2对应的列向量中; 同时, 将度数为1和度数为2的编码分组和与其相连接的输入分组的连接关系也按照一定规则储存于这些列向量中。对于LT码译码, 连接关系信息能为BP译码还原出原始的编码矩阵, 而原始信息则能纠正一些未译出的码。

### 4.1 叠层编码

编码器产生普通编码分组以及若干携带叠层信息的存储分组。

(1)原始信息: 采用性能更优的CPRSD度分布<sup>[12]</sup>生成  $N$  个编码分组及编码矩阵  $\mathbf{G}_{k \times N}$ 。

基于度分布特性, 通过调整度数为2的比例对泊松分布(Poisson Distribution, PD)进行改进来获得更优的译码性能。表示如式(6):

$$\eta(d) = \begin{cases} 1/2, & d = 2 \\ \lambda^d e^{-\lambda} / (d!), & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

然后, 对函数  $\eta(d)$  进行归一化, 得到改进的泊松分布(Improved Poisson Distribution, IPD)函数  $\theta(d)$ :

$$\theta(d) = \frac{\eta(d)}{\sum_{d=1}^k \eta(d)}, \quad d = 1, 2, \dots, k \quad (7)$$

式(6)中,  $\lambda$ 为大于0的常数。

参数  $\lambda$  直接影响LT码的编译码过程, 因此有必要为其选择合适的参数值。为了满足一个好的度分布的设计需要<sup>[6]</sup>, 编码分组的平均度数越小越好。IPD和ISD平均度数的问题可转换为  $\theta(d)$  和  $\rho(d)$  均值的问题。  $\theta(d)$  和  $\rho(d)$  均值的表达式为

$$E[\theta] = 2 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{\lambda^1 e^{-\lambda}}{1!} + 3 \times \frac{\lambda^3 e^{-\lambda}}{3!} + \dots + k \times \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (8)$$

$$E[\rho] = 1 \times \frac{1}{k} + \sum_{d=2}^k \frac{d}{d \times (d-1)} \quad (9)$$

ISD表示的是一种理想情况, 即在每次译码迭代中, 只有1个度数为1的编码分组, 并且在每次迭代译码之后, 只出现1个新的度数为1的编码分组<sup>[6]</sup>。理想情况下,  $\lambda$  的参数值可通过  $\theta(d)$  和  $\rho(d)$  均值相等来推出。  $\rho(d)$  均值将会随  $k$  增加而增大。基于PD的数学特性, 当  $k < 20$  时PD近似于二项分布。因此, 从  $k = 20$  点推导出  $\lambda$  的参数值。根据当  $k = 20$  时  $E[\theta(k = 20)] = E[\rho(k = 20)] = 3.577$ , 得到  $\lambda \approx 3.04$ 。

IPD产生大量度数为1的编码分组, 能减少编译码所需的异或运算次数, 从而降低编译码复杂度。译码初始阶段能够产生足够多的度数为1的编码分组来降低译码失败发生的概率, 但译码后期阶段可能由于度数为1的编码分组数量逐渐减小甚至消失而导致译码中断。

RSD函数的  $\tau(k/R)$  能保证编码过程中所有输入分组参与编码。译码过程中度数为1的编码分组数量几乎保持为一个定值, 只要其不出现大波动, 则保证译码过程能持续到最后, 从而译出所有的原始数据。

采用IPD进行LT编码, 初始译码成功率高达90%以上, 随着译码开销增大, 译码成功率上升速度减缓, 而此时RSD的译码性能表现更佳。

基于上述理论分析, 考虑结合两种度分布的优点, 来同时提高LT码的译码效率和译码成功率。通过一个加权系数  $\varpi$  联合IPD和RSD设计CPRSD:

$$\Omega(d) = \theta(d) \cdot \varpi + \mu(d) \cdot (1 - \varpi) \quad (10)$$

式中,  $\theta(d)$  为IPD(式(7)),  $\mu(d)$  为RSD(式(5))。  $\varpi$  的取值范围为0~1之间。当  $\varpi$  大于0.5时, 新度分

布主要表现为IPD的特性。然而随着 $\varpi$ 从0.5降为0, CPRSD的性能更接近RSD。

相比传统的RSD, CPRSD的度数为1和度数为2的比例更高, 其和通常大于0.5。考虑将部分原始数据通过一定规则存储于编码矩阵中度数为1和度数为2对应的列中, 也就是说, 至少能有50%的原始数据可以存储于 $\mathbf{G}_{k \times N}$ 中。

(2)连接关系信息: 为了将连接关系信息存储于 $\mathbf{G}_{k \times N}$ 中, 需要在 $\mathbf{G}_{k \times N}$ 的第 $k$ 行后增加 $w$ 行。将度数为1的列中元素“1”对应的行位置值(十进制)转换为二进制, 存储于该列对应的第 $k+1$ 到 $k+w/2$ 附加行中; 并且将度数为2的列中元素“1”对应的行位置值(十进制)转换为二进制, 存储于该列对应的第 $k+1$ 到 $k+w$ 附加行中。附加的行数 $w$ 由二进制位数决定, 我们称这些附加行为“标度行”, 其他度数对应的“标度行”每个元素设置为“0”。

通过上述机制产生新的编码矩阵 $\mathbf{G}^{(k+w) \times N}$ 。携带叠层信息的列向量定义为“存储列”, 其不参与实际编译码。“存储列”对应的编码信息保持不变。叠层编码算法如图3所示。

叠层编码算法具体步骤如下:

(1)产生 $N$ 个编码分组 $\mathbf{C} = \{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_N\}$ ;

(2)产生编码矩阵:  $\mathbf{G}_{k \times N} = \left[ \{G_{i,1}\}_{i=1}^k, \{G_{i,2}\}_{i=1}^k, \dots, \{G_{i,N}\}_{i=1}^k \right]$ ;

(3)输入分组组成一个矩阵:  $\mathbf{S}_{k \times l} = \left[ \{s_{i,1}\}_{i=1}^k, \{s_{i,2}\}_{i=1}^k, \dots, \{s_{i,l}\}_{i=1}^k \right]$ ;

(4)将编码矩阵 $\mathbf{G}_{k \times N}$ 中度数为1和度数为2对列的列位置值(十进制)组成一个数列:  $D_1, D_2, \dots,$

$D_u$ , 其中,  $u$ 为度数为1和度数为2编码分组的数量;

(5)将矩阵 $\mathbf{S}_{k \times l}$ 中第 $D_1, D_2, \dots, D_m$ 列依次替代 $\mathbf{G}_{k \times N}$ 中第 $D_1, D_2, \dots, D_m$ 列 ( $m \leq u$ ), 即  $\{G_{i,D_1}\}_{i=1}^k = \{s_{i,D_1}\}_{i=1}^k, \{G_{i,D_2}\}_{i=1}^k = \{s_{i,D_2}\}_{i=1}^k, \dots, \{G_{i,D_m}\}_{i=1}^k = \{s_{i,D_m}\}_{i=1}^k$ , 并且  $D_1, D_2, \dots, D_m \begin{cases} \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_v, & \text{度数为2对应列的列位置值} \\ \ell_1, \ell_2, \dots, \ell_{m-v}, & \text{度数为1对应列的列位置值} \end{cases}$ , 其中,  $v$ 为度数为2编码分组的数量;

(6)通过增加“标度行”对 $\{G_{i,D_1}\}_{i=1}^k, \{G_{i,D_2}\}_{i=1}^k, \dots, \{G_{i,D_m}\}_{i=1}^k$ 列进行标注, 组成一个新的矩阵 $\mathbf{G}^{(k+w) \times N}$ :

(a)原编码矩阵的 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_v$ 列向量中元素“1”对应的行位置值依次为 $(h_{11}, h_{12}), (h_{21}, h_{22}), \dots, (h_{v1}, h_{v2})$ ; 将 $(h_{11}, h_{12}), (h_{21}, h_{22}), \dots, (h_{v1}, h_{v2})$  (十进制)转换为二进制, 依次存储于 $\{G_{i,\gamma_1}\}_{i=k+1}^{k+w}, \{G_{i,\gamma_2}\}_{i=k+1}^{k+w}, \dots, \{G_{i,\gamma_v}\}_{i=k+1}^{k+w}$ ;

(b)原编码矩阵的 $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_{m-v}$ 列向量中元素“1”对应的行位置值依次为 $H_1, H_2, \dots, H_{m-v}$ ; 将 $H_1, H_2, \dots, H_{m-v}$  (十进制)转换为二进制, 依次存储于 $\{G_{i,\ell_1}\}_{i=k+1}^{k+w/2}, \{G_{i,\ell_2}\}_{i=k+1}^{k+w/2}, \dots, \{G_{i,\ell_{m-v}}\}_{i=k+1}^{k+w/2}$ ;

(c)其他度数对应的“标度行”每个元素设置为“0”。

### 4.2 叠层译码

传输过程中, 由于主用户的突然出现, 一些编码分组可能不能被接收到。“存储分组”必然也要面临被删除的可能性。接收端接收到 $N'$ 个编码分组, 重构编码矩阵 $\mathbf{G}'^{(k+w) \times N'}$ , 然后开始译码。

首先, 通过附加行中元素“1”识别出“存储

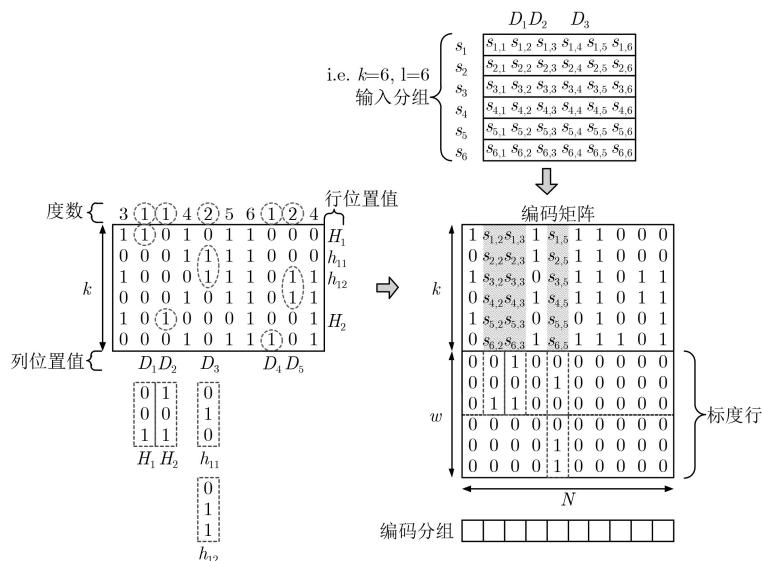


图3 叠层编码方法

列”。其次，从“存储列”的第1到第 $k$ 行提取出部分的原始信息。随后，从“标度行”提取出连接关系信息组成矩阵 $\mathbf{G}'_{k \times N'}$ 。将二进制“标度行”转换为十进制，即原编码矩阵中度数为1和度数为2对应的行位置值。基于“标度行”的行位置值和“存储

列”的列位置值，可恢复出度数为1和度数为2的连接关系信息。接着，基于重构编码矩阵 $\mathbf{G}'_{k \times N'}$ 和编码分组，采用BP译码算法进行译码。最后，用“存储列”中的存储信息纠正未被成功译出的信息。叠层译码方法如图4所示。

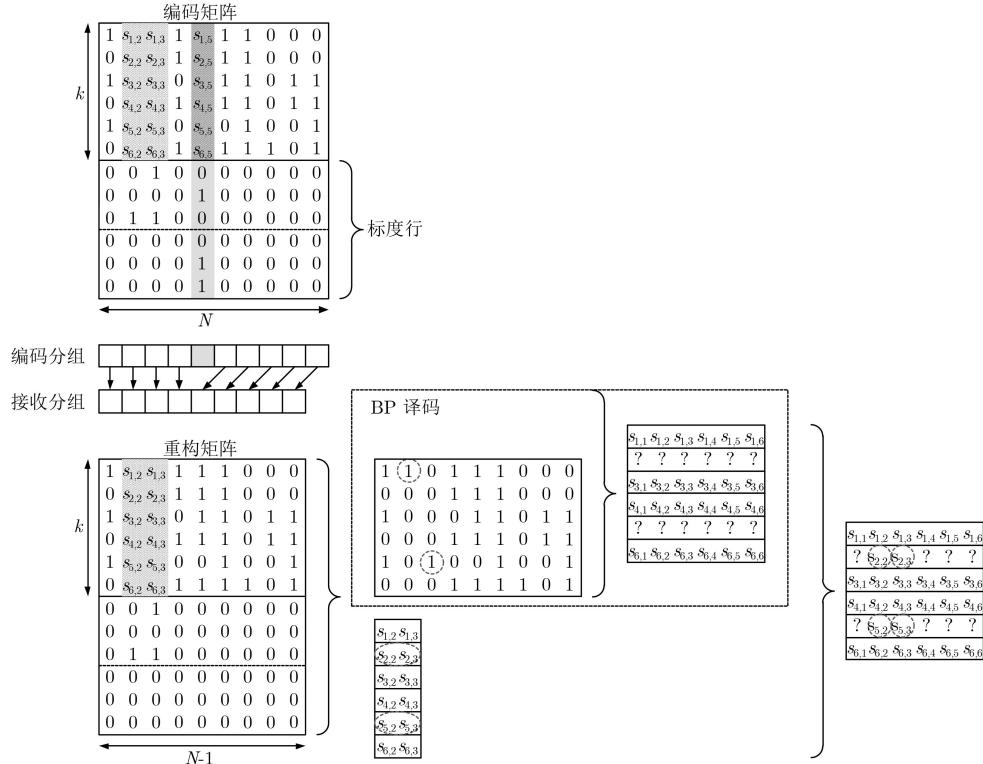


图4 叠层译码方法

叠层译码算法具体步骤如下：

(1)通过 $\mathbf{G}'_{(k+w) \times N'}$ 第 $k+1$ 到第 $k+w/2$ 行中元素“1”确定存储列 $D'_1, D'_2, \dots, D'_{m'}$ ，其中， $m'$ 为接收到的度数为1和度数为2编码分组的数量。通过第 $k+w/2+1$ 到第 $k+w$ 行中元素“1”确定存储列 $\gamma'_1, \gamma'_2, \dots, \gamma'_{v'}$ ，其中， $v'$ 为接收到的度数为2编码分组的数量；

(2)从“存储列”的第1到第 $k$ 行提取出部分的原始信息： $\mathbf{S}'_{k \times m'} = \left[ \left\{ G'_{i, D'_1} \right\}_{i=1}^k, \left\{ G'_{i, D'_2} \right\}_{i=1}^k, \dots, \left\{ G'_{i, D'_{m'}} \right\}_{i=1}^k \right]$ ；

(3)提取出连接关系信息组成矩阵 $\mathbf{G}'_{k \times N'}$ ：

(a)从 $\mathbf{G}'_{(k+w) \times N'}$ 的第 $k+1$ 到第 $k+w/2$ 行提取出 $D'_1, D'_2, \dots, D'_{m'}$ 列向量： $\left\{ G'_{i, D'_1} \right\}_{i=k+1}^{k+w/2}, \left\{ G'_{i, D'_2} \right\}_{i=k+1}^{k+w/2}, \dots, \left\{ G'_{i, D'_{m'}} \right\}_{i=k+1}^{k+w/2}$ ；将 $\left\{ G'_{i, D'_1} \right\}_{i=k+1}^{k+w/2}, \left\{ G'_{i, D'_2} \right\}_{i=k+1}^{k+w/2}, \dots, \left\{ G'_{i, D'_{m'}} \right\}_{i=k+1}^{k+w/2}$  (二进制)转化为十进制 $H'_1, H'_2, \dots, H'_{m'}$ ； $G'_{H'_1, D'_1} = 1, G'_{H'_2, D'_2} = 1, \dots, G'_{H'_{m'}, D'_{m'}} = 1$ ；

(b)从 $\mathbf{G}'_{(k+w) \times N'}$ 的第 $k+w/2+1$ 到第 $k+w$ 行提取出 $\gamma'_1, \gamma'_2, \dots, \gamma'_{v'}$ 列向量： $\left\{ G'_{i, \gamma'_1} \right\}_{i=k+w/2+1}^{k+w}$ ，

$\left\{ G'_{i, \gamma'_2} \right\}_{i=k+w/2+1}^{k+w}, \dots, \left\{ G'_{i, \gamma'_{v'}} \right\}_{i=k+w/2+1}^{k+w}$ ；将 $\left\{ G'_{i, \gamma'_1} \right\}_{i=k+w/2+1}^{k+w}, \left\{ G'_{i, \gamma'_2} \right\}_{i=k+w/2+1}^{k+w}, \dots, \left\{ G'_{i, \gamma'_{v'}} \right\}_{i=k+w/2+1}^{k+w}$  (二进制)转化为十进制 $h'_1, h'_2, \dots, h'_{v'}$ ； $G'_{h'_1, \gamma'_1} = 1, G'_{h'_2, \gamma'_2} = 1, \dots, G'_{h'_{v'}, \gamma'_{v'}} = 1$ ；

(4)BP译码；

(5)通过 $\mathbf{S}'_{k \times m'}$ 恢复部分未译出bit信息。

叠层算法译码过程中，译码器首先采取BP译码算法进行译码，保证了原始的译码成功率，即不做任何优化处理的LT译码性能。随后，一些未被成功译出的信息再通过“存储列”中的存储信息进行填补，在一定程度上可进一步降低LT码的BER。因此，在认知无线电系统中，叠层编译码算法与任何度分布结合，都能一定程度提高通信可靠性。

## 5 性能仿真及分析

本节将所提方案CPRSD-H应用于基于LT码的认知无线电系统中<sup>[3]</sup>, 验证其有效性。假设次用户链路至少需要100个子信道, 并且添加 $K$ 个子信道用于保证次用户链路的鲁棒性来对抗由于主用户出现导致的编码分组丢失。将一个长为10000 bit的原始数据信息均分为 $k = 100$ 个输入分组。采用参考文献<sup>[11]</sup>方法, 为 $k = 100$ 时的度分布选取合适参数值 $c = 0.1$ ,  $\delta = 0.5$ 和 $\varpi = 0.6$ 。随后, 分别采用RSD-BP, RSD-H, CPRSD-BP和CPRSD-H这4种方法进行编码。基于1000次编译码仿真结果, 分别从LT码的BER性能、次用户的有效吞吐和LT码编译码耗时3个方面进行性能评估。

### 5.1 BER

当 $K = 30, 40, 50, 60$ 时, 不同干扰概率( $p_I$ )下RSD-BP, RSD-H, CPRSD-BP和CPRSD-H的BER性能比较如图5所示。

当 $K$ 相同时, 这4种方法的BER随着干扰概率 $p_I$ 减小而减小。可以看出, 相比其他3种方法, CPRSD-H的BER性能表现最佳。例如, 当 $p_I = 0.050$ 和 $K = 40$ 时, RSD-BP, RSD-H和CPRSD-BP的BER分别为 $2.69 \times 10^{-1}$ ,  $1.48 \times 10^{-1}$ 和 $3.46 \times 10^{-2}$ 。而CPRSD-H的BER仅为 $7.18 \times 10^{-3}$ 。随着 $p_I$ 降为0.001, CPRSD-H的BER降低到 $3.33 \times 10^{-3}$ , 依旧保持所有方法中最

低。并且, 随着 $K$ 增多, 即接收端接收较多编码分组, 4种方法的BER都有明显降低, CPRSD-H的BER性能始终占有绝对优势。例如, 当 $p_I = 0.001$ 和 $K = 30$ 时, RSD-BP, RSD-H和CPRSD-BP的BER分别为 $3.26 \times 10^{-1}$ ,  $1.87 \times 10^{-1}$ 和 $5.97 \times 10^{-2}$ 。而CPRSD-H的BER仅为 $1.68 \times 10^{-2}$ 。当 $K = 60$ 时, CPRSD-H的BER降低到 $2.60 \times 10^{-4}$ , BER性能依旧保持所有方法中最优。

### 5.2 有效吞吐量

文献<sup>[3]</sup>证实信息错误概率与链路保持概率之间存在一个折中, 为了获得可能的最大有效吞吐量, 有必要选择最优的冗余子信道数量。本文基于文献<sup>[4]</sup>给出的有效吞吐量推导公式, 通过次用户有效吞吐量随冗余子信道数量( $K$ )的变化情况对LT码新编译码方法的性能进行评估。假设每个子信道的比特率为125 kbit/s, 感知时间、控制时间、获取时间和数据传输时间均为1 ms。

从图6可以看出, 所有曲线图都表示一个特定 $K$ 对应一个最大有效吞吐量。可以看到, 当 $p_I = 0.001, 0.010, 0.050$ 和 $0.100$ 时, 最优 $K$ 随 $p_I$ 增大而增大。当 $p_I = 0.001$ 时, RSD-BP, RSD-H, CPRSD-BP和CPRSD-H的最优 $K$ 分别为87, 83, 50和43。当 $p_I = 0.050$ 时, RSD-BP, RSD-H, CPRSD-BP和CPRSD-H的最优 $K$ 分别为98, 90, 58和53。很明显, 相比其他几种方法, CPRSD-H达到最大有效

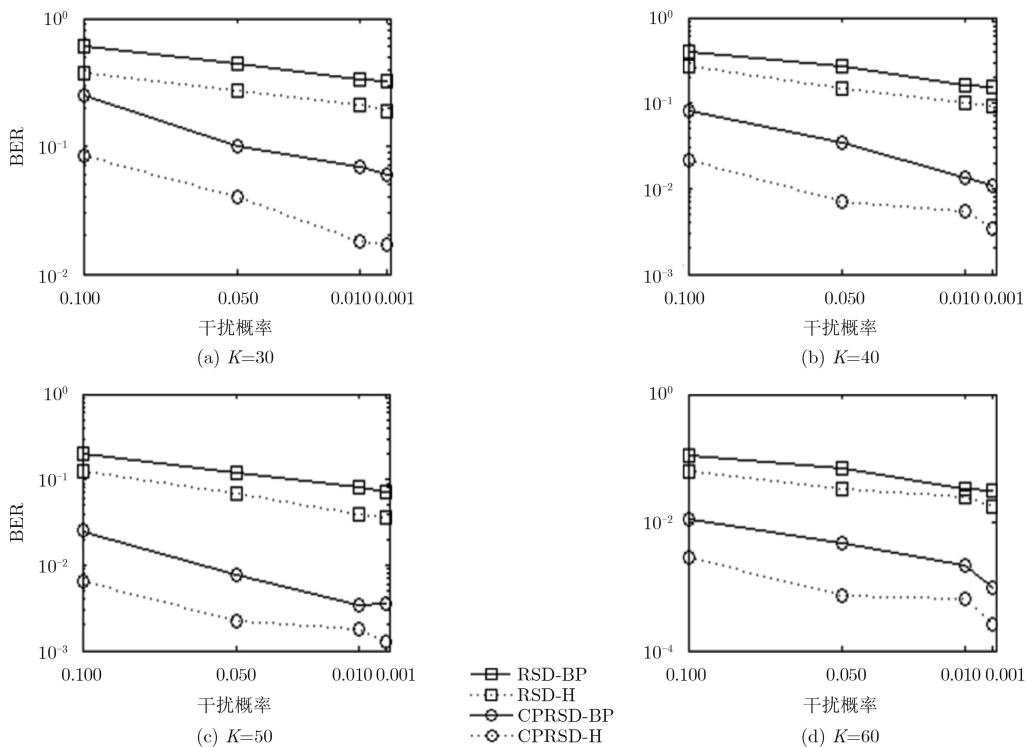


图5 RSD-BP, RSD-H, CPRSD-BP和CPRSD-H误比特率

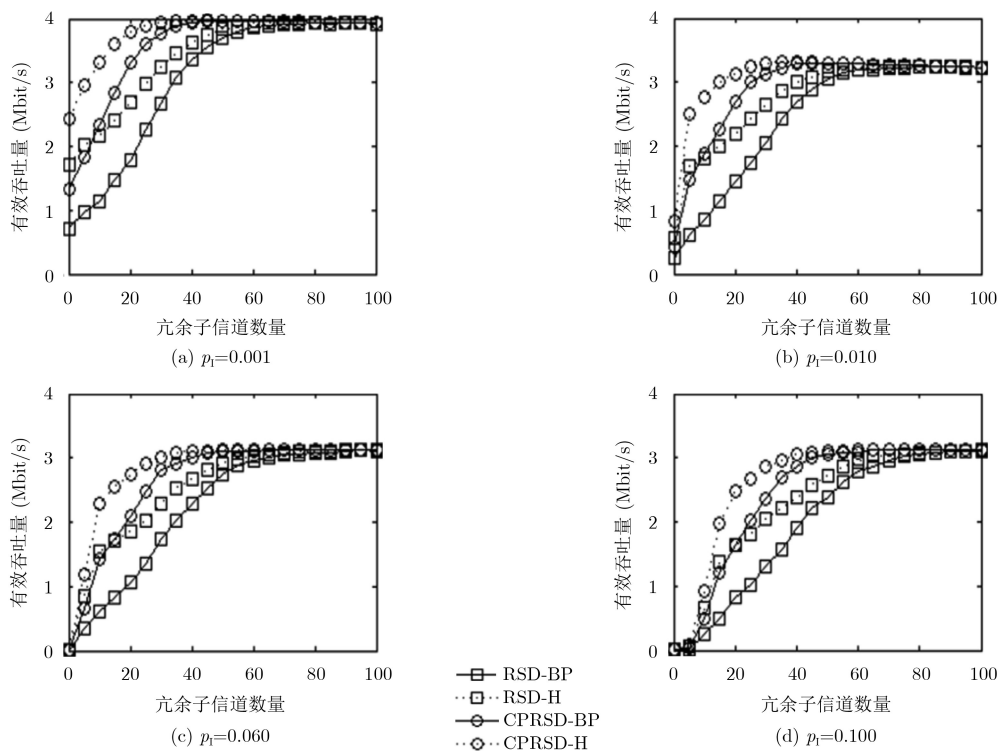


图6 RSD-BP, RSD-H, CPRSD-BP和CPRSD-H有效吞吐量

吞吐量所需的冗余子信道数量最少。可以看出随着  $p_I$  增大, 最大有效吞吐量降低。对于不同的  $p_I$ , 相对于其他3种方法, CPRSD-H的有效吞吐量性能达到的值最大。当  $p_I = 0.010$  时,  $K = 45$  为CPRSD-H的最优点达到的最大有效吞吐量为3.32 Mbit/s。当  $p_I$  升为0.100,  $K = 60$  为CPRSD-H的最优点达到的最大有效吞吐量为3.13 Mbit/s。

### 5.3 编译码耗时

叠层编译码算法中, 存储和提取叠层信息的操作会轻微增加运算量。为了保证高BER性能的同时, 又能提高编译码效率, 采用文献[11]中提出的CPRSD作为编码器的度分布。CPRSD编码能产生大量度数为1的编码分组。在编译码过程中, 度数为1的编码分组不参与编译码, 而无需进行任何XOR操作, 从而降低编译码复杂度, 减少编译码耗时。因此, 叠层编译码算法与CPRSD相结合, 能在译码成功率和编译码效率之间建立一个好的性能平衡。

图7表示当  $p_I = 0.050$  时, 不同子信道数量下RSD-BP, RSD-H, CPRSD-BP和CPRSD-H的平均编译码耗时的变化情况。可以看出, 尽管CPRSD-H的平均编译码耗时略多于CPRSD-BP, 但其优于RSD-BP和RSD-H。对于相同数量的子信道, 例如, 当子信道数量为150时, 相比RSD-BP和RSD-H, CPRSD-H分别加快了23.64%和34.18%编译码速度。

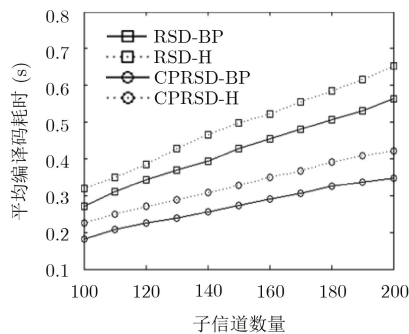


图7 RSD-BP, RSD-H, CPRSD-BP和CPRSD-H的平均编译码耗时

## 6 结束语

将LT码作为信道编码应用于认知无线电系统中, 可通过冗余码对主用户干扰进行补偿, 实现次用户链路保持。针对短码长LT码不适应于认知无线电次用户链路保持模型的问题, 本文提出一种新型LT码编译码方法CPRSD-H, 能够显著提高次用户通信可靠性、有效性以及通信效率。

### 参考文献

- [1] 姜显扬, 夏凯莉, 唐向宏. 认知无线电频谱感知估计时延的随机规划优化算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(11): 2548-2555. doi: 10.11999/JEIT170122.  
JIANG Xianyang, XIA Kaili and TANG Xianghong. Stochastic approach optimization algorithm for cognitive radio spectrum sensing estimation delay time[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(11):



- 2548–2555. doi: [10.11999/JEIT170122](https://doi.org/10.11999/JEIT170122).
- [2] CHEN Xiaoming, CHEN Hsiaohwa, and MENG Weixiao. Cooperative communications for cognitive radio networks—From theory to applications[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2014, 16(3): 1180–1192. doi: [10.1109/SURV.2014.021414.00066](https://doi.org/10.1109/SURV.2014.021414.00066).
- [3] WILLKOMM D, GROSS J, and WOLISZ A. Reliable link maintenance in cognitive radio systems[C]. First IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, Baltimore, USA, 2005: 371–378. doi: [10.1109/DYSPAN.2005.1542654](https://doi.org/10.1109/DYSPAN.2005.1542654).
- [4] YUE Guosen and WANG Xiaodong. Anti-jamming coding techniques with application to cognitive radio[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2009, 8(12): 5996–6007. doi: [10.1109/TWC.2009.12.081627](https://doi.org/10.1109/TWC.2009.12.081627).
- [5] YUE Guosen. Antijamming coding techniques[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(6): 35–45. doi: [10.1109/MSP.2008.929285](https://doi.org/10.1109/MSP.2008.929285).
- [6] LUBY M. LT codes[C]. The 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, Vancouver, Canada, 2002: 271–280. doi: [10.1109/SFCS.2002.1181950](https://doi.org/10.1109/SFCS.2002.1181950).
- [7] 孔博, 张更新, 张威, 等. 空间信息网络中基于LT码的分布式存储策略[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(4): 787–794. doi: [10.11999/JEIT150674](https://doi.org/10.11999/JEIT150674).
- KONG Bo, ZHANG Gengxin, ZHANG Wei, *et al.* Distributed storage strategy based on LT codes in space information network[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(4): 787–794. doi: [10.11999/JEIT150674](https://doi.org/10.11999/JEIT150674).
- [8] SUO Longlong, ZHANG Gengxin, LÜ Jing, *et al.* Performance analysis for finite length LT codes via classical probability evaluation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(9): 1957–1960. doi: [10.1109/LCOMM.2017.2700303](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2017.2700303).
- [9] 焦健, 杨志华, 顾术实, 等. 基于随机置换展开与停止集的LT码联合编译码算法[J]. 通信学报, 2013, 34(2): 31–39. doi: [10.3969/j.issn.1000-436x.2013.02.005](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-436x.2013.02.005).
- JIAO Jian, YANG Zhihua, GU Shushi, *et al.* Novel joint encoding/decoding algorithms of LT codes based on random permute egde-growth and stopping set[J]. *Journal on Communications*, 2013, 34(2): 31–39. doi: [10.3969/j.issn.1000-436x.2013.02.005](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-436x.2013.02.005).
- [10] LU Haifeng, LU Feng, CAI Jianfei, *et al.* LT-W: Improving LT decoding with Wiedemann solver[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(12): 7887–7897. doi: [10.1109/TIT.2013.2283500](https://doi.org/10.1109/TIT.2013.2283500).
- [11] 姚渭箐, 易本顺. 基于存储机制的LT码编译码方法[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(1): 165–170.
- YAO Weiqing and YI Benshun. Memory-based encoding and decoding of LT codes[J]. *Systems Engineering and Electronic*, 2018, 40(1): 165–170.
- [12] YAO Weiqing, YI Benshun, LI Weizhong, *et al.* CPRSD for LT codes[J]. *IET Communications*, 2016, 10(12): 1411–1415. doi: [10.1049/iet-com.2015.1183](https://doi.org/10.1049/iet-com.2015.1183).
- [13] MACKAY D J C. Fountain codes[J]. *IEE Proceedings-Communications*, 2005, 152(6): 1062–1068. doi: [10.1049/ip-com.20050237](https://doi.org/10.1049/ip-com.20050237).
- [14] LIAU A, YOUSEFI S, and KIM I M. Binary soliton-like rateless coding for the Y-network[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(12): 3217–3222. doi: [10.1109/TCOMM.2011.091911.100189](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2011.091911.100189).
- [15] ETESAMI O and SHOKROLLAHI A. Raptor codes on binary memoryless symmetric channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(5): 2033–2051. doi: [10.1109/TIT.2006.872855](https://doi.org/10.1109/TIT.2006.872855).
- [16] YAO Weiqing, YI Benshun, HUANG Taiqi, *et al.* Poisson robust soliton distribution for LT codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(8): 1499–1502. doi: [10.1109/LCOMM.2016.2578920](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2016.2578920).
- 姚渭箐：女，1983年生，博士，工程师，研究方向为无线通信、信道编码。
- 易本顺：男，1965年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为多媒体网络通信、信源信道编码、无线通信、光电信息系统。