

面向TDOA被动定位的定位节点选择方法

郝本建* 王林林 李赞 赵越

(西安电子科技大学ISN国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文主要研究一种面向到达时间差(TDOA)被动定位的定位节点选择方法。首先,通过经典的闭式解析算法将TDOA非线性方程转化为伪线性方程,并使用位置误差的协方差矩阵来度量定位精度。其次,在可用节点数量给定的条件下,在数学上将定位节点选择问题转化为最小化位置误差协方差矩阵的迹这一非凸优化问题。然后,将非凸优化问题凸松弛并化为半正定规划问题,从而快速有效地求解出最优的定位节点组合。仿真结果表明,所提节点优选方法的性能非常接近穷尽搜索方法,而且克服了穷尽搜索方法运算复杂度高、时效性差的不足,从而验证了所提方法的有效性。

关键词: 到达时间差; 被动定位; 节点优选

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)02-0462-07

DOI: 10.11999/JEIT180293

Sensor Selection Method for TDOA Passive Localization

HAO Benjian WANG Linlin LI Zan ZHAO Yue

(State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: This paper focuses on the sensor selection optimization problem in Time Difference Of Arrival (TDOA) passive localization scenario. Firstly, the localization accuracy metric is given by the error covariance matrix of classical closed-form solution, which is introduced to convert the TDOA nonlinear equations into pseudo linear equations. Secondly, the problem of sensor selection can be mathematically transformed into the non-convex optimization problem, to minimize the trace of localization error covariance matrix under the condition that the number of active sensors is given. Then, the non-convex optimization problem is relaxed and transformed into a positive semi-definite programming problem so that the optimal subset of positioning nodes can be solved quickly and effectively. Simulation results validate that the performance of proposed sensor selection method is very close to the exhausted-search method, and overcomes the shortcomings of the high computation complexity and poor timeliness of the exhausted-search method.

Key words: Time Difference Of Arrival (TDOA); Passive localization; Sensor selection optimization

1 引言

无线传感器网络广泛应用于环境监测、医疗护理、军事领域和目标源定位跟踪中,其中目标源定位在探测、声呐、雷达^[1]和无线通信等领域得到广

泛关注。目标源被动定位技术^[2]主要基于到达时间(Time Of Arrival, TOA)、到达时间差(Time Difference Of Arrival, TDOA)、接收信号强度(Received Signal Strength, RSS)和到达角度(Angle Of Arrival, AOA)等。现有文献中提出了许多不同条件下的节点定位算法,文献^[3]是基于超宽带的无线传感器网络中,在非视距(Non-Line Of Sight, NLOS)传播环境下提出了一种基于半定规划的节点定位算法,从而在存在NLOS误差的条件下,达到很高的定位精度;文献^[4]提出了一种基于移动节点的最优移动调度方法,通过和静态传感器节点协作定位,有效地解决了因无线电不规则和障碍物的影响而出现不可行点的问题;文献^[5]提出了一种基于序列贪婪优化的分布式无线传感器网络定位算法,该算法跟传统的非线性高斯-赛德尔算法相比更适合分布式网

收稿日期: 2018-03-28; 改回日期: 2018-11-16; 网络出版: 2018-11-22

*通信作者: 郝本建 bjhao@xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61631015), 陕西省重点科技创新团队计划(2016KCT-01), 国家自然科学基金(61471395), 中央高校基础科研业务费(7215433803)

Foundation Items: The Key Project of National Natural Science Foundation of China (61631015), The Key Scientific and Technological Innovation Team Plan of Shaanxi Province (2016KCT-01), The National Natural Science Foundation of China (61471395), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (7215433803)

络优化。

本文研究面向TDOA定位系统的定位节点选择问题。一方面，在TDOA定位系统中，多个定位节点需要协同工作，由于能源、带宽和网络寿命的限制，庞大数目的定位节点参与定位不仅不能很好地改善定位性能，反而会增加系统复杂性和系统消耗。因此，采用有效的节点选择方法^[6]去平衡定位精度和系统消耗之间的关系是至关重要的。另一方面，在TDOA跟踪场景下，被定位目标的移动特性，使其在定位网络中与定位节点之间的位置关系不断发生变化，随着被定位目标的移动，之前最适于定位的节点组合不再最佳，需要从原组合中抛弃部分节点，同时引入有利于定位的部分新节点，以实现定位性能的全局最优，因此，必须根据目标的移动轨迹选择最优的节点网络布局。鉴于此，本文提出了一种有效的面向TDOA定位的节点优选方法。

针对不同的应用场景，现有文献提出了许多节点选择方法，但是由于TDOA确定的目标与节点位置的数学关系是非线性的，现有基于线性系统的节点选择方法不能直接应用于该场景；另外，现有基于非线性系统的节点选择方法中，每个节点都能产生一个测量值，但是在面向TDOA的定位系统中，参考节点的存在使得测量值的数量少于节点数量，因此TDOA定位系统不同于一般的非线性测量模型。在线性系统条件下，文献^[7]提出了面向节点优选的启发式算法，并通过凸优化方法进行求解；文献^[8]将原始问题松弛为标准的半定规划问题，然后求解测量噪声相关时的节点选择问题；然而，由于TDOA测量和未知目标源位置之间的非线性关系，我们不能直接使用上述的节点选择方法。在一般的非线性测量模型中，文献^[9]引入了一个布尔选择向量并提出了一个最优化问题，目的是在某一给定定位精度的约束条件下，选择尽可能少的能够带来性能提升的节点进行定位；然而，由于TDOA测量值的数量小于定位节点的数量，TDOA定位系统不同于上述非线性测量模型。文献^[10]首先通过泰勒级数展开来线性化非线性函数，然后提出了基于两种代价函数的贪婪算法，但是相对于凸优化的方法，所提算法性能较差。

此外，另一个需要考虑的问题是TDOA测量误差的协方差矩阵，因为该矩阵准确与否将影响TDOA定位求解算法的性能。例如，在TDOA代数求解方法中，加权最小二乘(Weighted Least Square, WLS)算法^[8-12]的权重矩阵包含TDOA测量误差的协方差矩阵，一般情况下，在TDOA定位算法中，噪声的协方差矩阵的生成方式有两种，其一，单位矩阵乘以噪声的标准差得到噪声的协方差矩阵；其

二，噪声的协方差矩阵是对角阵，对角线元素服从均匀分布。但在实际情况下，TDOA估计误差主要由接收信噪比SNR与目标信号带宽 B 两参数决定，在目标信号带宽 B 不可控的条件下，如何利用最佳的接收信噪比SNR值得研究，而SNR与定位节点到目标源的几何距离及几何构型有关。因此，现有算法中对TDOA噪声的协方差矩阵的两种简单假设是不精确、不科学的。鉴于此，本文提出了与目标源和定位节点之间的距离有关的TDOA噪声的协方差矩阵，并较好地改善了定位算法的性能。

本文的主要贡献是当可供选择的定位节点数量及其位置信息给定时，提出了一种面向TDOA定位的最优定位节点组合方法，并且用定位误差来评估TDOA定位系统的性能。由于TDOA方程是非线性的，本文首先采用经典的加权最小二乘WLS算法将非线性方程转化为伪线性方程进行求解^[13]；其次，引入一个布尔选择向量，构建非凸的节点选择问题，其中目标函数是最小化定位误差协方差矩阵的迹，继而对其约束条件进行凸松弛，最终可以有效地求解这个非凸的节点选择问题。

2 伪线性TDOA定位方程

2.1 TDOA数学模型

在TDOA被动定位场景下，假设有 M 个定位节点和一个位置未知的被定位目标，假设定位目标的位置坐标为 $\mathbf{u} = [x, y, z]^T$ ，定位节点的位置坐标为 $\mathbf{s}_i = [x_i, y_i, z_i]^T, i = 1, 2, \dots, M$ ；不失一般性，假设 \mathbf{s}_1 为参考节点，与其它 $M-1$ 个节点在同一时刻对定位目标发射的无线电信号进行接收，并获取定位参数到达时间差TDOA，继而得到到达距离差RDOA。定位目标和第 i 个定位节点之间的真实距离为

$$r_i^0 = \|\mathbf{u}^0 - \mathbf{s}_i\| \quad (1)$$

其中， $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数， $(\cdot)^0$ 表示对应的真实值。

当不考虑测量误差时，定位节点 \mathbf{s}_i 和参考节点 \mathbf{s}_1 关于定位目标的到达距离差为

$$r_{i1}^0 = r_i^0 - r_1^0 = \|\mathbf{u}^0 - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{u}^0 - \mathbf{s}_1\| \quad (2)$$

然而，实际中由于参数估计算法的误差及环境的影响，测量得到的到达距离差可以表示为

$$r_{i1} = r_i^0 - r_1^0 + n_{i1} = \|\mathbf{u}^0 - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{u}^0 - \mathbf{s}_1\| + n_{i1} \quad (3)$$

其中， n_{i1} 是零均值的高斯白噪声。

将全部 $M-1$ 个TDOA方程整理为矩阵形式，得到

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^0 + \mathbf{n} \quad (4)$$

其中， $\mathbf{r} = [r_{21}, r_{31}, \dots, r_{M1}]^T$ ，而 \mathbf{r}^0 是其对应的真

实值, \mathbf{n} 是协方差矩阵为 \mathbf{Q} 的零均值高斯白噪声, 本文假设不同TDOA测量噪声之间是相互独立的。

2.2 加权最小二乘WLS代数闭式解

针对式(4)中非线性方程组的求解方法有很多, 其中较为经典的是加权最小二乘法^[13], 该方法引入了一个辅助参量 $\theta_1^0 = [\mathbf{u}^{0T}, r_1^0]^T$, 求解步骤分为如下3步:

第1步 对式(1)和式(2)进行移项并平方运算得到

$$(r_{i1}^0)^2 + 2r_{i1}^0 r_1^0 = \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_1 - 2(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_1)^T \mathbf{u}, \quad i = 2, 3, \dots, M \quad (5)$$

考虑TDOA测量噪声, 并对式(5)进行移项处理, 得到

$$\varepsilon_1 = \mathbf{h}_1 - \mathbf{G}_1 \theta_1 \quad (6)$$

其中, ε_1 是加权最小二乘算法的误差权函数, 且

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h}_1 &= \begin{bmatrix} r_{21}^2 - \mathbf{s}_2^T \mathbf{s}_2 + \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_1 \\ r_{31}^2 - \mathbf{s}_3^T \mathbf{s}_3 + \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_1 \\ \vdots \\ r_{M1}^2 - \mathbf{s}_M^T \mathbf{s}_M + \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_1 \end{bmatrix}_{(M-1) \times 1} \\ \mathbf{G}_1 &= -2 \begin{bmatrix} (\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1)^T & r_{21} \\ (\mathbf{s}_3 - \mathbf{s}_1)^T & r_{31} \\ \vdots & \\ (\mathbf{s}_M - \mathbf{s}_1)^T & r_{M1} \end{bmatrix}_{(M-1) \times 4} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

从而可以得到关于辅助变量 θ_1 的加权最小二乘解

$$\theta_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_1 \quad (8)$$

其中, $\mathbf{W}_1 = \mathbf{B}_1^{-T} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{B}_1^{-1}$, $\mathbf{B}_1 = 2 \text{diag} \{r_2^0, r_3^0, \dots, r_M^0\}$ 。

如果加权矩阵 \mathbf{W}_1 按照式(9)来取值, 可以得到 θ_1 的协方差矩阵

$$\text{cov}(\theta_1) = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \quad (9)$$

由式(9)知, 加权矩阵 \mathbf{W}_1 包含定位目标的真实位置信息, 因此本文首先将它设置为一个单位对角矩阵, 得到一个初始估计值 \mathbf{u}^1 后再利用 \mathbf{u}^1 去计算新的 \mathbf{W}_1 , 从而获得更好的估计值 θ_1 ^[13]。

第2步 通过考虑 \mathbf{u}^0 和辅助参量 θ_1 的关系来改善估计性能, 构建带有误差的近似方程如式(10)

$$\varepsilon_2 = \mathbf{h}_2 - \mathbf{G}_2 \theta_2 \quad (10)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h}_2 &= \begin{bmatrix} (\theta_1(1:3) - \mathbf{s}_1) \odot (\theta_1(1:3) - \mathbf{s}_1) \\ \theta_1(4)^2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{1}^T \end{bmatrix}_{4 \times 3} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

得到 θ_2 的解为

$$\theta_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{h}_2 \quad (12)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{W}_2 &= \mathbf{B}_2^{-T} \text{cov}(\theta_1)^{-1} \mathbf{B}_2^{-1} \\ \mathbf{B}_2 &= \begin{bmatrix} 2 \text{diag} \{ \mathbf{u} - \mathbf{s}_1 \} & 0 \\ 0^T & 2r_1^0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

如果加权矩阵 \mathbf{W}_2 按照式(14)来取值, 则可以得到 θ_2 的估计误差的协方差矩阵

$$\text{cov}(\theta_2) = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \quad (14)$$

第3步 给出目标节点的位置得到最后的估计结果

$$\mathbf{U} = \text{diag} \{ \text{sgn}(\theta_1(1:3) - \mathbf{s}_1) \} \quad (15)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} \left[\sqrt{\theta_2(1)}, \sqrt{\theta_2(2)}, \sqrt{\theta_2(3)} \right]^T + \mathbf{s}_1 \quad (16)$$

如果权重矩阵 \mathbf{W}_i 使用式(9)和式(14)中的值^[13], 可以得到定位目标位置误差的协方差矩阵

$$\text{cov}(\mathbf{u}) = \mathbf{B}_3^{-1} \text{cov}(\theta_2) \mathbf{B}_3^{-T} \Big|_{\theta=\theta^0} \quad (17)$$

其中, $\mathbf{B}_3 = 2 \text{diag} \{ \mathbf{u} - \mathbf{s}_1 \}$ 。

2.3 TDOA测量误差的协方差矩阵

实际应用中, 式(9)中TDOA估计误差的协方差矩阵 \mathbf{Q} 的真实信息无从得知。TDOA估计精度取决于接收信噪比SNR与目标信号带宽 B , 而且不同定位节点接收到的SNR与定位节点和目标源的距离相关。假设在视距(LOS)环境下, 第 i 个定位节点的接收信号功率可以通过自由空间的路径损耗模型来表示

$$P_{\text{rx}}^i = P_{\text{Tx}} G_{\text{Tx}} G_{\text{Rx}} \left[\frac{\lambda}{4\pi d_i} \right]^2 \quad (18)$$

其中, P_{Tx} 是传输功率, G_{Tx} 是发射天线增益, G_{Rx} 是接收天线增益, λ 是信号的波长, d_i 是传输距离。假设所有的定位节点都位于相同的环境中, 则每个定位节点将接收到相同的噪声功率, 假设每个节点接收天线增益相同, 则每个定位节点与参考节点之间的接收信噪比之比可表示为

$$\frac{\text{SNR}_i}{\text{SNR}_1} = \frac{P_{\text{rx}}^i}{P_{\text{rx}}^1} = \frac{d_1^2}{d_i^2} \quad (19)$$

由TDOA估计理论^[14,15]可知, TDOA估计误差的下界是

$$\sigma_{\text{TDOA}}^i = \frac{0.55}{B} \frac{1}{\sqrt{B_n T \gamma_i}} \quad (20)$$

其中, B 是被定位目标信号带宽, B_n 是输入噪声带宽, T 是信号采集累计时间, γ_i 是等效输入信噪比

$$\frac{1}{\gamma_i} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\text{SNR}_1} + \frac{1}{\text{SNR}_i} + \frac{1}{\text{SNR}_1 \cdot \text{SNR}_i} \right] \quad (21)$$

其中, γ_i 是第*i*个定位节点的接收信噪比。

在参考节点的接收信噪比 γ_1 给定的条件下, 可以得到由不同的定位节点-定位目标对得到的TDOA估计误差的下界

$$\sigma_{\text{TDOA}}^i = \frac{0.55}{B} \frac{\sqrt{d_1^2 + d_i^2 + \frac{d_i^2}{\text{SNR}_1}}}{\sqrt{2B_n T \gamma_1 d_1^2}} \quad (22)$$

通过上述的理论分析, 本文将TDOA估计的噪声协方差矩阵的对角元素设置为 σ_{TDOA}^i 。

图1表示随着参考节点接收信噪比的变化, 定位算法误差方差RMSE的变化图。仿真条件设置为: 定位网络随机分布在一个半径为1000, 坐标原点为 $[0, 0, 0]^T$ 的区域内。输入噪声带宽 $B_n = 1$ MHz, 信号带宽 $B = 100$ kHz和信号累积时间 $T = 10$ ms。TDOA估计的噪声协方差矩阵是对角矩阵, 该矩阵的第1种估计方式: 其对角元素等于TDOA估计的噪声标准差的平均值, 即为 $\sigma_{\text{TDOA}}^{\text{Mean}} = 1/(M-1) \sum_{i=1}^{M-1} \sigma_{\text{TDOA}}^i$, 其中 M 表示定位节点的数量。第2种方式: TDOA估计的噪声协方差矩阵的对角元素服从均匀分布, 均值是 $\sigma_{\text{TDOA}}^{\text{Mean}}$ 。第3种方式即是本文所提出的方式, TDOA估计的噪声协方差矩阵的第*i*个对角元素的值为 σ_{TDOA}^i 。图1中3种不同标记的曲线表示了3种不同方式下的估计性能。在同一个定位场景下, 即在TDOA测量误差相同的条件下, 采用上述3种不同的TDOA噪声协方差矩阵 Q 生成方式进行定位算法求解, 仿真结果表明, 采用本文所提出的 Q 的生成方式, 定位误差的方差最小, 定位性能最好。

3 所提节点优选方法

第2节讨论了TDOA定位场景下经典的WLS算法, 针对实际中对于最优节点集合选择的迫切要求, 本文提出一种新的节点选择算法, 将凸优化

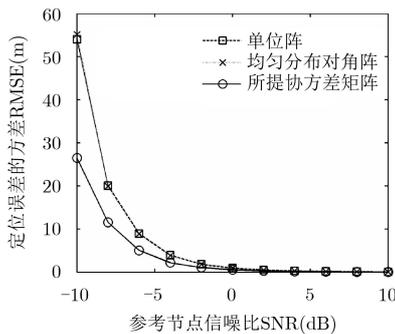


图1 参考节点接收信噪比变化下的RMSE

(convex optimization)的思想引进来。根据实际中不同需要, 不同优化目标的节点选择目标方程是不同的。当定位网络中总的节点个数 M ($M \geq k$)及TDOA所用节点个数 k 给定时, 本文要做的是从 M 个可用节点中筛选出 k 个节点来最小化定位误差。当TDOA估计误差为高斯变量且处于较小范围时, 最小二乘算法的性能可以达到克拉美罗下界^[13](CRLB)。因此, 本文用定位目标定位误差的协方差作为筛选最优子集的目标函数。

将式(16)代入式(17), 目标的最终定位误差协方差矩阵可以表示为

$$\text{cov}(\mathbf{u}) = \mathbf{B}_3^{-1} (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{B}_3^{-T} \Big|_{\theta=\theta^0} \quad (23)$$

然而, 在上述 \mathbf{B}_3 , \mathbf{G}_2 , \mathbf{W}_2 矩阵的表达式中, 只有 $\text{cov}(\theta_1)$ 和 $(\mathbf{u} - \mathbf{s}_1)$ 对 $\text{cov}(\mathbf{u})$ 有影响。因此, 如果给定参考节点, 则定位精度仅仅依赖于第1步中误差的协方差矩阵。

引入一个布尔变量型的向量

$$\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_M]^T, z_i \in \{0, 1\}^M \quad (24)$$

来决定每一个节点是否被选择。如果 \mathbf{z} 向量的第*i*个元素是1, 就将此节点选入最优子集中^[8]。在TDOA定位场景下, 将接收信号强度最大的点作为参考节点, 由于在视距传播环境下, 接收信号强度与信号传播距离的平方成反比^[16], 因此, 选择距离最近的节点作为参考节点。

当所有的节点捕获到信号之后, 对节点按照接收信号强度大小进行排序^[17]。由于参考节点已给出, 将布尔向量改为 $\mathbf{z} = [z_2, z_3, \dots, z_M]^T$, $z_i \in \{0, 1\}^{M-1}$, 它表示从剩余 $M-1$ 个节点中筛选出 $k-1$ 个节点。

定义矩阵 Φ_z , 它是去除未被选择节点所在行之后的 $\text{diag}(\mathbf{z})$ 的子阵^[8]。矩阵 Φ_z 和 \mathbf{z} 之间的关系表示为

$$\Phi_z \Phi_z^T = \mathbf{I}_z, \Phi_z^T \Phi_z = \text{diag}(\mathbf{z}) \quad (25)$$

在节点筛选之后, 定位目标位置误差的协方差矩阵的逆矩阵表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_z &= \mathbf{P}_z^{-1} = \mathbf{G}_{1z}^T \mathbf{W}_{1z} \mathbf{G}_{1z} = \mathbf{G}_1^T \Phi_z^T \Phi_z \mathbf{W}_1 \Phi_z^T \Phi_z \mathbf{G}_1 \\ &= \mathbf{G}_1^T \text{diag}(\mathbf{z}) \mathbf{W}_1 \text{diag}(\mathbf{z}) \mathbf{G}_1 \\ &= \sum_{i=1}^{M-1} z_i \mathbf{W}_{1ii} \mathbf{g}_{1i} \mathbf{g}_{1i}^T \end{aligned} \quad (26)$$

其中, $\mathbf{W}_{1z} = \Phi_z \mathbf{W}_1 \Phi_z^T$ 表示第1步被筛选出来的节点的加权矩阵, \mathbf{g}_{1i} 表示矩阵 \mathbf{G}_1 的第*i*列。

本文选择定义在文献^[18]中的A-optimality模

型作为约束问题,即定位误差的协方差矩阵作为目标函数。从而节点选择的最优化问题用公式表示为

$$\left. \begin{aligned} \min \operatorname{tr}(\mathbf{P}_z) \\ \text{s.t. } \mathbf{1}^T \mathbf{z} = k - 1 \\ z_i \in \{0, 1\}^{M-1}, i = 2, 3, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

由于布尔型向量的存在,节点选择的最优化问题是非凸的,因此在式(28)中用凸约束条件 $z_i \in [0, 1]^{M-1}$ 来代替非凸约束条件 $z_i \in \{0, 1\}^{M-1}$ [7],从而将式(27)凸松弛为

$$\left. \begin{aligned} \min \operatorname{tr} \left(\left(\sum_{i=1}^{M-1} z_i \mathbf{W}_{1ii} \mathbf{g}_{1i} \mathbf{g}_{1i}^T \right)^{-1} \right) \\ \text{s.t. } \mathbf{1}^T \mathbf{z} = k - 1 \\ 0 \leq z_i \leq 1, i = 2, 3, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

为了求解上述有约束的最优化问题,引入辅助矩阵 \mathbf{Y} ,将上述问题化为半正定规划问题

$$\left. \begin{aligned} \min \operatorname{tr}(\mathbf{Y}) \\ \text{s.t. } \mathbf{1}^T \mathbf{z} = k - 1 \\ 0 \leq z_i \leq 1, i = 2, 3, \dots, M \\ \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \sum_{i=1}^{M-1} z_i \mathbf{W}_{1ii} \mathbf{g}_{1i} \mathbf{g}_{1i}^T \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

其中, \mathbf{Y} 是一个大小和 \mathbf{P}_z 相同的实矩阵。

采用CVX工具包[19]求解式(29),得到小数向量 \mathbf{z} ,它代表每一个节点对于定位精度贡献的权重值。选择 $k-1$ 个权重值最大的节点是生成布尔选择向量的一种最简单的方法[7]。

值得说明的是,式(9)中的矩阵 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{G}_1 是节点选择方法的关键。然而在实际中,无法获得 \mathbf{W}_1 的真实值,同时 \mathbf{G}_1 矩阵的最后一列所包含的全部TDOA测量值也无从得知。在式(9)下方的阐述中已提出一种简单的方法得到矩阵 \mathbf{W}_1 的近似值。对于矩阵 \mathbf{G}_1 ,假设所有的定位节点位置信息已知,通过任意两个随机节点组合得到 $k-1$ 个TDOA测量值,然后采用闭式解析算法得到目标源位置的粗略估计值,用这个估计值和其它已知的定位节点去估计矩阵 \mathbf{G}_1 最后一列中的元素值。最终,可以得到位置误差的协方差矩阵的近似值,并且和真实值非常接近。

4 仿真结果

本节给出了面向TDOA定位系统的节点选择方法的仿真结果。首先,定位网络接收定位目标发来的信号,利用 k 个随机选择的节点给出定位目标位

置的粗估计,从而估计出矩阵 $\mathbf{W}_1, \mathbf{G}_1$ 的近似值,然后通过本文提出的节点选择方法筛选出最优的 k 个节点。本文使用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)作为衡量定位精度的指标,即

$$\operatorname{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^L \|\mathbf{u}^{(i)} - \mathbf{u}^0\|^2}{L}} \quad (30)$$

其中, $L = 500$ 是蒙特卡洛仿真的总次数。然后比较穷尽搜索、最近距离法和本文方法的性能。其中,穷尽搜索方法需要执行 C_{M-1}^{k-1} 次节点的穷尽组合,运算复杂度高,时效性差,但可确定一种最佳的定位节点组合来作为各种节点优选方法比较的最优标准;最近距离法是选择 k 个最近的定位节点来定位(包括参考节点),实际中,可以通过不同定位节点的接收信噪比 SNR_i 来确定 k 个最近的定位节点。

4.1 不同测量噪声条件下的性能比较

本文将TDOA测量误差的协方差矩阵 \mathbf{Q} 设置为对角线元素等于 σ_r^2 的对角矩阵,其中 σ_r 是RDOA噪声的标准差。目标源随机分布在一个半径为 1000 m,坐标原点为 $[0, 0, 0]^T$ 的区域内,定位网络中包含 $M = 21$ 个定位节点,随机分布在一个半径为 3000 m,坐标原点为 $[0, 0, 0]^T$ 的区域内,从中分别选择出 $k = 5$ 个和 $k = 15$ 个两种最优定位节点组合,在TDOA测量误差变化的情况下,比较3种不同方法的RMSE性能。在图2中,实线和虚线分别表示 $k = 5$ 个和 $k = 15$ 个时的性能曲线,3种不同标记的线分别代表3种不同的方法。由图2可知,参与定位的节点数量由 $k = 5$ 个增加到 $k = 15$ 个时,3种方法的定位性能均有所提升,但代价是大大增大了系统运算复杂度,实际应用中 k 数值的选择需由系统允许的运算复杂度来确定;对比3种方法发现,最近距离法性能最差,穷尽搜索方法性能最优,这是因为穷尽搜索方法以最大运算量为代价总能搜索到全局最优的 k 个定位节点组合,本文方法确定的

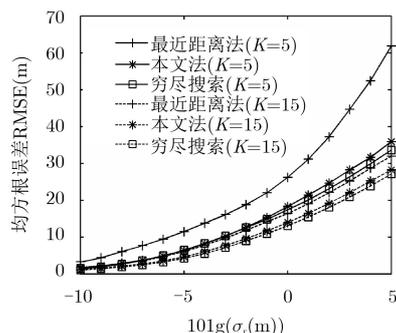


图2 不同测量噪声条件下的RMSE

定位节点组合性能非常接近穷尽搜索方法, 而且避免了进行穷尽搜索的代价。

4.2 不同参考节点接收信噪比条件下的RMSE比较

本节仿真使用与4.1节相同的方式生成定位目标和定位节点的位置, 并采用本文方法生成TDOA噪声的协方差矩阵 \mathbf{Q} , 然后从中选择 $k=5$ 个定位节点参与定位。图3表明随着参考节点接收信噪比的增加, 本文方法以小于4 m的误差接近穷尽搜索方法的精度。

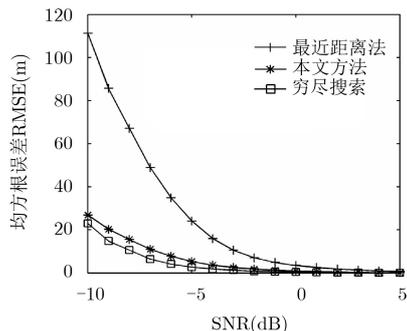


图3 不同参考节点接收信噪比条件下的RMSE

4.3 不同参考节点接收信噪比条件下的平均RMSE比较

在此一节仿真中, 采用本文方法生成TDOA噪声的协方差矩阵 \mathbf{Q} 。为了验证本文方法不仅可用于固定几何构型的传感器定位网络, 而且适用于任意几何构型的传感器定位网络。本文在定位网络几何构型随机部署的情况下, 构建了50个随机部署的定位网络, 每个定位网络有 $M=21$ 个定位节点, 最终选择其中的 $k=5$ 个定位节点参与定位。对每个定位网络下的仿真运算 $L=500$ 次, 得到定位误差的一个RMSE, 继而计算全部定位网络的定位误差的RMSE, 得到了50个RMSE, 取平均值即可得到平均RMSE。图4给出了3种方法的性能比较, 由图4可知, 本文所提方法在参考节点接收信噪比 $\text{SNR} \geq 5$ dB情况下, 以小于1.5 m的误差接近穷尽搜索方法的精度, 证明了本文方法的有效性。

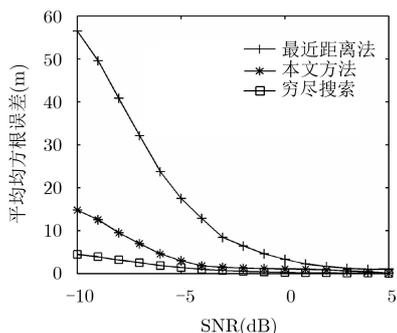


图4 不同参考节点接收信噪比条件下的平均RMSE

5 结论

本文在介绍了经典的闭式解析算法的基础上, 在数学关系上将定位节点选择问题转化为最小化位置误差的协方差矩阵的迹这一非凸优化问题, 在可用节点数量给定的约束条件下, 提出了一种新的面向TDOA被动定位的节点选择方法。然后对不同条件下的定位性能对比分析, 仿真结果表明该定位节点选择方法的性能非常接近穷尽搜索方法, 而且克服了穷尽搜索方法运算复杂度高、时效性差的不足, 适合应用于恶劣的地域环境。

参考文献

- [1] 胡勤振, 苏洪涛, 刘子威, 等. 配准误差下的多基地雷达目标检测算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(1): 88–94. doi: [10.11999/JEIT160207](https://doi.org/10.11999/JEIT160207).
HU Qinzhen, SU Hongtao, LIU Ziwei, et al. Target detection algorithm for multistatic radar with registration errors[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(1): 88–94. doi: [10.11999/JEIT160207](https://doi.org/10.11999/JEIT160207).
- [2] YASSIN A, NASSER Y, AWAD M, et al. Recent advances in indoor localization: A survey on theoretical approaches and applications[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2017, 19(2): 1327–1346. doi: [10.1109/COMST.2016.2632427](https://doi.org/10.1109/COMST.2016.2632427).
- [3] CHEN Hongyang, WANG Gang, WANG Zizhuo, et al. Non-line-of-sight node localization based on semi-definite programming in wireless sensor networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(1): 108–116. doi: [10.1109/TWC.2011.110811.101739](https://doi.org/10.1109/TWC.2011.110811.101739).
- [4] CHEN Hongyang, SHI Qingjiang, TAN Rui, et al. Mobile element assisted cooperative localization for wireless sensor networks with obstacles[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(3): 956–963. doi: [10.1109/TWC.2010.03.090706](https://doi.org/10.1109/TWC.2010.03.090706).
- [5] SHI Qingjiang, HE Chen, CHEN Hongyang, et al. Distributed wireless sensor network localization via sequential greedy optimization algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3328–3340. doi: [10.1109/TSP.2010.2045416](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2045416).
- [6] HENTATI A, DRIOUCH E, FRIGON J, et al. Fair and low complexity node selection in energy harvesting wireless sensor networks[J]. *IEEE Systems Journal*, 2018, 99(1): 1–11. doi: [10.1109/JSYST.2017.2771294](https://doi.org/10.1109/JSYST.2017.2771294).
- [7] JOSHI S and BOYD S. Sensor selection via convex optimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2): 451–462. doi: [10.1109/TSP.2008.2007095](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.2007095).
- [8] LIU S, CHEPURI S P, FARDAD M, et al. Sensor selection for estimation with correlated measurement noise[J]. *IEEE*

- Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(13): 3509–3522. doi: [10.1109/TSP.2016.2550005](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2550005).
- [9] CHEPURI S P and LEUS G. Sparsity-promoting sensor selection for non-linear measurement models[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 63(3): 684–698. doi: [10.1109/TSP.2014.2379662](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2379662).
- [10] RAO S, CHEPURI S P, and LEUS G. Greedy sensor selection for non-linear models[C]. IEEE 6th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing(CAMSAP), Cancun, Mexico, 2015, (2): 241–244. doi: [10.1109/CAMSAP.2015.7383781](https://doi.org/10.1109/CAMSAP.2015.7383781).
- [11] HO K C, LU Xiaoming, and KOVAVISARUCH L. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors: Analysis and solution[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(2): 684–696. doi: [10.1109/TSP.2006.885744](https://doi.org/10.1109/TSP.2006.885744).
- [12] QU Xiaomei and XIE Lihua. An efficient convex constrained weighted least squares source localization algorithm based on TDOA measurements[J]. *Signal Processing*, 2016, 119(2): 142–152.
- [13] HO K C and XU Wenwei. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(9): 2453–2463. doi: [10.1109/TSP.2004.831921](https://doi.org/10.1109/TSP.2004.831921).
- [14] 曲付勇, 孟祥伟. 基于约束总体最小二乘方法的到达时差到达频差无源定位算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(5): 1075–1081. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01019](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01019).
QU Fuyong and MENG Xiangwei. Source localization using TDOA and FDOA measurements based on constrained total least squares algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(5): 1075–1081. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01019](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01019).
- [15] RUI Liyang, CHEN Shanjie, and HO K C. Anchor nodes refinement in joint localization and synchronization of a sensor node[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing(ICASSP), Brisbane, Australia, 2015: 2834–2838. doi: [10.1109/ICASSP.2015.7178488](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2015.7178488).
- [16] HO K C and SUN Ming. Passive source localization using time differences of arrival and gain ratios of arrival[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(2): 464–477. doi: [10.1109/TSP.2007.906728](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.906728).
- [17] HO K C. Bias reduction for an explicit solution of source localization using TDOA[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(5): 2101–2114. doi: [10.1109/TSP.2012.2187283](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2187283).
- [18] YANG Xiaojun and NIU Ruixin. Adaptive sensor selection for nonlinear tracking via sparsity-promoting approaches[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018. doi: [10.1109/TAES.2018.2805258](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2805258).
- [19] GRANT M, BOYD S, and YE Y. CVX Version 2.1. Matlab Software for Disciplined Convex Programming[OL]. www.stanford.edu/boyd/cvx/, 2017.
- 郝本建: 男, 1982年生, 副教授, 主要研究方向为无线通信、电磁频谱监测、无线传感器网络、信号源定位与跟踪等。
王林林: 女, 1993年生, 硕士生, 研究方向为信号源定位与跟踪。
李赞: 女, 1975年生, 教授、博士生导师, 主要研究方向为突发通信、数字信号处理、无线通信系统等。
赵越: 男, 1994年生, 博士生, 研究方向为被动定位及信号处理。