

# 基于虚拟参考站的同步三星时差定位系统广域差分校正算法

任凯强\* 孙正波

(盲信号处理重点实验室 成都 610041)

**摘要:** 星历误差是导致同步三星时差定位系统定位误差的主要因素, 该文针对传统差分校正算法在远离参考站区域对星历误差校正精度差的问题, 提出一种基于虚拟参考站(VRS)的广域差分校正算法。首先证明两参考信号时差的差分残差近似为两参考站连线方向的线性函数; 然后利用已有参考站的位置信息和参考信号的时差观测值, 在目标辐射源位置处通过线性拟合构造一个VRS; 最后将目标辐射源与VRS的时差观测值进行差分, 从而实现星历误差的高精度校正。仿真结果表明, 相比传统差分校正算法, 该方法可大范围消除星历误差对同步三星时差定位系统定位精度的影响, 且定位精度可逼近CRLB。

**关键词:** 同步三星时差定位系统; 星历误差; 差分校正; 虚拟参考站

中图分类号: TN91

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)02-0433-07

DOI: 10.11999/JEIT180289

## Wide Area Difference Calibration Algorithm Based on Virtual Reference Station for Tri-satellite TDOA Geolocation System

REN Kaiqiang SUN Zhengbo

(Science and Technology on Blind Signal Processing Laboratory, Chengdu 610041, China)

**Abstract:** A wide area difference calibration algorithm based on Virtual Reference Station (VRS) for tri-satellite Time Difference Of Arrival (TDOA) geolocation system is proposed to solve the problem that traditional difference calibration algorithm can not eliminate the location error caused by ephemeris error completely, especially when the emitter source is far away from the calibration station. Firstly, TDOA measurements of the VRS, which is in the vicinity of emitter source, is estimated by using TDOA measurements of reference station. Then, in order to remove the effect of ephemeris error and synchronization error on location error, TDOA measurements of the VRS is subtracted from that of emitter source. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm can almost eliminate the effect of ephemeris error on location error of tri-satellite TDOA geolocation system in wide area.

**Key words:** Tri-satellite Time Difference Of Arrival (TDOA) geolocation system; Ephemeris error; Difference Calibration (DC); Virtual reference station

### 1 引言

同步三星时差定位系统采用位于赤道上空的3颗同步卫星被动接收地球表面目标辐射的信号, 利用信号到达3颗卫星的到达时间差(Time Difference Of Arrival, TDOA)确定目标辐射源的位置, 其具有隐蔽性强、覆盖范围广、对卫星姿态要求较低等优点, 是无源定位领域的研究热点<sup>[1-4]</sup>。

在实际定位系统中, 星历误差和时间同步误差的存在使得同步三星时差定位系统的定位精度大幅降低<sup>[5-10]</sup>, 因此文献<sup>[11-15]</sup>提出可引入已知位置的参考站来消除定位系统中星历误差和时间同步误差对定位精度的影响, 称该类算法为有源校正算法。目前有源校正算法主要有两种思路, 一种思路是采用参数估计的方法将星历误差和时间同步误差作为未知参数进行估计, 这种思路的优点是理论精度高, 校正后定位精度可以达到克拉美罗界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB), 缺点是待估计参数多, 计算量较大, 在参考站数目较少或参考站信号时差测量精度较低时性能较差或无法工作; 第2种

收稿日期: 2018-03-20; 改回日期: 2018-11-12; 网络出版: 2018-11-19

\*通信作者: 任凯强 rkq308597871@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61304264)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61304264)

思路是差分校正(Differential Calibration, DC),即将目标辐射信号与参考站信号的时差观测方程进行差分,从而消除公共误差,这种思路的优点是实现简单、可以完全消除时间同步误差,缺点是仅能在参考站附近有效校正星历误差,在远离参考站的区域对星历误差校正效果较差,无法实现星历误差的大区域有效校正。

本文针对差分校正无法实现大区域有效校正的问题,提出了一种基于虚拟参考站的广域差分校正算法。首先通过差分校正得到目标位置的粗估计,然后通过对参考站信号时差观测值的线性拟合,在估计的目标辐射源位置处构造一个虚拟参考站,最后将目标辐射源与虚拟参考站的时差观测方程进行差分,从而在大区域内实现对任意位置目标辐射源定位误差的高精度校正。理论分析和仿真结果证明了所提算法的有效性。

## 2 问题描述

### 2.1 同步三星时差定位模型

考虑位于地球表面的目标辐射源,其地心坐标系坐标为 $\mathbf{u} = [x, y, z]^T$ ,采用位于赤道上空的3颗同步卫星组成三星时差定位系统,对目标辐射源进行定位,3颗卫星星历的观测值为

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{s}_i^o + \boldsymbol{\delta}_i, i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

式中, $\mathbf{s}_i^o$ 为第*i*颗卫星的真实位置, $\boldsymbol{\delta}_i$ 为第*i*颗卫星的星历误差,假定其为零均值、方差为 $\sigma_s^2$ 的高斯白噪声。

记 $c$ 为电磁波传播速度, $t_{i1}, i = 2, 3$ 为第*i*颗卫星相对于第1颗卫星接收信号的真实TDOA,对应的真实达到距离差(RDOA)为 $r_{i1} = c \cdot t_{i1}$ 。在时差定位体制中TDOA与RDOA是等效的,为便于表示,下文中均采用RDOA的表示形式。根据几何关系有

$$r_{i1} = \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_i^o\| - \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_1^o\| \quad (2)$$

式中, $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数,与 $r_{i1}$ 对应的RDOA测量值可表示为

$$m_{i1} = r_{i1} + \tau_{i1} + n_{i1} \quad (3)$$

式中, $\tau_{i1}$ 为第*i*颗卫星相对于第1颗卫星的时间同步误差导致的RDOA偏差,假定其仅由卫星决定,不随信号变化而改变; $n_{i1}$ 为RDOA观测噪声,假定其为零均值、方差为 $\sigma^2$ 的高斯白噪声。

为了校正星历误差和时间同步误差,引入*M*个位置已知的参考站,其位置矢量为 $\mathbf{c}_j = [x_j, y_j, z_j]^T, j = 1, 2, \dots, M$ 。同理,参考站信号的RDOA真实值和测量值可分别表示为

$$\tilde{r}_{i1}^j = \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i^o\| - \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_1^o\| \quad (4)$$

$$\tilde{m}_{i1}^j = \tilde{r}_{i1}^j + \tau_{i1} + \tilde{n}_{i1}^j \quad (5)$$

式中, $\tilde{r}_{i1}^j$ 表示第*i*颗卫星相对于第1颗卫星接收第*j*个参考站发射信号的真实RDOA, $\tilde{m}_{i1}^j$ 为对应的RDOA测量值, $\tilde{n}_{i1}^j$ 为零均值、方差为 $\sigma_c^2$ 的高斯白噪声。

现有的基于差分校正的定位算法原理是将目标与距目标最近的参考站 $\mathbf{c}_j$ 的RDOA观测方程进行差分,从而达到消除公共误差的目的,即将式(3)与式(5)分别差分:

$$m_{i1} - \tilde{m}_{i1}^j - r_{i1} + \tilde{r}_{i1}^j = n_{i1} - \tilde{n}_{i1}^j, i = 2, 3 \quad (6)$$

由于三星条件下式(6)只有两个时差方程,要求出辐射源的3维位置坐标,至少还需要一个方程。由于辐射源位于地球表面,地球模型采用椭球模型,因此有

$$(x^2 + y^2)/a^2 + z^2/b^2 = 1 \quad (7)$$

式中, $a$ 为地球长半轴, $b$ 为地球短半轴。联立式(6)和式(7)即可求解出辐射源位置。

### 2.2 差分校正性能分析

为了分析星历误差对差分校正算法的性能影响,将式(1)代入式(2)并在 $\mathbf{s}_i$ 处1阶Taylor展开可得

$$r_{i1} = \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_1\| + \boldsymbol{\rho}_i^T \boldsymbol{\delta}_i - \boldsymbol{\rho}_1^T \boldsymbol{\delta}_1 \quad (8)$$

式中,

$$\boldsymbol{\rho}_i = (\mathbf{u} - \mathbf{s}_i) / \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_i\| \quad (9)$$

同理,对于参考站也有

$$\tilde{r}_{i1}^j = \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_1\| + \tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^T \boldsymbol{\delta}_i - \tilde{\boldsymbol{\rho}}_1^T \boldsymbol{\delta}_1 \quad (10)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^j = (\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i) / \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i\| \quad (11)$$

将式(8)和式(10)代入式(6)并定义:

$$\begin{aligned} \Delta_{i1}^{ju} &\triangleq m_{i1} - \tilde{m}_{i1}^j - (\|\mathbf{u} - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_1\|) \\ &\quad + \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_1\| \\ &= (\boldsymbol{\rho}_i - \tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^j)^T \boldsymbol{\delta}_i - (\boldsymbol{\rho}_1 - \tilde{\boldsymbol{\rho}}_1^j)^T \boldsymbol{\delta}_1 + n_{i1} - \tilde{n}_{i1}^j \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)等号左边与卫星真实位置为 $\mathbf{s}_i$ 时的差分定位方程有相同形式,式(12)等号右边可定义为等效RDOA测量噪声,其前两项是由星历误差等效的RDOA测量噪声,可以看出要减小星历误差对定位精度的影响,就必须减小由星历误差引起的等效RDOA测量噪声。由式(11)和式(12)容易得出,当 $\mathbf{u} = \mathbf{c}_j$ 时,由星历误差等效的RDOA测量噪声为零,即仅当辐射源位于参考站位置时,差分校正才可以完全消除星历误差对定位精度的影响。在实际应用中,目标辐射源的位置是未知的,不能保证目标辐射源恰好在参考站附近,因此传统的差分校正算法无法大范围、高精度地对三星时差定位系统进行校正。

### 3 基于虚拟参考站的广域差分校正算法

选取参考站1作为基准参考站, 将其余参考站与基准参考站的RDOA测量值差分可得

$$\tilde{m}_{i1}^j - \tilde{m}_{i1}^1 = \tilde{r}_{i1}^j - \tilde{r}_{i1}^1 + \tilde{n}_{i1}^j - \tilde{n}_{i1}^1, i = 2, 3, \\ j = 2, 3, \dots, M \quad (13)$$

考虑到  $\|\mathbf{s}_i\| \gg \|\mathbf{c}_j\|$ , 且参考站和目标辐射源均位于地球表面一定区域内, 因此可做式(14)近似

$$\frac{1}{\|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i\|} \approx \frac{1}{\|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_i\|}, j = 2, 3, \dots, M \quad (14)$$

将式(14)代入式(10)可得

$$\tilde{r}_{i1}^j = \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_1\| + \frac{\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i}{\|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_i\|} \delta_i \\ - \frac{\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_1}{\|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_1\|} \delta_1 \quad (15)$$

将式(15)代入式(13)并整理可得

$$\Delta_{i1}^{j1} \triangleq \tilde{m}_{i1}^j - m_{i1}^1 - \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_i\| + \|\mathbf{c}_j - \mathbf{s}_1\| \\ + \|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_1\| \\ = (\mathbf{c}_j - \mathbf{c}_1)^T \left( \frac{\delta_i}{\|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_i\|} - \frac{\delta_1}{\|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_1\|} \right) \\ + \tilde{n}_{i1}^j - \tilde{n}_{i1}^1 \quad (16)$$

可以看出,  $\Delta_{i1}^{j1}$  是  $(\mathbf{c}_j - \mathbf{c}_1)$  的线性函数, 下面将基于这一性质, 通过线性拟合得到位于任意位置的虚拟参考站的RDOA观测值。为便于描述, 称  $(\mathbf{c}_j - \mathbf{c}_1)$  为虚拟参考站的一条基线。当  $M \geq 4$  且所有参考站不共面时, 则对于任意位置  $\mathbf{c}_{\text{VRS}} = [x_{\text{VRS}}, y_{\text{VRS}}, z_{\text{VRS}}]^T$  的虚拟参考站均有

$$(\mathbf{c}_{\text{VRS}} - \mathbf{c}_1) = \sum_{j=2}^M \alpha_j (\mathbf{c}_j - \mathbf{c}_1) \quad (17)$$

式中,  $\alpha_j, j = 2, 3, \dots, M$  为权系数, 其值可由参考站和虚拟参考站的位置确定。令

$$\alpha_1 = 1 - \sum_{j=2}^M \alpha_j \quad (18)$$

式(18)等价于

$$\sum_{j=1}^M \alpha_j = 1 \quad (19)$$

将式(17)和式(19)联立并改写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & x_2 - x_1 & x_3 - x_1 & \cdots & x_M - x_1 \\ 0 & y_2 - y_1 & y_3 - y_1 & \cdots & y_M - y_1 \\ 0 & z_2 - z_1 & z_3 - z_1 & \cdots & z_M - z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_M \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{\text{VRS}} - x_1 \\ y_{\text{VRS}} - y_1 \\ z_{\text{VRS}} - z_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

式(20)可简记为

$$\mathbf{H}\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta} \quad (21)$$

当  $M = 4$  时,  $\mathbf{H}$  可逆, 可直接解方程求解出权系数  $\boldsymbol{\alpha}$ ; 当  $M \neq 4$  时, 可利用最小二乘法求解权系数  $\boldsymbol{\alpha}$

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1} \boldsymbol{\beta} \quad (22)$$

在求解出权系数  $\boldsymbol{\alpha}$  后, 将虚拟参考站与基准参考站的RDOA测量值差分后可得

$$\Delta_{i1}^{\text{V1}} \triangleq \tilde{m}_{i1}^{\text{VRS}} - m_{i1}^1 - \|\mathbf{c}_{\text{VRS}} - \mathbf{s}_i\| + \|\mathbf{c}_{\text{VRS}} - \mathbf{s}_1\| \\ + \|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_1\| \\ = (\mathbf{c}_{\text{VRS}} - \mathbf{c}_1)^T \left( \frac{\delta_i}{\|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_i\|} - \frac{\delta_1}{\|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_1\|} \right) \\ + \tilde{n}_{i1}^{\text{VRS}} - \tilde{n}_{i1}^1 \quad (23)$$

式中,  $\tilde{m}_{i1}^{\text{VRS}}$  为虚拟参考站的RDOA测量值,  $\tilde{n}_{i1}^{\text{VRS}}$  为虚拟参考站的RDOA观测噪声。令  $\tilde{n}_{i1}^{\text{VRS}} = 0$ , 将式(16)和式(17)代入式(23)并整理可得

$$\Delta_{i1}^{\text{V1}} = \sum_{j=2}^M \alpha_j \Delta_{i1}^{j1} - \sum_{j=1}^M \alpha_j \tilde{n}_{i1}^{j1} \quad (24)$$

求出  $\Delta_{i1}^{\text{V1}}$  后, 将式(24)代入式(23)可得

$$\tilde{m}_{i1}^{\text{VRS}} = \tilde{m}_{i1}^1 + \|\mathbf{c}_{\text{VRS}} - \mathbf{s}_i\| - \|\mathbf{c}_{\text{VRS}} - \mathbf{s}_1\| \\ - \|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_i\| + \|\mathbf{c}_1 - \mathbf{s}_1\| + \sum_{j=2}^M \alpha_j \Delta_{i1}^{j1} \\ - \sum_{j=1}^M \alpha_j \tilde{n}_{i1}^{j1} \quad (25)$$

至此给出了生成位于任意位置的虚拟参考站的RDOA测量值的算法原理。通过上节对差分校正算法性能的分析可知, 只需要在目标辐射源位置处生成一个虚拟参考站, 便可以通过差分校正算法消除时间同步误差和星历误差对定位精度的影响。然而需要指出的是, 实际中我们并不知道目标辐射源的位置, 因此也无法直接确定虚拟参考站的位置, 为解决这一问题, 可先将目标辐射源与任意一个已有参考站的RDOA观测方程进行差分, 求解出目标辐射源位置的初始估计; 然后将辐射源位置的初始估计作为虚拟参考站的位置, 生成位于该位置的虚拟参考站的RDOA观测值; 再将目标辐射源与虚拟参考站的观测方程进行差分, 得到新的目标辐射源位置估计; 进而又可以在新估计的目标辐射源位置处构造虚拟参考站, 如此重复迭代, 直至辐射源位置估计收敛, 算法流程如图1所示。此外, 本文算法收敛速度很快, 一般5次以内迭代即可收敛。

## 4 算法性能

### 4.1 观测噪声对算法性能影响分析

观察式(25)最后一项可以看出, 在采用线性组

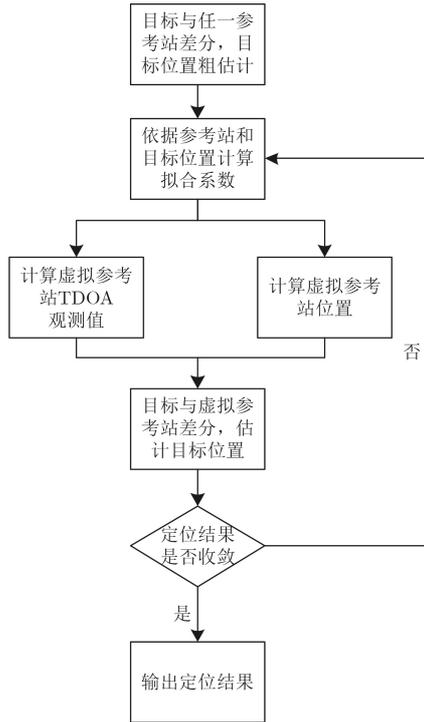


图1 算法流程图

合的方式生成虚拟参考站的RDOA测量值时，同时也对各参考站的观测噪声进行了加权叠加，忽略其余误差项，仅考虑式(25)最后一项引入的误差，则虚拟参考站的观测噪声为

$$\text{Var}(\tilde{m}_{i1}^{\text{VRS}}) = \text{Var}\left(\sum_{j=1}^M \alpha_j \tilde{n}_{i1}^{j1}\right) = \sum_{j=1}^M \alpha_j^2 \sigma_c^2 \quad (26)$$

可以看出，虚拟参考站RDOA测量值的估计精度受已有参考站的RDOA观测噪声和权系数 $\alpha_j$ 影响较大。幸运的是参考信号往往是由己方参考站发射，信号的带宽、信噪比、调制方式等信号规格是已知且可控的，因此参考站的RDOA测量精度是可以保证的；为了进一步降低虚拟参考站RDOA观测噪声，若假定各参考站信号的RDOA观测噪声是相同的，则需要在式(17)和式(19)的约束下，使得 $\sum \alpha_j^2$ 最小。当虚拟参考站位于已有参考站围成的区域内时，由几何知识可知，此时所有的权系数 $\alpha_j$ 均小于1，于是有 $\sum \alpha_j^2 \leq 1$ ，因此构造的虚拟参考站观测噪声相比已有参考站并没有恶化；然而当虚拟参考站位于已有参考站围成的区域外时，则存在大于1的权系数，于是有 $\sum \alpha_j^2 > 1$ ，因此构造的虚拟参考站观测噪声相比已有参考站出现了恶化，因此为了降低虚拟参考站观测噪声的恶化程度，应使权系数 $\alpha_j$ 尽可能小，由式(17)可知，增加 $\|c_j - c_1\|$ 有助于减小 $\alpha_j$ ，为后文便于表述，称

$(c_j - c_1)$ 为虚拟参考站系统的一条基线，换言之，增加基线长度有助于降低虚拟参考站观测噪声。

#### 4.2 参考站数目对算法性能的影响

虽然本文所提的虚拟参考站生成算法是在参考站数目 $M \geq 4$ 的条件下推导的，但本文算法对 $M=2$ 和 $M=3$ 情况仍然适用，但生成的虚拟参考站并不一定在目标辐射源的位置，而是位于基线构成的空间中距离目标辐射源最近的点，即虚拟参考站和目标辐射源的连线与基线构成的空间正交，具体分别如图2和图3所示。

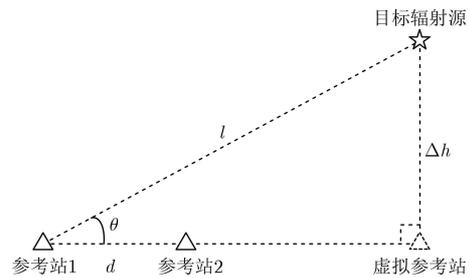


图2 2参考站时虚拟参考站位置示意图

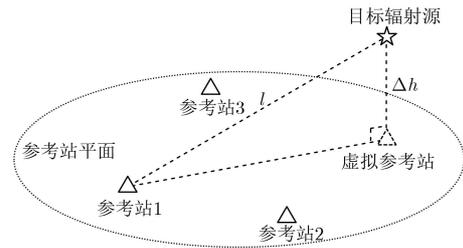


图3 3参考站时虚拟参考站位置示意图

当参考站数目 $M=2$ 时，构造的虚拟参考站与目标辐射源的距离可近似表示为

$$\Delta h \approx l \sin \theta \quad (27)$$

式中， $l$ 为基准参考站与目标辐射源的距离， $\theta$ 为目标辐射源与基准参考站连线方向与基线夹角。可以看出两参考站时校正精度受 $\theta$ 影响很大，当参考站与目标辐射源3点1线时，校正精度最高；当 $\theta = \pi/2$ 时，本文算法完全失效。

当参考数目 $M=3$ 时，构造的虚拟参考站与目标辐射源的距离可近似表示为

$$\Delta h \approx \sqrt{2} \left( l^2 + \frac{dl}{2} \right) / (4a) \quad (28)$$

式中， $d$ 为基线长度。当 $d=1000$  km时，式(28)的数值结果如图4所示，可以看出随着目标辐射源与基准参考站距离的增加，构造的虚拟参考站与目标辐射源的距离也会随之增加，但相比目标辐射源与基准参考站的距离，仍有明显下降，尤其是当目标辐射源与基准参考站的距离小于1000 km时，由于

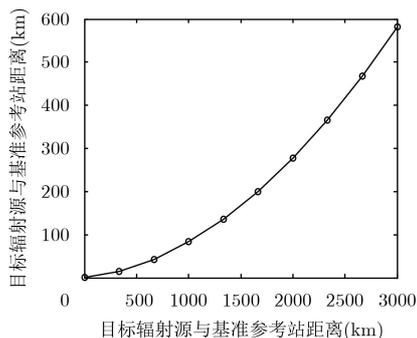


图 4 3参考站时虚拟参考站与目标辐射源的距离变化情况

地球非平面引起的虚拟参考站与目标辐射源的距离基本可忽略不计。因此3参考站时，本文算法的校正精度会随着目标辐射源与基准参考站距离增加而有所下降，但相比与基准参考站直接差分，仍有明显提升。

当参考数目  $M \geq 4$  时，由本文算法的原理可以看出，此时生成的虚拟参考站恰好位于辐射源位置处，由式(12)可知，当辐射源与参考站位置相同时，差分校正可完全消除星历误差对定位精度的影响。

需要指出的是，理论上参考站数目越多，校正后定位精度越高，然而对于本文算法，并不是参考站数目越多，定位精度越高。这是因为在式(16)所示的线性近似模型下，理论上只需要4个不共面的参考站就可以在空间任意位置处生成虚拟参考站，除非采用其它非线性模型，否则即使再增加参考站，也不会提高虚拟参考站的拟合精度。此外，参与生成虚拟参考站的参考站越多，权系数也越多，由式(26)可知，权系数的增加会导致  $\sum \alpha_j^2$  增加，使得虚拟参考站的观测噪声增加，从而导致本文算法定位精度下降。

### 5 实验仿真

下面通过实验仿真来验证本文所提算法的有效性，为便于比较，采用辐射源位置估计的均方根误差来衡量算法性能，其定义为

$$RMSE(\mathbf{u}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}_n\|^2} \quad (29)$$

式中， $N=5000$ 为蒙特卡洛仿真次数， $\hat{\mathbf{u}}_n$ 为第 $n$ 次仿真中辐射源位置的估计值。

假定辐射源、参考站和3颗同步卫星的位置如表1所示，图5为辐射源和参考站分布示意图；目标辐射源TDOA观测噪声的标准差  $\sigma = 100$  ns，参考站TDOA观测噪声标准差  $\sigma_c = 100$  ns，时间同步误差  $\tau_{i1}$  在100 ns-1000 ns区间内随机选取，星历误差的标准差  $\sigma_s = 20$  km，上述随机参数均服从高斯分

表 1 仿真场景

名称	经度(°)	纬度(°)	高程(km)
辐射源	130.00	30.00	0.00
参考站1	120.00	40.00	0.00
参考站2	120.00	20.00	0.00
参考站3	140.00	35.00	0.00
参考站4	110.00	30.00	0.00
卫星1	100.00	0.00	35788.12
卫星2	110.00	0.00	35788.12
卫星3	140.00	0.26	35788.12

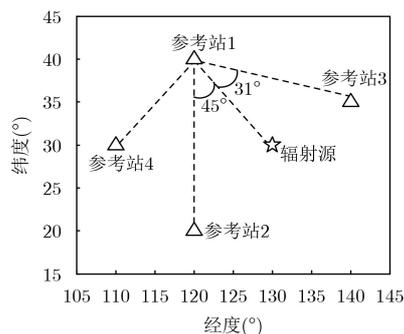


图 5 辐射源与参考站位置示意图

布。除非重新声明，否则仿真场景均采用上述参数。

**实验1** 为了测试参考站数目对本文算法性能的影响，对不同参考站数目条件下，本文算法的定位精度随参考信号TDOA观测噪声的变化情况进行了仿真，仿真结果如图6所示。从图6可以看出，无论何种参考站组合，本文算法的定位精度相比单参考站差分均有明显提升；2参考站时，参考站组合1, 3的定位精度优于参考站组合1, 2的定位精度，这是由于辐射源与参考站组合1, 3的夹角小于辐射源与参考站1, 2的夹角，由式(12)和式(27)可知：夹角越小，生成的虚拟参考站距离辐射源的距离也越小，差分后定位精度越高；3参考站时，本文算法已经可以达到较高的定位精度，但略低4参考站情况，这是由于在一定距离范围内，地球表面可近

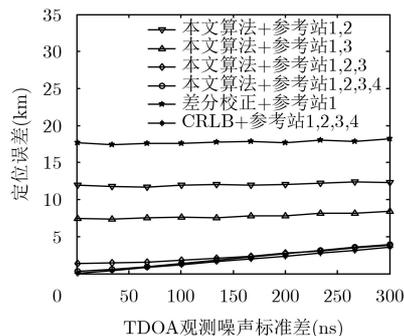


图 6 不同参考站组合条件下本文算法性能对比

似为平面,由图4可以看出当辐射源与基准参考站距离1500 km时,生成的虚拟参考站与辐射源的距离仅为约100 km,差分后可基本消除星历误差对定位精度的影响;4参考站时,本文算法定位精度最高,且定位精度可逼近CRLB,这是由于4参考站时本文算法生成的虚拟参考站恰好位于辐射源位置处,由式(12)可知,当辐射源与参考站位置相同时,差分校正可完全消除星历误差对定位精度的影响。

**实验2** 下面对本文算法定位精度随星历误差变化情况进行仿真,仿真结果如图7所示。从图7可以看出,本文算法的定位误差非常接近CRLB,但由于本文算法没有考虑TDOA观测噪声的统计特性,定位误差略高于CRLB的部分主要是由TDOA观测噪声引起的;随星历误差的增加,差分校正的定位误差也随之正比例增加,而本文算法的定位误差几乎不随星历误差变化。综上可以看出,本文算法可以完全校正星历误差对三星时差定位精度的影响。

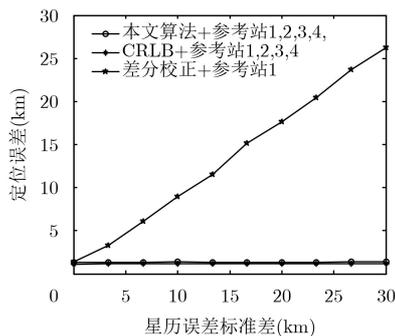


图7 定位误差随星历误差变化情况

## 6 结束语

本文针对同步三星时差定位系统中,传统差分校正算法无法大范围有效校正星历误差的问题,提出一种基于虚拟参考站的广域差分校正技术。所提算法首先利用已有参考站时差信息在辐射源位置附近生成一个虚拟参考站,然后将目标辐射源与虚拟参考站的时差方程差分,从而实现了星历误差和时间同步误差的有效校正。实验证明,所提算法可在基准参考站数千米的范围内实现对星历误差和时间同步误差的有效校正,且校正后定位精度接近CRLB。

## 参考文献

[1] OUYANG Xinxin, WAN Qun, CAO Jingmin, *et al.* Direct TDOA geolocation of multiple frequency-hopping emitters in flat fading channels[J]. *IET Signal Processing*, 2017, 11(1): 80–85. doi: [10.1049/iet-spr.2016.0299](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2016.0299).

[2] SHAN Changxu, YANG Le, LIU Yang, *et al.* TDOA-FDOA source geolocation using moving horizon estimation with satellite location errors[C]. *IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing*, Wuxi, China, 2017: 1–6. doi: [10.1109/PACRIM.2017.8121932](https://doi.org/10.1109/PACRIM.2017.8121932).

[3] JUAN ANTONIO G F, ANTONIO J N, MARIANO F N, *et al.* A comparative study between iterative algorithms for TDOA based geolocation techniques in real UMTS networks[J]. *Mobile Networks and Applications*, 2017, 1(2): 1–9. doi: [10.1007/s11036-017-0952-4](https://doi.org/10.1007/s11036-017-0952-4).

[4] 房嘉奇, 冯大政, 李进. 稳健收敛的时差频差定位技术[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(4): 798–803. doi: [10.11999/JEIT140560](https://doi.org/10.11999/JEIT140560).

FANG Jiaqi, FENG Dazheng, and LI Jin. A robustly convergent algorithm for source localization using time difference of arrival and frequency difference of arrival[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 798–803. doi: [10.11999/JEIT140560](https://doi.org/10.11999/JEIT140560).

[5] MA Zhenhua and HO K C. A study on the effects of sensor position error and the placement of calibration emitter for source localization[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(10): 5440–5452. doi: [10.1109/TWC.2014.2341609](https://doi.org/10.1109/TWC.2014.2341609).

[6] WANG Ding, WEI Shuai, and WU Ying. A performance analysis of multi-satellite joint geolocation[J]. *Front Inform Technol Electron Eng*, 2016, 17(12): 1360–1387. doi: [10.1631/FITEE.1500285](https://doi.org/10.1631/FITEE.1500285).

[7] WANG Yue and HO K C. TDOA source localization in the presence of synchronization clock bias and sensor position errors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(18): 4532–4544. doi: [10.1109/TSP.2013.2271750](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2271750).

[8] YANG Le and HO K C. On using multiple calibration emitters and their geometric effects for removing sensors position errors in TDOA localization[C]. *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Dallas, USA, 2010: 2702–2705. doi: [10.1109/ICASSP.2010.5496241](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2010.5496241).

[9] LI Jinzhou, PANG Hongwei, GUO Fucheng, *et al.* Localization of multiple disjoint sources with prior knowledge on source locations in the presence of sensor location errors[J]. *Digital Signal Processing*, 2015, 40: 181–197. doi: [10.1016/j.dsp.2015.02.003](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2015.02.003).

[10] 孙顺, 董凯, 齐林, 等. 基于TDOA与GROA的多运动站误差配准算法[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(6): 1139–1145. doi: [10.11999/JEIT160562](https://doi.org/10.11999/JEIT160562).

SUN Shun, DONG Kai, QI Lin, *et al.* Multiple moving observers registration algorithm based on TDOA and GROA[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(6): 1139–1145. doi: [10.11999/JEIT160562](https://doi.org/10.11999/JEIT160562).

[11] YANG Le and HO K C. Alleviating sensor position error in

- source localization using calibration emitters at inaccurate locations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(1): 67–83. doi: [10.1109/TSP.2009.2028947](https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2028947).
- [12] LIU Chao, YANG Le, and MIHAYLOVA L. Dual-satellite source geolocation with time and frequency offsets and satellite location errors[C]. The 20th International Conference on Information Fusion, Xi'an, China, 2017: 682–689. doi: [10.23919/ICIF.2017.8009716](https://doi.org/10.23919/ICIF.2017.8009716).
- [13] 王莹桂, 李腾, 陈振林, 等. 三星时差定位系统的四站标定方法[J]. 宇航学报, 2010, 31(5): 1352–1356. doi: [10.3873/j.issn.1000-1328.2010.05.016](https://doi.org/10.3873/j.issn.1000-1328.2010.05.016).
- WANG Yinggui, LI Teng, CHEN Zhenlin, *et al.* Tri-satellite TDOA location system-based four station calibration technique[J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(5): 1352–1356. doi: [10.3873/j.issn.1000-1328.2010.05.016](https://doi.org/10.3873/j.issn.1000-1328.2010.05.016).
- [14] LI Jinzhou, GUO Fucheng, YANG Le, *et al.* On the use of calibration sensors in source localization using TDOA and FDOA measurements[J]. *Digital Signal Processing*, 2014, 27: 33–43. doi: [10.1016/j.dsp.2013.12.011](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2013.12.011).
- [15] HO K C and YANG Le. On the use of a calibration emitter for source localization in the presence of sensor position uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(12): 5758–5772. doi: [10.1109/TSP.2008.929870](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.929870).
- 任凯强: 男, 1989年生, 博士生, 研究方向为无源定位、误差校正和信号处理.
- 孙正波: 男, 1975年生, 高级工程师, 研究方向为无源定位、参数估计等.