

基于确定性压缩感知采样策略的阵列失效单元远场诊断方法

李 玮^{①②} 邓维波^{*①②} 杨 强^{①②} MIGLIORE Marco Donald^③

^①(哈尔滨工业大学电子与信息工程学院 哈尔滨 150001)

^②(对海监测与信息处理工业和信息化部重点实验室 哈尔滨 150001)

^③(意大利卡西诺大学电信与信息工程学院 卡西诺 03043)

摘 要: 在采用压缩感知的阵列失效单元诊断方法中, 结构化随机采样策略的运用对测量矩阵性能造成不利影响。针对这一问题, 该文提出一种基于确定性压缩感知采样策略的阵列失效单元远场诊断方法。首先在失效单元个数满足稀疏性的前提下构造差异性阵列并将其激励作为稀疏向量, 其次利用所提方法构造确定性部分傅里叶矩阵(DPFM)作为测量矩阵, 最后采用 l_1 范数最小化算法对稀疏向量进行重构, 从而实现对失效单元的高概率精确诊断。理论分析和仿真实验表明, 所提方法有效消除了采样位置的随机分布特性对测量矩阵性能造成的不利影响, 简化了采样过程, 提高了诊断成功概率。

关键词: 阵列诊断; 压缩感知; 确定性部分傅里叶矩阵; 稀疏恢复; 天线测量

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)11-2541-06

DOI: 10.11999/JEIT180175

Deterministic Compressed Sensing Sampling Strategy for Diagnosis of Defective Array Elements Using Far-field Measurements

LI Wei^{①②} DENG Weibo^{①②} YANG Qiang^{①②} MIGLIORE Marco Donald^③

^①(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

^②(Key Laboratory of Marine Environmental Monitoring and Information Processing, Ministry of Industry and Information Technology, Harbin 150001, China)

^③(School of Telecommunications and Information Engineering, University of Cassino, Cassino 03043, Italy)

Abstract: The structured random sampling strategy adopted in array diagnosis has negative influence on the performance of measurement matrix. Therefore, a compressed sensing based deterministic sampling strategy to diagnose defective array elements using far-field measurements is investigated in this paper. In the case of the number of failed elements satisfies sparsity, the sparse vector is constructed by subtracting incentives of reference array without failures and the array under test. Deterministic Partial Fourier Matrix (DPFM) is then formulated by the proposed strategy as the measurement matrix. Finally, accurate diagnosis with high probability is achieved by l_1 norm minimization. Theoretical analysis and simulation results demonstrate that the proposed method can avoid the adverse impact on the performance of measurement matrix effectively arising from the random distribution of sampling positions, simplify the sampling procedure and improve the probability of success rate of diagnosis.

Key words: Array diagnosis; Compressed Sensing (CS); Deterministic Partial Fourier Matrix (DPFM); Sparse recovery; Antenna measurement

收稿日期: 2018-02-09; 改回日期: 2018-08-22; 网络出版: 2018-08-28

*通信作者: 邓维波 dengweibo@hit.edu.cn

基金项目: 哈尔滨工业大学博士生国外短期访学项目基金(AUDQ9802200116), 中央高校基本科研业务费专项资金(HIT.MKSTISP.2016 13, HIT.MKSTISP.2016 26)

Foundation Items: The Short-term Visiting Abroad Program for Doctoral Candidates of Harbin Institute of Technology (AUDQ 9802200116), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (HIT.MKSTISP.2016 13, HIT.MKSTISP.2016 26)

1 引言

随着阵列单元数目的增多、系统复杂度的提高以及工作环境的恶化,将不可避免地发生单元失效现象,引起包括增益(gain)、副瓣电平(side-lobe level)和零陷深度(null depth level)等辐射特性的改变。当失效单元个数超过一定比例后将对阵列天线性能的正常发挥造成不利影响^[1]。因此,快速寻找失效单元位置和数量,实现对失效单元的高概率精确诊断具有重要的理论和实际意义。经典的阵列诊断方法包括反向传播方法(back propagation algorithm)^[2]和矩阵方法(matrix method)^[3]。前一种方法基于阵列方向图函数与其口面场激励分布在数学上满足的离散傅里叶变换关系,为了获得足够高的分辨率和可靠的诊断结果,通常使用半波长采样间隔获取空间幅相信息。作为对前一种方法的推广,第2种方法要求采样个数不小于单元个数。随着阵列规模增大,上述两种方法存在空间采样个数多、数据采集时间长等缺陷,致使阵列诊断效率低下。

压缩感知(Compressed Sensing)理论的出现为减少采样个数、提高诊断效率提供了全新思路,逐渐成为阵列诊断领域各国学者研究和关注的热点。例如:意大利卡西诺大学Migliore教授^[4]首次将压缩感知理论应用于阵列失效单元近场诊断,随后又提出了结构化随机采样策略并将其应用于阵列失效单元远场诊断^[5]。与经典方法相比,两种方法明显降低了空间采样个数和数据采集时间。在此基础上,该国特伦托大学Oliveri等人^[6]首次将贝叶斯压缩感知(Bayesian Compressive Sensing, BCS)理论应用于阵列失效单元远场诊断,克服了测量矩阵必须满足约束等距性质(Restricted Isometry Property, RIP)的限制。此外,土耳其学者Ince等人^[7]在研究 $l_p(0 < p < 1)$ 范数性质的基础上提出了一种非凸压缩感知诊断方法,采用比标准 l_1 范数更少的远场采样个数实现对阵列失效单元的高概率精确诊断。

在现有基于压缩感知的阵列失效单元远场诊断方法中,空间采样策略存在如下缺陷:文献^[5]中提出的结构化随机采样策略虽然能够保证测量矩阵以高概率满足2S阶RIP准则^[8],但是由于采样位置具有的随机分布特性,存在着某些特定采样位置组合所构造的测量矩阵性能较差的风险。此外,如果要求保存诊断过程中的所有远场采样数据则需要开辟很大的存储空间,无疑增加了硬件存储器的资源消耗。文献^[6]中提出的均匀和改进型非均匀两种采样策略,虽然在一定程度上克服了文献^[5]中的不足,但是利用这类采样策略构造的测量矩阵通常难以验证其是否满足RIP准则,因此无法保证对失效单元

的高概率精确诊断。鉴于此,本文在深入研究两种空间采样策略并克服其局限性的基础上,提出了一种基于确定性压缩感知采样策略的阵列失效单元远场诊断方法。理论分析和仿真实验表明,所提方法有效克服了采样位置的随机分布特性对测量矩阵性能造成的不利影响,简化了远场采样过程,提高了诊断成功概率。

2 诊断模型

含有 $N = 2L + 1$ 个单元(L 表示单元标号)的均匀线阵对称放置在 y 轴上, y_n 表示每个单元的位置坐标,自由空间波数 $\beta = 2/\pi\lambda$, λ 为工作波长。假定第 n 个天线单元的电流幅度为 x_n ,各单元相位加权值表示为 α , θ 为波束与法线方向的夹角,则阵列远场方向图表示为

$$\begin{aligned} y(\theta) &= \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(jn\alpha) \cdot \exp(j\beta y_n \sin \theta) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} I_n \exp(j\beta y_n \sin \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $I_n = x_n \exp(jn\alpha)$ 称为单元复电流。

根据离散傅里叶变换关系,空间采样角度以等正弦规律均匀分布在远场测量区域内:

$$\theta_k = \arcsin\left(\frac{2k}{N}\right), \quad -L \leq k \leq L \quad (2)$$

为了便于后续说明,将式(1)表示为矩阵形式:

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{x} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{U} \in C^{N \times N}$ 称为离散傅里叶变换矩阵(Discrete Fourier Transform Matrix, DFTM),其第 (m, n) 个元素表示为

$$[\mathbf{U}]_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(j2\pi \frac{mn}{N}\right), \quad 0 \leq m, n \leq N-1 \quad (4)$$

第 n 个天线单元失效会导致其对应的复电流发生变化,定义此时的复电流为 I'_n 。根据实际情况,阵列天线单元失效模式具体分为两种: $I'_n = 0$ 表征第 n 个单元处于“完全失效”模式,除此之外的失效模式(单元的幅度或者相位偏移正常值)定义为“部分失效”。

定义完好阵列方向图及其对应的阵列激励为 \mathbf{y}^r 和 \mathbf{x}^r ,存在失效单元的阵列(简称失效阵列)方向图及其对应的阵列激励为 \mathbf{y}^d 和 \mathbf{x}^d 。假定 \mathbf{y}^r , \mathbf{x}^r 和 \mathbf{y}^d 作为先验信息是已知的,利用完好阵列与失效阵列构造差异性阵列:

$$\bar{\mathbf{y}}_{N \times 1} = \mathbf{y}^r - \mathbf{y}^d = \mathbf{U}(\mathbf{x}^r - \mathbf{x}^d) = \mathbf{U}_{N \times N} \mathbf{x}_{N \times 1} \quad (5)$$

其中差异性阵列远场测量值 $\bar{\mathbf{y}}_{N \times 1} = \mathbf{y}^r - \mathbf{y}^d$,差异

性阵列激励 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^r - \boldsymbol{x}^d$ 。通常情况下出现失效的阵列单元个数 S 远小于阵列单元个数 $N (S \ll N)$ ，因此差异性阵列激励 \boldsymbol{x} 是含有 S 个非零值的 N 维稀疏向量，这一合理假设为引入压缩感知理论创造了条件。所以对阵列失效单元的诊断转化为如何以高概率精确重构稀疏向量，在重构所得向量中非零元素所在位置即对应失效单元位置，非零元素个数代表失效单元个数。

在压缩感知理论中测量矩阵主要分为3类：随机测量矩阵、结构化随机测量矩阵以及确定性测量矩阵^[9]。测量矩阵性能的优劣将直接影响对稀疏向量的重构效果。本文采用离散傅里叶变换矩阵 \boldsymbol{U} 构造确定性测量矩阵，具体方法如下：利用所提确定性采样策略从式(2)所确定的 $k \in C^N$ 个采样点中选取 $M (M \ll N)$ 个固定采样点并记录其标号，抽取 $\boldsymbol{U} \in C^{N \times N}$ 中所对应采样点标号的行向量构成子矩阵并进行单位化。按此方法所得测量矩阵记为 $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{U} \in C^{M \times N}$ ，此时构成新的测量方程：

$$\tilde{\boldsymbol{y}}_{M \times 1} = \boldsymbol{A}_{M \times N} \boldsymbol{x}_{N \times 1} \quad (6)$$

其中， $\tilde{\boldsymbol{y}} \in C^{M \times 1}$ 表示通过 \boldsymbol{A} 矩阵从原始 N 个远场采样值中选取的 M 个样本。

考虑零均值，标准差为 σ 的复高斯向量 \boldsymbol{n} 作为外部加性白噪声时，式(6)表示为

$$\tilde{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{A} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{n} \quad (7)$$

式(7)所代表的欠定方程可通过式(8)的优化问题进行求解：

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \arg \min \|\boldsymbol{x}\|_p, \text{ s.t. } \|\tilde{\boldsymbol{y}} - \boldsymbol{A} \boldsymbol{x}\|_2 \leq \varepsilon \quad (8)$$

其中， $\hat{\boldsymbol{x}}$ 表示对原始稀疏向量 \boldsymbol{x} 的估计值， ε 的大小由外部噪声引起测量结果的不确定度决定， p 代表范数类型，常见的取值为 $p = \{0, 1, 2\}$ ，分别代表0范数、1范数和2范数。从 $\hat{\boldsymbol{x}}$ 中即可确定失效单元数量和位置，实现对失效单元的诊断。

3 诊断算法

3.1 测量矩阵构造

确定性采样策略(1)^[10]和确定性采样策略(2)^[11]均要求阵列单元个数 N 为质数，这一条件极大地限制了它们在实际中的应用。为了解决阵列单元个数 N 为非质数时上述采样策略的使用问题，本文提出一种通过增加“虚拟单元”将非质数阵列 N 转化为质数阵列 \hat{N} 的方法。如图1所示，其中实心圆圈代表原始阵列单元，空心圆圈代表增加的 $\hat{N} - N$ 个“虚拟单元”。测量矩阵的具体构造流程如下：

(1) 当所给阵列单元个数 N 不是质数时，选择不

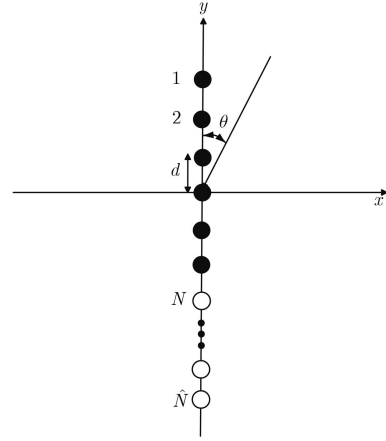


图1 非质数阵列转化为质数阵列示意图

小于 N 且与其最为接近的质数 \hat{N} 作为新的阵列单元个数，增加 $\hat{N} - N$ 个任意激励的“虚拟单元”（对应的新阵列激励记为 $\hat{\boldsymbol{x}}$ ，此处以增加无激励单元，即 $\hat{\boldsymbol{x}}(N+1) = \hat{\boldsymbol{x}}(N+2) = \dots = \hat{\boldsymbol{x}}(\hat{N}) = 0$ 为例进行说明）；

(2) 利用式(4)构造离散傅里叶变换矩阵 $\hat{\boldsymbol{U}} \in C^{\hat{N} \times \hat{N}}$ ；

(3) 确定空间采样位置并构造测量矩阵 $\hat{\boldsymbol{A}} \in C^{M \times \hat{N}}$ ，其中空间采样位置可以通过上述两种采样策略得到。

3.2 测量矩阵RIP验证

由确定性采样策略构造的测量矩阵满足RIP准则的前提是稀疏度 S 遵循式(9)的条件^[12]：

$$S \leq \max \left\{ \delta_s \cdot C(R, \xi_2) \cdot M^{\frac{\xi_1 - \xi_2}{2^{R-1}}}, \delta_s \cdot C'(R) \cdot M^{\frac{1}{9R^2 \log R}} \right\} \quad (9)$$

其中， $0 \leq \delta_s \leq 1$ ， $0 < \xi_2 < \xi_1 < 1$ ， $R \geq 2$ ， $C(R, \xi_2)$ 和 $C'(R)$ 是不依赖于 M 和 N 的常数。

接下来讨论当给定 M ， δ_s ， $C(R, \xi_2)$ 和 $C'(R)$ 之后，满足RIP准则的最大稀疏度 S_{\max} 的取值范围。分析可知，当 $\xi_1 \rightarrow 1$ ， $\xi_2 \rightarrow 0$ ， $R = 2$ 时 $\frac{\xi_1 - \xi_2}{2^{R-1}}$ 趋于最大值0.5，此时式(9)中大括号内的两项同时取得最大值，变为 $S \leq \max\{o(M^{0.5}), o(M^{0.1})\} = o(\sqrt{M})$ 。这一分析结果与文献^[13]中的结论是一致的。

3.3 稀疏向量重构

在满足式(9)的条件下，按照所提采样策略设计的测量矩阵满足 $2S$ 阶RIP准则，因此采用 l_1 范数最小化算法将能够确保高概率精确重构稀疏度为 S 的 N 维稀疏向量。求解式(10)可实现上述目的：

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \arg \min \|\hat{\mathbf{x}}\|_1 \\ \text{s.t.} \quad &\left\{ \begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{y}} - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}\|_2 &\leq \varepsilon \\ \hat{\mathbf{x}}(N+1) &= \dots = \hat{\mathbf{x}}(\hat{N}) = 0 \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

通过CVX工具箱对式(10)进行求解,即可复原失效阵列的激励分布 $\mathbf{x}^d = \mathbf{x}^r - \mathbf{x}$ 。

4 诊断实例

以各向同性 N 单元均匀线阵(阵元间距 $d = 0.5\lambda$)为例验证所提采样策略的有效性。假定有 S 个单元发生失效且随机分布于阵列中,利用无方向性的矩形波导探头获取空间远场采样值^[14]。

4.1 诊断效果评价参数

诊断效果由重构均方根误差MSE和诊断成功概率 P_D 来评价^[15],定义如式(11):

$$\left. \begin{aligned} \text{MSE} &= 20 \lg \frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}\|_2}{\sqrt{N}} \\ P_D &= \frac{|\bar{S} - S|}{T} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

诊断成功概率 P_D 是指在某一特定信噪比(SNR)时,成功检测到失效单元位置的次数 $|\bar{S} \cap S|$ 与实验总次数 T 的比值,其中 \bar{S} 代表重构稀疏向量中非零元素位置标号, S 代表原始稀疏向量中非零元素位置标号。

4.2 重构均方根误差分布情况

实验 1 被测阵列为 $N = 32$ 单元的非质数均匀激励线阵,远场采样个数 $M = 10$,失效单元个数 $S = 3$ 。根据3.1节中的流程,通过增加5个“虚拟单元”将之转化为 $\hat{N} = 37$ 单元的质数阵列。由于单元个数 N 与采样个数 M 不满足采样策略(1)中的整除关系,因此利用采样策略(2)对失效阵列进行诊断。选取的多项式阶数 $R = 2$,各个系数 $\alpha_{1 \leq i \leq R} = 1$,构造2阶多项式 $Q(m) = m + m^2$ 。根据相关步骤得到远场采样位置分布为 $\Gamma = \{2, 5, 6, 12, 16, 19, 20, 30, 35, 36\}$,接下来的仿真实验中

均以此作为每次实验所对应的远场采样位置。当信噪比SNR=35 dB时,分别采用本文所提采样策略(简记为DS)对“虚拟阵列”以及结构化随机采样策略(简记为RS)对原始阵列共进行1500次蒙特卡洛仿真实验。

在阵列单元分别发生完全和部分失效模式时,两种采样策略进行诊断所得的重构均方根误差分布如图2所示。由于两组实验均采用 l_1 范数最小化算法对稀疏向量进行重构,均方根误差分布情况实际上反映出两种采样方法所构造的测量矩阵在性能上的差异,此处具体是指测量矩阵稳定性的优劣。从图2(a)中可以看出,采用结构化随机采样策略(RS)出现了若干次取值较大的均方根误差。统计发现,在1500次实验中有1.3%的重构结果其均方根误差MSE>-35 dB,有0.3%的重构结果其均方根误差MSE>-20 dB,采用本文方法(DS)得到的重构结果中所有均方根误差MSE<-35 dB。实验结果证实结构化随机采样方法存在固有缺陷,同时也证明了本文所提方法能够有效避免测量矩阵存在稳定性风险的弊端。此外,观察图2(b)可以看出,在部分失效模式下所提策略仍然优于结构化随机采样策略,说明所提方法也适用于单元出现部分失效模式。因此在后续实验中均以失效单元发生“完全失效”模式为例进行说明。

4.3 诊断成功概率与失效单元个数关系

实验 2 仍以实验1中的阵列作为被测对象,远场采样个数不变,空间采样位置不变,信噪比大小不变。采用文献[5]中提出的结构化随机采样策略、文献[6]中提出的改进正弦采样策略和文献[15]中提出的等角度采样策略3种典型方法为参照,考察当失效单元个数 $1 \leq S \leq 15$ 时,使用4种不同采样策略对同一失效阵列进行诊断得到的诊断成功概率 P_D 与失效单元个数 S 的关系,考虑到噪声和失效单元位置的随机特性,不同失效单元个数下均进行300次蒙特卡洛仿真实验,结果如图3所示。

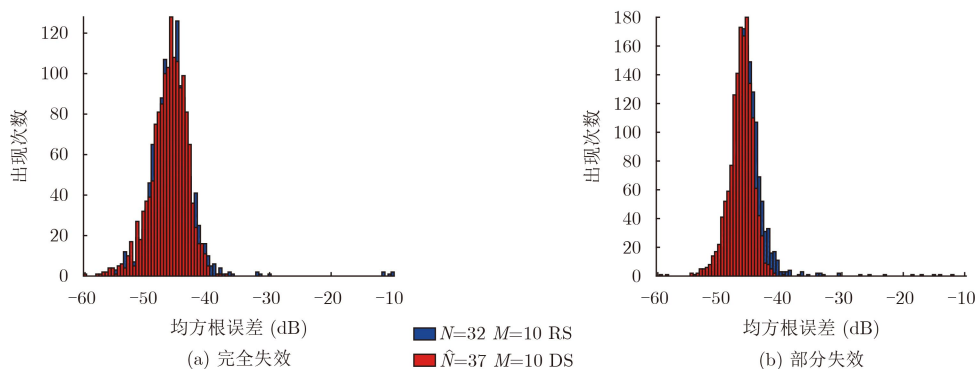


图2 不同失效模式下两种采样策略对应诊断结果的均方根误差分布情况

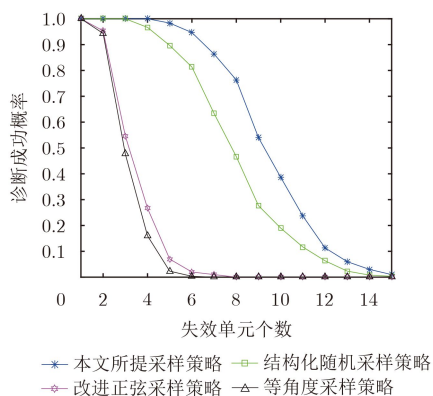


图 3 4种不同采样策略对应的诊断成功概率与失效单元个数关系

由图3可以看出, 4种采样策略对应的诊断成功概率 P_D 均随着失效单元个数 S 的增大而降低, 且本文所提采样策略显著优于其余3种采样策略。具体表现为: 对应相同的诊断成功概率, 本文所提方法能够诊断出更多的失效单元, 对应相同的失效单元个数, 本文所提方法具有更高的诊断成功概率。例如当失效单元个数 $S=6$ 时, 采用等角度采样策略与改进正弦采样策略均已无法实现对失效单元的有效诊断, 采用结构化随机采样策略的诊断成功概率仅为81.3%, 而采用本文所提采样策略的诊断成功概率高达94.7%。

4.4 诊断成功概率的相变特性

实验 3 理论和实验研究发现, 在随机高斯白

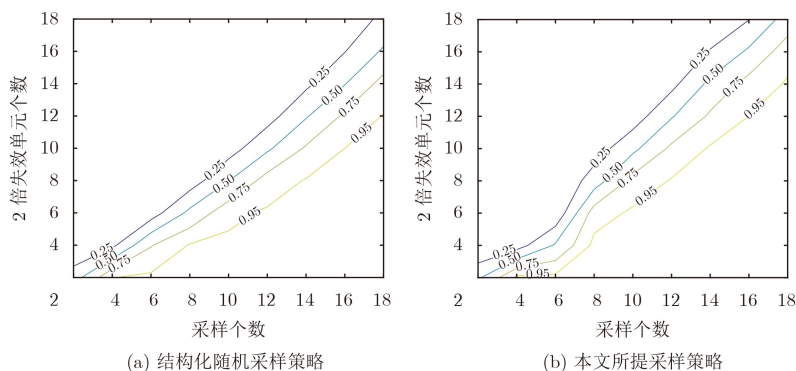


图 4 2种不同采样策略对非质数阵列进行诊断的相变特性图

5 结束语

针对结构化随机采样策略存在的固有缺点, 本文提出了一种基于确定性压缩感知采样策略的阵列失效单元远场诊断方法, 并在阵列单元个数为非质数的情况下对该方法进行了推广。理论分析和仿真实验表明, 所提方法简化了采样过程, 有效消除了采样位置的随机分布特性对测量矩阵性能产生的不利影响, 提高了阵列失效单元的诊断成功概率。后续研究工作将着重考虑该方法在2维阵列情况下的推广以及如何在近场诊断中应用确定性压缩感知采

噪声条件下的诊断成功概率 P_D 与阵列单元个数 N , 远场采样个数 M 和失效单元个数 $2S$ 之间存在相变特性(phase transition behavior)^[16]。欠采样率(under-sampling factor) $\delta = \frac{M}{N} \in (0, 1]$ 、稀疏度(sparsity) $\rho = \frac{S}{M} \in (0, 1]$ 与诊断成功概率 P_D 之间的变化关系构成相变特性图(phase transition figure)。通过大量统计实验得到的相变特性图具有如下意义: 当给定失效单元个数 $2S$ 时, 根据等概率曲线即可估计出在对应的诊断成功概率下所需要的最少采样个数。为了进一步验证本文所提方法的优越性, 仍以实验1中的阵列作为被测对象。考察当信噪比SNR=35 dB, 采样个数 $2 \leq M \leq 18$, 失效单元个数 $2 \leq 2S \leq 18$ 时, 在每一个稀疏相空间 $(M, 2S)$ 进行500次蒙特卡洛实验, 绘制相变特性图如图4所示, 图中线条上的数字代表不同的等概率曲线。

图4(a)为采用结构化随机采样策略对 $N=32$ 单元的原始阵列进行诊断所得相变特性图, 图4(b)为采用本文所提采样策略对构造的“ $\hat{N}=37$ 单元的虚拟阵列”进行诊断所得相变特性图。当采样个数 $M=10$, 失效单元个数 $2S=6$ 时, 采用结构化随机采样策略得到的诊断成功概率 $75\% < P_D < 95\%$, 而采用本文所提采样策略得到的诊断成功概率 $P_D > 95\%$, 有效改善了相变特性。

样策略。

参考文献

- [1] 李玮, 邓维波, 杨强, 等. 采用压缩感知的阵列失效单元诊断方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2018, 45(2): 160–165. doi: 10.3969/j.issn.1001-2400.2018.02.027.
LI Wei, DENG Weibo, YANG Qiang, et al. Diagnosis method for defective array elements based on compressive sensing[J]. *Journal of Xidian University*, 2018, 45(2): 160–165. doi: 10.3969/j.issn.1001-2400.2018.02.027.
- [2] LEE J J, FERREN E M, WOOLLEN D P, et al. Near-field

- probe used as a diagnostic tool to locate defective elements in an array antenna[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1988, 36(6): 884–889. doi: [10.1109/8.1192](https://doi.org/10.1109/8.1192).
- [3] BUCCI O M, MIGLIORE M D, PANARIELLO G, *et al.* Accurate diagnosis of conformal arrays from near field data using the matrix method[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(3): 1114–1120. doi: [10.1109/TAP.2004.842656](https://doi.org/10.1109/TAP.2004.842656).
- [4] MIGLIORE M D. A compressed sensing approach for array diagnosis from a small set of near-field measurements[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, 59(6): 2127–2133. doi: [10.1109/TAP.2011.2144556](https://doi.org/10.1109/TAP.2011.2144556).
- [5] MIGLIORE M D. Array diagnosis from far-field data using the theory of random partial fourier matrices[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2013, 12: 745–748. doi: [10.1109/LAWP.2013.2270931](https://doi.org/10.1109/LAWP.2013.2270931).
- [6] OLIVERI G, ROCCA P, and MASSA A. Reliable diagnosis of large linear arrays-A Bayesian compressive sensing approach[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(10): 4627–4636. doi: [10.1109/TAP.2012.2207344](https://doi.org/10.1109/TAP.2012.2207344).
- [7] INCE T and OGUCU G. Array failure diagnosis using nonconvex compressed sensing[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 992–995. doi: [10.1109/LAWP.2015.2489760](https://doi.org/10.1109/LAWP.2015.2489760).
- [8] FORNASIER M and RAUHUT H. Handbook of Mathematical Methods in Imaging[M]. New York, NY, USA: Springer, 2011: 205–206.
- [9] 芦存博, 肖嵩, 权磊. 基于二进制序列族的压缩感知测量矩阵构造[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(7): 1682–1688. doi: [10.11999/JEIT151076](https://doi.org/10.11999/JEIT151076).
LU Cunbo, XIAO Song, and QUAN Lei. Construction of compressed sensing measurement matrix based on binary sequence family[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(7): 1682–1688. doi: [10.11999/JEIT151076](https://doi.org/10.11999/JEIT151076).
- [10] THILL M and HASSIBI B. Group frames with few distinct inner products and low coherence[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(19): 5222–5237. doi: [10.1109/TSP.2015.2450195](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2450195).
- [11] APPLEBAUM L, BAJWA W U, CALDERBANK A R, *et al.* Deterministic pilot sequences for sparse channel estimation in OFDM systems[C]. 2011 17th International Conference on Digital Signal Processing, Corfu, Greece, 2011: 1–7.
- [12] HAUPT J, APPLEBAUM L, and NOWARK R. On the restricted isometry of deterministically subsampled Fourier matrices[C]. 2010 44th Annual Conference on Information Sciences and Systems, Princeton, USA, 2010: 1–6.
- [13] XU Guangwu and XU Zhiqiang. Compressed sensing matrices from Fourier matrices[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2015, 61(1): 469–478. doi: [10.1109/TIT.2014.2375259](https://doi.org/10.1109/TIT.2014.2375259).
- [14] XIONG Can and XIAO Gaobiao. Diagnose element failures of phased antenna arrays with a single fixed receiving probe[C]. 2017 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium, Suzhou, China, 2017: 1–2.
- [15] MOKHTAR M, HAMILA R, BAJWA W U, *et al.* Deterministic measurement procedures for diagnosis of massive uniform linear antenna arrays[C]. 2016 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing, Washington, DC, USA, 2016: 1388–1392.
- [16] DONOHO D L and TANNER J. Precise undersampling theorems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 913–924. doi: [10.1109/JPROC.2010.2045630](https://doi.org/10.1109/JPROC.2010.2045630).
- 李 玮: 男, 1988年生, 博士, 研究方向为基于压缩感知的阵列诊断方法.
- 邓维波: 男, 1961年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为阵列信号处理、雷达系统、压缩感知理论.
- 杨 强: 男, 1970年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为弱目标检测、新体制信号处理和信息提取、实时信号处理.
- MIGLIORE Marco Donald: 男, 1960年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为阵列诊断、天线测量、电磁场理论与技术、MIMO雷达.