

# 基于双迭代MVDR波束形成的MIMO-OTHR多模 扩展多普勒杂波抑制算法

于文启<sup>①</sup> 陈建文\*<sup>①</sup> 李雪<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(空军预警学院 武汉 430019)

<sup>②</sup>(中国电波传播研究所 青岛 266107)

**摘要:** 针对多模传播引起的扩展多普勒杂波影响天波超视距雷达对低可探测慢速舰船目标检测性能的问题, 该文在新一代多输入多输出天波超视距雷达系统下, 利用双迭代最小方差无失真响应(MVDR)波束形成器抑制多模扩展多普勒杂波。考虑到时间叉排线性调频连续波MIMO天波雷达和慢时间相位编码MIMO天波雷达在有限相干积累时间内的训练样本数有限, 且训练样本中包含主选模式期望信号, 该文利用阻塞矩阵进行数据预处理, 减小训练样本中的主选模式期望信号影响, 并将 $LN \times 1$ 维“发射-接收”2维权矢量优化分解为 $L \times 1$ 维发射权矢量和 $N \times 1$ 维接收权矢量, 通过双迭代计算恢复出的2维MVDR权矢量来抑制多模扩展多普勒杂波, 减小了计算量和样本需求。理论分析和仿真验证了算法的有效性。

**关键词:** 天波超视距雷达; 扩展多普勒杂波; 多输入多输出; 双迭代最小方差无失真响应; 多模传播

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)11-2667-09

DOI: 10.11999/JEIT180101

## Multi-mode Spread Doppler Clutter Suppression Algorithm of MIMO-OTHR Based on Bi-iterative MVDR Beamformer

YU Wenqi<sup>①</sup> CHEN Jianwen<sup>①</sup> LI Xue<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

<sup>②</sup>(China Research Institute of Radio Wave Propagation, Qingdao 266107, China)

**Abstract:** Spread Doppler Clutter (SDC) caused by multi-mode propagation restrains the detection performance of Over-The-Horizon Radar (OTHR) for low detectable targets, such as slow ships. To solve this problem, a bi-iterative Minimum Variance Distortionless Response (MVDR) beamformer is proposed to suppress multi-mode SDC for MIMO OTHR system. As it is difficult to obtain the signal-free training data and enough sample support in MIMO-OTHR with time-staggered linear frequency modulated continuous wave or slow time phase-coded waveforms, the block matrix is used for data preprocessing to reduce the effect of expected signal component in the training data, then multi-mode SDC could be suppressed by the  $LN$ -variate MVDR beamformer which is restored through bi-iterative calculation with an  $L$ -variate transmit and an  $N$ -variate receive beamformer. This algorithm improves the convergence of MVDR beamformer, while reducing the computational load and the requirement of sample support. Theoretical analysis and simulation experiment are presented to verify the effectiveness of this algorithm.

**Key words:** Over-The-Horizon Radar (OTHR); Spread Doppler Clutter (SDC); MIMO; Bi-iterative Minimum Variance Distortionless Response (MVDR); Multi-mode propagation

### 1 引言

天波超视距雷达(Over-The-Horizon Radar,

OTHR)工作在高频频段(3~30 MHz), 利用电离层对高频电波折射弯曲的机理实现超视距探测, 在进行海面监视时扩展多普勒杂波(Spread Doppler Clutter, SDC)严重限制了OTHR对慢速运动目标的检测性能<sup>[1]</sup>。由于电离层是典型的多层结构体, OTHR利用电离层进行电波发射、传播、散射、再传播、接收时, 整个过程往往存在多条返回散射探

收稿日期: 2018-01-24; 改回日期: 2018-06-20; 网络出版: 2018-07-16

\*通信作者: 陈建文 cjwll8217@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61471391)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61471391)

测路径,当实际大圆距离不同的分辨单元回波落入同一距离门时,出现多模传播现象,将其中经过非主选电离层传播模式而被接收的散射回波称之为多模SDC。多模SDC与主选模式期望信号在多普勒谱上出现模式混叠和杂波扩展,靠近海杂波的慢速舰船目标易被展宽的强杂波掩盖。多模SDC的抑制已成为提升OTHR低可探测慢速舰船目标检测性能的重要技术途径。

OTHR多模SDC抑制主要集中在以下3方面:一是通过电离层频率管理系统选择OTHR发射工作频率<sup>[2]</sup>,基于工作频率选择抑制多模SDC有利于最大限度减小电波传播模式数目,但是工作频率受到电离层状态和探测距离限制,有时候无法满足单一传播模式;二是在接收端频域进行多模SDC抑制,包括单模-多模转换<sup>[3]</sup>、海杂波循环抵消法<sup>[4]</sup>、特征分解法<sup>[5]</sup>等,传播模式数目的准确判断影响海杂波的抑制效果<sup>[6]</sup>,当电离层相位扰动和多模SDC同时存在时,受限于多模参数估计误差影响该类算法性能下降严重;三是利用电波发射仰角(Direction Of Departure, DOD)、接收仰角(Direction Of Arrival, DOA)差异,由于多模SDC和主选模式期望信号在同一分辨单元内,时延相近、杂波多普勒频率扩展范围大,仅通过时域、频域处理难以完全自适应抑制,而电离层具有明显的反射层高差异,通过2维阵列<sup>[7]</sup>提供的俯仰维空域信息抑制多模SDC可以有效减小后续处理难度。

目前,国内外对利用俯仰DOD或DOA差异的多模SDC抑制算法均有研究,前者将多输入多输出(MIMO)体制引入OTHR<sup>[8,9]</sup>,利用非因果发射波束形成技术来抑制发射旁瓣多模SDC,后者通过增加接收阵列俯仰空域维度,利用仰角波束形成抑制接收旁瓣多模SDC<sup>[10-12]</sup>。总体来看,利用DOD或DOA差异的MIMO-OTHR“发射-接收”2维联合波束形成有助于提供更多的杂波抑制空域自由度。文献<sup>[13]</sup>利用稀疏重建技术将MIMO-OTHR收发仰角2维角度信息转变为1维角度搜索,进而分离主选模式期望信号,文献<sup>[14]</sup>将改进的盲源分离技术应用到MIMO-OTHR中,利用空间平滑减小频谱结构相似性影响,这两种算法均可以对导向矢量阵进行有效估计,存在的问题是没有采用最小方差无失真(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)权矢量,在低信噪比下性能有所下降。

本文考虑MIMO-OTHR体制下的多模传播问题,利用MVDR波束形成器抑制具有不同传播模式差异的多模SDC。首先,对多模信号传播机理进行了分析,并阐述了MIMO-OTHR阵列回波模

型。然后,基于MIMO-OTHR可行性实验中的2种波形,即时间叉排线性调频连续波(Time-Staggered Linear Frequency Modulated Continuous Wave, TS-LFMCW)波形<sup>[8]</sup>和慢时间相位编码(Slow Time Phase-Coded, STPC)波形<sup>[15]</sup>,分析了有限相干积累时间(Coherent Integration Time, CIT)内收发联合MVDR波束形成的问题,提出基于阻塞预处理和降维双迭代MVDR权矢量计算的多模SDC抑制算法。最后,通过仿真实验将所提算法和SMI算法直接计算MVDR 2维权矢量,进行了多模SDC抑制效果的仿真比较与分析,验证了所提算法的有效性。

## 2 机理分析与模型描述

对多模传播路径进行举例说明,其示意图如图1所示。期望信号利用稳定电离层E层探测位于T处的慢速舰船目标,其传播路径为“R-P-T-P-R”,记为“E-E”模式。当电离层F层允许高频电波反射传播时,发生相同群延时的传播路径可能有“R-Q-C-B-R”,“R-B-C-Q-R”和“R-D-A-D-R”,分别记为“E-F”,“F-E”和“F-F”模式,通过扰动F层传播的多模SDC多普勒频率覆盖范围大,导致期望信号多普勒谱中的慢速舰船被展宽的强杂波淹没。由于电离层的多层结构高度相差较大,不同传播模式具有明显的DOD或DOA差异,因而可以利用仰角差异进行空域滤波,抑制发射或接收旁瓣多模SDC

假设OTHR工作波长为 $\lambda$ ,发射天线和接收天线均可被视为水平放置的矩形平面阵列中用于波束仰角控制的一行(或者一列),公开报道的实验中即采用该阵列设置方式<sup>[8]</sup>,该阵列设置便于理论分析和实验研究,成本相对平面阵大大降低。设发射天线和接收天线阵列轴向与目标方位一致,发射天线是 $L$ 元1维等距均匀线阵,接收天线是 $N$ 元1维等距均匀线阵。MIMO-OTHR在发射端发射 $L$ 个正交或准正交波形(阵元发射方案),在接收端进行波形分集,每个接收单元分离出 $L$ 个信号通道,即在接收端有 $LN$ 路信号( $LN$ 表示发射阵元数与接收阵元数的乘积)。考虑到在每个接收单元采用 $L$ 个匹配滤

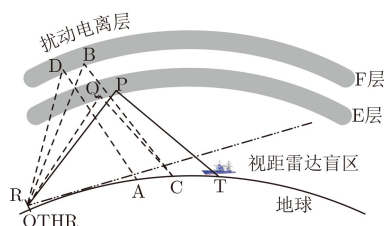


图1 高频电波经多层电离层返回散射传播示意图

波器(Matched Filter, MF)来进行发射信号相关接收, 工程实现成本高, 已进行的MIMO-OTHR可行性实验中采用TS-LFMCW波形或STPC波形, 每个接收单元只需采用一个MF即可实现波形分集, 降低了实验成本, 其中TS-LFMCW波形分集只需通过延时抽取来实现, 而STPC波形则需进一步进行相位解调、低通滤波处理。在整个CIT内, 发射的脉冲总个数为 $M$ , 不失一般性, 设 $M$ 为发射信号个数 $L$ 的整数倍。

对于单频成分的远场点目标时延回波, 第 $n$ 个接收单元在 $t$ 时刻的接收信号模型如式(1):

$$x_n(t) = \xi(t) \exp(j2\pi(n-1)d_r \sin \theta_r / \lambda) \exp(j2\pi f_d t) \cdot \sum_{l=1}^L w_{tl} \exp(j2\pi(l-1)d_t \sin \theta_t / \lambda) u_l(t-\tau) \quad (1)$$

式中,  $\xi(t)$ 为目标的复随机散射系数,  $d_t$ 和 $d_r$ 分别为发射阵元间距和接收阵元间距,  $\theta_t$ 和 $\theta_r$ 分别对应目标DOD和DOA(与阵列法线方向的夹角),  $w_{tl}$ 为发射加窗函数, 用于压低副瓣,  $u_l(t)$ 对应第 $l$ 个发射波形,  $f_d$ 和 $\tau$ 分别为动目标的多普勒频率和时延参数。假设发射波形满足正交性, 在接收端进行波形分集处理后, 分离出的第 $l$ 个波形第 $m$ 个慢时刻的目标单元数据为

$$x_{nm}^l = \eta \xi_m w_{tl} \exp(j2\pi(n-1)d_r \sin \theta_r / \lambda) \cdot \exp(j2\pi(l-1)d_t \sin \theta_t / \lambda) \cdot \exp(j2\pi(m-1)f_d T_r) \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_r(\theta_r) = [1 \quad \exp(j2\pi d_r \sin \theta_r / \lambda) \quad \exp(j2\pi 2d_r \sin \theta_r / \lambda) \quad \cdots \quad \exp(j2\pi(N-1)d_r \sin \theta_r / \lambda)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{a}_t(\theta_t) = [1 \quad \exp(j2\pi d_t \sin \theta_t / \lambda) \quad \exp(j2\pi 2d_t \sin \theta_t / \lambda) \quad \cdots \quad \exp(j2\pi(L-1)d_t \sin \theta_t / \lambda)]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{b}(f_t) = [1 \quad \exp(j2\pi f_t T_r) \quad \exp(j2\pi 2f_t T_r) \quad \cdots \quad \exp(j2\pi(M'-1)f_t T_r)]^T \quad (6)$$

式(3)只考虑了单个传播模式的远场点目标, 实际上对于包含 $P$ 个传播模式的回波, 式(3)进一步改写为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S} \quad (7)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_r(\theta_{r1}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{t1}) \quad \mathbf{a}_r(\theta_{r2}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{t2}) \quad \cdots \quad \mathbf{a}_r(\theta_{rP}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{tP})] \quad (8)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{c1} \odot \mathbf{b}^T(f_{c1}) \\ \mathbf{z}_{c2} \odot \mathbf{b}^T(f_{c2}) \\ \vdots \\ \mathbf{z}_{cP} \odot \mathbf{b}^T(f_{cP}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{A} \in \mathbf{C}^{LN \times P}$ 表示收发联合阵列流型矩阵(导向矢量阵),  $\mathbf{a}_r(\theta_{ri}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{ti})$ 表示第 $i$ 个传播模式的收发联合导向矢量,  $\mathbf{S} \in \mathbf{C}^{P \times M'}$ 是包含 $P$ 个传播模式的信号时间导向矢量阵。在实际传播过程中, 式(9)每个传播模式的回波中包括海杂波(及慢速运动目标), 每个传播模式的回波应进一步扩展为多个

式中,  $\eta$ 为MF在目标距离单元上的复系数,  $T_r$ 为发射脉冲重复周期,  $m = 1, 2, \dots, M'$ ,  $M'$ 为波形分集处理后的相干积累脉冲数。这里对于STPC波形和TS-LFMCW波形进行讨论, 对于STPC波形, 整个多普勒带宽被分为 $L$ 等份, 每个发射波形占据1个多普勒子频段, 无模糊的多普勒频率范围为 $[-1/(2LT_r), 1/(2LT_r)]$ , 解调、低通滤波处理后的子频段有效相干积累脉冲数 $M' = M/L$ 个; 对于TS-LFMCW波形, 若以 $T_r$ 的脉冲重复周期发射, 则1个CIT内波形分集后的相干积累脉冲数 $M' = M$ , 考虑到TS-LFMCW波形脉冲重复周期被 $L$ 个信号平均占用, 最大无模糊探测距离为 $cT_r/(2L)$ (其中 $c$ 为光速), 无模糊探测距离明显减小, 为满足探测距离要求应使发射脉冲宽度扩大 $L$ 倍, 即发射脉冲重复周期变为 $LT_r$ , 如果CIT不变, 则总脉冲数为 $M/L$ , 相当于 $M' = M/L$ 。可以看出, 以上两种实验波形在1个CIT内, 相干积累脉冲数明显小于常规OTHR的线性调频连续波波。

在 $w_{tl}$ 为单位矩形窗的情况下, 式(2)可以写成数据矩阵 $\mathbf{X} \in \mathbf{C}^{LN \times M'}$ 。

$$\mathbf{X} = [\mathbf{a}_r(\theta_r) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_t)] [\mathbf{z} \odot \mathbf{b}^T(f_t)] \quad (3)$$

式中,  $\otimes$ 为Kronecker积,  $\odot$ 为Hadamard积,  $\mathbf{z} = \eta [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \cdots \quad \xi_{M'}]$ 表示目标所在距离单元MF复系数与目标复随机散射系数的乘积, 通常可认为是常系数,  $\mathbf{a}_r \in \mathbf{C}^{N \times 1}$ ,  $\mathbf{a}_t \in \mathbf{C}^{L \times 1}$ ,  $\mathbf{b} \in \mathbf{C}^{M' \times 1}$ 分别为接收方向导向矢量、发射方向导向矢量、信号时间导向矢量, 分别如式(4)–式(6)所示。

频率分量。在考虑噪声的情况下, 式(7)改写为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{N} \in \mathbf{C}^{LN \times M'}$ 表示复随机高斯白噪声。考虑 $\mathbf{X}$ 在单个慢时刻的观测数据矢量 $\mathbf{x} \in \mathbf{C}^{LN \times 1}$ 为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{n} \in \mathbf{C}^{LN \times 1}$ 为复随机高斯白噪声,  $\mathbf{s} \in \mathbf{C}^{P \times 1}$ 是时间矢量阵 $\mathbf{S}$ 在单个慢时刻的列矢量。

### 3 基于双迭代MVDR波束形成的多模SDC抑制算法

若阵列通道输出信号只包含多模SDC和噪声,

采用MVDR权矢量即可抑制多模SDC。不失一般性, 设式(10)中的模式1为主选传播模式, 则MVDR权矢量表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{MVDR}} &= \frac{\mathbf{R}_x^{-1} [\mathbf{a}_r(\theta_{r1}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{t1})]}{[\mathbf{a}_r(\theta_{r1}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{t1})]^H \mathbf{R}_x^{-1} [\mathbf{a}_r(\theta_{r1}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{t1})]} \quad (12) \end{aligned}$$

式中,  $\mathbf{R}_x \in \mathbf{C}^{LN \times LN}$  为协方差矩阵。根据式(11),  $\mathbf{R}_x$  表达式为

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{E} [\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{R}_s = \mathbf{E}[\mathbf{s}\mathbf{s}^H]$ ,  $\sigma^2$  是噪声功率,  $\mathbf{I}$  为  $LN \times LN$  维单位阵。 $\mathbf{R}_x$  通常需由样本估计出, 其最大似然估计为  $\hat{\mathbf{R}}_x = \sum_{m=1}^{M'} \mathbf{x}(m)\mathbf{x}^H(m)/M'$ ,  $\mathbf{x}(m)$  为  $\mathbf{X}$  在第  $m$  个慢时刻的观测数据矢量, 用  $\hat{\mathbf{R}}_x$  替代式(12)中的  $\mathbf{R}_x$  就是采样协方差矩阵求逆(Sample-Matrix Inversion, SMI)法。

在MIMO-OTHR对海探测中, 若多模SDC只发生在当前距离分辨单元上, 利用慢时刻采样估计训练样本存在两个基本问题: 一是采样信号不仅包含多模SDC和噪声, 还包括主选模式期望信号, 期望信号的存在会降低SMI算法的收敛速度<sup>[16]</sup>, 甚至当主选模式真实导向矢量与期望导向矢量失配时会产生期望信号自相消的现象, 另外文献<sup>[13,14]</sup>也通过仿真实验指出直接利用包含期望信号的协方差矩阵进行MVDR处理效果不理想; 二是  $LN \times LN$  维协方差矩阵求逆运算量大, 且至少需要  $2LN$  的训练样

$$\mathbf{T}_r = \begin{bmatrix} 1 & -\exp(-ju_{r1}) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\exp(-ju_{r1}) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -\exp(-ju_{r1}) \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & -\exp(-ju_{r1}) \end{bmatrix} \quad (15)$$

从构造的接收阻塞矩阵容易得知  $\mathbf{T}_r \mathbf{a}_r(\theta_{ri}) = (1 - \exp(j(u_{ri} - u_{r1}))) \mathbf{d}_r(\theta_{ri})$ ,  $i = 1, 2, \dots, P$ , 其中  $\mathbf{d}_r(\theta_{ri}) = [1 \ \exp(ju_{ri}) \ \exp(j2u_{ri}) \ \cdots \ \exp(j(N-2)u_{ri})]^T$  对应接收导向矢量  $\mathbf{a}_r(\theta_{ri})$  的前  $N-1$  维数据。进一步分析可知, 主选模式的接收导向矢量变为  $(N-1) \times 1$  维零矢量, 即  $\mathbf{T}_r \mathbf{a}_r(\theta_{r1}) = \mathbf{0}_{(N-1) \times 1}$ ; 多模SDC接收导向矢量多了一个复系数  $1 - \exp(j(u_{ri} - u_{r1}))$ ,  $i = 2, 3, \dots, P$ , 同时降至  $(N-1) \times 1$  维。利用矩阵  $\mathbf{T}$  进行阻塞预处理, 根据式(16)的Kronecker积的性质, 满足  $\mathbf{T}[\mathbf{a}_r(\theta_{ri}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{ti})] = \mathbf{T}_r \mathbf{a}_r(\theta_{ri}) \otimes \mathbf{T}_t \mathbf{a}_t(\theta_{ti})$ , 则主选模式方向  $\mathbf{T}[\mathbf{a}_r(\theta_{r1}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{t1})] = \mathbf{0}_{L(N-1) \times 1}$ , 主选模式期望信号被阻塞, 而在多模SDC方向  $\mathbf{T}[\mathbf{a}_r(\theta_{ri}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{ti})] = (1 - \exp(j(u_{ri} - u_{r1}))) \mathbf{d}_r(\theta_{ri}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{ti})$ ,  $i = 2, 3, \dots, P$ , 多模SDC得以保留。利

本来估计数据协方差矩阵才能保证输出信噪比性能损失小于3 dB<sup>[17]</sup>。考虑到STPC和TS-LFMCW两种实验波形在一个CIT内的相干积累脉冲数明显小于常规OTHR的线性调频连续波波形, 以文献<sup>[8]</sup>公开报道的实验结果为例, 利用OTHR进行了14个 ( $L=14$ )TS-LFMCW波形的多输入单输出非因果发射波束形成实验, 脉冲重复周期  $T_r$  约为0.25 s, 一般来说MIMO-OTHR的接收阵元数  $N$  要大于发射阵元数  $L$ <sup>[3]</sup>, 假设  $N=20$ , 则至少需要560个相干积累脉冲 ( $\text{CIT} \geq 140$  s) 才能保证最优的输出信杂噪比 (Signal-to-Clutter-plus-Noise Ratio, SCNR), 而常规OTHR有效相干积累时间一般不超过30 s, 增加CIT长度会造成数据率低、电离层扰动概率增加<sup>[18]</sup>, 这对于慢速舰船目标检测是极为不利的。因此提高SMI算法的收敛速度, 降低收发联合MVDR波束形成的样本需求和计算量势在必行。

### 3.1 阻塞预处理

为避免期望信号分量对SMI算法的影响, 可采用阻塞矩阵  $\mathbf{T} \in \mathbf{C}^{L(N-1) \times LN}$  净化样本, 由于接收阵元一般大于发射阵元, 这里只利用接收阻塞矩阵对主选模式期望信号进行抑制, 如式(14)所示

$$\mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{T}\mathbf{n} \quad (14)$$

式中,  $\mathbf{y} \in \mathbf{C}^{L(N-1) \times 1}$  为期望信号被阻塞后的观测数据矢量, 阻塞矩阵  $\mathbf{T} = \mathbf{T}_r \otimes \mathbf{T}_t$ ,  $\mathbf{T}_t$  为  $L \times L$  维单位阵,  $\mathbf{T}_r$  为  $(N-1) \times N$  维接收阻塞矩阵, 令  $u_{ri} = 2\pi d_r \sin \theta_{ri} / \lambda$ ,  $i = 1, 2, \dots, P$ , 则

用阻塞后的数据可以进行后续的收发联合波束形成权值估计。

$$(\mathbf{A} \otimes \mathbf{C})(\mathbf{B} \otimes \mathbf{D}) = (\mathbf{A}\mathbf{B}) \otimes (\mathbf{C}\mathbf{D}) \quad (16)$$

### 3.2 双迭代波束形成

收发联合MVDR波束形成器的最优权矢量  $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^{L(N-1) \times 1}$  可通过式(17)的线性约束求得

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \mathbf{E} |\mathbf{w}^H \mathbf{y}|^2 &= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_y \mathbf{w} \\ \text{s.t. } \mathbf{w}^H [\mathbf{d}_r(\theta_{r1}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{t1})] &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

将  $\mathbf{w}$  写成发射权矢量  $\mathbf{w}_t \in \mathbf{C}^{L \times 1}$  和接收权矢量  $\mathbf{w}_r^* \in \mathbf{C}^{(N-1) \times 1}$  的级联形式<sup>[19]</sup>, 如式(18):

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_r^* \otimes \mathbf{w}_t \quad (18)$$

设  $\mathbf{y} = [y_{11} \ y_{21} \ \cdots \ y_{L1} \ y_{12} \ y_{22} \ \cdots \ y_{L2} \ \cdots \ y_{L(N-1)}]^T$ , 令



$\mathbf{Y} \in \mathbf{C}^{L \times (N-1)}$  如式(19):

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1(N-1)} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{L1} & y_{L2} & \cdots & y_{L(N-1)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

则  $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y})$ ,  $\text{vec}(\cdot)$  表示将矩阵向量化。引入 Kronecker 积性质, 如式(20):

$$\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{B}) \quad (20)$$

将式(18)代入式(17), 并根据式(16)、式(20), 可以得到如式(21)所示的等价形式。

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{w}_t, \mathbf{w}_r} E |\mathbf{w}_t^H \mathbf{Y} \mathbf{w}_r|^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{w}_r^T \mathbf{d}_r(\theta_{r1}) \mathbf{w}_t^H \mathbf{a}_t(\theta_{t1}) = 1 \end{array} \right\} \quad (21)$$

进一步可将式(21)中的约束条件分开, 则有

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{w}_t, \mathbf{w}_r} E |\mathbf{w}_t^H \mathbf{Y} \mathbf{w}_r|^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{w}_r^H \mathbf{d}_r^*(\theta_{r1}) = 1 \text{ 且 } \mathbf{w}_t^H \mathbf{a}_t(\theta_{t1}) = 1 \end{array} \right\} \quad (22)$$

采用拉格朗日乘法, 式(22)可以转化成无约束双二次代价函数。

$$\begin{aligned} \min J(\mathbf{w}_t, \mathbf{w}_r, \mu_1, \mu_2) \\ = E |\mathbf{w}_t^H \mathbf{Y} \mathbf{w}_r|^2 + \mu_1 (\mathbf{w}_r^H \mathbf{d}_r^*(\theta_{r1}) - 1) \\ + \mu_2 (\mathbf{w}_t^H \mathbf{a}_t(\theta_{t1}) - 1) \end{aligned} \quad (23)$$

式中,  $\mu_1, \mu_2$  是拉格朗日乘子。分别令  $J$  关于  $\mathbf{w}_t, \mathbf{w}_r$  的偏导为零, 可得

$$\mathbf{w}_t = \frac{\mathbf{R}_t^{-1} \mathbf{a}_t(\theta_{t1})}{\mathbf{a}_t^H(\theta_{t1}) \mathbf{R}_t^{-1} \mathbf{a}_t(\theta_{t1})} \quad (24)$$

$$\mathbf{w}_r = \frac{\mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{d}_r^*(\theta_{r1})}{\mathbf{d}_r^T(\theta_{r1}) \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{d}_r^*(\theta_{r1})} \quad (25)$$

式中,

$$\mathbf{R}_t = E [(\mathbf{Y} \mathbf{w}_r)(\mathbf{Y} \mathbf{w}_r)^H], \mathbf{R}_r = E [(\mathbf{Y}^H \mathbf{w}_t)(\mathbf{Y}^H \mathbf{w}_t)^H]$$

其最大似然估计分别为  $\hat{\mathbf{R}}_t = \sum_{m=1}^{M'} (\mathbf{Y}(m) \mathbf{w}_r) \cdot (\mathbf{Y}(m) \mathbf{w}_r)^H / M'$ ,  $\hat{\mathbf{R}}_r = \sum_{m=1}^{M'} (\mathbf{Y}^H(m) \mathbf{w}_t) \cdot (\mathbf{Y}^H(m) \mathbf{w}_t)^H / M'$ ,  $\mathbf{Y}(m)$  表示第  $m$  个慢时刻的数据矩阵  $\mathbf{Y}$ 。可以看到,  $\mathbf{w}_t, \mathbf{w}_r$  只要固定一个, 另一个就很容易求解出来。根据循环最小化的思想<sup>[20]</sup>,

可以采用如式(26)的迭代方式进行求解, 这种迭代方式又可称为双迭代, 在每一次迭代后代价函数式(22)都单调下降<sup>[16]</sup>。

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_r(0) \rightarrow \mathbf{w}_t(1) \rightarrow \mathbf{w}_r(1) \rightarrow \cdots \rightarrow \mathbf{w}_r(k-1) \\ \rightarrow \mathbf{w}_t(k) \rightarrow \mathbf{w}_r(k) \rightarrow \cdots \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\mathbf{w}_r(0)$  为迭代初值, 因为接收阵元一般大于发射阵元, 为提高迭代的收敛速度, 可取  $\mathbf{w}_r(0) = \mathbf{d}_r^*(\theta_{r1}) / \sqrt{\mathbf{d}_r^T(\theta_{r1}) \mathbf{d}_r^*(\theta_{r1})}$ ,  $\mathbf{w}_t(k), \mathbf{w}_r(k)$  为第  $k$  步迭代值, 可分别利用式(24)、式(25)进行计算。需要说明的是, 最优解  $(\mathbf{w}_t, \mathbf{w}_r)$  存在尺度模糊问题, 即存在任意非零常数  $\alpha$ , 使得  $(\mathbf{w}_t, \mathbf{w}_r)$  与  $(\alpha \mathbf{w}_t, \alpha^{-1} \mathbf{w}_r)$  存在相同的函数值, 只需要在迭代过程中将  $\mathbf{w}_t(k)$  或  $\mathbf{w}_r(k)$  进行归一化即可消除尺度模糊, 并不影响结果输出。

在上述双迭代过程中, 可计算输出 SCNR 来确定总迭代次数  $K$ , 其表达式为

$$\text{SCNR} \triangleq \frac{|\mathbf{w}^H [\mathbf{d}_r(\theta_{r1}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{t1})]|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_y \mathbf{w}} \quad (27)$$

式中,  $\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y} \mathbf{y}^H]$  为期望信号被阻塞后的协方差矩阵, 其最大似然估计为  $\hat{\mathbf{R}}_y = \sum_{m=1}^{M'} \mathbf{y}(m) \cdot \mathbf{y}^H(m) / M'$ ,  $\mathbf{y}(m)$  为第  $m$  个慢时刻的阻塞预处理数据矢量  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{w}$  为恢复的 2 维权矢量, 可通过式(18)计算出。

图2是本文所提算法总流程图, 包括数据阻塞预处理和双迭代波束形成全过程。在矩阵  $\mathbf{X}$  中, 取包含  $L$  个发射阵元和前  $N-1$  个接收阵元的数据矩阵, 记为  $\mathbf{X}_2 \in \mathbf{C}^{L(N-1) \times M'}$ 。利用双迭代计算出的 2 维权矢量即可对数据矩阵  $\mathbf{X}_2$  进行加权求和, 从而得到抑制多模 SDC 后的输出信号  $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbf{C}^{1 \times M'}$ , 如式(28):

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{w}^H \mathbf{X}_2 \quad (28)$$

### 3.3 算法计算量和样本需求分析

为保证输出信噪比损失小于 3 dB, 根据 SMI 算法直接计算收发 MVDR 2 维权矢量时协方差矩阵维度为  $LN \times LN$ , 所需的样本数  $M \geq 2LN$ , 涉及的协方差矩阵求逆计算量为  $O(L^3 N^3)$ 。利用两个 1 维权矢量迭代逼近时, 只涉及对  $L \times L$  维协方差矩阵  $\mathbf{R}_t$  和

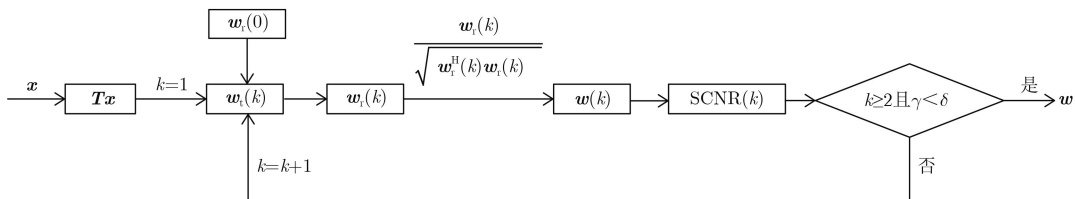


图2 算法总流程图

$(N-1) \times (N-1)$ 维协方差矩阵 $\mathbf{R}_r$ 的估计和求逆计算,因此需要的样本数 $M \geq 2\max(L, N-1)$ 即可,如对于公开报道的TS-LFMCW实验波形,若 $L=14$ , $N=20$ , $T_r=0.25$  s,所需的样本数需不少于38个相干积累脉冲( $CIT \geq 9.5$  s),相比于SMI法的样本需求( $CIT \geq 140$  s)大为降低;单个迭代周期内的协方差矩阵求逆计算量为 $O[L^3+(N-1)^3]$ ,一般来说, $K$ 步迭代后算法主要计算量 $O[KL^3+K(N-1)^3]$ 也远小于 $O(L^3N^3)$ 。可见,通过双迭代MVDR波束形成器来抑制多模SDC,算法的计算量和样本需求都大大降低,能够满足实际操作。

#### 4 仿真实验与分析

采用仿真实验验证本文所提算法的有效性。仿真条件设置如下:采用TS-LFMCW波形,发射阵元数 $L=14$ ,脉冲重复周期 $T_r=0.25$  s,雷达工作频率 $f_c=11.208$  MHz,则海杂波正1阶Bragg峰多普勒频率 $f_B \approx 0.3415$  Hz;接收阵元数 $N=20$ ,发射脉冲数128个,相干积累时间 $CIT=32$  s;信号带宽40 kHz,发射阵元间距 $d_t$ 、接收阵元间距为 $d_r$ 均为半波长;在期望信号所在距离单元发生多模传播现象,假设存在4个传播模式,模式1为主选模式,模式2、模式3、模式4为多模SDC的传播模式,4个传播模式的DOD, DOA(均为与阵列法线方向的夹角)设置如表1所示,每个传播模式均包含正、负1阶海杂波,通过 $A_i \exp(j2\pi f_B t) + B_i \exp(-j2\pi f_B t)$ 来近似模拟, $A_i, B_i$ 为第 $i$ 个传播模式海杂波正、负1阶Bragg峰的幅度,电离层附加多普勒频偏分别为0.01 Hz, 0.20 Hz, -0.50 Hz, 0.40 Hz;模式2、模式3、模式4受到电离层非线性相位扰动,分别添加相位污染 $2 \sin(0.08\pi t)$ ,  $8 \sin(0.2\pi t)$ ,  $4 \sin(0.14\pi t)$ 。在模式1下添加一慢速运动目标,多普勒频率为-0.52 Hz,匹配滤波前添加复随机高斯白噪声,各路传播信号的杂噪比统一为0 dB,信杂比为-26 dB。

图3是利用SMI算法直接计算MVDR 2维权矢量得到的方向图,以及进行多模SDC抑制后的多普

表1 各传播模式的DOD, DOA(°)

传播模式	模式1	模式2	模式3	模式4
DOD	60	47	40	55
DOA	60	57	40	45

勒谱图,可以看到,直接计算MVDR权矢量进行波束形成收敛性差,方向图没有在主选模式方向保持一定的主瓣增益,反而多处出现栅瓣,这是因为训练样本数较少且训练样本数据包含主选模式期望信号所致,此时2维空域滤波后噪声基底仍然较高,且多模SDC抑制不彻底,强杂波存在一定程度的展宽,如图3(b)所示,慢速运动目标仍然不可见。

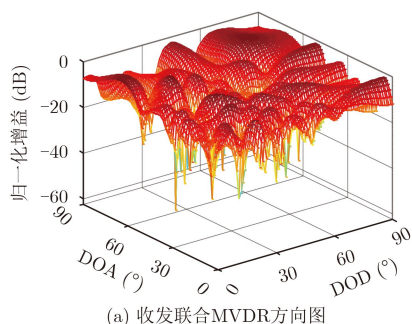
利用本文所提双迭代MVDR波束形成的多模SDC抑制算法,图4给出了SCNR和 $\gamma$ 随迭代次数的变化曲线,可以看到经5次迭代算法就快速收敛。图5是迭代1次和迭代5次的收发联合归一化方向图,表2是归一化方向图在4个传播模式处的增益值(100次仿真结果的平均值)。经比较后可以得到以下分析结果:

(1)1次迭代后的方向图主瓣展宽非常严重(图5(a)),近乎出现栅瓣且没有在主选模式方向保持最大增益,约存在8.5 dB的主选模式增益损失(表2),迭代5次后的方向图增益在主波束附近下降趋势更为明显,主选模式增益损失约为0.1 dB,这表明多次迭代后有利于主选模式增益最大化;

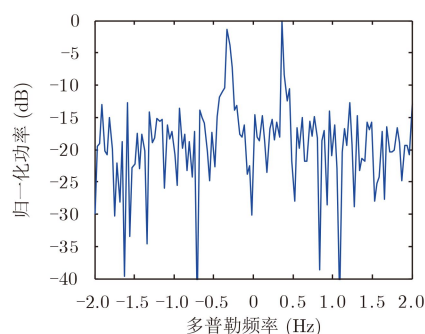
(2)相比于1次迭代,在多模SDC传播方向迭代5次后的零陷凹口更深(表2),空域杂波抑制能力更强,说明多次迭代更有利于对强多模SDC的抑制;

(3)相比于利用SMI算法直接计算MVDR 2维权矢量,本文所提算法在有限快拍下收敛性更强,得到的方向图更为稳定。

图6是多模SDC抑制后的多普勒谱图,1次迭代后残留多模SDC和噪声基底比较低,经5次迭代处理后不仅多模SDC抑制更为彻底(表2),噪声基底也进一步降低,多普勒谱图上的慢速目标得以凸



(a) 收发联合MVDR方向图



(b) 多模SDC抑制后的多普勒谱图

图3 MVDR波束形成收发联合方向图和多模SDC抑制后的多普勒谱图

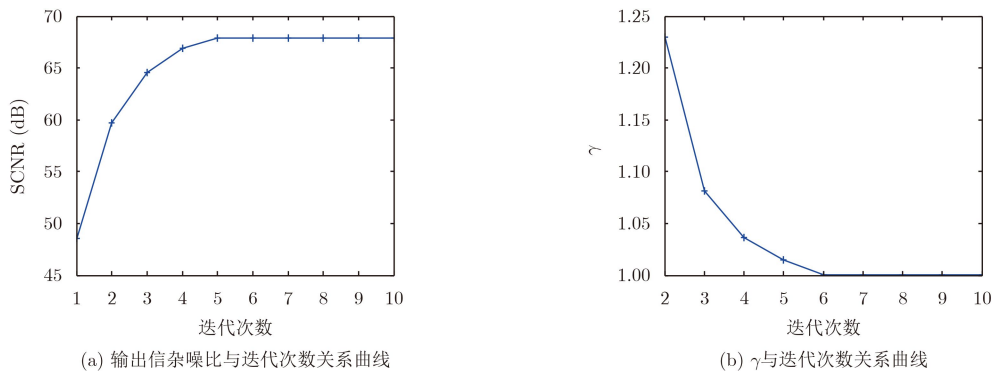


图 4 算法收敛随迭代次数的变化曲线

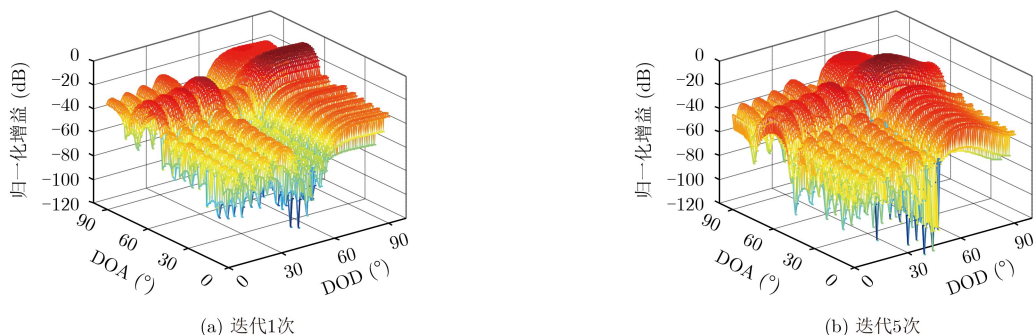


图 5 迭代MVDR波束形成收发联合方向图

表 2 各传播模式的归一化增益值(dB)

传播模式	模式1	模式2	模式3	模式4
迭代1次	-8.5	-55.1	-56.2	-52.8
迭代5次	-0.1	-81.7	-68.2	-63.1

显，这充分表明多次迭代有利于改善慢速舰船目标检测性能。

### 5 结束语

本文对用于MIMO-OTHR多模SDC抑制的双迭代MVDR波束形成器进行了研究。考虑到TS-LFMCW和STPC两种实验波形在有限CIT内提供的训练样本数目有限且包含主选模式期望信号，为

提高MVDR波束形成器的收敛性，减小计算量和样本需求，本文提出利用阻塞矩阵进行数据预处理，减小训练样本中的主选模式期望信号影响，并将 $L \times 1$ 维“发射-接收”2维权矢量优化分解为 $L \times 1$ 维发射权矢量和 $N \times 1$ 维接收权矢量，利用净化后的样本数据进行发射、接收MVDR权值的双迭代计算，进而恢复2维权矢量抑制多模SDC。分析结果表明：相比于直接利用SMI算法计算MVDR收发联合权矢量，基于双迭代的MVDR波束形成器算法收敛性更强，计算量更低，需要的样本数更少，适用于有限CIT内的MIMO-OTHR波形实验数据处理；相比于单次迭代，多次迭代主选模式增益损失进一步降低，多模SDC的抑制能力更强，空域

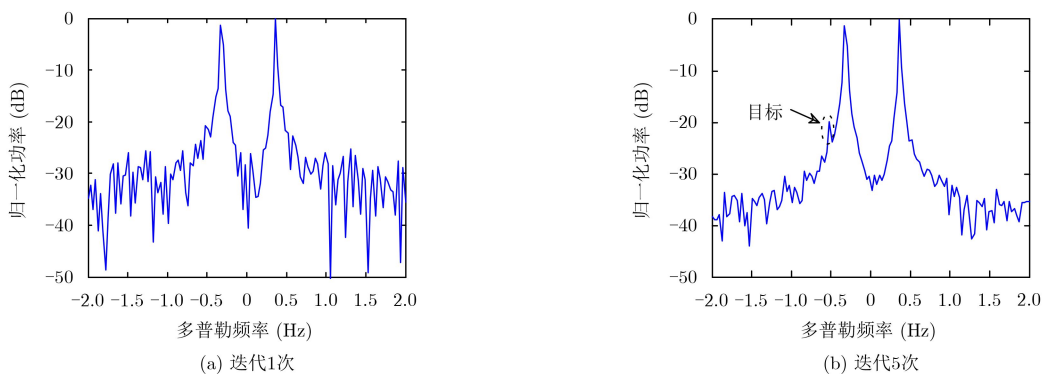


图 6 迭代MVDR波束形成多模SDC抑制后的多普勒谱图

滤波输出信号噪声基底也进一步降低,更有利于慢速舰船目标的检测。本文所提算法是在多模传播角度准确估计的前提下进行的,对导向矢量失配影响下的算法性能仍需进一步分析。另外,可考虑在其他非主选方向进行模式分离,以及进一步相位补偿和海杂波抑制处理,提高多普勒域目标检测性能。

### 参考文献

- [1] GUO Yueyu, XU Rongqing, and WEI Yinsheng. Spread-Doppler clutter mitigation based on ionospheric irregularity learning for skywave radar[C]. IEEE 13th International Conference on Signal Processing, Chengdu, China, 2016: 1651–1654. doi: [10.1109/ICSP.2016.7878108](https://doi.org/10.1109/ICSP.2016.7878108).
- [2] EARL G F and WARD B D. Frequency management support for remote sea-state sensing using the JINDALEE skywave radar[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1986, 11(2): 164–173. doi: [10.1109/JOE.1986.1145165](https://doi.org/10.1109/JOE.1986.1145165).
- [3] ANDERSON S J and ABRAMOVICH Y I. A unified approach to detection, classification, and correction of ionospheric distortion in HF sky wave radar systems[J]. *Radio Science*, 1998, 33(4): 1055–1067. doi: [10.1029/98RS00877](https://doi.org/10.1029/98RS00877).
- [4] 郭欣. 天波超视距雷达信号处理技术研究[D]. [博士论文], 南京理工大学, 2003.
- [5] 蔚娜, 李雪, 李铁成. 基于特征分解的多模杂波抑制方法[J]. *电波科学学报*, 2016, 31(1): 85–90. doi: [10.13443/j.cjors.2015021301](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2015021301).  
WEI Na, LI Xue, and LI Tiecheng. An eigenvalue decomposition based method for suppressing multi-mode clutter[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2016, 31(1): 85–90. doi: [10.13443/j.cjors.2015021301](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2015021301).
- [6] 李雪, 郭晓彤, 王岳松, 等. 基于已知传播模式数目的海杂波抑制方法研究[J]. *电波科学学报*, 2016, 31(4): 700–706. doi: [10.13443/j.cjors.2015110902](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2015110902).  
LI Xue, GUO Xiaotong, WANG Yuesong, *et al.* Sea clutter suppression algorithm based on ionospheric propagation mode number[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2016, 31(4): 700–706. doi: [10.13443/j.cjors.2015110902](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2015110902).
- [7] RIDDOLLS R. Comparison of linear and planar arrays for auroral clutter control in an over-the-horizon radar[C]. IEEE Radar Conference, Seattle, USA, 2017: 1153–1158. doi: [10.1109/RADAR.2017.7944378](https://doi.org/10.1109/RADAR.2017.7944378).
- [8] FRAZER G J, ABRAMOVICH Y I, and JOHNSON B A. Multiple-input multiple-output over-the-horizon radar: Experimental results[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2009, 3(4): 290–303. doi: [10.1049/iet-rsn.2008.0142](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2008.0142).
- [9] FRAZER G J. Experimental results for MIMO methods applied in over-the-horizon radar[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2017, 32(12): 52–69. doi: [10.1109/MAES.2017.170057](https://doi.org/10.1109/MAES.2017.170057).
- [10] JOHNSON B A and ABRAMOVICH Y I. Elevation filtering in wide-aperture HF skywave Radar[C]. IEEE Radar Conference, Boston, USA, 2007: 367–372. doi: [10.1109/RADAR.2007.374244](https://doi.org/10.1109/RADAR.2007.374244).
- [11] BILIK I, KAZANCI O, and KROLIK J. Wavefront adaptive sensing for radar spread clutter mitigation[C]. IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing, St Thomas, USA, 2007: 185–188. doi: [10.1109/CAMSAP.2007.4497996](https://doi.org/10.1109/CAMSAP.2007.4497996).
- [12] BILIK I, KAZANCI O, and KROLIK J. Radar clutter mitigation via space-time wavefront adaptive sensing[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Las Vegas, USA, 2008: 2589–2592. doi: [10.1109/ICASSP.2008.4518178](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2008.4518178).
- [13] 窦道祥, 李茂, 何子述. 基于稀疏重建的MIMO-OTH雷达多模杂波抑制算法[J]. *航空学报*, 2015, 36(7): 2310–2318. doi: [10.7527/S1000-6893.2015.0011](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2015.0011).  
DOU Daoxiang, LI Mao, and HE Zishu. Multi-mode clutter suppression algorithm of MIMO-OTH radar based on sparse reconstruction[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(7): 2310–2318. doi: [10.7527/S1000-6893.2015.0011](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2015.0011).
- [14] DOU Daoxiang, LI Mao, and HE Zishu. Multi-mode clutter suppression of multiple-input-multiple-output over-the-horizon radar based on blind source separation[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2015, 9(8): 956–966. doi: [10.1049/iet-rsn.2014.0302](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2014.0302).
- [15] RIDDOLLS R J, RAVAN M, and ADVE R S. Canadian HF over-the-horizon radar experiments using MIMO techniques to control auroral clutter[C]. IEEE Radar Conference, Washington, DC, USA, 2010: 718–723. doi: [10.1109/RADAR.2010.5494530](https://doi.org/10.1109/RADAR.2010.5494530).
- [16] 吕晖. 集中式MIMO雷达信号处理方法研究[D]. [博士论文], 西安电子科技大学, 2011.
- [17] REED I S, MALLETT J D, and BRENNAN L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 1974, AES-10(6): 853–863. doi: [10.1109/TAES.1974.307893](https://doi.org/10.1109/TAES.1974.307893).
- [18] 严韬, 陈建文, 鲍拯. 一种基于压缩感知的天波超视距雷达短时海杂波抑制方法[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(4): 945–952. doi: [10.11999/JEIT160576](https://doi.org/10.11999/JEIT160576).  
YAN Tao, CHEN Jianwen, and BAO Zheng. Sea clutter



- suppression method for over-the-horizon radar with short coherent integration time based on compressed sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(4): 945–952. doi: [10.11999/JEIT160576](https://doi.org/10.11999/JEIT160576).
- [19] ABRAMOVICH Y I, FRAZER G J, JOHNSON B A, *et al.* Iterative adaptive Kronecker receiver for MIMO over-the-horizon radar[C]. Proceedings of 6th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis, Salzburg, Austria, 2009: 22–27. doi: [10.1109/ISPA.2009.5297757](https://doi.org/10.1109/ISPA.2009.5297757).
- [20] STOICA P and SELEN Y. Cyclic minimizers, majorization techniques, and the expectation-maximization algorithm: A refresher[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2004, 21(1): 112–114. doi: [10.1109/MSP.2004.1267055](https://doi.org/10.1109/MSP.2004.1267055).
- 于文启: 男, 1990年生, 博士生, 研究方向为目标检测与识别、天波超视距雷达信号处理.
- 陈建文: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 从事天波超视距雷达信号处理、阵列信号处理等的研究.
- 李 雪: 男, 1981年生, 高级工程师, 研究方向为天波返回散射电离图模拟和判读以及电离层回波信号处理、雷达信号处理等.