

基于目标高度先验信息的多站时差无源定位方法

秦兆涛^① 王 俊^① 魏少明^{*①} 毕严先^② 魏子翔^①

^①(北京航空航天大学电子信息工程学院 北京 100191)

^②(中国电子科技集团电子科学研究院 北京 100041)

摘 要: 该文针对利用多站到达时差观测量的辐射源目标定位问题, 已知目标高度先验信息, 提出一种基于加权最小二乘的闭式高精度定位方法。近距离场景下, 可忽略地球曲率影响, 此时目标高度信息可等效为目标的1维坐标。基于该条件, 使用一种新的两步加权最小二乘算法实现对目标的定位解算。该算法不需要目标位置初始值估计, 无需迭代运算, 计算量较小。仿真表明: 利用目标高度先验信息可有效提高对目标的定位精度; 在观测量噪声为高斯噪声且功率较小时, 算法定位性能可达到克拉美罗界。

关键词: 无源定位; 到达时差; 目标高度; 定位精度; 克拉美罗界

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)09-2219-08

DOI: 10.11999/JEIT171231

Passive Localization Using TDOA Measurements from Multiple Sensors Based on Prior Knowledge of Target Altitude

QIN Zhaotao^① WANG Jun^① WEI Shaoming^① BI Yanxian^② WEI Zixiang^①

^①(School of Electronics and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

^②(Institute of Electronic Sciences, Chinese Electronics Technology Group Corporation, Beijing 100041, China)

Abstract: To solve the problem of radiant target localization using Time Difference Of Arrival (TDOA) measurements from multiple sensors, an algebraic closed-form method based on Weighted Least Squares (WLS) minimizations is proposed, with the priori knowledge of target altitude. In near distance scenario, neglecting the effect of earth curvature, the target altitude can be regarded as one-dimensional coordinate of the target. Based on this condition, the target position is solved by a new two-step WLS algorithm. It does not require initial solution guess, and is computationally attractive due to the non-iterative operation. Simulation results show that the target localization accuracy is greatly improved using target altitude, and the proposed method can reach Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) accuracy under small Gaussian measurement noise.

Key words: Passive localization; Time Difference Of Arrival (TDOA); Target altitude; Localization accuracy; Cramer-Rao Lower Bound (CRLB)

1 引言

无源定位技术应用广泛, 近几年得到了较快的发展, 不仅在雷达^[1]、声呐^[2]、导航^[3]等传统领域持续发挥作用, 而且在传感器网络^[4]、物联网^[5]等新兴的商业领域中得到了应用。从信号来源的角度讲, 可将目标分为辐射源目标和散射源目标: 对辐射源目标可进行双曲线定位^[6]; 对散射源目标定位需要借助外辐射源, 利用椭圆定位^[7-10]原理实现对

其定位。从定位过程的角度讲, 可将无源定位分为两步定位法^[6-10]和直接定位法^[11,12]: 前者首先估计观测量, 然后根据观测量信息对目标进行定位解算; 后者直接对采集的信号进行处理完成目标定位, 无需观测量估计过程, 但计算量较大。从观测量类型的角度讲, 可分为到达角度(Angle Of Arrival, AOA)^[13]、到达时差(Time Difference Of Arrival, TDOA)^[6,14]、到达频差(Frequency Difference Of Arrival, FDOA)^[15,16]和信号到达强度(Received Signal Strength, RSS)^[17]等。本文将基于两步定位过程, 对辐射源目标进行时差无源定位研究。

在获得时差观测量估计^[18]后, 通过求解观测量方程可得到目标的位置估计。但由于该观测量方程非线性且非凸, 所以不易求解。从20世纪70年代至

收稿日期: 2017-12-26; 改回日期: 2018-05-15; 网络出版: 2018-07-12

*通信作者: 魏少明 shaoming.wei@buaa.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61501011, 61501012, 61671035)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61501011, 61501012, 61671035)

今,很多文献都对该问题进行了深入研究。Foy^[19]和Torrieri^[20]通过1阶泰勒级数展开将非线性方程转化为线性方程,进行迭代运算获得目标位置估计,但该方法需要初始值估计,且存在定位发散问题。Schau等人^[21]提出了球面相交法(Spherical Intersecting, SX),该算法计算简单,可获得目标位置的解析解,正定条件下也可定位,但达不到最优估计。Chan和Ho^[6]提出了经典的两步加权最小二乘(Two Step Weighted Least Squares, TS-WLS)算法,通过引入冗余变量将非线性方程转化为伪线性方程,两次使用WLS估计完成对目标的定位解算,该算法为闭式解析算法,不需要迭代运算,在较小的观测量噪声下定位精度能达到克拉美罗界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)。

有些目标具有高度先验信息,如地面固定目标、海面目标或可用高度计测量的目标,但很少有文献展开对这种目标的定位研究。文献^[22]在考虑地球曲率的情况下,使用星载接收机,利用目标高度先验信息构建约束方程,引入拉格朗日乘子,通过1维牛顿搜索和高阶多项式求解获得目标位置估计,该方法需要迭代运算,计算量大,且存在解模糊问题。文献^[23]在不考虑地球曲率的情况下,推导了利用3站TDOA信息及辅助目标高度信息的辐射源定位方法,该方法将目标高度信息近似为目标1维坐标,进行定位降维处理,无需迭代运算,可得到目标位置的解析解,但定位性能在大部分几何构型下达不到最优。

本文研究在已知目标高度先验信息下的多站时差定位问题。近距离定位场景下,可忽略地球曲率影响,借鉴文献^[23]的处理思想,将目标高度先验信息近似为目标1维坐标,将对目标的3维坐标估计问题转化为对目标的2维坐标估计问题。基于此,借鉴文献^[10]的定位算法,本文提出了一种目标高度先验信息辅助下的高精度时差无源定位方法。该方法基于两步加权最小二乘算法:第1步引入冗余变量,将非线性方程伪线性化,得到目标位置的初始估计;第2步利用冗余变量与目标位置参数的约束关系,估计第1步WLS解的定位误差,进而改善目标位置估计。本文方法可获得目标位置的闭式解析解,不需要迭代运算,计算量较小。仿真实验表明:利用目标高度先验信息,可显著提升对目标的定位精度;在观测量噪声为高斯噪声且功率较小时,算法的定位性能可达到CRLB,且随着观测量噪声的增大,体现出较好的噪声鲁棒性。

本文结构如下:第1节为引言;第2节描述本文的定位场景;第3节为本文闭式算法的理论推导;

第4节中,为与本文方法进行定位性能比较,对文献^[6]的定位方法进行改进;第5节对CRLB进行分析;第6节对本文定位方法进行仿真实验验证;最后一节对全文进行总结。

2 定位场景

本文使用多个定位站对3维空间目标进行时差定位,定位场景如图1所示。在笛卡尔坐标系中,目标位置为 $\mathbf{u} = [x, y, z]^T$,定位站位置准确已知,表示为 $\mathbf{s}_i = [x_i, y_i, z_i]^T, i = 1, 2, \dots, M$ 。本文考虑近距离场景,忽略地球曲率的影响,对目标定位模型进行简化,使 x - y 平面与地/海平面重合,则目标高度 h 可等效为目标 z 坐标。因此,在目标高度信息先验已知的前提下,对空间目标的3维坐标估计可转化为对其2维坐标 x, y 的估计。

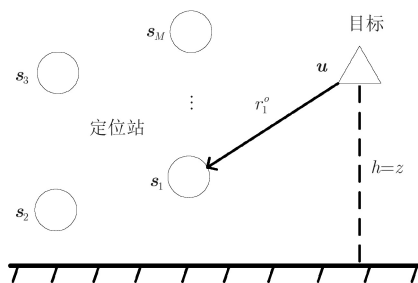


图1 目标定位场景

辐射源 \mathbf{u} 和定位站 \mathbf{s}_i 之间的距离可表示为

$$r_i^o = \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_i\| = \sqrt{(\mathbf{u} - \mathbf{s}_i)^T (\mathbf{u} - \mathbf{s}_i)} \quad (1)$$

式中, $\|\cdot\|$ 表示向量的2范数; $i = 1, 2, \dots, M$ 。将定位站 \mathbf{s}_1 作为参考站,则辐射源到定位站 \mathbf{s}_i 与参考站的距离差为

$$r_{i1}^o = r_i^o - r_1^o = c \cdot t_{i1}^o, \quad i = 2, 3, \dots, M \quad (2)$$

式中, t_{i1}^o 为目标到定位站 \mathbf{s}_i 和 \mathbf{s}_1 之间的TDOA; r_{i1}^o 为对应的距离差(Range Difference Of Arrival, RDOA); c 为信号传播速度。 M 个定位站会产生 $M - 1$ 个TDOAs或RDOAs。在本文中,不区分使用TDOA和RDOA。

实际测量中, RDOA观测量会含有量测误差,可用式(3)噪声模型表示:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^o + \Delta \mathbf{r} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{r} = [r_{21} \quad r_{31} \quad \dots \quad r_{M1}]^T$ 为RDOA量测值; $\mathbf{r}^o = [r_{21}^o \quad r_{31}^o \quad \dots \quad r_{M1}^o]^T$ 为对应的真实值; $\Delta \mathbf{r} = [\Delta r_{21} \quad \Delta r_{31} \quad \dots \quad \Delta r_{M1}]^T$ 为RDOA量测误差向量,并假设为零均值高斯噪声,且具有协方差矩阵 \mathbf{Q} 。

将RDOA观测量代入式(2),并将 r_1^o 移到方程

左侧，对两边平方，整理可得RDOA观测方程。

$$2r_i^o \Delta r_{i1} = r_{i1}^2 + \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - 2(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_i)^T \mathbf{u} + 2r_{i1} r_1^o \quad (4)$$

式(4)已忽略观测误差的2阶项，在观测量噪声较小的前提下成立。将目标高度先验信息 h 代入式(4)可得

$$2r_i^o \Delta r_{i1} = r_{i1}^2 + \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - 2(z_1 - z_i)h - 2(\bar{\mathbf{s}}_1 - \bar{\mathbf{s}}_i)^T \bar{\mathbf{u}} + 2r_{i1} r_1^o \quad (5)$$

式中， $\bar{\mathbf{s}}_i = [x_i \ y_i]^T, i = 1, 2, \dots, M; \bar{\mathbf{u}} = [x \ y]^T$ 。

在本文中，对目标的无源定位问题可描述为：已知RDOA观测量、定位站位置及目标高度等先验信息，尽可能准确地估计目标位置，完成对目标的高精度定位。但上述方程对 $\bar{\mathbf{u}}$ 非线性，不易求解，使用本文算法可有效解决该问题。

3 定位方法

本文采用两步处理法解决该定位问题：第1步，引入冗余变量将观测方程线性化，使用加权最小二乘算法获得目标位置的初始估计；第2步，利用目标位置参数与冗余变量的约束关系，估计第1步WLS解的定位误差，获得优化的最终目标位置估计。

3.1 第1步处理

$M-1$ 个RDOAs对应 $M-1$ 个观测量方程，可用式(6)矩阵方程组表示：

$$\mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r} = \mathbf{h}_1 - \mathbf{G}_1 \boldsymbol{\theta}_1^o \quad (6)$$

式中， \mathbf{h}_1 为 $M-1$ 维列向量，第 $i-1$ 个元素可表示为 $r_{i1}^2 + \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - 2(z_1 - z_i)h$ ； \mathbf{G}_1 为 $(M-1) \times 3$ 维矩阵，第 $i-1$ 行可表示为 $2[(\bar{\mathbf{s}}_1 - \bar{\mathbf{s}}_i)^T \ -r_{i1}]$ ；

$\boldsymbol{\theta}_1^o = [\bar{\mathbf{u}}^T \ r_1^o]^T$ ； $\mathbf{B}_1 = 2 \text{diag}\{r_2^o \ r_3^o \ \dots \ r_M^o\}$ 。

式(6)对 $\boldsymbol{\theta}_1^o$ 线性，可使用加权最小二乘算法，则 $\boldsymbol{\theta}_1^o$ 的WLS解为

$$\boldsymbol{\theta}_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_1 \quad (7)$$

式中， \mathbf{W}_1 为加权矩阵，最大似然意义下可表示为 $\mathbf{W}_1 = \text{cov}^{-1}(\mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r}) = (\mathbf{B}_1 \mathbf{Q} \mathbf{B}_1^T)^{-1}$ 。

因此，可获得目标位置的初始估计： $\hat{\mathbf{u}}_1 = [\boldsymbol{\theta}_1(1:2)^T \ h]^T$ 。此外，对第1步WLS解进行误差分析，当观测量噪声较小时， $\boldsymbol{\theta}_1$ 渐进无偏，因此 $\boldsymbol{\theta}_1$ 的协方差矩阵^[6,15]可表示为

$$\text{cov}(\boldsymbol{\theta}_1) = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \quad (8)$$

由于 \mathbf{B}_1 中含有未知距离参量 r_i^o ，故在算法实现过程中最优加权矩阵 \mathbf{W}_1 无法构建，可先假设

\mathbf{B}_1 为单位矩阵，得到目标位置初值，进而计算 \mathbf{B}_1 构建准确的加权矩阵，完善辐射源位置估计。该过程可进行迭代运算，一般迭代3次即可获得合适的加权矩阵。

3.2 第2步处理

第1步WLS解中含有冗余变量 r_1^o ，由于 r_1^o 与辐射源位置参数存在式(1)约束关系，所以第1步WLS定位解并非最优。在算法第2步处理中，利用该约束关系可进一步改善对目标的定位精度。

第1步WLS解设为 $\boldsymbol{\theta}_1 = [\hat{\mathbf{u}}^T \ \hat{r}_1]^T$ ，估计误差为 $\Delta \boldsymbol{\theta}_1 = [\Delta \bar{\mathbf{u}}^T \ \Delta r_1]^T$ 。根据式(1)所示的约束关系，可写为 $(\mathbf{u} - \mathbf{s}_1)^T (\mathbf{u} - \mathbf{s}_1) = r_1^{o2}$ ，代入目标高度信息，可得

$$(\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1)^T (\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) = r_1^{o2} - (h - z_1)^2 \quad (9)$$

在式(9)中代入第1步WLS解 $\boldsymbol{\theta}_1$ 及估计误差 $\Delta \boldsymbol{\theta}_1$ ，并忽略2阶误差项，整理可得

$$2\hat{r}_1 \Delta r_1 = \hat{r}_1^2 - (h - z_1)^2 - (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1)^T (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) + 2(\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1)^T \Delta \bar{\mathbf{u}} \quad (10)$$

在TDOA观测量误差较小时，第1步WLS解近似无偏，估计误差 $\Delta \bar{\mathbf{u}}$ 均值为零，因此可写为

$$\Delta \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0}_2 + \Delta \bar{\mathbf{u}} \quad (11)$$

式中， $\mathbf{0}_2$ 为2维全零列向量。由式(10)，式(11)，可构建矩阵方程组：

$$\mathbf{B}_2 \Delta \boldsymbol{\theta}_1 = \mathbf{h}_2 - \mathbf{G}_2 \boldsymbol{\theta}_2^o \quad (12)$$

式中，

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h}_2 &= \left[\begin{array}{c} \mathbf{0}_2 \\ \hat{r}_1^2 - (h - z_1)^2 - (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1)^T (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \end{array} \right] \\ \mathbf{G}_2 &= \left[\begin{array}{c} -\mathbf{I}_2 \\ -2(\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1)^T \end{array} \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

且， $\boldsymbol{\theta}_2^o = \Delta \bar{\mathbf{u}}$ ， $\mathbf{B}_2 = \text{diag}\{1_2^T \ 2r_1^o\}$ 。

对式(13)使用加权最小二乘算法，则第2步WLS解可表示为

$$\boldsymbol{\theta}_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{h}_2 \quad (14)$$

式中， \mathbf{W}_2 为加权矩阵，最大似然意义下可表示为 $\mathbf{W}_2 = [\mathbf{B}_2 \text{cov}(\boldsymbol{\theta}_1) \mathbf{B}_2^T]^{-1}$ ，其中 $\text{cov}(\boldsymbol{\theta}_1)$ 由式(8)得到。

因此，通过本文方法得到的目标的最终位置估计可表示为

$$\hat{\mathbf{u}}_2 = [(\hat{\mathbf{u}} - \boldsymbol{\theta}_2)^T \ h]^T \quad (15)$$

注意到，在求解加权矩阵 \mathbf{W}_2 时，需要目标的真实位置，可用第1步WLS解代替。

4 改进的TS-WLS方法

在本节中, 引入目标的高度先验信息, 改进传统的TS-WLS^[6]时差无源定位方法, 与本文方法进行定位性能比较, 从而体现本文方法定位性能的优越性。改进的TS-WLS算法也采用两步处理法解决定位问题, 其中第1步处理过程与本文提出的方法相同, 在此不再赘述, 第2步中对目标位置参数与冗余变量的约束关系的处理方式不同。

如前所述, 第1步WLS解设为 $\theta_1 = [\hat{\mathbf{u}}^T \ \hat{r}_1]^T$, 估计误差为 $\Delta\theta_1 = [\Delta\hat{\mathbf{u}}^T \ \Delta r_1]^T$, 则

$$\begin{aligned} & (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \\ &= (\hat{\mathbf{u}} - \Delta\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \Delta\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \\ &= (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) - 2(\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \\ & \quad \odot \Delta\hat{\mathbf{u}} + \Delta\hat{\mathbf{u}} \odot \Delta\hat{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (16)$$

式中, \odot 表示Schur积。在观测误差较小时, 可忽略2阶误差项 $\Delta\hat{\mathbf{u}} \odot \Delta\hat{\mathbf{u}}$, 则式(16)可简化为

$$\begin{aligned} 2(\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot \Delta\hat{\mathbf{u}} &\simeq (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \\ &\quad - (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \end{aligned} \quad (17)$$

类似地, 关于冗余变量, 有表达式 $r_1^{o2} = (\hat{r}_1 - \Delta r_1)^2 = \hat{r}_1^2 - 2\hat{r}_1 \Delta r_1 + \Delta r_1^2$ 成立, 忽略2阶误差项 Δr_1^2 , 且式(1)所示的约束关系可转化为 $r_1^{o2} = \mathbf{1}_2^T (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) + (h - z_1)^2$, 代入冗余变量表达式, 将其简化为

$$2\hat{r}_1 \Delta r_1 \simeq \hat{r}_1^2 - (h - z_1)^2 - \mathbf{1}_2^T (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \quad (18)$$

式中, $\mathbf{1}_2$ 表示2维全1列向量。

因此, 根据式(17), 式(18), 可构建矩阵方程组:

$$\mathbf{B}_2 \Delta\theta_1 = \mathbf{h}_2 - \mathbf{G}_2 \theta_2^o \quad (19)$$

式中,

$$\mathbf{h}_2 = \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \\ \hat{r}_1^2 - (h - z_1)^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{1}_2^T \end{bmatrix} \quad (20)$$

且 $\theta_2^o = (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1)$, $\mathbf{B}_2 = 2\text{diag}\{(\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1)^T \ r_1^o\}$, \mathbf{I}_2 表示2阶单位矩阵。

使用加权最小二乘算法求解式(19), 则第2步WLS解为

$$\theta_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{h}_2 \quad (21)$$

式中, \mathbf{W}_2 为加权矩阵, 最大似然意义下可表示为 $\mathbf{W}_2 = [\mathbf{B}_2 \text{cov}(\theta_1) \mathbf{B}_2^T]^{-1}$, 其中 $\text{cov}(\theta_1)$ 见式(8)。

因此, 通过改进的TS-WLS方法得到的目标最终位置估计可表示为

$$\hat{\mathbf{u}}_2 = \left[\left(\text{diag} \{ \text{sgn}(\hat{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{s}}_1) \} \sqrt{\theta_2} + \bar{\mathbf{s}}_1 \right)^T \ h \right]^T \quad (22)$$

式中, sgn 为符号函数, 使最终位置估计与第1步WLS解符号保持一致, 消除了平方根运算的符号模糊。

在求解加权矩阵 \mathbf{W}_2 时, 需要目标的真实位置, 可用第1步WLS解代替。

5 CRLB推导

CRLB可衡量确定性参数估计的有效性, 是无偏估计所能获得的最小方差^[20]。CRLB为Fisher信息矩阵 \mathbf{J} 的逆, 可通过运算先验似然函数获得, 即

$$\begin{aligned} \text{CRLB}(\mathbf{u}) &= \mathbf{J}^{-1} \\ &= \left\{ E \left[\left(\frac{\partial \ln p(\mathbf{r} | \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right) \left(\frac{\partial \ln p(\mathbf{r} | \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \right] \Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}^o} \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (23)$$

式中, \mathbf{u} 为所估计参数向量; \mathbf{u}^o 为所估计参数的真值; \mathbf{r} 为RDOA观测量; $p(\mathbf{r} | \mathbf{u})$ 为先验似然函数, 可表示为^[6]

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r} | \mathbf{u}) &= \frac{1}{2\pi^{(M-1)/2} |\mathbf{Q}|^{1/2}} \\ &\quad \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^o)^T \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{r}^o) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

式中, \mathbf{r}^o 为RDOA真值, 是目标位置参数的函数; \mathbf{Q} 为RDOA观测量协方差矩阵。

将式(24)代入式(23)中, 经计算可得CRLB的最终表达式为

$$\text{CRLB}(\mathbf{u}) = \left\{ \frac{\partial \mathbf{r}^o}{\partial \mathbf{u}} \mathbf{Q}^{-1} \frac{\partial \mathbf{r}^o}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}^o} \right\}^{-1} \quad (25)$$

式中, $\mathbf{u} = [x \ y \ z]^T$; $\partial \mathbf{r}^o / \partial \mathbf{u} = [\partial \mathbf{r}^o / \partial x \ \partial \mathbf{r}^o / \partial y \ \partial \mathbf{r}^o / \partial z]$, $\partial \mathbf{r}^o / \partial x = [\partial r_{21}^o / \partial x \ \partial r_{31}^o / \partial x \ \dots \ \partial r_{M1}^o / \partial x]^T$, $\partial r_{i1}^o / \partial x = (x - x_i) / r_i^o - (x - x_1) / r_1^o$, 同理可得 $\partial \mathbf{r}^o / \partial y$ 和 $\partial \mathbf{r}^o / \partial z$ 。

在本文中, 由于辐射源高度先验信息已知, 且以 z 坐标形式呈现, 故 $\partial \mathbf{r}^o / \partial \mathbf{u}$ 可简化为 $[\partial \mathbf{r}^o / \partial x \ \partial \mathbf{r}^o / \partial y]$ 。与未利用目标高度先验信息的3维坐标定位CRLB(特指CRLB矩阵的迹)相比, 本文定位场景中的CRLB更小, 减小的部分即为使用目标高度先验信息所提升的目标定位精度, 可通过仿真来定量描述目标定位精度的提升, 具体见第6节仿真分析。

6 仿真实验

为评估与比较本文算法的定位性能, 本节进行以下两个方面的仿真: 仿真1, 4定位站配置, 3维

(3D)定位算法(即未利用目标高度信息)无法定位,从而验证本文算法的适用性;仿真2,6定位站配置,探究本文算法较其他定位算法的定位性能优势。

仿真1 4定位站配置

本仿真采用4定位站(s1-s4)进行仿真研究,定位站位置如表1所示,远场目标位置为 $\mathbf{u} = [2000 \ 2500 \ 3000]^T$,近场目标位置为 $\mathbf{u} = [600 \ 650 \ 550]^T$,定位几何构型如图2(a)所示(图中只标注了近场目标)。RDOA观测量为真值叠加一定强度的零均值高斯噪声,协方差矩阵结构为 $\sigma_n^2 \mathbf{R}$, σ_n^2 为观测量噪声功率, \mathbf{R} 为对角元素为1其余元素为0.5的对称矩

定位站	s1	s2	s3	s4	s5	s6
$x(m)$	300	300	350	-100	400	200
$y(m)$	100	500	200	-100	150	-300
$z(m)$	150	200	100	-100	100	-200

阵。目标定位性能用均方根误差(RMSE)表征, $RMSE(\mathbf{u}) = 10 \lg \sqrt{\sum_{l=1}^L \|\mathbf{u}_l - \mathbf{u}\|^2 / L}$ dB, 其中 \mathbf{u}_l 表示第 l 次蒙特卡洛仿真实验的目标位置估计值, $L = 5000$ 表示蒙特卡洛仿真实验的次数。

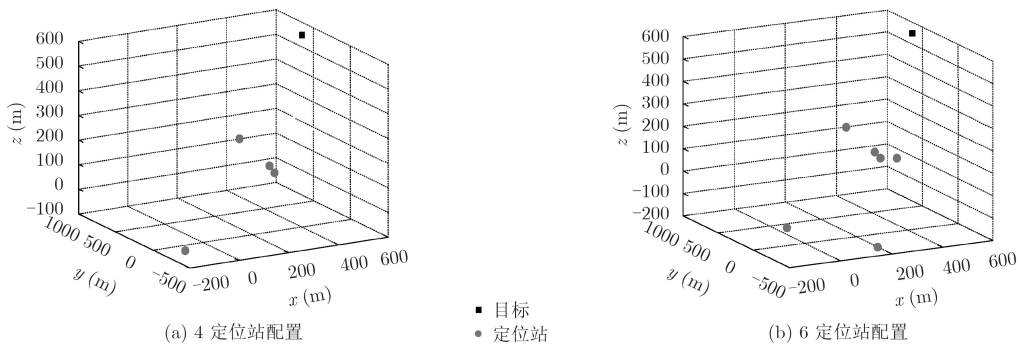


图2 定位站-目标几何构型

使用4定位站对近场目标的定位仿真结果如图3所示,横坐标表示RDOA观测量噪声功率,纵坐标表示目标定位估计RMSE。图中“3D”表明未使用目标高度先验信息下的定位,由于SX算法适用于正定情况,故在4定位站下可实现定位。图中“1998-SX”表示1998年杨林所提算法^[23]。

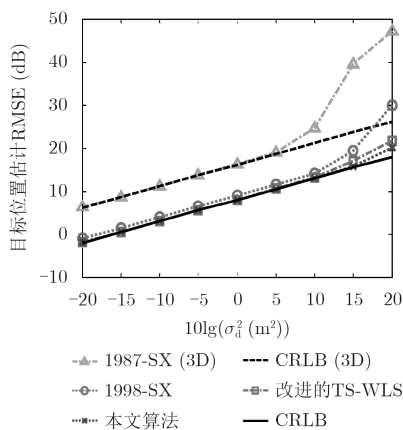


图3 4定位站配置对近场目标的定位

从图3可以看出,在目标高度先验信息辅助下,相比于“1987-SX(3D)”算法,“1998-SX”算法、改进的TS-WLS算法及本文算法均对目标的定位精度有较大改善,在噪声功率低于5 dB时,定位精度可改善约7 dB。其中,“1998-SX”算法定

位性能达不到最优估计,即定位精度达不到CRLB,即使在噪声功率较小的范围内。作为比较,在一定的噪声功率范围内,本文算法及改进的TS-WLS算法定位精度均可以达到CRLB,但随着噪声功率的增大,两算法体现出不同的噪声鲁棒性:当噪声功率约为10 dB时,改进的TS-WLS算法开始偏离CRLB;当噪声功率约为15 dB时,本文算法开始偏离CRLB。可见,本文算法的定位性能不仅能达到CRLB,而且噪声鲁棒性较好。

图4为4定位站配置下对远场目标的定位仿真结果。在相同的布站及噪声功率下,对远场目标的定

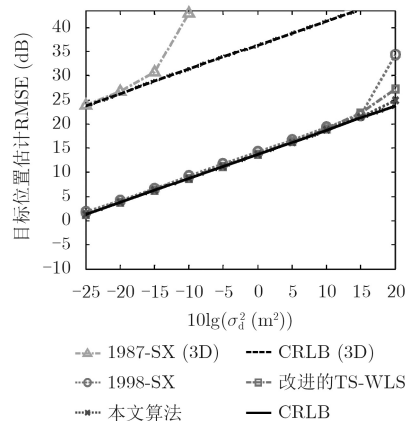


图4 4定位站配置对远场目标的定位

位性能一般比近场目标的定位性能差。由图4可见,在噪声功率低于-20 dB时,使用目标高度先验信息对目标定位精度的提升可达到约23 dB,且随着噪声功率的增大,提升幅度愈加显著。在观测量噪声功率大于-15 dB时,“1987-SX(3D)”算法发生门限效应,定位精度迅速偏离CRLB,此时本文算法的定位性能仍能达到CRLB。“1998-SX”算法定位性能仍达不到最优估计(图4放大可明显看出),改进的TS-WLS算法虽然在噪声功率低于10 dB时,定位性能达到最优,但在噪声功率高于15 dB时,定位精度不如本文算法。

仿真2 6定位站配置

本仿真采用6定位站(s1-s6)进行仿真研究,定位站位置如表1所示,定位几何构型如图2(b)所示(图中只标注了近场目标),其它仿真条件同仿真1。在6定位站配置且不使用目标高度先验信息下,3D定位算法可对目标进行定位,用“TS-WLS(3D)”表示经典传统的TS-WLS算法^[6],其它表示同仿真1。

使用6定位站对近场目标的定位仿真结果如图5

所示。由图5(a)可知,在未利用目标高度先验信息情况下,当噪声功率低于15 dB时,“TS-WLS(3D)”定位算法可实现对目标的有效定位,定位精度可达到CRLB。当利用目标高度先验信息后,本文算法及改进的TS-WLS算法均对目标的定位精度有显著改善,约7 dB;但“1998-SX”算法定位性能较差,不仅定位精度达不到CRLB,而且对目标的定位精度几乎没有改善,与未使用目标高度先验信息时的定位性能相同。在噪声功率小于20 dB时,本文算法与改进的TS-WLS算法定位性能均可以达到最优,但由图5(b)可知,在噪声功率较大时,本文算法的定位性能优于改进的TS-WLS算法。

使用6定位站对远场目标的定位仿真结果如图6所示。由图6(a)可知,当噪声功率低于-5 dB时,“TS-WLS(3D)”定位算法可以达到CRLB。当利用目标高度先验信息后,本文算法及改进的TS-WLS对目标的定位精度均有较大改善,可改善约14.5 dB;虽然“1998-SX”定位算法对目标的定位精度也有12.5 dB左右的改善,但为次优估计,定位精度达

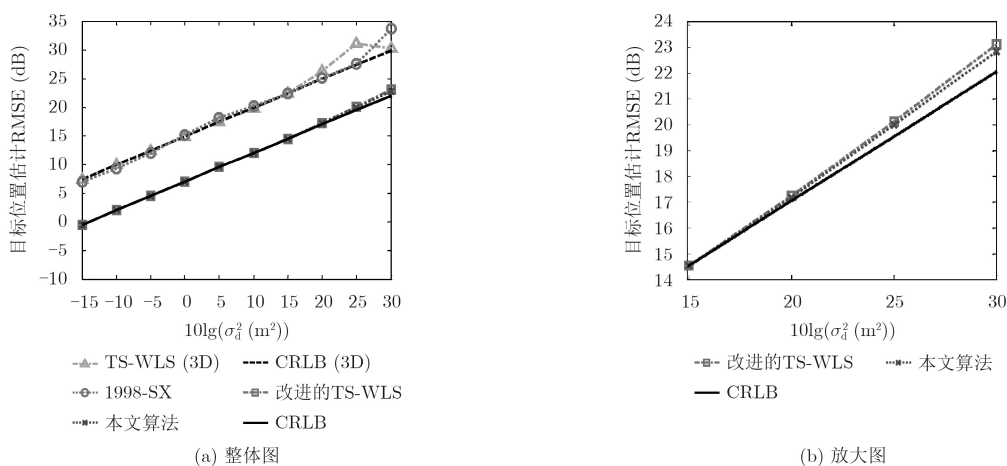


图5 6定位站配置对近场目标的定位

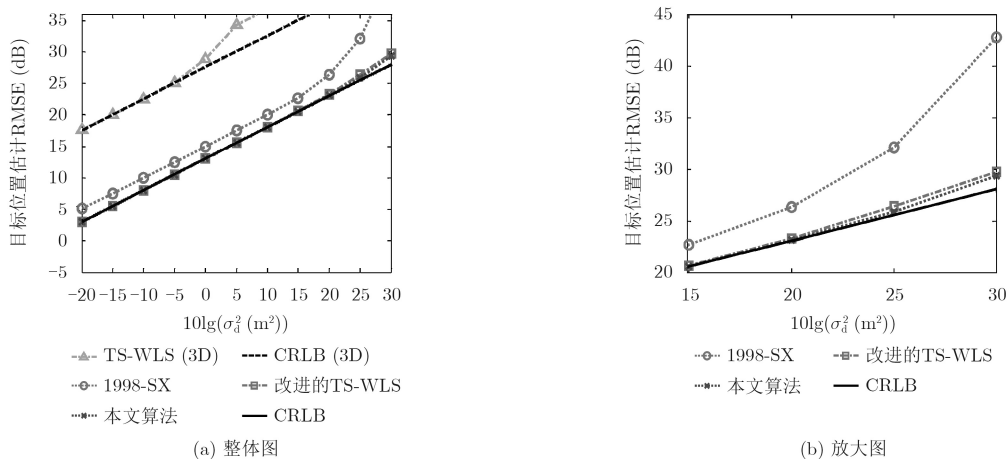


图6 6定位站配置对远场目标的定位

不到CRLB。在噪声功率小于20 dB时, 本文算法与改进的TS-WLS算法定位性能均可以达到最优, 但由图6(b)可知, 在噪声功率较大时, 本文算法的定位性能优于改进的TS-WLS算法。

此外, 比较图3和图5, 在增加了2个定位站(s4, s5)后, 在相同的观测量噪声功率下, 使用本文算法可改善对近场目标的定位精度, 且极大提高了噪声鲁棒性, 推迟了门限效应的发生; 比较图4和图6, 对远场目标的定位也可以得到相同的结论。可见, 增加定位站数量可提高对目标的定位性能。

7 结论

基于两步加权最小二乘算法, 利用目标高度先验信息, 本文提出了一种闭式高精度的时差无源定位方法。使用本文方法可获得目标位置的解析解, 不需要目标位置初始值估计和迭代运算, 计算量较小。

仿真实验表明: (1)在目标高度先验信息辅助下, 本文算法在4定位站配置下也可完成对目标的有效定位; (2)引入目标高度先验信息可大幅提升对目标的定位精度; (3)本文算法可实现对近场、远场目标的高精度最优定位, 在低观测量噪声下, 定位性能可以达到CRLB; (4)随着观测量噪声的增大, 较改进的TS-WLS算法, 本文算法体现出较好的噪声鲁棒性。

参 考 文 献

- [1] ALI N and MOHAMMAD A S. Target localization in multistatic passive radar using SVD approach for eliminating the nuisance parameters[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(4): 1660–1671. doi: [10.1109/TAES.2017.2669558](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2669558).
- [2] LIU Y, YANG L, and HO K C. Moving target localization in multistatic sonar using time delays, Doppler shifts and arrival angles[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, New Orleans, USA, 2017: 3399–3403.
- [3] VADIM I, PINI G, EHUD R, et al. Real-time vision-aided localization and navigation based on three-view geometry[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(3): 2239–2259. doi: [10.1109/TAES.2012.6237590](https://doi.org/10.1109/TAES.2012.6237590).
- [4] NGUYEN T L T, SEPTIER F, RAJAONA H, et al. A Bayesian perspective on multiple source localization in wireless sensor networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(7): 1684–1699. doi: [10.1109/TSP.2015.2505689](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2505689).
- [5] DIGIAMPAOLO E and MARTINELLI F. A passive UHF-RFID system for the localization of an indoor autonomous vehicle[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(10): 3961–3970. doi: [10.1109/TIE.2011.2173091](https://doi.org/10.1109/TIE.2011.2173091).
- [6] CHAN Y T and HO K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(8): 1905–1915. doi: [10.1109/78.301830](https://doi.org/10.1109/78.301830).
- [7] ROUHOLLAH A and FERREDOON B. An efficient weighted least squares estimator for elliptic localization in distributed MIMO radars[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(6): 902–906. doi: [10.1109/LSP.2017.2697500](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2697500).
- [8] ROUHOLLAH A, FERREDOON B, and HOJATOLLAH Z. Asymptotically efficient target localization from bistatic range measurements in distributed MIMO radars[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(3): 299–303. doi: [10.1109/LSP.2017.2660545](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2660545).
- [9] RUI Liyang and HO K C. Elliptic localization: performance study and optimum receiver placement[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(18): 4673–4688. doi: [10.1109/TSP.2014.2338835](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2338835).
- [10] LIU Y, YANG L, and HO K C. Moving target localization in multistatic sonar by differential delays and Doppler shifts[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2016, 23(9): 1160–1164. doi: [10.1109/LSP.2016.2582043](https://doi.org/10.1109/LSP.2016.2582043).
- [11] ANTHONY J W. Direct position determination of narrowband radio frequency transmitters[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(5): 513–516. doi: [10.1109/LSP.2004.826501](https://doi.org/10.1109/LSP.2004.826501).
- [12] 冯奇, 曲长文, 周强. 多运动站异步观测条件下的直接定位算法[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(2): 417–422. doi: [10.11999/JEIT160314](https://doi.org/10.11999/JEIT160314).
- [13] MOTTI G and ANTHONY J W. Performance analysis of bearing-only target location algorithms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(3): 817–828. doi: [10.1109/7.256302](https://doi.org/10.1109/7.256302).
- [14] 周龙健, 罗景青, 孔辉. 基于虚拟时差的运动阵列空间无源定位算法[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(7): 1759–1763. doi: [10.11999/JEIT160860](https://doi.org/10.11999/JEIT160860).
- [15] ZHOU Longjian, LUO Jingqing, and KONG Hui. A passive location algorithm based on the virtual TDOAs of moving array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(7): 1759–1763. doi: [10.11999/JEIT160860](https://doi.org/10.11999/JEIT160860).
- [15] HO K C and XU Wenwei. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*,

- 2004, 52(9): 2453–2463. doi: [10.1109/TSP.2004.831921](https://doi.org/10.1109/TSP.2004.831921).
- [16] 房嘉奇, 冯大政, 李进. 稳健收敛的时差频差定位技术[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(4): 798–803. doi: [10.11999/JEIT140560](https://doi.org/10.11999/JEIT140560).
- FANG Jiaqi, FENG Dazheng, and LI Jin. A robustly convergent algorithm for source localization using time difference of arrival and frequency difference of arrival[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 798–803. doi: [10.11999/JEIT140560](https://doi.org/10.11999/JEIT140560).
- [17] SO H C and LIN Lanxin. Linear least squares approach for accurate received signal strength based source localization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 4035–4040. doi: [10.1109/TSP.2011.2152400](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2152400).
- [18] SEYMOUR S. Differential delay/Doppler ML estimation with unknown signals[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(8): 2717–2719. doi: [10.1109/78.229901](https://doi.org/10.1109/78.229901).
- [19] FOY W H. Position-location solution by Taylor-series estimation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1976, 12(2): 187–194. doi: [10.1109/TAES.1976.308294](https://doi.org/10.1109/TAES.1976.308294).
- [20] TORRIERI D J. Statistical theory of passive location systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1984, 20(2): 183–198. doi: [10.1109/TAES.1984.310439](https://doi.org/10.1109/TAES.1984.310439).
- [21] SCHAU H C and ROBINSON A Z. Passive source localization employing intersecting spherical surfaces from time-of-arrival differences[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1987, 35(8): 1223–1225. doi: [10.1109/TASSP.1987.1165266](https://doi.org/10.1109/TASSP.1987.1165266).
- [22] HO K C and CHAN Y T. Geolocation of a known altitude object from TDOA and FDOA measurements[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(3): 770–782. doi: [10.1109/7.599239](https://doi.org/10.1109/7.599239).
- [23] 杨林, 周一宇, 徐晖, 等. 利用三站TDOA及辅助高度信息的空间目标二维定位方法及误差分析[J]. 电子学报, 1998, 26(12): 71–74. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.1998.12.016](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.1998.12.016).
- YANG Lin, ZHOU Yiyu, XU Hui, et al. Passive location and error analysis using TDOA and aided height information by three stations[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1998, 26(12): 71–74. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.1998.12.016](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.1998.12.016).
- 秦兆涛: 男, 1989 年生, 博士生, 研究方向为无源定位、雷达信号处理等.
- 王 俊: 男, 1972 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、数字信号实时处理等.
- 魏少明: 男, 1985 年生, 博士, 讲师, 研究方向为目标跟踪、雷达散射中心提取、目标3维重构等.
- 毕严先: 男, 1988 年生, 博士, 工程师, 研究方向为雷达目标成像、无源定位、数据融合等.
- 魏子翔: 男, 1987 年生, 博士, 研究方向为扩频信号处理、DOA估计、数据融合等.