

角闪烁下基于变分贝叶斯-交互式多模型的目标跟踪

许红^① 袁华东^{*②} 谢文冲^② 刘维建^② 王永良^②

^①(海军工程大学 武汉 430033)

^②(空军预警学院 武汉 430019)

摘要: 开展角闪烁噪声下的目标跟踪研究对提升传感器的探测性能具有重要意义, 其中角闪烁噪声具有的分布未知和非平稳特性是长期困扰研究者的难点。针对该问题, 该文首先给出角闪烁下基于变分贝叶斯参数学习的跟踪滤波理论框架。其次, 提出一种联合估计运动状态和闪烁噪声分布的变分贝叶斯-交互式多模型(VB-IMM)算法, 该算法通过设计多个并行的跟踪模型处理角闪烁的跟踪问题, 同时利用变分贝叶斯方法实现闪烁噪声分布参数的在线学习, 并反馈给跟踪模型, 实时调整跟踪模型参数。最后, 设计了仿真实验对算法在闪烁噪声分布未知和非平稳条件下的跟踪性能进行了验证, 同时对算法的计算复杂度进行了仿真分析。仿真结果表明, 在量测噪声分布未知和非平稳条件下, VB-IMM具有较高的跟踪精度, 且算法复杂度较小, 易于实现。

关键词: 目标跟踪; 角闪烁噪声; 非平稳; 变分贝叶斯; 交互式多模型

中图分类号: TN953

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)07-1583-08

DOI: 10.11999/JEIT171025

Variational Bayesian-interacting Multiple Model Tracking Filter with Angle Glint Noise

XU Hong^① YUAN Huadong^② XIE Wenchong^② LIU Weijian^② WANG Yongliang^②

^①(Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

^②(Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: Research on target tracking with glint noise is important to improve detection performance of sensor, in which the glint noise's unknown distribution and non-stationary property puzzle researchers for a long time. In order to solve this problem, the tracking theoretical framework of variational Bayesian parameter learning with glint noise is firstly introduced. Then, a novel algorithm called Variational Bayesian-Interacting Multiple Model (VB-IMM) is proposed to estimate the system states as well as the unknown glint noise's distribution. The proposed algorithm designs a bank of tracking filters in parallel with different measurement noise. Moreover, the algorithm utilizes variational Bayesian method to learn distribution parameters of the glint noise online and feed these parameters back to the tracking filters to revise the filters. In order to validate the performance of this algorithm, comparative experiments are carried out from two aspects of tracking accuracy and computational complexity. Simulation results verify good performance of tracking error and low computational complexity of the proposed algorithm.

Key words: Target tracking; Angle glint noise; Non-stationary; Variational Bayesian; Interacting Multiple Model (IMM)

1 引言

传感器对复杂目标(如大型舰船、飞机等)进行探测时, 探测性能除了受到传感器探测能力的制约外, 还受到目标角闪烁的影响。角闪烁噪声是由目

标的电磁辐射特性引起的具有拖尾特性的非高斯噪声, 亦被称为目标角噪声^[1]。角闪烁噪声下, 传统的卡尔曼滤波(Kalman Filtering, KF)的跟踪性能急剧下降。因此开展闪烁噪声下的目标跟踪研究对提升传感器探测性能具有重要意义。

围绕角闪烁下的目标跟踪问题, 国内外学者开展了广泛地研究。文献[2]在KF的基础上, 引入非线性得分函数来修正KF; 然而得分函数的计算需要用到数值卷积操作, 难以实际应用。Wu^[3]在文献[2]提出的得分函数的基础上, 通过将量测噪声分

收稿日期: 2017-11-02; 改回日期: 2018-04-03; 网络出版: 2018-05-11

*通信作者: 袁华东 xuhongzhxu@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61501505, 61501506)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61501505, 61501506)

布进行正交展开从而避免了卷积操作,然而算法需要对量测向量进行解耦合。Daeipour 等人^[4]提出利用交互式多模型(Interracting Multiple Model, IMM)滤波器来处理该问题,并针对角闪烁的大小分量分别设计了两个 KF 来实现状态估计,其性能优于 Wu 所提方法。文献[5~8]等提出利用粒子滤波(Particle Filtering, PF)及其改进方法来实现角闪烁下的目标跟踪。此类不受非高斯条件的限制,能较好地实现闪烁条件下目标跟踪,但算法计算复杂度较高。文献[9~11]等提出利用高斯和滤波(Gaussian Sum Filtering, GSF)及其改进方法来实现角闪烁下的目标跟踪。此类方法将非高斯的闪烁噪声分布通过高斯混合分布建模,采用并行的高斯滤波器实现状态估计,取得了较好的跟踪效果。然而在实际应用中,上述算法依然存在问题,这主要表现在:(1)上述算法均假设已知闪烁噪声的分布,然而实际中该分布难以获知。而且角闪烁噪声由目标特性^[1,12]决定,不同的目标(如大船和小船)的闪烁特性并不一致;(2)文献[13]推导了角闪烁线偏差具有不随距离变化的特性,因此根据角闪烁线偏差与测角误差的关系,可得测角误差会随距离变化,具有非平稳的特性。在非平稳条件下,测角误差的方差随着距离发生改变,而上述跟踪滤波算法不具备在线调整量测噪声方差的功能,因而会导致滤波性能下降或者发散。

针对量测噪声分布未知和非平稳的量测噪声下的目标跟踪问题,近年来基于变分贝叶斯^[14~16](Variational Bayes, VB)的机器学习方法获得广泛应用。文献[17]将 VB 方法应用于联合估计目标状态和高斯混合噪声的参数。但所提算法仅考虑了量测噪声未知,并未考虑时变的情况。且所提算法采用批处理的方式,适用于离线处理,并不能在线学得量测噪声参数。文献[18]提出了联合估计目标状态和量测噪声方差的变分贝叶斯-自适应卡尔曼滤波(VB-AKF)。文献[19~21]改进了 VB-AKF,进一步研究了过程噪声和量测噪声均未知时的变分估计方法。文献[22]提出了变分贝叶斯-容积卡尔曼滤波(VB-CKF),文献[23]将 VB-CKF 应用于全球定位系统中的跟踪环路设计。文献[24]改进了 VB-CKF,将其中的 CKF 用平方根容积信息滤波(Square root Cubature Information Filter, SCIF)替换,提出了变分-平方根容积信息滤波(VB-SCIF),进一步提高了算法的数值稳定性和跟踪性能。然而,文献[18~24]所提方法均只适用于高斯非平稳量测噪声的跟踪场景,对于非平稳的闪烁噪声下的目标跟踪问题,目前鲜有报道。

本文针对角闪烁下的目标跟踪存在着闪烁分布未知和非平稳的问题,提出了一种联合估计运动状

态和闪烁噪声分布的变分贝叶斯-交互式多模型算法。该算法通过设计多个并行的跟踪模型处理角闪烁的跟踪问题,同时利用变分贝叶斯的方法实现闪烁噪声分布参数的在线学习,并反馈给跟踪模型,实时调整跟踪模型参数。

2 问题描述

闪烁噪声下的目标跟踪可用动态状态空间模型表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{v}_k \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{n}_k \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_k \in R^m$ 和 $\mathbf{z}_k \in R^d$ 分别为第 k 时刻目标状态矢量和量测矢量; $\mathbf{f}_k(\cdot)$ 和 $\mathbf{h}_k(\cdot)$ 分别表示非线性的状态转移函数和非线性的量测函数; $\mathbf{v}_k \sim N(\mathbf{v}_k | \mathbf{0}, \mathbf{Q}_k)$ 为高斯过程噪声; \mathbf{n}_k 为零均值的非高斯闪烁噪声。闪烁噪声的统计分布通常采用高斯混合分布或高斯/拉普拉斯混合分布^[2,25]建模。本文采用高斯混合分布建模,且假设均值为 $\mathbf{0}$, 即

$$p(\mathbf{n}_k) = \sum_{n=1}^N \pi_{k,n} N(\mathbf{n}_k | \mathbf{0}, \Sigma_{k,n}), \sum_{n=1}^N \pi_{k,n} = 1 \quad (2)$$

其中, N 表示高斯分量的数目; $\pi_{k,n}$ 和 $\Sigma_{k,n}$ 分别表示第 n 个高斯分量的分布权值和协方差矩阵。通常 $\Sigma_{k,n}$ 中各噪声分量相互独立,因而可用对角矩阵表示为 $\Sigma_{k,n} = \text{diag}(\sigma_{k,n,1}^2, \sigma_{k,n,2}^2, \dots, \sigma_{k,n,d}^2)$ 。根据高斯混合分布的图模型^[14],令隐变量为 $\mathbf{y}_k \in R^N$, 其为二进制随机变量 ($y_{k,n} \in \{0,1\}$), 满足 $\sum_n y_{k,n} = 1$ 且 $p(y_{k,n} = 1) = \pi_{k,n}$ 。此时条件分布 $p(\mathbf{n}_k | \mathbf{y}_k)$ 为

$$p(\mathbf{n}_k | \mathbf{y}_k) = \prod_{n=1}^N N(\mathbf{n}_k | \mathbf{0}, \Sigma_{k,n})^{y_{k,n}} \quad (3)$$

角闪烁下的目标跟踪需要同时估计目标状态和闪烁噪声分布,按照贝叶斯滤波的观点,此时需要递归地求解联合后验分布 $p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k})$, 其中 $\boldsymbol{\theta}_k = \{\mathbf{y}_k, \boldsymbol{\pi}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k\}$, $\boldsymbol{\pi}_k = \{\pi_{k,n}\}$, $\boldsymbol{\Sigma}_k = \{\Sigma_{k,n}\}$ 。

3 角闪烁下基于变分贝叶斯参数学习的跟踪滤波理论框架

3.1 先验分布选取

由于目标状态 \mathbf{x}_{k-1} 和参数 $\boldsymbol{\theta}_{k-1}$ 的先验信息并不相关,则先验分布 $p(\mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 满足:

$$\begin{aligned} & p(\mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \\ &= p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) p(\boldsymbol{\theta}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \\ &= p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \times p(\mathbf{y}_k | \boldsymbol{\pi}_{k-1}) \\ & \quad \times p(\boldsymbol{\pi}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \times p(\boldsymbol{\Sigma}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \end{aligned} \quad (4)$$

根据 VB 的原理，先验分布 $p(\mathbf{y}_k | \boldsymbol{\pi}_{k-1})$ ， $p(\boldsymbol{\pi}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 和 $p(\boldsymbol{\Sigma}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 可取共轭分布的形式。因而， $p(\boldsymbol{\Sigma}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 可用逆-伽马分布的乘积表示为

$$p(\boldsymbol{\Sigma}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^d \text{Inv-Gamma}(\sigma_{k-1|k-1,n,i}^2 | \alpha_{k-1|k-1,n,i}, \beta_{k-1|k-1,n,i}) \quad (5)$$

其中， $\alpha_{k-1|k-1,n,i}$ 和 $\beta_{k-1|k-1,n,i}$ 分别为逆-伽马分布的形状参数。 $p(\boldsymbol{\pi}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 可用狄利克雷分布表示为

$$p(\boldsymbol{\pi}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \text{Dir}(\boldsymbol{\pi}_{k-1} | \boldsymbol{\alpha}_{k-1|k-1}) = C(\boldsymbol{\alpha}_{k-1|k-1}) \prod_{n=1}^N \pi_{k-1,n}^{(\alpha_{k-1|k-1,n}-1)} \quad (6)$$

其中， $\boldsymbol{\alpha}_{k-1|k-1} \in R^N$ 为狄利克雷分布参数；

$C(\boldsymbol{\alpha}_{k-1|k-1}) = \Gamma(\sum_{n=1}^N \alpha_{k-1|k-1,n}) / [\Gamma(\alpha_{k-1|k-1,1}) \cdots \Gamma(\alpha_{k-1|k-1,N})]$ 。 $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 可用多项分布表示为

$$p(\mathbf{y}_k | \boldsymbol{\pi}_{k-1}) = \prod_{n=1}^N (\pi_{k-1,n})^{y_{k,n}} \quad (7)$$

3.2 预测过程

由于目标状态 \mathbf{x}_k 和参数 $\boldsymbol{\theta}_k$ 的演变过程是不相关的，可认为两者的动态转移分布是独立的，即

$$p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta}_{k-1}) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\boldsymbol{\theta}_k | \boldsymbol{\theta}_{k-1}) \quad (8)$$

其中， $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ 为目标状态转移密度； $p(\boldsymbol{\theta}_k | \boldsymbol{\theta}_{k-1})$ 为参数 $\boldsymbol{\theta}_k$ 的状态转移密度，其表达式为

$$p(\boldsymbol{\theta}_k | \boldsymbol{\theta}_{k-1}) = (\mathbf{y}_k | \boldsymbol{\pi}_k) p(\boldsymbol{\pi}_k | \boldsymbol{\pi}_{k-1}) p(\boldsymbol{\Sigma}_k | \boldsymbol{\Sigma}_{k-1}) \quad (9)$$

为了保持分布的共轭性，可假设参数 $\boldsymbol{\theta}_k$ 的预测过程保持分布形式不变，此时预测过程可由 Chapman-Kolmogorov 方程给出：

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) &= \int p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta}_{k-1}) \\ &\quad \cdot p(\mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} d\boldsymbol{\theta}_{k-1} \\ &= p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) \times \prod_{n=1}^N (\pi_{k,n})^{y_{k,n}} \times \text{Dir}(\boldsymbol{\pi}_k | \boldsymbol{\alpha}_{k|k-1}) \\ &\quad \times \left(\prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^d \text{Inv-Gamma}(\sigma_{k,n,i}^2 | \alpha_{k|k-1,n,i}, \beta_{k|k-1,n,i}) \right) \end{aligned} \quad (10)$$

其中， $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 为状态 \mathbf{x}_k 的预测分布； $\boldsymbol{\alpha}_{k|k-1}$ 为 $\boldsymbol{\alpha}_{k-1|k-1}$ 的预测值； $\alpha_{k|k-1,n,i}$ 和 $\beta_{k|k-1,n,i}$ 分别为 $\alpha_{k-1|k-1,n,i}$ 和 $\beta_{k-1|k-1,n,i}$ 的预测值。

3.3 求解后验分布

按照贝叶斯滤波原理，后验分布 $p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k})$

满足：

$$p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k}) \propto p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k) p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) \quad (11)$$

为了简化求解，可假设后验分布中 \mathbf{x}_k 和 $\boldsymbol{\theta}_k$ 相互独立，此时有：

$$p(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k}) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) p(\boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k}) \quad (12)$$

因此可将目标状态估计和参数学习分解为两个过程，状态估计通过贝叶斯滤波进行，参数学习通过变分贝叶斯方法进行。下面介绍 $p(\boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k})$ 的变分近似过程，基于 VB 原理，后验分布 $p(\boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k})$ 有式(13)的近似形式：

$$p(\boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k}) \approx q(\mathbf{y}_k) q(\boldsymbol{\pi}_k) q(\boldsymbol{\Sigma}_k) \quad (13)$$

变分近似通过最小化 KL 散度来实现，即

$$\begin{aligned} \text{KL}[q(\mathbf{y}_k) q(\boldsymbol{\pi}_k) q(\boldsymbol{\Sigma}_k) || p(\boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k})] \\ = \int q(\mathbf{y}_k) q(\boldsymbol{\pi}_k) q(\boldsymbol{\Sigma}_k) \ln \left[\frac{q(\mathbf{y}_k) q(\boldsymbol{\pi}_k) q(\boldsymbol{\Sigma}_k)}{p(\boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k})} \right] d\boldsymbol{\theta}_k \end{aligned} \quad (14)$$

由此可得：

$$q(\mathbf{y}_k) \propto \exp(E_{\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Sigma}}[\ln p(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})]) \quad (15)$$

$$q(\boldsymbol{\pi}_k) \propto \exp(E_{\mathbf{y}, \boldsymbol{\Sigma}}[\ln p(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})]) \quad (16)$$

$$q(\boldsymbol{\Sigma}_k) \propto \exp(E_{\mathbf{y}, \boldsymbol{\pi}}[\ln p(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})]) \quad (17)$$

其中， $E_{\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Sigma}}[\cdot]$ 表示对 $\boldsymbol{\pi}_k$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_k$ 求期望。由于先验分布取的是共轭分布形式， $q(\mathbf{y}_k)$ ， $q(\boldsymbol{\pi}_k)$ 和 $q(\boldsymbol{\Sigma}_k)$ 与先验分布形式一致，因此可以通过式(17)给出分布参数的递归表达式。

4 基于变分贝叶斯的交互式多模型(VB-IMM)跟踪算法

本节提出了基于变分贝叶斯的交互式多模型跟踪算法，其结构框架如图 1 所示。由于式(1)的模型中含有非线性函数，因此本文采用的 IMM 滤波采用容积卡尔曼滤波(CKF)^[26]来解决模型的非线性问题。在闪烁噪声下，IMM 滤波的跟踪模型的数目与噪声分量数目是一致的。下面结合框图给出算法的具体实现过程。

4.1 模型交互输入

令模型转移的马尔科夫概率矩阵 \mathbf{T}_k 为

$$\mathbf{T}_k = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_{k-1,1} & \hat{\pi}_{k-1,2} & \cdots & \hat{\pi}_{k-1,N} \\ \hat{\pi}_{k-1,1} & \hat{\pi}_{k-1,2} & \cdots & \hat{\pi}_{k-1,N} \\ \hat{\pi}_{k-1,1} & \hat{\pi}_{k-1,2} & \cdots & \hat{\pi}_{k-1,N} \end{bmatrix} \quad (18)$$

注意： \mathbf{T}_k 为时变矩阵， $\{\hat{\pi}_{k-1,1} \hat{\pi}_{k-1,2} \cdots \hat{\pi}_{k-1,N}\}$ 为第 $k-1$ 时刻，算法学得闪烁噪声的权值。根据文献 [4]，可给出第 $k-1$ 时刻的模型概率 $\boldsymbol{\mu}_{k-1} = \{\mu_{k-1,n}\}$ ，

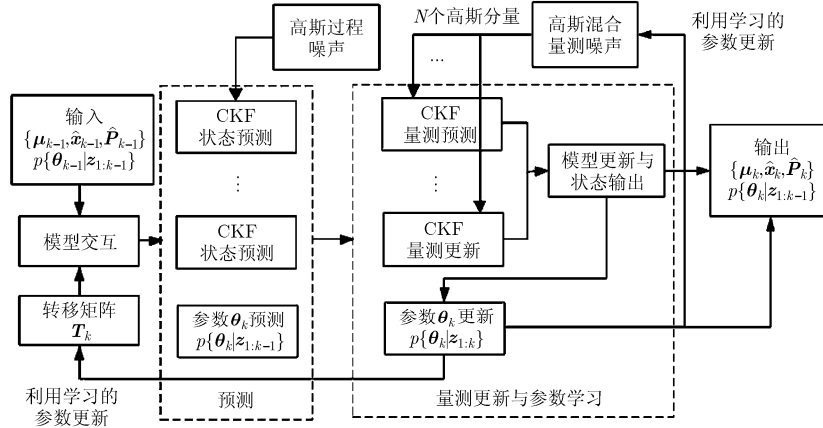


图1 VB-IMM算法框图

模型状态 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1} = \{\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1,n}\}$, 模型状态估计的协方差矩阵 $\hat{\mathbf{P}}_{k-1} = \{\hat{\mathbf{P}}_{k-1|k-1,n}\}$ 。

4.2 预测

(1) IMM 状态预测: 对于第 n 个模型, 预测状态 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,n}$ 和协方差矩阵 $\hat{\mathbf{P}}_{k|k-1,n}$ 可通过 CKF 求解, 具体过程可参考文献[26]。

(2) 变分参数预测: 通常情况下, 式(9)表示的动态模型并不能确知。因此, 本文采用文献[27]中的“缓变噪声模型”, 即通过一个乘积因子来表示参数的预测过程:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{k|k-1,n,i} &= \rho_{n,i} \alpha_{k-1|k-1,n,i} \\ \beta_{k|k-1,n,i} &= \rho_{n,i} \beta_{k-1|k-1,n,i} \\ a_{k|k-1,n} &= \lambda_n a_{k-1|k-1,n} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中, $\rho_{n,i}, \lambda_n$ 为遗忘因子, 其取值大小决定了参数对先验知识的依赖程度。在文献[18,20]等中, 遗忘因子被设定为常数, 其取值范围为(0.9,1)。

4.3 量测更新与参数学习

4.3.1 IMM 量测更新 根据文献[4], IMM 的状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 和协方差矩阵 $\hat{\mathbf{P}}_{k|k}$ 为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \sum_{n=1}^N \mu_{k,n} \hat{\mathbf{x}}_{k|k,n} \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k|k} = \sum_{n=1}^N \mu_{k,n} \left\{ \hat{\mathbf{P}}_{k|k,n} + [\hat{\mathbf{x}}_{k|k,n} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}] [\hat{\mathbf{x}}_{k|k,n} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}]^T \right\} \quad (21)$$

其中, $\mu_{k,n}$, $\hat{\mathbf{x}}_{k|k,n}$ 和 $\hat{\mathbf{P}}_{k|k,n}$ 分别表示第 n 个模型的模型概率, 状态估计值和协方差矩阵。注意: 求解式(20)时, 需要利用第 $k-1$ 时刻估计的闪烁量测噪声分布。

4.3.2 参数的变分学习 在获得第 k 时刻的目标状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 后, 似然分布 $p(\mathbf{z}_k | \boldsymbol{\theta}_k)$ 可表示为

$$p(\mathbf{z}_k | \boldsymbol{\theta}_k) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(\mathbf{z}_k | \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}), \boldsymbol{\Sigma}_{k,n})^{y_{k,n}} \quad (22)$$

根据式(15), 式(16)和式(17), 下面给出 $q(\mathbf{y}_k)$,

$q(\boldsymbol{\pi}_k)$ 和 $q(\boldsymbol{\Sigma}_k)$ 的更新求解过程。

(1) $q(\mathbf{y}_k)$ 更新:

$$\begin{aligned} E_{\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Sigma}} [\ln p(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})] \\ = \sum_{i=1}^N y_{k,n} A_{k,n} \\ + \sum_{i=1}^N y_{k,n} \left(-\frac{1}{2} E_{\boldsymbol{\Sigma}} [\ln |\boldsymbol{\Sigma}_{k,n}|] + E_{\boldsymbol{\pi}} [\ln \pi_{k,n}] \right) + C_1 \end{aligned} \quad (23)$$

其中, C_1 是与 \mathbf{y}_k 无关的常数。式(23)中的中间变量求解如式(24)-式(27):

$$\begin{aligned} A_{k,n} = -\frac{1}{2} (\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}))^T E_{\boldsymbol{\Sigma}} [(\boldsymbol{\Sigma}_{k,n})^{-1}] \\ \cdot (\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k})) \end{aligned} \quad (24)$$

$$E_{\boldsymbol{\Sigma}} [\ln |\boldsymbol{\Sigma}_{k,n}|] = \sum_{i=1}^d (\ln \beta_{k|k,n,i} - \psi(\alpha_{k|k,n,i})) \quad (25)$$

$$E_{\boldsymbol{\pi}} [\ln \pi_{k,n}] = \psi(a_{k|k,n}) - \psi(\hat{a}_{k|k}), \quad \hat{a}_{k|k} = \sum_{i=1}^N a_{k|k,n} \quad (26)$$

$$E_{\boldsymbol{\Sigma}} [(\boldsymbol{\Sigma}_{k,n})^{-1}] = \text{diag} \left(\frac{\alpha_{k|k,n,1}}{\beta_{k|k,n,1}}, \frac{\alpha_{k|k,n,2}}{\beta_{k|k,n,2}}, \dots, \frac{\alpha_{k|k,n,d}}{\beta_{k|k,n,d}} \right) \quad (27)$$

其中, $\psi(a)$ 为双伽马函数, 为伽马函数取自然对数对 a 求导所得。由式(23)可得, $q(\mathbf{y}_k)$ 满足多项分布:

$$q(\mathbf{y}_k) = \prod_{n=1}^N (\gamma_{k,n})^{y_{k,n}} \quad (28)$$

且参数 $\gamma_{k,n}$ 满足:

$$\begin{aligned} \gamma_{k,n} \propto \exp \left(E_{\boldsymbol{\Sigma}} [\ln |\boldsymbol{\Sigma}_{k,n}|] \right)^{-1/2} \\ \times \exp \left(E_{\boldsymbol{\pi}} [\ln \pi_{k,n}] \right) \times \exp(A_{k,n}) \end{aligned} \quad (29)$$

(2) $q(\boldsymbol{\pi}_k)$ 更新:

$$\begin{aligned} E_{\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\Sigma}} [\ln p(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})] \\ = \sum_{n=1}^N (a_{k|k-1,n} - 1) \ln(\pi_k) \\ + \sum_{n=1}^N \gamma_{k,n} \ln(\pi_k) + C_2 \end{aligned} \quad (30)$$

其中, C_2 是与 π_k 无关的常量。由此可得, $q(\pi_k)$ 满足狄利克雷分布, 且参数 $\alpha_{k|k}$ 的第 n 项 $a_{k|k,n}$ 满足:

$$a_{k|k,n} = a_{k|k-1,n} + \gamma_{k,n} \quad (31)$$

(3) $q(\Sigma_k)$ 更新:

$$\begin{aligned} E_{y,\pi} \left[\ln p(\mathbf{z}_k, \boldsymbol{\theta}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) \right] \\ = \sum_{i=1}^N \gamma_{k,n} \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \ln \sigma_{k|k,n,i}^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \frac{\left(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}) \right)_i^2}{\sigma_{k|k,n,i}^2} \right] \\ - \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^d \left[\left(1 + \alpha_{k|k-1,n,i} \right) \ln \sigma_{k|k,n,i}^2 + \frac{\beta_{k|k-1,n,i}}{\sigma_{k|k,n,i}^2} \right] + C_3 \\ = - \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^d \left[\left(\frac{1}{2} \gamma_{k,n} + 1 + \alpha_{k|k-1,n,i} \right) \ln \sigma_{k|k,n,i}^2 \right. \\ \left. + \frac{\beta_{k|k-1,n,i}}{\sigma_{k|k,n,i}^2} + \frac{1}{2} \frac{\gamma_{k,n} \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}) \right)_i^2}{\sigma_{k|k,n,i}^2} \right] + C_3 \quad (32) \end{aligned}$$

其中, C_3 是 Σ_k 无关的常量; $\left(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}) \right)_i$ 表示向量 $\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k})$ 的第 i 个元素。根据式(32)可得 $q(\Sigma_k)$ 与先验分布形式一致, 为逆-伽马分布的乘积形式, 且

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{k|k,n,i} &= \alpha_{k|k-1,n,i} + \frac{1}{2} \gamma_{k,n} \\ \beta_{k|k,n,i} &= \beta_{k|k-1,n,i} + \frac{1}{2} \gamma_{k,n} \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}) \right)_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

由式(27), 式(31)和式(33)可得参数间存在依赖性, 因而上述参数学习过程包含 2 个步骤。第 1 步: 固定 $q(\pi_k)$ 和 $q(\Sigma_k)$, 即用预测值代入式(23)和式(27)求解 $\gamma_{k,n}$; 第 2 步: 利用第 1 步求得的 $\gamma_{k,n}$ 来更新 $q(\pi_k)$ 和 $q(\Sigma_k)$ 。

4.4 跟踪模型修正

在求得了分布 $q(\pi_k)$ 和 $q(\Sigma_k)$ 后, 闪烁量测噪声的权值 $\hat{\pi}_k$ 更新为

$$\hat{\pi}_k = E[q(\pi_k)] = \mathbf{a}_{k|k} / \sum_{n=1}^N a_{k|k,n} \quad (34)$$

闪烁量测噪声的第 n 个分量的协方差矩阵 $\hat{\Sigma}_{k,n}$ 更新为

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{k,n} &= E_{\Sigma_{k,n}} [q(\Sigma_{k,n})] \\ &= \text{diag} \left[\frac{\beta_{k|k,n,1}}{\alpha_{k|k,n,1} - 1}, \frac{\beta_{k|k,n,2}}{\alpha_{k|k,n,2} - 1}, \dots, \frac{\beta_{k|k,n,d}}{\alpha_{k|k,n,d} - 1} \right] \quad (35) \end{aligned}$$

根据式(34)和式(18), 可求得模型转移矩阵 \mathbf{T}_{k+1} 的更新结果。注意: \mathbf{T}_{k+1} 和 $\hat{\Sigma}_{k,n}$ 将作为第 $k+1$ 时刻 IMM 滤波的先验信息。

5 仿真实验

考虑雷达在角闪烁噪声下的慢速目标跟踪问题。状态向量为 $\mathbf{X}_k = [x_k \ \dot{x}_k \ y_k \ \dot{y}_k]^T$, 雷达对目标斜距和方位角进行测量, 系统模型如式(36)和式(37):

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{v}_k \quad (36)$$

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \\ \arctan(y_k/x_k) \end{bmatrix} + \mathbf{w}_k \quad (37)$$

其中, x_k 和 y_k 分别为目标在直角坐标系中的 X 轴坐标和 Y 轴坐标; 过程噪声 \mathbf{v}_k 的协方差矩阵 \mathbf{Q}_k 已知。仿真中仅考虑测角误差为闪烁噪声, 且用两个高斯混合分量来表示闪烁分布, 即

$$\begin{aligned} p(\mathbf{w}_k) &= (1 - \varepsilon_k) p_1(\mathbf{w}_k) + \varepsilon_k p_2(\mathbf{w}_k) \\ &= (1 - \varepsilon_k) \mathbf{N}(\mathbf{w}_k; \mathbf{0}, \mathbf{R}_{k,1}) + \varepsilon_k \mathbf{N}(\mathbf{w}_k; \mathbf{0}, \mathbf{R}_{k,2}) \quad (38) \end{aligned}$$

其中, ε_k 为闪烁概率; $\mathbf{R}_{k,1} = \text{diag}(\delta_{k,r}^2, \delta_{k,\theta 1}^2)$ 和 $\mathbf{R}_{k,2} = \text{diag}(\delta_{k,r}^2, \delta_{k,\theta 2}^2)$; $\delta_{k,r}$ 为测距误差标准差, 由于仅考虑测角闪烁, 假设 \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 中 $\delta_{k,r}$ 相同。 $\delta_{k,\theta 1}$ 为非闪烁时的测角误差标准差, 其由接收机内噪声和测角方法等引起的, 仿真中假设 $\delta_{k,\theta 1}$ 与距离无关, 保持恒定。仿真实验将所提算法 VB-IMM 与 CKF^[26], VB-CKF^[22], IMM, PF 和 GS-CKF^[10]进行了对比。其中, IMM 中的非线性滤波器为 CKF; PF 中的重采样步骤为系统重采样^[28], 为了避免粒子多样性匮乏, 算法采用了马尔科夫链蒙特卡洛(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)步骤; GS-CKF 采用固定数目的方法, 每一时刻保留 5 个高斯分量。本文利用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来衡量跟踪性能。仿真参数见表 1。

实验 1 角闪烁噪声分布未知且非平稳情况下的目标跟踪

本实验中角闪烁噪声为非平稳噪声。仿真实验考虑随着目标靠近雷达, 角闪烁效应更加明显。目标的初始状态为 $\mathbf{X}_0 = [10 \text{ km} \ -1 \text{ m/s} \ 30 \text{ km} \ -6 \text{ m/s}]^T$ 。非平稳的测角误差的设置如图 2 所示。

表 1 仿真参数设置

参数	取值
蒙特卡洛仿真次数(MC)	100
雷达扫描圈数(SCAN)	400
PF 的粒子个数(N)	500
雷达扫描间隔(Ts)	5 s
过程噪声大小(a)	0.0013
测距误差(Dr)	50 m

图 2(a)为测角误差标准差; 图 2(b)为分布的权值; 图 2(c)为非平稳测角误差样本。

仿真实验同时考虑分布先验知识未知。CKF 和 VB-CKF 的测角误差标准差设置为 0.05° 。PF, GS-CKF, IMM, VB-IMM 的 $\varepsilon_k = 0.2$, $\delta_{k,\theta_1} = 0.2^\circ$, $\delta_{k,\theta_2} = 0.6^\circ$, 对应的参数设置为 $\mathbf{a}_{0|0} = [0.8 \ 0.2]^T$; $\alpha_{0|0,1} = 2, \alpha_{0|0,2} = 2; \beta_{0|0,1} = (0.2^\circ)^2, \beta_{0|0,2} = (0.6^\circ)^2$ 。考虑到对非平稳噪声的跟踪, 遗忘因子在整个跟踪过程中保持小于 1 的恒定值, 设置为: $\rho_{n,i} = 0.98, \lambda_n = 0.98$ 。图 3(a), 图 3(b)分别给出了 VB-IMM 对非平稳闪烁噪声的测角误差标准差及权值的学习结果。由图可知, 在非平稳条件下, 算法能较好地

学习到闪烁测角噪声的分布参数。图 3(c)给出了一次仿真时, 各算法的跟踪轨迹局部放大图。CKF, VB-CKF 和 GS-CKF 严重偏离了真实位置, PF, IMM, VB-IMM 跟踪轨迹更接近真实位置, VB-IMM 最靠近真实位置。图 3(d)给出了 100 次蒙特卡洛仿真的位置 RMSE。图中, CKF, VB-CKF 和 GS-CKF 最容易受到非平稳的影响, 且随着闪烁效应的增强跟踪误差明显增大。PF, IMM 和 VB-IMM 的鲁棒性较好, 在跟踪稳定时, PF 的 RMSE 约为 40 m, IMM 的 RMSE 约为 20 m, VB-IMM 的 RMSE 约为 15 m。综上所述, VB-IMM 能有效解决角非平稳闪烁噪声的目标跟踪问题, 具有较快的跟踪收敛速度和较高的跟踪精度。

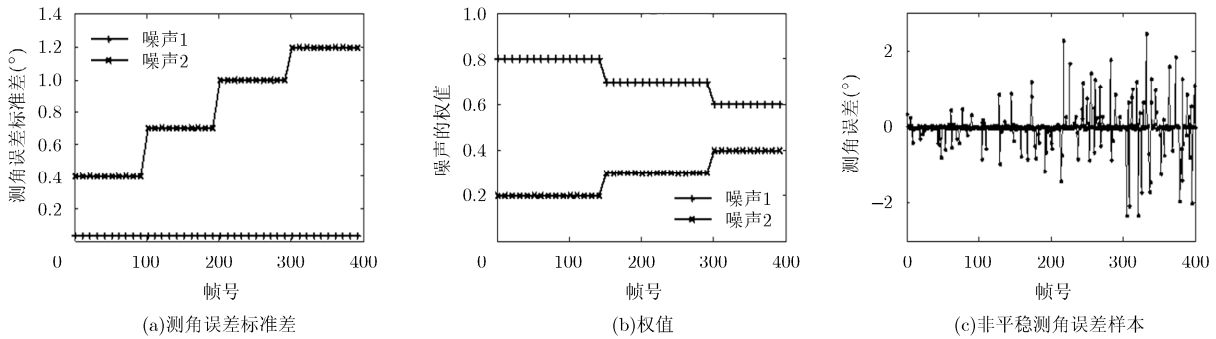


图 2 非平稳角闪烁噪声

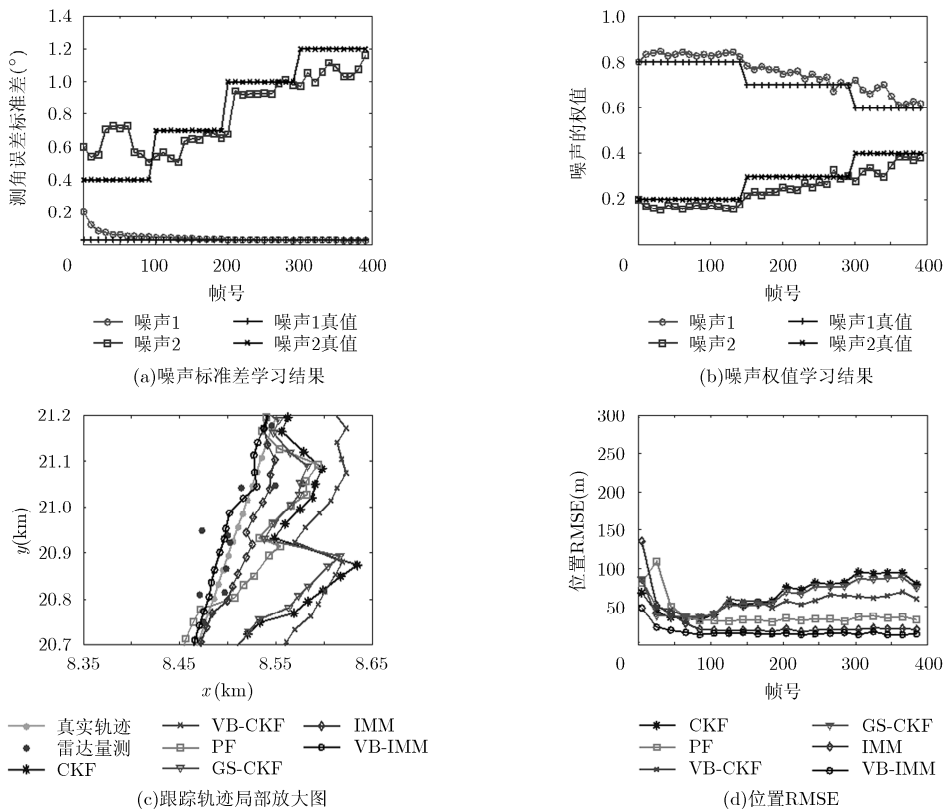


图 3 角闪烁噪声非平稳时算法跟踪性能

实验2 计算复杂度仿真分析

由于上述算法的计算复杂度难以通过理论分析定量给出,本文通过仿真实验的方法研究各算法的计算复杂度。在实验2的基础上,各算法的程序运行时间的仿真结果见表2。结果表明,VB-IMM的算法计算复杂度与IMM和GS-CKF相当,而且仅为CKF的4倍,计算复杂度并没有明显增加,同时对RMSE的改善非常明显。PF的计算复杂度最高约为VB-IMM的60倍。

表2 算法的RMSE及运行时间

算法	RMSE(m)	运行时间(s)
CKF	90.12	0.12
VB-CKF	68.36	0.15
PF	40.03	27.42
GS-CKF	85.61	0.43
IMM	21.86	0.32
VB-IMM	14.67	0.46

6 结论

本文针对角闪烁下的目标跟踪存在着闪烁分布未知和非平稳的问题,提出了一种联合估计运动状态和闪烁噪声分布的变分贝叶斯-交互式多模型算法。通过理论分析和仿真实验得出如下结论:(1)在闪烁噪声先验分布未知以及非平稳的跟踪场景,VB-IMM算法能较好地学习闪烁噪声的分布参数,并反馈给跟踪模型,在线地调整跟踪模型,具有较好的鲁棒性和较高的跟踪精度;(2)VB-IMM的跟踪精度较高,算法的计算复杂度与IMM相当,且远远低于PF,具有较好的工程应用价值。

参考文献

- [1] SKOLNIK M. Radar Handbook(Third Edition)[M]. U.S., McGraw Hill Press, 2008: 377-368.
- [2] HEWER G A, MARTIN R D, and ZEH J. Robust preprocessing for Kalman filtering of glint noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1987, 23(1): 120-128. doi: 10.1109/TAES.1987.313340.
- [3] WU Wengrong. Target tracking with glint noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(1): 174-185. doi: 10.1109/7.249123.
- [4] DAEIPOUR E and BAR-SHALOM Y. IMM tracking of maneuvering targets in the presence of glint[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(3): 996-1003. doi: 10.1109/7.705913.
- [5] 逯程, 李蔚, 李相平, 等. 角闪烁背景下基于改进EKPF算法的目标跟踪[J]. 战术导弹技术, 2017, (2): 81-85. doi: 10.16358/j.issn.1009-1300.2017.02.14.
- [6] LU Cheng, LI Wei, LI Xiangping, et al. Research on target tracking in angular glint noise condition based on improved EKPF algorithm[J]. *Tactical Missile Technology*, 2017, (2): 81-85. doi: 10.16358/j.issn.1009-1300.2017.02.14.
- [6] 张雪影, 蔡宗平, 卫浩. 闪烁噪声下目标跟踪的容积粒子滤波算法[J]. 科学技术与工程, 2016, (29): 271-274. doi: 10.3969/j.issn.1671-1815.2016.29.047.
- [7] ZHANG Xueying, CAI Zongping, and WEI Hao. Target tracking based on cubature particle filter algorithm in glint noise environment[J]. *Science Technology and Engineering*, 2016, (29): 271-274. doi: 10.3969/j.issn.1671-1815.2016.29.047.
- [7] LI Hongwei and WANG Jun. Particle filter for manoeuvring target tracking via passive radar measurements with glint noise[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2012, 6(3): 180-189. doi: 10.1049/iet-rsn.2011.0075.
- [8] KIM J, TANDALE M, MENON P K, et al. Particle filter for ballistic target tracking with glint noise[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2010, 33(6): 1918-1921. doi: 10.2514/1.51000.
- [9] BILIK I and TABRIKIAN J. Maneuvering target tracking in the presence of glint using the nonlinear Gaussian mixture kalman filter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1): 246-262. doi: 10.1109/TAES.2010.5417160.
- [10] WANG Hongjian and LI Cun. An improved Gaussian mixture CKF algorithm under non-Gaussian observation noise[J]. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2016(12): 1-10. doi: 10.1155/2016/1082837.
- [11] 王磊, 程向红, 李双喜. 高斯和高阶无迹卡尔曼滤波算法[J]. 电子学报, 2017, 45(2): 424-430. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.02.022.
- [12] WANG Lei, CHENG Xianghong, and LI Shuangxi. Gaussian sum high order Unscented Kalman filtering algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(2): 424-430. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.02.022.
- [12] 黄培康, 殷红成, 许小剑. 雷达目标特性[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 157-167.
- [13] 黄斌科, 王刚, 汪文秉. 雷达目标远区角闪烁线偏差与观察距离无关的一般性证明[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(4): 505-508. doi: 10.3321/j.issn:1001-506X.2007.04.002.
- [13] HUANG Binke, WANG Gang, and WANG Wenbing. General proof of observation distance independence of the far-zone angular glint of radar targets[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(4): 505-508. doi: 10.3321/j.issn:1001-506X.2007.04.002.
- [14] BISHOP C M. Pattern Recognition and Machine Learning [M]. New York, Springer, 2006: 423-517.

- [15] TZIKAS D G, LIKAS C L, and GALATSANOS N P. The variational approximation for bayesian inference[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(6): 131–146. doi: 10.1109/MSP.2008.929620.
- [16] BLEI D M, KUCUKELBIR A, and MCAULIFFE J D. Variational inference: A review for statisticians[J]. *Journal of The American Statistical Association*, 2017, 112(518): 859–877. doi: 10.1080/01621459.2017.1285773.
- [17] ZHU Hao, LEUNG H, and HE Zhongshi. State estimation in unknown non-Gaussian measurement noise using variational bayesian technique[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(49): 2601–2614. doi: 10.1109/TAES.2013.6621839.
- [18] SARKKA S and NUMMENMAA A. Recursive noise adaptive kalman filtering by variational bayesian approximations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(3): 596–600. doi: 10.1109/TAC.2008.2008348.
- [19] 沈忱, 徐定杰, 沈锋, 等. 基于变分推断的一般噪声自适应卡尔曼滤波[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(8): 1466–1472. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.08.03.
SHEN Chen, Xu Dingjie, SHEN Feng, *et al.* Generalized noises adaptive kalman filtering based on variational inference[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(8): 1466–1472. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.08.03.
- [20] HUANG Yulong, ZHANG Yonggang, WU Zheming, *et al.* A novel adaptive Kalman filter with inaccurate process and measurement noise covariance matrices[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(2): 594–601. doi: 10.1109/TAC.2017.2730480.
- [21] ARDESHIRI T, ÖZKAN E, ORGUNER U, *et al.* Approximate bayesian smoothing with unknown process and measurement noise covariances[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(12): 2450–2454. doi: 10.1109/LSP.2015.2490543.
- [22] MA Tianli, WANG Xinmin, XIE Rong, *et al.* Variational bayesian cubature kalman filter for bearing-only tracking in glint noise environment[C]. *IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*, Nanjing, China, 2016: 232–237.
- [23] MIAO Zhiyong, LÜ Yunlong, XU Dingjie, *et al.* Analysis of a variational Bayesian adaptive cubature Kalman filter tracking loop for high dynamic conditions[J]. *Gps Solutions*, 2017, 21(1): 111–122. doi: 10.1007/s10291-015-0510-0.
- [24] DONG Peng, JING Zhongliang, LEUNG H, *et al.* Variational bayesian adaptive Cubature information filter based on Wishart distribution[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(11): 6051–6057. doi: 10.1109/TAC.2017.2704442.
- [25] BORDEN B H and MUMFORD M L. A statistical glint/radar cross section target model[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1983, 19(5): 781–785. doi: 10.1109/TAES.1983.309383.
- [26] ARASARATNAM I and HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1254–1269. doi: 10.1109/TAC.2009.2019800.
- [27] AGAMENNONI G, NIETO J I, and NEBOT E M. Approximate inference in state-space models with heavy-tailed noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(10): 5024–5037. doi: 10.1109/TSP.2012.2208106.
- [28] LI Tiancheng, BOLIC M, and DJURIC P. Resampling methods for particle filtering: Classification implementation and strategies[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2015, 32(3): 70–86. doi: 10.1109/MSP.2014.2330626.
- 许红: 男, 1991年生, 博士生, 研究方向为雷达数据处理、信息融合.
- 袁华东: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为雷达数据处理、阵列信号处理.
- 谢文冲: 男, 1978年生, 副教授, 主要研究方向为机载雷达信号处理、空时自适应信号处理等.
- 刘维建: 男, 1982年生, 讲师, 主要研究方向为空时自适应检测、阵列信号处理.
- 王永良: 男, 1965年生, 中国科学院院士, 主要研究方向为雷达信号处理、空时自适应信号处理等.