

## 基于双层网格的海上电磁波传播模型研究

崔萌达<sup>①</sup> 察豪<sup>\*①</sup> 田斌<sup>①</sup> 王群<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(海军工程大学电子工程学院 武汉 430033)

<sup>②</sup>(92896部队 大连 116018)

**摘要:** 针对分段线性地形变换模型运算量较大的问题, 该文提出基于双层网格的计算方法, 实现了海上大尺度区域复杂电磁环境下电磁波传播特性快速精准的求解。在对宽角抛物方程模型和分段线性地形变换模型的分步傅里叶积分算法研究的基础上, 将电磁场计算空间分为上下两层, 通过降低计算高度和优化步长的方法, 在保证计算精度的同时显著提高了运算效率。通过仿真, 在光滑海面 and 粗糙海面两种条件下对双层网格模型的计算结果与原有模型进行比较, 结果表明, 所提方法计算误差较小, 在粗糙海面条件下运算时间缩短到原模型的1/10。

**关键词:** 电磁波传播; 粗糙海面; 抛物方程; 双层网格

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)10-2529-06

DOI: 10.11999/JEIT171020

## Calculation of Electromagnetic Propagation Characteristics over Rough Sea Surface Based on Double-layer Model

CUI Mengda<sup>①</sup> CHA Hao<sup>①</sup> TIAN Bin<sup>①</sup> WANG Qun<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

<sup>②</sup>(No.92896 Troops of PLA, Dalian 116018, China)

**Abstract:** A double-layer model is proposed to reduce the calculation amounts of the Linear Ship Map (LSM) model. The proposed model can be used for rapid and accurate calculation of the electromagnetic propagation characteristics in the complicated atmospheric environment over the sea. In the proposed model, the calculation regions are divided into the upper-layer and the lower-layer. The upper-layer is calculated by the Wide angle Parabolic Equation (WPE) model and the lower-layer is calculated by the LSM model. Through reducing the calculation height and optimizing the step length, the proposed model can be exact and rapid. By simulation, the proposed model is compared with LSM model in the smooth and the rough sea surface conditions. The results show that the proposed model can decrease the calculation time by 1/10 in the rough sea surface condition.

**Key words:** Electromagnetic wave propagation; Rough sea surface; Parabolic equation; Double layer model

### 1 引言

海上大气波导环境中雷达可实现超视距探测<sup>[1,2]</sup>, 然而, 粗糙海表面同样对雷达电磁波的传播特性具有重要影响<sup>[3]</sup>, 并改变雷达的探测性能。因此, 正确评估海上电磁波传播特性, 对雷达等电子设备性能的评估起着重要作用<sup>[4-6]</sup>。

计算大气波导条件下电磁波传播特性通常使用抛物方程模型<sup>[7,8]</sup>(Parabolic Equation, PE), 并利

用粗糙度衰减因子<sup>[9]</sup>实现对粗糙海面的近似处理。然而这一方法忽略了粗糙海面对电磁波传播方向及海上波导条件的影响, 因而在海上风浪较大时模型的误差较大。分段线性地形变换模型(Linear Shift Map, LSM)是在PE模型的基础上考虑了地形条件对传播过程的影响<sup>[10,11]</sup>。文献<sup>[12]</sup>利用海浪谱建立的海面地形, 通过LSM模型计算粗糙海面上电磁波传播特性, 并得到更精确的计算结果。然而海浪地形条件使得模型网格个数增大, 计算量较大。为减小网格个数和运算量, 文献<sup>[13]</sup>提出了亚网格模型, 即仅在局部区域使用更精密的网格。然而亚网格模型忽略了网格变化造成的PE模型边界条件的变化, 虽然提高了运算速度, 但在网格条件发生变化的边界处模型计算结果误差较大。

收稿日期: 2017-11-01; 改回日期: 2018-06-05; 网络出版: 2018-07-30

\*通信作者: 察豪 hydchj@sina.com

基金项目: 国家自然科学基金(41405009, 41704034)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (41405009, 41704034)

本文提出一种基于双层网络的计算方法,将计算空间分为上下两层,上层空间使用大网格,而下层空间包含海面区域,使用小网格,同时设置过渡层以实现上下层之间电磁波的传播。本文将双层网络的实现过程进行介绍,并利用仿真对模型进行验证,仿真结果表明,双层网络计算方法可在保证精度的前提下大大提高运算效率。

## 2 PE模型及分步傅里叶积分

PE模型是Helmholtz标量波动方程的近似<sup>[8]</sup>,能快速和精准地实现大气折射等复杂大气环境下电磁场的计算,因而常被用于研究大尺度区域复杂大气环境中的电磁波传播问题。利用Feit-Fleck近似法可得到宽角抛物方程(Wide angle formulation of Parabolic Equation, WPE)<sup>[14]</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial x} u(x, z) = i \left( \sqrt{k_0^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}} - k_0 \right) u(x, z) + ik_0(n-1)u(x, z) \quad (1)$$

式中,  $n$ 为大气折射指数,  $k_0$ 表示真空中电磁波波数,  $x$ 和 $z$ 分别表示距离和高度变量,  $u(x, z)$ 为波函数,  $u(x, z)$ 与标量场 $\Phi(x, z)$ 之间的关系满足

$$u(x, z) = \Phi(x, z) e^{-ik_0 x} \quad (2)$$

标量场 $\Phi$ 表示水平极化的电场,或垂直极化的磁场。

在 $x$ 和 $x + \Delta x$ 距离处对式(1)两边的变量 $z$ 进行傅里叶变换,可得到PE模型的分步傅里叶积分(Split-Step Fourier Transform, SSFT)解:

$$u(x + \Delta x, z) = e^{ik_0 \Delta x(n-1)} \mathfrak{S}^{-1} \left[ e^{i\Delta x(\sqrt{k_0^2 - p^2} - k_0)} \mathfrak{S}(u(x, z)) \right] \quad (3)$$

式中,  $\mathfrak{S}(\cdot)$ 和 $\mathfrak{S}^{-1}(\cdot)$ 分别表示傅里叶正变换和逆变换,  $p$ 为波数谱变量,  $p$ 与传播角度 $\theta$ 的关系为 $p = k_0 \sin \theta$ ,  $\Delta x$ 为计算的步长。在已知 $x$ 位置处电磁场波函数 $u(x, z)$ 的条件下,利用SSFT算法即可计算得到 $u(x + \Delta x, z)$ 。

在SSFT算法中,步长 $\Delta x$ 几乎不受频率影响,取值通常较大,从而减小网格个数并减小计算量。在 $\Delta x$ 和最大距离 $R_{\max}$ 确定的条件下,SSFT的计算量主要与最大高度 $Z_{\max}$ 和最大传播角度 $\theta_{\max}$ (或高度间隔 $\Delta z$ )以及电磁波波数 $k_0$ 有关。SSFT的距离网格和高度网格的个数 $N_x$ 和 $N_z$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} N_x &= R_{\max} / \Delta x \\ N_z &= \frac{Z_{\max} k_0 \sin \theta_{\max}}{2\pi} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

可以看出,  $R_{\max}$ 越大或 $\Delta x$ 越小,距离网格 $N_x$ 越

多。 $Z_{\max}$ ,  $\theta_{\max}$ 或 $k_0$ 越大,高度网格的个数 $N_z$ 越多。

在计算机上实现SSFT的单次步进过程,即从 $x$ 到 $x + \Delta x$ 的步进过程,高度变量 $z$ 的取值应满足以下条件:

(1)  $z$ 值的取值应相等;

(2)  $z$ 值的间隔 $\Delta z$ 应为常数。SSFT算法中利用数字信号处理的方法实现傅里叶变换,因此高度间隔和波数谱变量 $k_0 \sin \theta$ 应满足

$$\Delta z = \frac{2\pi}{k_0 \sin \theta_{\max}} \quad (5)$$

## 3 LSM模型及其算法

LSM模型可用于计算起伏地形条件下电磁波的传播特性,模型中利用距离间隔为 $\Delta x_T$ 、斜率为 $T'(x)$ 的线性曲线 $T(x)$ 表示起伏地形<sup>[10,15]</sup>,并在地形曲线上建立新的坐标系,令

$$\left. \begin{aligned} x' &= x \\ z' &= z - T(x) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将式(6)代入到标量波动方程中,并利用Feit-Fleck近似法化简,可以得到LSM模型:

$$\frac{\partial}{\partial x'} u(x', z') = i \left( \sqrt{\frac{k_0^2}{1 + T'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2}} - 2 \frac{k_0}{\sqrt{1 + T'^2}} \right) \cdot u(x', z') + ik_0 \sqrt{n^2 - \frac{T'^2}{1 + T'^2}} u(x', z') \quad (7)$$

可以看到,当 $T'$ 为0时,式(7)将与式(1)相同。

在地形线段交接的位置,  $T'$ 的变化会导致 $u(x, z)$ 相位的突变,为保证相位的连续性,应对 $u(x, z)$ 的相位进行修正。

$$\lim_{x^+ \rightarrow x_0} u(x^+, z') = \lim_{x^- \rightarrow x_0} u(x^-, z') e^{ikz'(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)} \quad (8)$$

式中,  $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 表示前后两个地形线段的倾斜角。式(8)实质是对 $u(x', z')$ 在波数域的频移过程。

LSM模型中,波函数 $u(x, z)$ 与标量场 $\Phi(x, z)$ 之间的关系满足

$$u(x', z') e^{i\theta(x', z')} = \Phi(x, z) \quad (9)$$

其中,  $\theta(x', z')$ 满足

$$\theta(x', z') = k_0 \frac{T'}{\sqrt{1 + T'^2}} z' + k_0 \sqrt{1 + T'^2} x' \quad (10)$$

与式(1)相比,式(7)相当于对不同地形条件下的波数 $k_0$ 和折射率 $n$ 进行了修正,利用SSFT算法可实现模型求解,表示为

$$u(x + \Delta x, z) = e^{i\Delta x k_0 n'} \mathfrak{S}^{-1} \left[ e^{i\Delta x (\sqrt{k'^2 - p^2 - 2k'})} \mathfrak{S}(u(x, z)) \right] \quad (11)$$

式中,  $k' = k_0 \cos \alpha$ ,  $n' = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$ ,  $\alpha$ 为线性地形的倾角。当 $\alpha$ 等于0时, 式(11)与式(3)相同。

在步进求解过程中, LSM模型的步长 $\Delta x$ 需要小于或等于地形曲线的距离间隔 $\Delta x_T$ , 以保证模型中 $T'$ 为常数。因此, 若地形线段的水平距离间隔 $\Delta x_T$ 较小, 如海浪曲线, 则LSM模型的计算量将增大。

#### 4 双层网格模型

为减少网格的数量以减小计算量, 文中将电磁场的计算区域分为上下两层, 并分别利用步进距离不同的WPE和LSM模型计算实现。然而, 简单地分为上下两层计算电磁场, 会导致空间交接位置处因傅里叶变换的混频而造成的误差, 为此, 需设置一个过渡层。对于下层空间, 过渡层的作用类似于吸收层, 用于吸收向上传播的电磁波, 并作为上层空间中的电磁场初值。而对于上层空间, 过渡层吸收向下传播的电磁波并作为下层空间的初值。同时, 为防止吸收层吸收不彻底, 而导致边界位置处发生混叠, 可在过渡层边界设置扩展层, 以扩大计算区域。

图1给出了双层网格模型示意图。下层空间的高度范围为0到 $Z_4$ , 距离方向上网格步长为 $\Delta x'$ , 上层空间的高度范围为 $Z_1$ 到 $Z_{\max}$ , 距离方向上网格步长为 $\Delta x$  ( $\Delta x > \Delta x'$ )。  $Z_1$ 到 $Z_4$ 高度范围内为上下两层空间的重叠区域, 其中, 上扩展层高度为 $H_u$ , 下扩展层高度为 $H_d$ , 过渡层高度为 $H_t$ 。扩展层主要用于增大计算区域, 以防止计算结果发生混叠, 因此 $H_u$ 和 $H_d$ 最好大于 $\Delta x \cdot \tan(\theta_{\max})$ 。

在已知 $x_1$ 位置处的标量场 $\Phi$ 时, 下层网格的场强 $\Phi_1$ 和上层网格的场强 $\Phi_2$ 可表示为

$$\Phi_1(x, z) = \begin{cases} \Phi(x, z), & z < Z_2 \\ \frac{Z_3 - z}{H_t} \Phi(x, z), & Z_2 \leq z \leq Z_3 \\ 0, & z > Z_3 \end{cases} \quad (12)$$

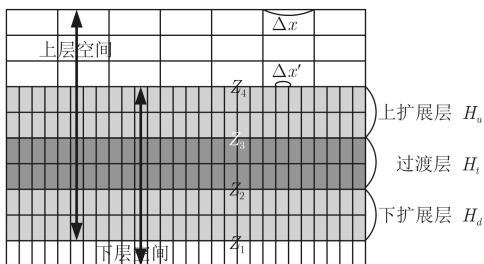


图1 双层网格示意图

$$\Phi_2(x, z) = \begin{cases} 0, & z < Z_2 \\ \frac{z - Z_2}{H_t} \Phi(x, z), & Z_2 \leq z \leq Z_3 \\ \Phi(x, z), & z > Z_3 \end{cases} \quad (13)$$

$\Phi_2$ 计算的高度范围为 $[Z_1, Z_{\max}]$ , 因此计算区域内不包含地形条件, 可利用WPE模型以及较大的步长 $\Delta x$ 求解。而 $\Phi_1$ 计算的高度范围为 $[0, Z_4]$ , 需要利用LSM模型计算地形条件对传播特性的影响, 且步长 $\Delta x'$ 较小。

需要注意的是, 在LSM模型和WPE模型中, 波函数 $u(x, z)$ 与标量场 $\Phi(x, z)$ 之间的关系式并不相同。利用 $\Phi(x, z)$ 步进求解 $\Phi(x + \Delta x, z)$ 的计算步骤可表示如下:

(1) 利用式(12)和式(13), 将 $\Phi(x, z)$ 分为 $\Phi_1$ 和 $\Phi_2$ 两部分, 并利用式(2)和式(9), 分别求解其波函数 $u_1$ 和 $u_2$ ;

(2) 以 $\Delta x$ 为步长, 利用式(3)及 $x$ 位置处的波函数 $u_1(x, z)$ , 计算 $u_1(x + \Delta x, z)$ ;

(3) 以 $\Delta x'$ 为步长, 利用式(11)及 $x$ 位置处的波函数 $u_2(x, z)$ , 经多次步进计算 $u_2(x + \Delta x, z)$ ;

(4) 利用 $u_1(x + \Delta x, z)$ 和 $u_2(x + \Delta x, z)$ , 计算 $x + \Delta x$ 位置处的 $\Phi_1(x + \Delta x, z)$ 和 $\Phi_2(x + \Delta x, z)$ , 并相加得到需要的标量场 $\Phi(x + \Delta x, z)$ 。

#### 5 仿真分析与验证

为验证模型的有效性, 文中针对光滑海面和粗糙海面两种条件下的传播特性进行仿真。光滑海面条件中, 设传播环境为真空, 且反射系数为1的平面作为下边界条件; 粗糙海面条件中, 设蒸发波导条件的存在, 下边界为粗糙海面。仿真环境为64 bit Windows 7 操作系统、Intel(R) Core(TM) i5-3470 CPU @ 3.2 GHz、内存16 GB, 仿真代码利用MATLAB 2016 编写。仿真中采用蒙特卡洛法, 运算时间和误差为100次计算结果的均值。

##### 5.1 光滑海面仿真

设雷达高度为30 m, 雷达天线为高斯型天线, 抬升角为 $0^\circ$ , 垂直波束宽度为 $1^\circ$ , 信号频率为1 GHz, 将天线的口径场作为初始场。设电磁波传播环境为真空, 并忽略地球曲率, 下边界为水平面, 且反射系数为1。计算高度设为1024 m, 高度网格间隔为1 m, 最大传播角为 $8.6^\circ$ 。图2给出了在10 km处, 20 m到30 m高度范围内6种网格条件下传播因子 $\eta$ 随高度的变化曲线。表1中给出了6种网格的参数, 以及传播因子 $\eta$ 的误差和运算时间。

仿真中 $\eta_1$ 直接利用LSM模型计算实现(在光滑平面条件下, LSM模型将等同于WPE模型),  $\eta_2$ 到

$\eta_6$ 均使用双层网格计算实现,其中,上扩展层厚度 $H_u$ 均设为10 m。通过比较发现,双层网格模型可有效减小LSM模型运算量,但同时也会造成少量的计算误差。对 $\Phi_1$ 和 $\Phi_2$ 而言,过渡层相当于类似吸收层的特殊边界条件,因而过渡层的设置会影响模型计算精度。相比于 $\eta_2, \eta_3$ 中下层网格高度 $Z_4$ 增高,即提高了过渡层的高度,因雷达天线高度低于过渡层高度,过渡层高度的提高将导致从下层空间进入上层空间的电磁波减少,从而提高了计算精度。 $\eta_4$ 中吸收层厚度 $H_t$ 设为0,即是将 $\Phi_1$ 和 $\Phi_2$ 中边界位置的电磁场置零,在步进求解过程中,这会使得部分电磁波发生反射,因此图中 $\eta_4$ 在下层空间中波动较大。 $\eta_5$ 增大了过渡层的厚度 $H_t$ ,减弱了过渡层边界条件造成的误差,从而减小了模型的计算误差。 $\eta_6$ 减小了大步长 $\Delta x$ ,因此在步进 $\Delta x$ 距离后,进入过渡层的电磁波减少,从而减弱了过渡层边界造成的误差。

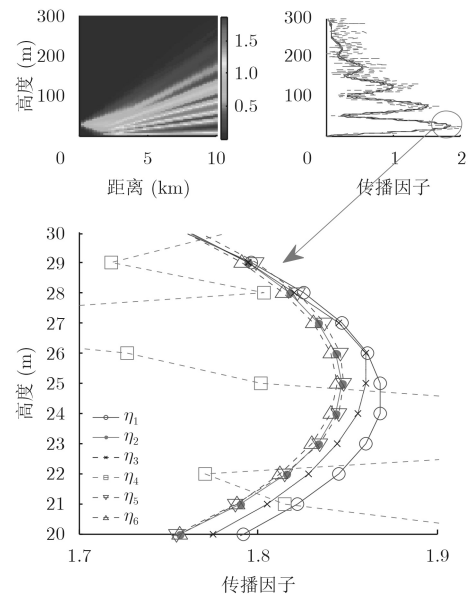


图2 光滑海面仿真结果

表1 网格的参数及运算结果

网格条件	小步长(普通网格步长)(m)	大步长(m)	$Z_4$ (m)	$H_t$ (m)	误差	运算时间(s)
1	1	—	—	—	—	4.628
2	1	200	64	10	0.0148	1.200
3	1	200	128	10	0.0080	1.575
4	1	200	64	0	0.1120	1.199
5	1	200	64	20	0.0137	1.199
6	1	50	64	10	0.0138	1.298

从运算时间上看,  $\eta_2$ 的运算时间为 $\eta_1$ 的1/4,  $\eta_2, \eta_4, \eta_5$ 的网格个数相同,因而运算时间基本一致,  $\eta_3$ 提高了下层空间的高度,  $\eta_6$ 中增大了上层空间的步进距离,使得网格的个数增多,从而增大了运算量。

## 5.2 粗糙海面仿真

双层网格在计算精度基本不变的情况下可显著提高运算效率,尤其当信号频率较高、波数较大时,高度网格个数显著增多,在水平距离间隔较短的线性地形(如海浪曲线)条件下,使用双层网格计算电波传播特性能有效减小计算量。

设雷达高度为10 m,天线为高斯型,抬升角为 $0^\circ$ ,带宽为 $3^\circ$ ,信号频率为9 GHz。下边界为Elfouhaily海浪谱<sup>[16]</sup>生成的海浪曲线,风速条件为5 m/s,线段的水平距离间隔 $\Delta x_T$ 为1 m,同时大气中存在蒸发波导,高度为12 m,其修正折射率如图3所示,因而部分电磁波将陷获于波导层内。计算高度设为819.2 m,高度间隔为0.1 m,最大传播角度为 $9.6^\circ$ 。图4给出了在100 km处,0 m到16 m高度范围内,6种网格条件下传播因子 $\eta$ 随高度的变化曲线。表2中给出了6种网格的参数,以及传播因

子 $\eta$ 的误差和运算时间。

仿真中,  $\eta_1$ 使用LSM模型,  $\eta_2$ 到 $\eta_6$ 均使用双层网格模型,扩展层厚度 $H_u$ 设为20 m。仿真中改变了 $\eta_2$ 至 $\eta_6$ 的网格参数,其中 $\eta_3, \eta_4$ 和 $\eta_5$ 的变化规律与仿真1一致,这说明,在粗糙海面条件下,  $Z_4$ 和 $H_u$ 的增大同样会使得模型精度提高。但 $\eta_6$ 中 $\Delta x$ 的减小却导致误差增大,其原因是,LSM模型和WPE模型均为近似解,且在粗糙的海面条件下两个模型计算结果存在一些差别,尤其是电磁场的相位差异较大,而步长 $\Delta x$ 的减小使得步进次数增多,导致误差增大。在仿真1中,光滑海面条件下LSM模型

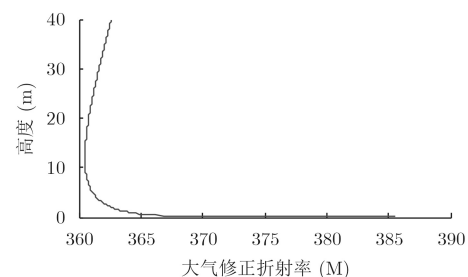


图3 大气修正折射率

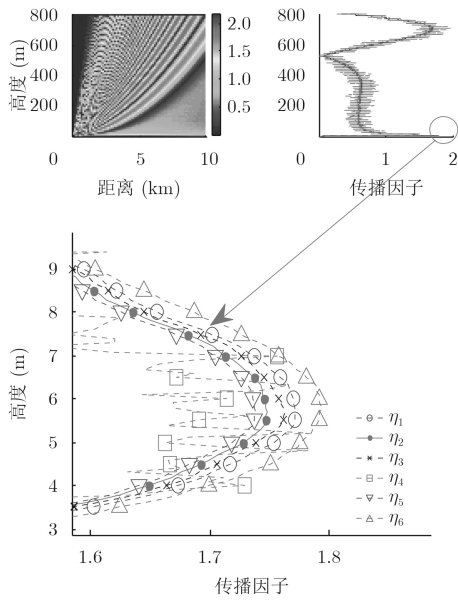


图 4 粗糙海面仿真结果

等同于WPE模型，因而这一误差不会产生。

从运算时间上看， $\eta_2$ 的运算时间为 $\eta_1$ 的1/10， $\eta_2, \eta_4, \eta_5$ 的网格个数相同，因而运算时间基本一致。同时下层空间的高度以及上层空间的步进距离的增大，将增大网格个数，使得运算量变大。

## 6 结束语

受到下边界地形条件的限制，当地形曲线水平距离间隔较小时，LSM模型的计算量较大。本文提出双层网格模型，将计算空间分成上下两层，下层空间使用较小的步长并用LSM模型求解，用于计算地形条件对电磁波的影响，上层空间使用较大的步长并用WPE模型求解，两层之间设置过渡层，以实现二者间电磁波的交换。模型利用LSM模型和WPE模型的混合运算，减小了单独使用LSM模型时较大的计算量。在光滑海面 and 粗糙海面条件下，对双层网格模型进行了仿真和验证，结果表明，双层网格模型可在保持较高计算精度的条件下，显著提高运算效率，降低运算时间。

表 2 网格的参数及运算结果

网格条件	小步长(普通网格步长)(m)	大步长(m)	$Z_4$ (m)	$H_t$ (m)	误差	运算时间(min)
1	1	—	—	—	—	4.002
2	1	200	51.2	10	0.0140	0.404
3	1	200	102.4	10	0.0118	0.594
4	1	200	51.2	0	0.0958	0.403
5	1	200	51.2	20	0.0103	0.404
6	1	50	51.2	10	0.0203	0.470

## 参考文献

[1] ZHANG Qi, YANG Kunde, and SHI Yang. Spatial and temporal variability of the evaporation duct in the Gulf of Aden[J]. *Tellus*, 2016, 68(1): 1–14. doi: 10.3402/tellusa.v68.29792.

[2] SIRKOVA I and MIKHAVLEV M. Parabolic wave equation method applied to the tropospheric ducting propagation problem: A survey[J]. *Electromagnetics*, 2006, 26(2): 155–173. doi: 10.1080/02726340500486484.

[3] ZHAO Xiaofeng, HUANG Sixun, and WANG Dongxiao. Using particle filter to track horizontal variations of atmospheric duct structure from radar sea clutter[J]. *Atmospheric Measurement Techniques*, 2012, 5(11): 2859–2866. doi: 10.5194/amtd-5-6059-2012.

[4] 刘爱国, 察豪, 李忠猛. 岸基微波超视距雷达探测预报方法[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2014, 42(7): 96–100. doi: 10.13245/j.hust.140719.

LIU Aiguo, CHA Hao, and LI Zhongmeng. Prediction

method of coastal microwave OTH radar detection range[J]. *Journal Huazhong University of Science & Technology (Natural Science Edition)*, 2014, 42(7): 96–100. doi: 10.13245/j.hust.140719.

[5] 李磊, 吴振森, 林乐科, 等. 海上对流层微波超视距传播与海洋大气环境特性相关性研究[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(1): 209–215. doi: 10.11999/JEIT150210.

LI Lei, WU Zhensen, Lin leke, et al. Study on the relativities of the tropospheric microwave trans-horizon propagation above ocean surface and the marine atmospheric environment characteristics[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(1): 209–215. doi: 10.11999/JEIT150210.

[6] 崔萌达, 察豪, 田斌. 雷达威力预报技术中海表温度测量及修正方法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2017, 49(5): 116–121. doi: 10.11918/j.j.issn.0367-6234.201611018.

CUI Mengda, CHA Hao, and TIAN Bin. Measurement and modification method of sea surface temperature for radar detection range prediction[J]. *Journal of Harbin Institute of*

- Technology*, 2017, 49(5): 116–121. doi: [10.11918/j.issn.0367-6234.201611018](https://doi.org/10.11918/j.issn.0367-6234.201611018).
- [7] ZHANG Pei, BAI Lu, WU Zhensen, *et al.* Applying the parabolic equation to tropospheric groundwave propagation: A review of recent achievements and significant milestones[J]. *IEEE Antennas & Propagation Magazine*, 2016, 58(3): 31–44. doi: [10.1109/MAP.2016.2541620](https://doi.org/10.1109/MAP.2016.2541620).
- [8] APAYDIN G and SEVGI L. MatLab-based FEM-parabolic equation tool for path loss calculations along multi-mixed-terrain paths[J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2014, 56(3): 221–236. doi: [10.1109/MAP.2014.6867720](https://doi.org/10.1109/MAP.2014.6867720).
- [9] FREUND D E, WOODS N E, KU H C, *et al.* Forward Radar propagation over a rough sea surface: A numerical assessment of the Miller-brown approximation using a horizontally polarized 3-GHz line source[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006, 54(4): 1292–1304. doi: [10.1109/TAP.2006.872669](https://doi.org/10.1109/TAP.2006.872669).
- [10] DONOHUE D J and KUTTLER J R. Propagation modeling over terrain using the parabolic wave equation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2000, 48(2): 260–277. doi: [10.1109/8.833076](https://doi.org/10.1109/8.833076).
- [11] WANG Dandan, XI Xiaoli, PU Yurong, *et al.* Parabolic equation method for Loran-C ASF prediction over irregular terrain[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15(5): 734–737. doi: [10.1109/LAWP.2015.2471079](https://doi.org/10.1109/LAWP.2015.2471079).
- [12] BARRIOS A E. Considerations in the development of the advanced propagation model (APM) for U.S. Navy applications[C]. *IEEE Radar Conference*, Adelaide, Australia, 2003: 77–82. doi: [10.1109/RADAR.2003.1278714](https://doi.org/10.1109/RADAR.2003.1278714).
- [13] 张青洪, 廖成, 盛楠, 等. 抛物方程方法的亚网格模型及其应用研究[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(8): 2005–2009. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01428](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01428).
- ZHANG Qinghong, LIAO Cheng, SHENG Nan, *et al.* Study on subgridding model of the parabolic equation and its application[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(8): 2005–2009. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01428](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01428).
- [14] 魏乔菲, 尹成友, 范启蒙. 存在障碍物时电波传播抛物线方程分析及其验证[J]. *物理学报*, 2017, 66(12): 152–159. doi: [10.7498/aps.66.124102](https://doi.org/10.7498/aps.66.124102).
- WEI Qiaofei, YIN Chengyou, and FAN Qimeng. Research and verification for parabolic equation method of radio wave propagation in obstacle environment[J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(12): 152–159. doi: [10.7498/aps.66.124102](https://doi.org/10.7498/aps.66.124102).
- [15] 盛楠. 基于抛物方程的复杂气象环境电磁建模及仿真研究[D]. [博士学位论文], 西南交通大学, 2015.
- SHENG Nan. Modeling and simulation of complex meteorological environments based on parabolic equation[D]. [Ph.D. dissertation], Southwest Jiaotong University, 2015.
- [16] ELFOUHAILY T, CHAPRON B, KATSAROS K, *et al.* A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1997, 102(7): 781–796. doi: [10.1029/97JC00467](https://doi.org/10.1029/97JC00467).
- 崔萌达: 男, 1990年生, 博士生, 研究方向为海洋大气环境中的电磁波传播.
- 察 豪: 男, 1966年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、海洋大气环境中的电磁波传播.
- 田 斌: 男, 1980年生, 副教授, 研究方向为海洋大气波导预测、雷达信号处理.