

单快拍数据的分布式二维阵列测角方法研究

王 俊^① 向 洪^{*①} 魏少明^① 蒋 海^②

^①(北京航空航天大学电子信息工程学院 北京 100191)

^②(空间物理重点实验室 北京 100076)

摘 要: 该文针对 2 维阵列波达方向估计问题, 提出一种基于单快拍数据的分布式 2 维 DOA 估计算法。该算法首先利用每个子阵单元的单快拍数据进行 2 维 Hankle 矩阵构造; 然后基于 2 维状态空间平衡法分别获得方位角和俯仰角子阵单元内 DOA 估计与子阵单元间 DOA 估计; 最后通过解模糊算法获得方位角和俯仰角高精度无模糊 DOA 估计。该算法较好地解决了子阵单元内 DOA 估计和子阵单元间 DOA 估计之间的配对问题以及俯仰角和方位角之间配对问题, 充分利用分布式阵列扩展阵列物理孔径特性; 同时该算法可直接对相干信号和非相干信号进行处理。计算机仿真结果验证了所提算法的有效性。

关键词: DOA 估计; 分布式阵列; 2 维 Hankle 矩阵; 自动配对

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)06-1375-08

DOI: 10.11999/JEIT170856

2-D DOA Estimation of Distributed Array with Single Snapshot

WANG Jun^① XIANG Hong^① WEI Shaoming^① JIANG Hai^②

^①(School of Electronics and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

^②(Key Laboratory of Space Physics, Beijing 100076, China)

Abstract: An algorithm of Direction Of Arrival (DOA) estimation based on the single-snapshot data is proposed for distributed Two-Dimensional (2-D) array. 2-D Hankle matrixes are firstly constructed using the single observation of every subarray element. Then angles of azimuth and elevation for different baselines based on the distributed 2-D array are estimated using 2-D state space balance method. Finally, high accuracy and unambiguous angles of azimuth and elevation are obtained through the solution of fuzzy algorithm. The matching problem of the DOA estimation about different baselines and the pairing problem between azimuth and elevation are well solved by the proposed algorithm, therefore the characteristic of large aperture is acquired using the distributed array. At the same time, this algorithm can deal with the correlation signals and uncorrelation signals. Computer simulation results confirm the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: DOA estimation; Distributed array; Two-dimensional Hankle matrix; Auto pairing

1 引言

波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计是当前阵列信号处理领域的研究热点, 广泛应用于电子侦察、智能天线、雷达、声呐、通信、定位等领域^[1-4]。随着信号处理技术的蓬勃发展和硬件技术的提高, 人们对于获取波达方向的高精度估计也有了更高的期望。然而, 测角精度和角分辨率依赖于阵列物理孔径是不变的事实。因此, 扩展阵列物理孔径成为提高阵列测角精度和角分辨率的必要手

段^[5]。直接采用增加阵元数是扩展阵列物理孔径最简单的方法, 但是采用该方法将直接导致系统硬件成本急剧增加和计算复杂度增大, 同时导致大孔径天线的架设困难以及维护成本的增加。美国 MIT 林肯实验室在 2003 年提出了分布式阵列雷达概念^[6,7], 通过多个小孔径阵列组合为一个分布式阵列, 从而达到合成为一个大孔径阵列的效果, 从而具有很高的角度分辨力。相比于直接增加天线阵元数的方式, 分布式阵列能够有效减少阵元数, 降低硬件成本及算法复杂度。在文献[6,7]中都提及了分布式阵列可以有效提高角度分辨力, 却未提及相关算法。而常规高分辨估计算法也不能直接适用于分布式阵列 DOA 估计, 因此展开对分布式阵列 DOA 估计算法的研究非常必要。同时由于分布式阵列子阵之间基

收稿日期: 2017-09-07; 改回日期: 2018-01-22; 网络出版: 2018-03-21

*通信作者: 向洪 xianghong@buaa.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61671035, 61501011, 61501012)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61671035, 61501011, 61501012)

线长度大于半波长,属于稀疏阵列,根据空域采样定理,分布式阵列面临着严重的栅瓣或高栅瓣干扰,导致测角模糊,影响测角精度^[8]。因此,采用分布式阵列进行 DOA 估计需要解决两个方面的问题,一方面是针对分布式阵列新算法的研究,另一方面是解决分布式阵列测角模糊问题。针对 1 维分布式阵列,文献[8]提出了一种双尺度 ESPRIT 算法进行分布式阵列 DOA 估计,先利用子阵列获取无模糊精度较低的粗估计,然后利用子阵与子阵之间获取有模糊但精度高的精估计,最后利用粗估计和精估计值进行解模糊获得高精度 DOA 估计。文献[9-11]在其基础研究了将双尺度 ESPRIT 算法推广到多尺度 ESPRIT 算法,进行多基线分布式阵列 DOA 估计,取得了较好的成果。文献[12]结合酉 ESPRIT 算法和多重信号分类(MUSIC)算法,提出了一种基于 MI-MUSIC 的分布式阵列波达方向估计方法。文献[13]则提出了一种基于分布式 nested 阵列的 DOA 估计算法,采用双尺度酉 ESPRIT 算法获得高精度 DOA 估计。文献[14]研究了双尺度酉 ESPRIT 算法进行波离方向(Direction Of Departure, DOD)和 DOA 的联合估计。文献[15]考虑到分布式 1 维阵列的角度估计模糊情况,提出了一种多尺度组合的方法从模糊角度中提取出正确角度值。相比于分布式 1 维阵列 DOA 估计的蓬勃发展,基于分布式 2 维阵列的 DOA 估计算法的研究相对较少。分布式 2 维阵列 DOA 估计问题由原来的 2 维空间转换到 3 维空间,不仅涉及到粗估计和精估计之间配对,还涉及到了目标的方位角和俯仰角配对问题。文献[16]结合干涉雷达结构与 2 维方向估计方法提出了一种 2 维分布式阵列 DOA 估计方法,分别在俯仰与方位上以干涉阵形式进行双尺度酉 ESPRIT 算法,然后利用配对算法进行方位与俯仰角配对。然而该方法主要针对的是多快拍数据且入射信号为非相干信号。对于相干信号,其仍然需要通过空间平滑等方法预处理才能进行有效估计。而对于针对一些复杂场景,获得的用于测向的样本数将会很少,可能仅有几次或单次,因此有必要研究单快拍数据下的分布式阵列 DOA 估计方法。

针对以上问题,本文在单快拍数据的分布式 1 维阵列 DOA 估计方法^[17]以及单次快拍数据 2 维阵列 DOA 估计方法^[18]的基础上提出了一种针对相干信号和非相干信号同时处理的单快拍数据的分布式 2 维阵列高分辨 DOA 估计算法。该方法首先利用接收的单快拍数据以每个子阵单元构造 2 维 Hankle 矩阵作为伪协方差矩阵,然后利用分布式阵列子阵单元内和子阵单元间的空间旋转不变性,采用 2 维

状态空间平衡法分别获得无模糊精度低的子阵单元内 DOA 估计和有模糊精度高的子阵单元间 DOA 估计,最后通过解模糊算法获得分布式 2 维阵列的高精度 DOA 估计。

2 分布式 2 维阵列回波建模

构造如图 1 所示的分布式 2 维阵列,子阵单元 S_0, S_1, S_2 分别构成分布式阵列主阵单元、方位子阵单元以及俯仰子阵单元。分布式阵列各子阵单元阵元各向同性且均匀分布在 $x-y$ 平面的网格上,子阵单元内相邻阵元间距 $d_x = d_y \leq \lambda/2$, λ 为接收信号波长。主阵单元 S_0 是阵元数为 $(M+1)(N+1)$ 的均匀矩形面阵,为分析方便,将主阵单元如图 1 所示划分为子阵 S_{00}, S_{01}, S_{02} , 其阵元数与方位子阵单元 S_1 和俯仰子阵单元 S_2 阵元数相同,都为 MN , 其中 N 表示子阵沿 y 轴方向的阵元个数, M 表示子阵沿 x 轴方向的阵元个数。显然, d_y, d_x 为子阵单元 S_{01} 和 S_{02} 与子阵单元 S_{00} 的短基线长度; D_y, D_x 分别表示方位子阵单元 S_1 和俯仰子阵单元 S_2 与主阵单元子阵 S_{00} 之间长基线长度。为了更好地描述分布式阵列稀疏程度,综合子阵孔径和子阵间基线长度^[16], 定义 x 轴方向填充系数为 $F_x = (2M+1)d_x / (Md_x + D_x)$, y 轴方向填充系数为 $F_y = (2N+1)d_y / (Nd_y + D_y)$ 。

假设 K 个远场窄带点源信号入射到分布式阵列上, $\{s_k(t)\}_{k=1}^K$ 为入射信号, $\{(\theta_i, \phi_i)\}_{i=1}^K$ 分别为入射信号的俯仰角和方位角; 噪声为零均值加性高斯白噪声, 其方差为 σ_n^2 ; 不考虑通道不一致、互耦等因素影响, 以主单元阵 S_0 第 1 个阵元作为参考阵元, 可得到第 i 个目标信号入射到第 (m, n) 个阵元的延时为

$$\tau_{mn,k} = \frac{md_x \sin \theta_k \cos \phi_k + nd_y \sin \theta_k \sin \phi_k}{c}, \quad 0 \leq m \leq M, 0 \leq n \leq N \quad (1)$$

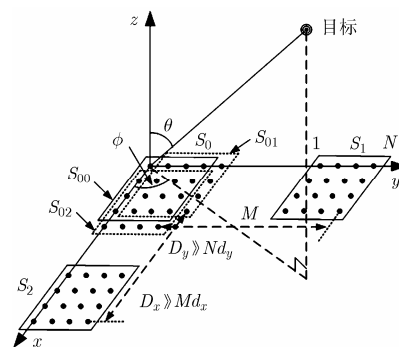


图 1 分布式 2 维面阵示意图

假定 $d_x = d_y = \lambda/2$, 令 $u_k = \sin \theta_k \cos \phi_k$, $v_k = \sin \theta_k \sin \phi_k$, 对于远场窄带信号, 满足 $s_k(t - \tau_{mn,k}) \approx s_k(t) \exp(-j\omega_0 \tau_{mn,k})$, 其中 $\omega_0 = 2\pi f = 2\pi c/\lambda$ 为接收信号的频率。进而可得子阵单元 S_0 中第 (m, n) 个阵元的接收信号为

$$z_0(m, n) = \sum_{k=1}^K g_{mn,0,k} \left(e^{j\pi u_k} \right)^m \left(e^{j\pi v_k} \right)^n s_k(t),$$

$$0 \leq m \leq M, 0 \leq n \leq N \quad (2)$$

而方位子阵单元 S_1 和俯仰子阵单元 S_2 中第 (m, n) 个阵元的接收信号分别为

$$z_1(m, n) = \sum_{k=1}^K g_{mn,2,k} \left(e^{j\pi u_k} \right)^m \left(e^{j\pi v_k} \right)^n e^{j2\pi v_k D_y/\lambda} s_k(t),$$

$$0 \leq m \leq M-1, 0 \leq n \leq N-1 \quad (3)$$

$$z_2(m, n) = \sum_{k=1}^K g_{mn,1,k} \left(e^{j\pi u_k} \right)^m \left(e^{j\pi v_k} \right)^n e^{j2\pi u_k D_x/\lambda} s_k(t),$$

$$0 \leq m \leq M-1, 0 \leq n \leq N-1 \quad (4)$$

式中, $g_{mn,i,k}$ 表示第 i 个子阵单元第 (m, n) 个阵元对第 k 个信号的增益; 将式(4)写为矩阵形式, 可得

$$z_i(m, n) = \mathbf{G}_i \mathbf{A}_x^m \mathbf{A}_y^n \mathbf{B}_i \mathbf{S} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{G}_i = [g_{mn,i,1} \ g_{mn,i,2} \ \cdots \ g_{mn,i,K}]$ 为增益矩阵; 为分析方便, 假定阵列中阵元各向同性, 因此将其归一化可表示为 $g_{mn,i,k} = 1$ 。 $\mathbf{S} = [s_1(t) \ s_2(t) \ \cdots \ s_K(t)]^T$ 为信号矢量; $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y$ 为对角矩阵, 分别为方位向和俯仰向子阵单元内估计算子, 其表示式分别为 $\mathbf{A}_x = \text{diag}(e^{j\pi u_1} \ e^{j\pi u_2} \ \cdots \ e^{j\pi u_K})$, $\mathbf{A}_y = \text{diag}(e^{j\pi v_1} \ e^{j\pi v_2} \ \cdots \ e^{j\pi v_K})$; \mathbf{B}_i 为对角矩阵, 称为子阵单元间估计算子, 可表示为

$$\mathbf{B}_i = \begin{cases} \mathbf{I}, & i = 0 \\ \text{diag}\left(e^{j2\pi v_1 D_y/\lambda} \ e^{j2\pi v_2 D_y/\lambda} \ \cdots \ e^{j2\pi v_K D_y/\lambda}\right), & i = 1 \\ \text{diag}\left(e^{j2\pi u_1 D_x/\lambda} \ e^{j2\pi u_2 D_x/\lambda} \ \cdots \ e^{j2\pi u_K D_x/\lambda}\right), & i = 2 \end{cases} \quad (6)$$

式中, \mathbf{I} 表示单位矩阵, 若能估计矩阵 $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y$ 的对角线元素相位, 则可获得信号入射方位角和俯仰角 (θ_{ci}, ϕ_{ci}) 的无模糊精度低的子阵单元内 DOA 估计; 若能估计 \mathbf{B}_i , 则可得信号入射方向 (θ_{fi}, ϕ_{fi}) 的有模糊精度高的分布式阵列子阵单元间 DOA 估计; 最后通过解模糊算法获得无模糊精度高的分布式阵列 DOA 估计 (θ_i, ϕ_i) 。

3 分布式阵列 2 维 DOA 估计方法

由于主阵单元 S_0 的子阵 S_{01}, S_{02} 相比于子阵 S_{00} 分别在方位向和俯仰向具有偏移量为 d_y, d_x 的空间

不变性, 同时方位子阵 S_1 和俯仰子阵 S_2 与主阵单元子阵 S_{00} 分别在方位向和俯仰向具有偏移量为 D_y, D_x 的空间不变性, 因此可采用双尺度的方式估计出分布式阵列的方位角和俯仰角。为了能够实现方位角子阵内 DOA 估计与子阵间 DOA 估计、俯仰角子阵内 DOA 估计与子阵间 DOA 估计以及方位角与俯仰角的精确配对, 本文首先进行 2 维 Hankle 矩阵构造, 然后利用方位向和俯仰向的空间不变性, 采用 2 维状态空间平衡法进行方位角和俯仰角子阵内和子阵间 DOA 估计, 最后通过解模糊算法可获得高精度无模糊 DOA 估计。

3.1 2 维 Hankle 矩阵构造

首先提取主阵单元 S_0 行接收的单次快拍数据, 定义如式(7)所示。

$$\mathbf{Z}_{m,0} = \begin{bmatrix} z_0(m,0) & z_0(m,1) & \cdots & z_0(m,N) \end{bmatrix} \quad (7)$$

利用单快拍数据 $\mathbf{Z}_{m,0}$ 构造 Hankle 矩阵 $\mathbf{H}_{m,0}$,

如式(10)所示。

$$\mathbf{H}_{m,0} = \begin{bmatrix} z_0(m,0) & z_0(m,1) & \cdots & z_0(m,N-L_1+1) \\ z_0(m,1) & z_0(m,2) & \cdots & z_0(m,N-L_1+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_0(m,L_1-1) & z_0(m,L_1) & \cdots & z_0(m,N) \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, L_1 为矩阵束参数^[19], 定义 Hankle 矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_{m,0}$, $\tilde{\mathbf{H}}_{m,0}$:

$$\tilde{\mathbf{H}}_{m,0} = \mathbf{H}_{m,0} \mathbf{J}_1 \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_{m,0} = \mathbf{H}_{m,0} \mathbf{J}_2 \quad (10)$$

其中, $\mathbf{J}_1 = [\mathbf{I}_{(N-L_1+2) \times (N-L_1+2)}; \mathbf{0}_{1 \times (N-L_1+2)}]$, $\mathbf{J}_2 = [\mathbf{0}_{1 \times (N-L_1+2)}; \mathbf{I}_{(N-L_1+2) \times (N-L_1+2)}]$ 为选择矩阵。 \mathbf{I} 为单位矩阵, $\mathbf{0}$ 为零矩阵。利用 Hankle 矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_{m,0}, \tilde{\mathbf{H}}_{m,0}$ 作为块矩阵, 构造 2 维 Hankle 矩阵:

$$\mathbf{H}_{00,0} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{0,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{1,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M-L_2,0} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{1,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{2,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M-L_2+1,0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}_{L_2-1,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{L_2,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M-1,0} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{H}_{01,0} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{0,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{1,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M-L_2,0} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{1,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{2,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M-L_2+1,0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}_{L_2-1,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{L_2,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M-1,0} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_{10,0} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{1,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{2,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M-L_2+1,0} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{2,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{3,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M-L_2+2,0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}_{L_2,0} & \tilde{\mathbf{H}}_{L_2+2,0} & \cdots & \tilde{\mathbf{H}}_{M,0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, L_2 也为矩阵束参数^[19], 将式(5), 式(9), 式(10)代入式(11), 式(12), 式(13)化简可得

$$\mathbf{H}_{00,0} = \mathbf{O}\mathbf{C} \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_{01,0} = \mathbf{O}\mathbf{A}_y\mathbf{C} \quad (15)$$

$$\mathbf{H}_{10,0} = \mathbf{O}\mathbf{A}_x\mathbf{C} \quad (16)$$

其中,

$$\mathbf{O} = [\mathbf{G}\mathbf{A}_x^0\mathbf{A}_y^0 \quad \mathbf{G}\mathbf{A}_x^1\mathbf{A}_y^0 \quad \cdots \quad \mathbf{G}\mathbf{A}_x^0\mathbf{A}_y^1 \quad \mathbf{G}\mathbf{A}_x^1\mathbf{A}_y^1 \quad \cdots \quad \cdots]^T$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{A}_x^0\mathbf{A}_y^0\mathbf{S} \quad \mathbf{A}_x^1\mathbf{A}_y^0\mathbf{S} \quad \cdots \quad \mathbf{A}_x^0\mathbf{A}_y^1\mathbf{S} \quad \mathbf{A}_x^1\mathbf{A}_y^1\mathbf{S} \quad \cdots \quad \cdots]$$

分别为观察矩阵和状态矩阵^[20]. 利用方位子阵单元 S_1 和俯仰子阵单元 S_2 的单快拍数据构造 2 维 Hankle 矩阵, 可得

$$\mathbf{H}_{00,1} = \mathbf{O}\mathbf{B}_1\mathbf{C} \quad (17)$$

$$\mathbf{H}_{00,2} = \mathbf{O}\mathbf{B}_2\mathbf{C} \quad (18)$$

3.2 子阵内 DOA 估计和子阵间 DOA 估计

为了获取方位向和俯仰向子阵内 DOA 估计算子 $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y$ 和子阵间 DOA 估计算子 $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$, 采用文献[17,18]方法对 2 维 Hankle 矩阵 $\mathbf{H}_{00,0}$ 进行奇异值分解, 利用 AIC 准则^[19]或 MDL 准则^[20]估计入射信号个数 K , 进而对噪声部分截断, 可得到观察矩阵 $\hat{\mathbf{O}}$ 和控制矩阵 $\hat{\mathbf{C}}$. 其中 $\hat{\mathbf{O}} \triangleq \mathbf{O}\mathbf{T}^{-1}$, $\hat{\mathbf{C}} \triangleq \mathbf{T}\mathbf{C}$, 矩阵 \mathbf{T} 为一个唯一的非奇异矩阵. 进而, 通过式(14), 式(15), 式(17), 综合利用观察矩阵 $\hat{\mathbf{O}}$ 和控制矩阵 $\hat{\mathbf{C}}$, 分别获得方位向子阵内估计算子 $\hat{\mathbf{A}}_y$ 和子阵间估计算子 $\hat{\mathbf{B}}_1$.

$$\hat{\mathbf{A}}_y = \hat{\mathbf{O}}^+ \mathbf{H}_{01,0} \hat{\mathbf{C}}^+ = \mathbf{T}\mathbf{A}_y\mathbf{T}^{-1} \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_1 = \hat{\mathbf{O}}^+ \mathbf{H}_{00,1} \hat{\mathbf{C}}^+ = \mathbf{T}\mathbf{B}_1\mathbf{T}^{-1} \quad (20)$$

同理, 通过式(14), 式(16), 式(18), 可获得俯仰向子阵内 DOA 估计算子 $\hat{\mathbf{A}}_x$ 和子阵间 DOA 估计算子 $\hat{\mathbf{B}}_2$.

$$\hat{\mathbf{A}}_x = \hat{\mathbf{O}}^+ \mathbf{H}_{10,0} \hat{\mathbf{C}}^+ = \mathbf{T}\mathbf{A}_x\mathbf{T}^{-1} \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_2 = \hat{\mathbf{O}}^+ \mathbf{H}_{00,2} \hat{\mathbf{C}}^+ = \mathbf{T}\mathbf{B}_2\mathbf{T}^{-1} \quad (22)$$

显然, 矩阵 \mathbf{A}_y 与矩阵 \mathbf{B}_1 , 矩阵 \mathbf{A}_x 与矩阵 \mathbf{B}_2 经过相同的矩阵变换, 分别在方位向和俯仰向实现了子阵内 DOA 估计与子阵间 DOA 估计的自动配对. 同时俯仰向和方位向两者之间经过的矩阵变换也相同, 所以方位向与俯仰向同时亦实现了自动配对.

由于 $\mathbf{H}_{00,0}, \mathbf{H}_{01,0}, \mathbf{H}_{10,0}$ 为 $L_1L_2 \times (N - L_1 + 1) \cdot (M - L_2 + 1)$ 的矩阵, 对 $\mathbf{H}_{00,0}$ 矩阵分解时需满足

$$\left. \begin{aligned} L_1L_2 &\geq K \\ (N - L_1 + 1)(M - L_2 + 1) &\geq K \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

即单个子阵可估计的最大信号源数受限于每个子阵单元子阵阵元数及束参数的约束. 因此, 分布式 2 维阵列可估计的最大信号源数受限于单个子阵可估计的最大信号源数.

3.3 解模糊

由于方位子阵 S_1 , 俯仰子阵 S_2 与主阵子阵单元 S_{00} 的基线距离远远大于半波长, 因此子阵间 DOA 估计可能是周期模糊的, 因此进行解模糊. 本文采用双尺度法^[5,17]进行解模糊. 假定 $a_{x,i}, b_{x,i}, a_{y,i}, b_{y,i}$ 分别对应于矩阵 \mathbf{A}_x 、矩阵 \mathbf{B}_2 、矩阵 \mathbf{A}_y 和矩阵 \mathbf{B}_1 的第 i 个对角元素, 则

$$u_{ci} = \arg(a_{x,i})/\pi, \quad u_{fi} = \arg(b_{x,i})/\pi \quad (24)$$

$$v_{ci} = \arg(a_{y,i})/\pi, \quad v_{fi} = \arg(b_{y,i})/\pi \quad (25)$$

由文献[5,17]可得缠绕系数为

$$n_{u,i} = \text{round} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{2D_x}{\lambda} u_{ci} - u_{fi} \right) \right] \quad (26)$$

$$n_{v,i} = \text{round} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{2D_y}{\lambda} v_{ci} - v_{fi} \right) \right] \quad (27)$$

其中, $\text{round}[\cdot]$ 表示取整运算符, 进而可得高精度无模糊的方向余弦.

$$u_i = \frac{\lambda}{2D_x} (2n_{u,i} + u_{fi}) \quad (28)$$

$$v_i = \frac{\lambda}{2D_y} (2n_{v,i} + v_{fi}) \quad (29)$$

最后, 由于 u_i, v_i 一一配对, 因此解耦合后, 可得目标俯仰角和方位角分别为

$$\theta_i = \arcsin \left(\sqrt{u_i^2 + v_i^2} \right) \quad (30)$$

$$\phi_i = \arctan (v_i/u_i) \quad (31)$$

3.4 算法流程及计算复杂度分析

本文提出的单快拍数据的分布式 2 维阵列测角方法步骤如下:

- (1) 利用主阵单元 S_0 单快拍数据构造 2 维 Hankle 矩阵 $\mathbf{H}_{00,0}, \mathbf{H}_{01,0}, \mathbf{H}_{10,0}$, 利用子阵单元 S_1, S_2 数据构造 2 维 Hankle 矩阵 $\mathbf{H}_{00,1}, \mathbf{H}_{00,2}$;
- (2) 对 2 维 Hankle 矩阵 $\mathbf{H}_{00,0}$ 进行奇异值分解, 进而获取观察矩阵 $\hat{\mathbf{O}}$ 和控制矩阵 $\hat{\mathbf{C}}$;
- (3) 通过观察矩阵 $\hat{\mathbf{O}}$ 和控制矩阵 $\hat{\mathbf{C}}$, 采用最小二乘法求解, 获取子阵单元内估计值 $\hat{\mathbf{A}}_x, \hat{\mathbf{A}}_y$ 和子阵单元间估计值 $\hat{\mathbf{B}}_1, \hat{\mathbf{B}}_2$;
- (4) 通过对矩阵 $\hat{\mathbf{A}}_x$ 进行特征值分解, 获取非奇异阵 \mathbf{T} 及 \mathbf{A}_x ;
- (5) 通过非奇异阵 \mathbf{T} 及矩阵 $\hat{\mathbf{A}}_y, \hat{\mathbf{B}}_1, \hat{\mathbf{B}}_2$, 分别获

得矩阵 $\mathbf{A}_y, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$;

(6) 利用矩阵 $\mathbf{A}_x, \mathbf{B}_1, \mathbf{A}_y, \mathbf{B}_2$ 对角线元素 $a_{x,i}, b_{x,i}, a_{y,i}, b_{y,i}$ 获得 $u_{ci}, u_{fi}, v_{ci}, v_{fi}$, 进而求出缠绕系数 $n_{u,i}, n_{v,i}$;

(7) 利用缠绕系数 $n_{u,i}, n_{v,i}$ 和有模糊精估计 u_{fi}, v_{fi} , 求解出无模糊高精度估计 u_i, v_i , 解耦合获得 θ_i, ϕ_i 。

综上, 分布式 2 维阵列 DOA 估计的计算量主要在于对 2 维 Hankle 矩阵 $\mathbf{H}_{00,0}$ 进行奇异值分解, 由于 $\mathbf{H}_{00,0}$ 为 $L_1 L_2 \times (N - L_1 + 1)(M - L_2 + 1)$ 的矩阵, 其计算复杂度为 $\mathcal{O}(L_1 L_2 \times (N - L_1 + 1)^2 \cdot (M - L_2 + 1)^2)$ 。一般取 $L_1 = N/2, L_2 = M/2$, 这样可估计的最大信号源数将会最大, 其计算复杂度为 $\mathcal{O}(M^3 N^3 / 64)$ 。而如果采用与分布式 2 维阵列相接近的单个面阵, 其计算复杂度为 $\mathcal{O}(27 M^3 N^3 / 64)$ 。显然, 分布式 2 维阵列相比于相同阵元的单个面阵, 其仅依赖于分布式 2 维阵列的子阵单元, 计算复杂度明显降低。

4 仿真及分析

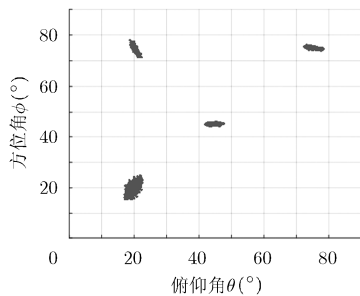
为验证本文提出的单快拍数据的分布式 2 维阵列测角方法的有效性, 本文从如下 3 个方面进行算法仿真和分析。

仿真 1 验证算法对相干信号方位角和俯仰角、子阵内 DOA 估计和子阵间 DOA 估计自动配对的有效性 设定分布式 2 维阵列中子阵阵元参数 $M = N = 3$, 子阵单元阵元间距 $d_x = d_y = \lambda/2$, 主阵单元与方位子阵单元和俯仰子阵单元间距 $D_x = D_y = 10\lambda$, 矩阵束参数选择 $L_1 = L_2 = 2$ 。同时为了测试本文算法可估计的最大信号源数, 场景中设定 4 个目标, 目标方位角、俯仰角分别为 $(\theta_1, \phi_1) = (20^\circ, 20^\circ), (\theta_2, \phi_2) = (45^\circ, 45^\circ), (\theta_3, \phi_3) = (20^\circ, 75^\circ), (\theta_4,$

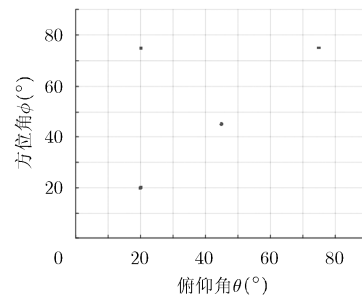
$\phi_4) = (75^\circ, 75^\circ)$ 。利用本文方法在信噪比 $\text{SNR} = 30 \text{ dB}$ 情况下进行 2000 次 Monte-Carlo 仿真实验, 入射信号为相干信号。图 2 给出了分布式 2 维阵列估计星座图, 其中图 2(a)为分布式 2 维阵列子阵单元内 DOA 估计, 图 2(b)为分布式 2 维阵列子阵单元间 DOA 估计。对比两者关系, 可看出通过分布式 2 维阵列子阵单元内估计值相对分散, 其估计方差较大; 而经过分布式阵列方位和俯仰阵列扩展后, 分布式 2 维阵列子阵单元间估计值则更集中, 估计值精度更高。仿真说明了本文算法有效地解决了阵列拓展中对多源信号的方位角子阵内 DOA 估计和子阵间 DOA 估计、俯仰角子阵内 DOA 估计和子阵间 DOA 估计的配对问题, 配对准确; 同时目标方位角和俯仰角一一配对, 实现了对目标方位角和俯仰角的准确估计。

仿真 2 验证分布式 2 维阵列扩展孔径的有效性 设定分布式 2 维阵列中子阵阵元参数 $M = N = 9$, 子阵单元阵元间距 $d_x = d_y = \lambda/2$, 主阵单元与方位子阵单元和俯仰子阵单元间距 $D_x = D_y = 25\lambda$, 则填充系数 $F_x = F_y = 0.322$ 。场景中存在 3 个目标, 目标方位角、俯仰角分别为 $(\theta_1, \phi_1) = (20.2^\circ, 30.5^\circ), (\theta_2, \phi_2) = (45.3^\circ, 60.2^\circ), (\theta_3, \phi_3) = (70.1^\circ, 30.3^\circ)$ 。此时分布式 2 维阵列总阵元数为 262。为验证本文算法扩展孔径的有效性, 将其与阵元数接近的 16 行 17 列共 272 阵元的均匀面阵(Uniform Rectangular Array, URA)进行对比。其中, URA 采用子阵内 DOA 估计的方法, 利用单快拍数据进行计算。SNR 范围设置为 $0 \sim 30 \text{ dB}$, 步长为 2 dB , 在每个 SNR 条件下进行 1000 次 Monte-Carlo 仿真实验。估计精度采用均方根误差(Root-Mean-Square Error, RMSE)进行评估, RMSE 定义如下:

$$\text{RMSE}_\theta = \sqrt{\frac{1}{JK} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_{jk} - \theta_k)^2} \quad (32)$$



(a) 分布式阵列子阵单元内 DOA 估计星座图



(b) 分布式阵列子阵单元间 DOA 估计星座图

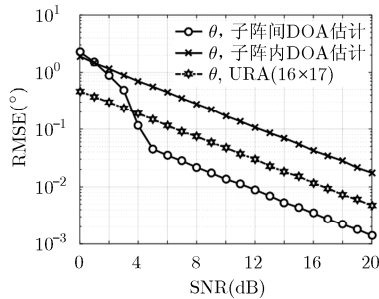
图 2 分布式 2 维阵列估计星座图

$$\text{RMSE}_\phi = \sqrt{\frac{1}{JK} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (\hat{\phi}_{jk} - \phi_k)^2} \quad (33)$$

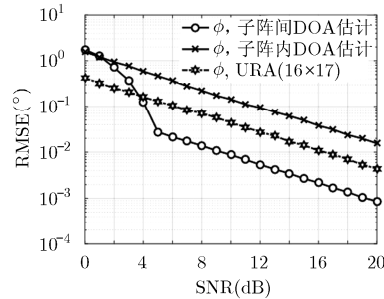
式中, J 为独立试验次数, K 为入射信号个数, $\hat{\theta}_{jk}$ 为第 k 个入射信号俯仰角的第 j 次估计值, θ_k 为第 k 个入射信号的真实值; $\hat{\phi}_{jk}$ 为第 k 个入射信号方位角的第 j 次估计值, ϕ_k 为第 k 个入射信号的真实值。仿真结果如图 3 所示, 其中图 3(a) 为俯仰角 RMSE 随信噪比变化曲线, 图 3(b) 为方位角 RMSE 随信噪比变化曲线。从图 3 可看出, 无论是俯仰角还是方位角, 分布式 2 维阵列子阵间 DOA 估计经过解模糊后, 当信噪比较高 ($\text{SNR} > 5 \text{ dB}$) 时, 其估计精度明显优于分布式 2 维阵列子阵内 DOA 估计。其原因是子阵间 DOA 估计采用的物理孔径远大于子阵内 DOA 估计, 因而其 DOA 估计精度较高; 而在信噪比较低情况下 ($\text{SNR} < 5 \text{ dB}$) 时, 其估计精度与分布式 2 维阵列子阵内 DOA 估计精度基本相当, 这是因为信噪比门限效应导致子阵间 DOA 估计解模糊时失效, 从而导致子阵间 DOA 估计精度降低。对比分布式 2 维阵列子阵间 DOA 估计和与其阵元数相接近的 URA 阵列, 在信噪比较高情况下 ($\text{SNR} > 5 \text{ dB}$) 时, 基于分布式 2 维阵列子阵间 DOA 估计精度明显优于 URA 的估计精度, 说明了分布式阵列在阵列孔径拓展方面的有效性; 而当信噪比较低 ($\text{SNR} < 5 \text{ dB}$) 时, 分布式 2 维阵列子阵间 DOA 估计

精度低于 URA, 这是由于信噪比门限效应导致的。对比分布式 2 维阵列子阵内 DOA 估计和与其阵元数相接近的 URA 阵列, 可看出前者 DOA 估计精度低于后者, 这是由于利用子阵主阵单元进行子阵内 DOA 估计的阵元数远小于 URA 阵列, 因此其估计性能低于 URA 阵列。

仿真 3 填充系数对分布式 2 维阵列估计精度的影响 由仿真 2 可看出, 为了获得较高的估计性能, 算法所需的信噪比门限相对较高。为了在实际应用场合更有效地应用本文方法, 可以考虑调整填充系数来实现较低的信噪比。而影响填充系数的两个因素主要是子阵单元孔径和子阵间基线距离。为了更直观地理解填充系数对分布式 2 维阵列估计精度的影响, 本文主要讨论当分布式 2 维阵列孔径固定时, 调整子阵单元大小, 分析分布式阵列在不同填充系数下 DOA 估计精度与信噪比之间的关系。设定分布式 2 维阵列孔径为 50λ , SNR 范围设置为 $0 \sim 30 \text{ dB}$, 步长为 2 dB , 在每个 SNR 条件下进行 500 次 Monte-Carlo 仿真试验, 填充系数分别设置为 $0.1, 0.2, 0.4, 1.0$ 。仿真结果如图 4 所示。可看出当填充系数为 0.1 时, 信噪比门限为 20 dB , 分布式 2 维阵列估计性能才能明显提高; 当填充系数增加到 0.4 时, 分布式 2 维阵列信噪比门限明显降低。显然为了能够获得较低的信噪比门限, 可增大填充

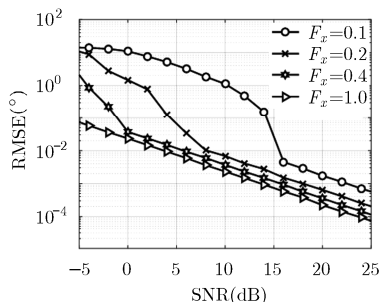


(a) 俯仰角 RMSE 随 SNR 变化

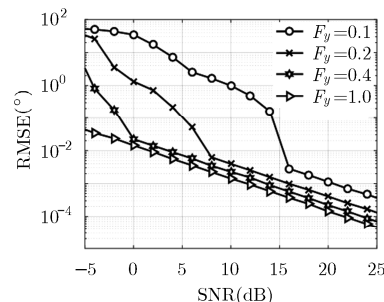


(b) 方位角 RMSE 随 SNR 变化

图 3 分布式 2 维阵列子阵内和子阵间 DOA 估计 RMSE 随 SNR 变化



(a) 俯仰角 RMSE 随信噪比变化



(b) 方位角 RMSE 随信噪比变化

图 4 分布式 2 维阵列 RMSE 在不同填充系数随 SNR 变化

系数。因此在 2 维阵列设计中, 如果要求的阵列物理孔径、最低信噪比及要求的估计精度已确定的情况, 可以考虑利用分布式 2 维阵列进行优化配置, 从而降低阵列设计成本, 减少算法计算复杂度。

5 结论

综上所述, 本文提出了一种基于单快拍数据的分布式 2 维阵列 DOA 估计算法。该算法实现了对单快拍数据或较少的快拍数据下对多相干信号或不相干信号的准确估计。通过仿真分析可知, 本文算法有效利用了分布式 2 维阵列扩展阵列物理孔径的特性, 形成了一个大孔径天线效果, 从而获得了高精度 DOA 估计; 相比于阵元数相同的传统单阵列, 本文算法通过采用 2 维分布式阵列布阵, 有效提高了 DOA 估计精度, 降低了算法复杂度。因此本文算法对于分布式 2 维阵列的 DOA 估计提供一种较好的解决方案。

参 考 文 献

- [1] KRIM H and VIBERG M. Two decades of array signal processing research: The parametric approach[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 67-94. doi: 10.1109/79.526899.
- [2] DONG Y Y, DONG C X, LIU W, *et al.* 2-D DOA estimation for L-shaped array with array aperture and snapshots extension techniques[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(4): 495-499. doi: 10.1109/LSP.2017.2676124.
- [3] BONACCI D, VINCENT F, and GIGLEUX B. Robust DOA estimation in case of multipath environment for a sense and avoid airborne radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(5): 797-801. doi: 10.1049/iet-rsn.2016.0446.
- [4] LEE J H, LEE J H, and WOO J M. Method for obtaining three and four-element array spacing for interferometer direction-finding system[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 897-900. doi: 10.1109/LAWP.2015.2479224.
- [5] ZOLTOWSKI M D and WONG K T. Closed-form eigenstructure-based direction finding using arbitrary but identical subarrays on a sparse uniform cartesian array grid[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2205-2210. doi: 10.1109/78.852001.
- [6] CUOMO K M, COUTTS S, MCHARG J, *et al.* Wideband aperture coherence processing for next generation radar (nexgen)[R]. Lexington, MA USA, MIT Lincoln Laboratory, 2004.
- [7] 鲁耀兵, 高红卫, 周宝亮. 分布式孔径相参合成雷达技术[J]. *雷达学报*, 2017, 6(1): 55-64. doi: 10.12000/JR17014.
LU Yaobing, GAO Hongwei, and ZHOU Baoliang. Distributed aperture coherence-synthetic radar technology[J]. *Journal of Radars*, 2017, 6(1): 55-64. doi: 10.12000/JR17014.
- [8] LEMMA A N, VEEN A J V D, and DEPRETTERE E F. Multiresolution ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(6): 1722-1726. doi: 10.1109/78.765149.
- [9] VASYLYSHYN V I and GARKUSHA O A. Direction finding using sparse array composed of multiple identical subarrays [C]. 2005 5th International Conference on Antenna Theory and Techniques, Kyiv, Ukraine, 2005: 273-276.
- [10] 马严, 陈伯孝, 杨明磊, 等. 基于 ESPRIT 的多基线分布式阵列 DOA 估计方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2014, 36(8): 1453-1459. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.08.01.
MA Yan, CHEN Baixiao, YANG Minglei, *et al.* Multi-baseline distributed array DOA estimation using ESPRIT algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(8): 1453-1459. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.08.01.
- [11] MA Y, CHEN B X, YANG M L, *et al.* A novel ESPRIT-based algorithm for DOA estimation with distributed subarray antenna[J]. *Circuits Systems and Signal Processing*, 2015, 34(9): 2951-2972. doi: 10.1007/s00034-015-9987-6.
- [12] 王玉, 杨明磊, 陈伯孝. 基于 MI-MUSIC 的分布式阵列波达方向估计方法[J]. *现代雷达*, 2014, 36(1): 25-29. doi: 10.16592/j.cnki.1004-7859.2014.01.009.
WANG Yu, YANG Minglei, and CHEN Baixiao. DOA estimation of distributed arrays based on multiple invariance MUSIC algorithm[J]. *Modern Radar*, 2014, 36(1): 25-29. doi: 10.16592/j.cnki.1004-7859.2014.01.009.
- [13] 王毅, 陈伯孝, 杨明磊, 等. 分布式 nested 阵列及其高精度 DOA 估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2015, 37(2): 253-258. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2015.02.04.
WANG Yi, CHEN Baixiao, YANG Minglei, *et al.* High accuracy DOA estimation using separated nested array[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(2): 253-258. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2015.02.04.
- [14] ZHENG G and CHEN B. Unitary dual-resolution ESPRIT for joint DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2015, 26(1): 159-178. doi: 10.1007/s11045-013-0244-5.
- [15] LONG T, ZHANG H, ZENG T, *et al.* High accuracy unambiguous angle estimation using multi-scale combination in distributed coherent aperture radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(7): 1090-1098. doi: 10.1049/iet-rsn.2016.0450.
- [16] 陈根华, 陈伯孝, 杨明磊. 分布式相参阵列及其二维高精度方向估计[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(11): 2621-2627. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00043.
CHEN Genhua, CHEN Baixiao, and YANG Minglei. High accuracy 2-D angle estimation using distributed coherent arrays[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*,

- 2012, 34(11): 2621–2627. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00043.
- [17] 向洪, 王俊, 魏少明, 等. 单快拍数据的分布式阵列 DOA 估计 [J]. 电子与信息学报, 2016, 38(11): 2767–2773. doi: 10.11999/JEIT160093.
- XIANG Hong, WANG Jun, WEI Shaoming, *et al.* DOA estimation of distributed array with single snapshot[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(11): 2767–2773. doi: 10.11999/JEIT160093.
- [18] WANG J, XIANG H, WEI S, *et al.* Estimating direction of arrival by using two-dimensional state-space balance method [J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2017, 2017: 4890203. doi: 10.1155/2017/4890203.
- [19] YILMAZER N, JINHWAN K, and SARKAR T K. Utilization of a unitary transform for efficient computation in the matrix pencil method to find the direction of arrival[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006, 54(1): 175–181. doi: 10.1109/TAP.2005.861567.
- [20] DAVID J H. State-space approaches to ultra-wideband Doppler processing[D]. [Ph.D. dissertation], Worcester Polytechnic Institute, 2007.
- 王 俊: 男, 1972 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、实时信号处理等.
- 向 洪: 男, 1988 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、分布式雷达等.
- 魏少明: 男, 1985 年生, 博士, 研究方向为超宽带目标散射参数高精度提取、数据关联、目标 3 维重构等.
- 蒋 海: 男, 1986 年生, 博士, 工程师, 研究方向为数字信号处理、电气系统集成一体化设计等.