# 人工噪声辅助的物理层安全信号峰均功率比减低算法

洪 涛\* 张更新

(南京邮电大学通信与信息工程学院 南京 210003)

**摘 要:**人工噪声辅助的物理层安全通信系统采用人工噪声破坏窃听信道的方式提升系统安全信道容量是近年来物 理层安全通信领域研究的经典系统模型之一。该文针对这一模型中发射信号存在高峰均功率比问题,利用噪声子空 间提供的冗余度提出一种基于噪声子空间功率分配的峰均功率比降低算法。该算法通过分式规划、DC 规划以及二 次非凸等式约束松弛将非凸的峰均功率比优化问题转化为一系列的凸问题迭代求解。仿真结果表明在系统放大器存 在一定线性范围的约束下,该文提出的算法能够有效降低人工噪声辅助的物理层安全通信系统发射信号的峰均功率 比问题,达到提高系统中合法用户的通信性能的目的。

关键词:无线通信;物理层安全;人工噪声辅助;功率分配;凸优化

中图分类号: TN92 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2018)06-1426-07 **DOI**: 10.11999/JEIT170739

# Peak-to-average Power Ratio Reduction Algorithm of Artificial-noise-aided Secure Signal

HONG Tao ZHANG Gengxin

(College of Telecommunications & Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

Abstract: The research of improving the Secrecy Capacity (SC) of wireless communication system using Artificial Noise (AN) is one of the classics models in the field of physical layer security communication. Considering the Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) problem of transmit signal, a power allocation of AN subspaces algorithm is proposed to reduce the PAPR of transmit signal based on convex optimization. This algorithm utilizes a series of convex optimization problems to approach the nonconvex PAPR optimization problem based on fractional programming, Difference of Convex (DC) functions programming and nonconvex quadratic equality constraint transformation. Simulation results show that the proposed algorithm reduce the PAPR value of transmit signal to improve the communication performance of legitimate user compared with benchmark problems.

Key words: Wireless communication; Physical layer security; Artificial Noise (AN) aided; Power allocation; Convex optimization

## 1 引言

随着以大规模天线为代表的 5G 通信技术的高速发展,无线通信技术在不同领域将得到更加广泛的应用<sup>[1,2]</sup>。但由于无线传输媒介的开放性,通信信息在无线传输过程中的安全性越发引起人们的重视。近年来,物理层安全通信技术成为无线通信系统中信息安全领域新的研究热点。文献[3]提出了一种基于人工噪声辅助的物理层安全通信系统,其核

心思想是发射机不具备窃听信道先验知识的前提下 在期望信道的零空间中发射均匀分布的人工噪声破 坏窃听信道从而提高系统的安全信道容量。由于不 需要窃听接收机信道信息的先验知识,上述人工噪 声辅助方式成为物理层安全通信领域研究的经典系 统模型之一。在此基础上,文献[4]研究了敌对方非 合作窃听条件下通信信号和人工噪声信号所占发射 机总功率的比例,给出了高斯符号集条件下等功率 分配系统的安全信道容量达到最优的结论;文献[5] 提出了一种波束成形方案优化发射信号的协方差, 达到最大化期望用户的信干比和限制窃听接收机信 干比的目的。文献[6]中研究了基站、合法用户和窃 听用户三者装备不同天线数条件下系统的平均安全 速率,并将结论推广到大规模天线系统给出了渐进

收稿日期: 2017-07-20; 改回日期: 2018-03-19; 网络出版: 2018-04-10 \*通信作者: 洪涛 hongt@njupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(91738201, 61302102), 江苏省属高校自然科学研究面上项目(13KJB510023)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (91738201, 61302102), The Natural Science Foundation of the university of Jiangsu Province (13KJB510023)

瞬时保密速率的闭合表达式; 文献[7]在合法信道信 息不完美的条件下,给出了人工噪声的鲁棒性设计。 文献[8]将单个合法用户的模型拓展到多个合法用户 模型,建立了一种多用户和安全速率优化问题并给 出了相应的多用户模型下通信信号和人工噪声功率 分配方案; 文献[9]将人工噪声辅助的物理层安全通 信系统拓展到协作通信系统中,在不同的优化目标 函数和约束条件下研究协作方式下系统安全传输速 率和功率分配方案。与此同时,随着大规模天线技 术成为 5G 通信的关键技术之一, 文献[10]中综述性 地给出了物理层安全通信系统与大规模天线技术相 结合面临的机会和挑战; 文献[11]研究了 5G 网络中 采用大规模天线在下行链路中采用人工噪声辅助的 方式确保通信信息的安全传输; 文献[12]中研究了信 道估计、导频、小区间干扰、路径衰减等不同条件 下大规模天线系统中通信信号和人工噪声预编码策 略。

上述的人工噪声辅助的物理层安全通信系统研 究文献都忽略了人工噪声辅助方式发射信号相比于 传统 MIMO 信号高峰均功率比的特性。由于人工噪 声具有一定的随机性,而每根天线上发射信号都是 通信信号与人工噪声的线性叠加,这样会导致不同 天线上信号存在高的峰均功率比问题,与 OFDM 信 号高峰均功率比问题相类似。实际系统中放大器都 存在一定的线性范围,当发射信号幅值超过放大器 门限时就会导致:(1)破坏噪声子空间与合法信道之 间的正交性,导致人工噪声泄露到合法信道中;(2) 降低通信信号的质量。这两点都会导致系统中合法 用户通信性能的下降。因此,本文针对这一问题建 立了发射信号峰均功率比优化问题,利用系统中噪 声子空间功率分配提供的冗余度降低发射信号的峰 均功率比特性。但由于建立的峰均功率比优化问题 目标函数和约束是非凸的,本文基于分式规划理论、 DC(Difference of Convex functions)规划理论和二 次等式约束非凸松弛理论将非凸的原优化问题逐层 转化为一系列的凸问题迭代求解。

## 2 人工噪声辅助的物理层安全通信系统峰 均功率比问题

### 2.1 系统模型

考虑如图 1 所示的系统模型,基站 Alice 配备天 线数为  $N_A$  的多天线发射系统,合法用户 Bob 和潜 在的窃听用户 Eve 配备单天线接收机。则 Bob 和 Eve 对应的合法信道  $h_{AB}$  和窃听信道  $g_{AE}$  都表示为  $1 \times N_A$  维信道复高斯矢量。为了使得人工噪声落入 到期望信道  $h_{AB}$  的零空间中,现有的文献多采用



图 1 人工噪声辅助的物理层安全通信系统模型

SVD 分解的方法 $h_{AB} = Q\Sigma W$ ,得到信号的加权矩阵W:

$$\boldsymbol{W} = \left[\boldsymbol{w}_{1}, \boldsymbol{W}_{2}\right] = \left[\boldsymbol{w}_{1}, \boldsymbol{w}_{2}, \cdots, \boldsymbol{w}_{N_{A}}\right]$$
(1)

其中,  $\boldsymbol{w}_1 = \boldsymbol{h}_{AB}^{H} / \|\boldsymbol{h}_{AB}\|$  为通信信号加权向量,  $\boldsymbol{W}_2$  为人工噪声加权矩阵。则 $N_A \times 1$ 维的发射信号向量 $\boldsymbol{x}$ 表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} x_1, x_2, \cdots, x_{N_{\rm A}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1, \mathbf{W}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\alpha P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sqrt{\frac{(1-\alpha)P}{N_{\rm A}-1}} \mathbf{\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \\ &= \sqrt{\alpha P} \mathbf{w}_1 u + \sqrt{\frac{(1-\alpha)P}{N_{\rm A}-1}} \mathbf{\Omega} \mathbf{W}_2 v \\ &= \underbrace{\sqrt{\alpha P} \mathbf{w}_1 u}_{s_1} + \underbrace{\sum_{n=2}^{N_{\rm A}} \sqrt{\frac{(1-\alpha)P}{N_{\rm A}-1}} \theta_n \mathbf{w}_n v_n}_{s_1} \end{aligned}$$
(2)

其中,  $x_n$ 为第n个发射天线对应的发射符号, u为 通信信号调制符号, 对应的功率为 $\sigma_u^2$ ,  $v = [v_1, v_2, \dots, v_{N_A-1}]^T$ 为人工噪声向量, 对应的功率为  $\sigma_v^2$ ,发射机总功率 $P = \alpha P + (1-\alpha)P$ ,  $\alpha$ 为通信信 号 占 发 射 机 总 功 率 的 比 例 系 数 ,  $\Omega =$ diag $[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N_A-1}]$ 为人工噪声功率分配的对角矩 阵,  $s_1 = [s_{1,1}, s_{1,2}, \dots, s_{1,N_A}]^T$ 为通信信号子空间,  $s_2 = [s_{2,1}, s_{2,2}, \dots, s_{2,N_A}]^T$ 为人工噪声信号子空间。由式 (2)可以看出发射信号向量 x 是通信信号子空间和 噪声子空间累加求和的形式,由于人工噪声向量 v具有一定的随机性,存在多个噪声子空间与信号子 空间同相叠加的可能性,使得发射信号向量 x具有 高的峰均功率比特性。这里定义人工噪声辅助的物 理层安全通信系统发射矢量信号 x 的峰均功率比为

$$PAPR = \frac{\max_{1 \le n \le N_A} |\boldsymbol{x}(\alpha, \boldsymbol{\Omega})|^2}{E[|\boldsymbol{x}(\alpha, \boldsymbol{\Omega})|^2]} = \frac{\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega})\|_{\infty}^2}{\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega})\|^2/N_A} \quad (3)$$

其中,分母表示 $N_A$ 个天线发射信号中最大的模值; 分子表示 $N_A$ 个天线发射信号平均模值。本文是从多 天线发射信号的幅度均匀程度来定义人工噪声辅助 的物理层安全通信信号的峰均功率比。文献[13]中给 出了系统调制符号集采用有限符号集,在不同信噪 比条件下系统的最优功率分配系数 $\alpha$ 的值。本文是 在此基础上研究人工噪声辅助的物理层安全通信系 统发射信号峰均功率比问题,即在一定的信噪比条 件下发射机总功率分配系数 $\alpha$ 一定,通过优化噪声 子空间功率分配矩阵 $\Omega$ 达到优化发射信号向量峰均 功率比值的目的。

#### 2.2 峰均功率比问题对于系统性能的影响

现有的研究文献中都认为每根天线使用的放大器具有理想的线性特性,但实际系统中使用的放大器都具有一定的线性范围。与传统的 OFDM 系统研究峰均功率比问题类似<sup>[14]</sup>,设系统中使用的放大器模型为理想的软限幅放大器,AM/PM 问题已被导频或相位恢复算法补偿,只考虑放大器的 AM/AM 问题。则多天线发射系统使用的放大器限幅门限用变量 z 表示(多天线发射系统采用相同的放大器),单个放大器对应的限幅比 CR =  $z/\sqrt{1/N_A} = z\sqrt{N_A}$ 。对于第 n 根天线限幅后的发射信号表示为

$$\tilde{x}_{n} = \frac{|x_{n}| - [|x_{n}| - z]^{+}}{|x_{n}|} x_{n}$$

$$= \frac{|x_{n}| - [|x_{n}| - z]^{+}}{|x_{n}|} (s_{1,n} + s_{2,n})$$

$$= \underbrace{\frac{|x_{n}| - [|x_{n}| - z]^{+}}{|x_{n}|}}_{\frac{\tilde{s}_{1,n}}{\tilde{s}_{1,n}}} + \underbrace{\frac{|x_{n}| - [|x_{n}| - z]^{+}}{|x_{n}|}}_{\frac{\tilde{s}_{2,n}}{\tilde{s}_{2,n}}}$$
(4)

其中,  $[m]^+ = \max\{0, m\}$ , 限幅后的通信信号子空 间 $\tilde{s}_1 = [\tilde{s}_{1,1}, \tilde{s}_{1,2}, \dots, \tilde{s}_{1,N_A}]^T$ , 限幅后的人工噪声信号子 空间 $\tilde{s}_2 = [\tilde{s}_{2,1}, \tilde{s}_{2,2}, \dots, \tilde{s}_{2,N_A}]^T$ , 限幅后的发射信号  $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_{N_A}]^T$ 。限幅后合法用户和窃听用户接 收信号的平均信噪比损失表示如式(5):

$$\Delta_{\text{Bob}} = \mathcal{E}_{\boldsymbol{h}_{\text{AB}}} \left[ \frac{\left| \boldsymbol{s}_{1} \boldsymbol{h}_{\text{AB}} \right|^{2}}{\sigma_{\text{e}}^{2}} - \frac{\left| \tilde{\boldsymbol{s}}_{1} \boldsymbol{h}_{\text{AB}} \right|^{2}}{\left| \tilde{\boldsymbol{s}}_{2} \boldsymbol{h}_{\text{AB}} \right|^{2} + \sigma_{\text{e}}^{2}} \right]$$
(5)

其中, $\sigma_{e}^{2}$ 为系统背景加性高斯白噪声方差。限幅后 人工噪声信号  $s_{2}$ 与合法信道  $h_{AB}$ 的正交性遭到破 坏,部分人工噪声功率落入到期望信道  $h_{AB}$ 中。此 外,限幅后通信信号  $s_{1}$ 质量下降。这两个因素都会 导致合法接收机 Bob 接收信号信噪比的下降。

### 2.3 优化问题的建立

本小节中利用系统中人工噪声功率分配带来的 冗余度,在不影响系统的安全信道容量的前提下, 降低发射信号的峰均功率比特性。建立的以发射信 号峰均功率比为目标函数人工噪声功率分配矩阵**Ω** 为自变量的优化问题表示如式(6):

$$\min_{\boldsymbol{\Omega}\in\tau} \operatorname{PAPR} = \frac{\max_{1\leq n\leq N_{A}} |\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega})|^{2}}{\operatorname{E}\left[|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega})|^{2}\right]} = \frac{\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega})\|_{\infty}^{2}}{\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega})\|^{2}/N_{A}}$$
s.t. d<sub>1</sub>:  $0 \leq \theta_{n} \leq \sqrt{(1-\alpha)P}, n = 1, 2, \cdots, N_{A} - 1$  (6)  
d<sub>2</sub>:  $\sum_{n=1}^{N_{A}-1} \theta_{n}^{2} = (1-\alpha)P$ 

其中, τ表示约束 d<sub>1</sub>和 d<sub>2</sub>对应的可行域。在式(6) 的优化问题中,目标函数为非凸的分式函数;约束 d<sub>1</sub>为人工噪声子空间功率分配系数的上下限约束, 表示成凸性的线性形式;约束 d<sub>2</sub>为人工噪声子空间 总功率约束,表示成非凸的二次等式形式。综上所 述,建立的优化问题为非凸优化问题求解,采用凸 优化算法进行优化需要进行目标函数和约束的非凸 转换。

### 3 优化问题的解决方案

针对式(6)提出的优化问题中的非凸目标函数 和约束,本小节中基于分式规划、DC 规划和二次 等式约束松弛将原始的峰均功率比优化问题转为一 系列凸性的子问题迭代求解。

### 3.1 分式规划

优化问题式(6)中的目标函数为分式形式,可以 归 纳 到 分 式 规 划 的 范 畴 。 用  $p^*$  和  $\Omega^* =$ diag $[\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_{N_A-1}^*]$ 分别表示最优 PAPR 值和对应 的噪声子空间功率分配矩阵,根据分式规划理论原 始优化问题式(6)中的目标函数可以转化为如式(7) 中形式的等价目标函数:

$$\min_{\boldsymbol{\Omega}\in\tau} \left[ f(\boldsymbol{\Omega}) = \left\| \boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega}) \right\|_{\infty}^{2} - p \frac{1}{N_{\mathrm{A}}} \left\| \boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega}) \right\|^{2} \right] \\
\text{s.t. } \mathbf{d}_{1}, \mathbf{d}_{2}$$
(7)

根据文献[15]中提出的 Dinkelbach 方法,转化的优 化问题可以采用如表 1 所示的迭代算法迭代求解最 优的峰均功率比值  $p^*$ 。

### 3.2 DC 规划

式(7)中的目标函数将原优化问题式(6)中的目标函数将原优化问题式(6)中的目标函数转化为两个函数差的形式  $\min_{\boldsymbol{\Omega} \in \tau} \left[ f\left(p^{i}, \boldsymbol{\Omega}\right) \right]$ =  $\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega})\|_{\infty}^{2} - p^{i} \frac{1}{N_{A}} \|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega})\|^{2} = L_{1}(\boldsymbol{\Omega}) - L_{2}\left(p^{i}, \boldsymbol{\Omega}\right) \right]$ 。由 次

#### 表1 分式规划迭代算法

(1)设置 p 的初值 p<sup>0</sup> = f (
$$\Omega = I_{(N_{A}-1)}$$
) (等功率分配),最大的误  
差容忍度  $\varepsilon$ ,初始迭代次数  $i = 1$ ;  
(2)**Repeat** {Main Loop}  
(3)在给定 p<sup>i-1</sup> 值的条件下,求解式(7)的优化问题,得到第  $i$ 次  
嗓声子空间功率分配矩阵:  
 $\Omega^{i} = \arg\min_{\Omega \in \tau} f(p^{i-1}, \Omega)$   
(4)  $p^{i} \leftarrow \frac{\|x(p^{i-1}, \Omega^{i})\|_{\infty}^{2}}{\|x(p^{i-1}, \Omega^{i})\|_{\infty}^{2}}$ ;  
(5)  $i \leftarrow i + 1$ ;  
(6) **Until**  $\|x(\Omega^{i})\|_{\infty}^{2} - p^{i-1} \frac{1}{N_{A}} \|x(\Omega^{i})\|^{2} < \varepsilon$ ;  
(7) **Reture**  $\Omega^{*} = \Omega^{i}, p^{*} = \frac{\|x(\Omega^{i})\|_{\infty}^{2}}{\|x(\Omega^{i})\|^{2}/N_{A}}$ .

于 $L_1(\Omega)$ 和 $L_2(p^i, \Omega)$ 都为凸函数,所以式(7)中的 目标函数是一个 DC 函数。根据 DC 规划理论<sup>[16]</sup>, 式(7)中 DC 形式的目标函数可以转化为式(8)所示 凸的子问题逼近:

$$\min_{\boldsymbol{\Omega}\in\boldsymbol{\tau}} \left\{ \hat{f}\left(p^{i},\boldsymbol{\Omega}\right) = L_{1}\left(\boldsymbol{\Omega}\right) - L_{2}\left(p^{i},\boldsymbol{\Omega}^{j}\right) \\ - \left\langle \nabla L_{2}\left(p^{i},\boldsymbol{\Omega}^{j}\right),\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}^{j}\right\rangle \right\} \left\{ \begin{array}{c} \text{(8)} \\ \text{s.t. } \mathbf{d}_{1},\mathbf{d}_{2} \end{array} \right.$$

其中,  $\Omega^{j}$ 表示 DC 规划中第 j-1 次迭代得到的解 应用于第 j次迭代;  $\nabla L_2(p^i, \Omega^j)$ 表示函数  $\nabla L_2(p^i, \Omega^j)$ 在 $\Omega^j$ 的梯度;  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示两个矢量的内 积。对应的迭代求解算法如表2所示。

DC规划通过反复迭代求解式(8)来逼近式(7)的 解。算法收敛性证明参见文献[16]。

#### 3.3 二次等式约束迭代松弛算法

上一小节中采用 DC 规划解决了优化问题式(7) 中目标函数的非凸问题,但约束条件 d。仍然是一个 非凸的二次等式形式。我们将 d2 转化成等价形式

表 2 DC 规划道	医代算法
------------	------

(1)设置 $\Omega^0 = I_{(N_A-1)}$ ,最大的误差容忍度 $\delta$ ,初始迭代次数
j = 1;
(2) <b>Repeat</b> {Main Loop}
(3) 求解等价的优化问题式(8),得到
$oldsymbol{\Omega}^{j} = rg\min_{oldsymbol{\Omega}\in au} \widehat{f}ig(p^{i},oldsymbol{\Omega}^{j-1}ig)$
$(4) \qquad j \leftarrow j+1;$
(5) <b>Until</b> $\left  \hat{f}(p^{i}, \boldsymbol{\Omega}^{j}) - \hat{f}(p^{i}, \boldsymbol{\Omega}^{j-1}) \right  \leq \delta$ ;
(6) <b>Return</b> $\Omega^i \leftarrow \Omega^j$ (返回给分式规划中的步骤 3)。

$$d_2 = \left|\sum_{n=1}^{N_{\mathrm{A}}-1} \theta_n^2 - (1-\alpha) P\right| \leq \zeta$$

其中, $\zeta$ 为无穷小量。等价形式的约束表达形式  $d_2$ 与传统赋形功率方向图综合的表达形式相同,在方 向图综合研究中都采用一系列的线性约束迭代求 解。本文借鉴文献[17]中的迭代求解算法,引入迭代 变量 $u_n, n = 1, 2, \dots, N_A - 1$ ,则式(8)的优化问题改写 成式(9)的形式:

$$\min_{\boldsymbol{\Omega}\in\hat{\tau}} \left\{ \hat{f}\left(p^{i},\boldsymbol{\Omega}\right) = L_{1}\left(\boldsymbol{\Omega}\right) - L_{2}\left(p^{i},\boldsymbol{\Omega}^{j}\right) \\ -\left\langle \nabla L_{2}\left(p^{i},\boldsymbol{\Omega}^{j}\right),\boldsymbol{\Omega}-\boldsymbol{\Omega}^{j}\right\rangle \right\} \\ \text{s.t. } \mathbf{d}_{1}, \hat{\mathbf{d}}_{2}: \left| \sum_{n=1}^{N_{A}-1} \theta_{n}u_{n}^{k} - (1-\alpha)P \right| \leq \zeta$$
(9)

其中, â,为 d,的线性转化。采用式(9)逼近式(8)优 化问题的迭代算法如表3所示。

#### 表3 非凸约束条件的迭代算法

(1)设置迭代变量的初值	
$u_n^0 = \sqrt{rac{(1-lpha)P}{N_{ m A}-1}}, \ n = 1, 2, \cdots, N_{ m A} - 1, \ \beta = eta^0 = 0.2$	
迭代步长 $\chi = 0.02$ ,最大的误差容忍度 $\eta$ ,	
初始迭代次数 $k = 1$ ;	
(2) <b>Repeat</b> {Main Loop}	
(3) 求解优化问题式(9)得到功率分配矩阵:	
$\boldsymbol{\Omega}^{k} = \mathrm{diag} \Big[ \theta_{1}^{k}, \theta_{2}^{k}, \cdots, \theta_{N_{\mathrm{A}}-1}^{k} \Big] = \mathrm{arg} \min_{\boldsymbol{\Omega} \in \hat{\tau}} \hat{f} \left( p^{i}, \boldsymbol{\Omega} \right)$	
(4) $u_n^{k+1} \leftarrow \left(0.6 + \beta^k\right) \theta_n^k + 2(0.4 - \beta^k) u_n^k;$	
(5) $\beta^{k+1} \leftarrow \beta^k - \chi$ ;	
(6) Until $\left  \boldsymbol{\Omega}^k - \boldsymbol{\Omega}^{k-1} \right  \leq \eta$ ;	
(7) <b>Return</b> $\Omega^{j} \leftarrow \Omega^{k}$ (返回给 DC 迭代中的步骤 3)。	

根据文献[18]中的证明,采用表3中的算法迭代 求解得到的功率分配矩阵收敛于原优化问题式(8) 的最优解。

### 3.4 算法的总结

综上所述:为了解决原始的优化问题式(6)中目 标函数和约束的非凸问题,采用分式规划和 DC 规 划将式(6)中非凸的目标函数转为式(8)中的凸性的 目标函数,采用二次等式松弛算法将式(6)中二次等 式非凸约束转化为式(9)中凸性线性不等式约束。这 样通过三重优化算法的迭代求解逼近原始优化问题 式(6)的最优解。

根据上述的讨论,所以本文提出的峰均功率比 降低算法的复杂度很大程度上取决于式(9)凸问题 的求解复杂度。本文采用文献[19]中给出的快速梯度 法求解凸问题。定义 $\psi \ge 0$ 为一个 Lipschitz 常数, 式(9)的目标函数  $\hat{f}$  的梯度  $\nabla \hat{f}$  满足 Lipschitz 条件。

 $\rho$ 表示使得 $\hat{f}$ 满足强凸性的一个凸性参数,表 4 中 算法包含 3 层循环体,当各层的收敛精度 $\eta$ , $\delta$ , $\varepsilon$ 达到时对应的循坏次数分别为 $N_{\eta}$ , $N_{\delta}$ , $N_{\varepsilon}$ ,这样 由文献[19]中可得到快速梯度法在给定收敛精度 $\gamma$ 时的算法复杂度可粗略表示为

$$O\left(\min\left\{\sqrt{\frac{\psi}{\rho}}\ln\left(\frac{1}{\gamma}\right), \sqrt{\frac{\psi}{\gamma}}\right\} N_{\eta} N_{\delta} N_{\varepsilon}\right)$$
(10)

#### 表 4 基于噪声子空间功率分配的峰均功率比降低算法

```
输入:发射天线数 N_A,信道 h_{AB},发射机总功率归一化 P = 1,
            功率分配系数 α 参见文献[13],通信信号 u,人工噪声向
            昰η。
输出:功率分配矩阵\Omega^*,优化得到的峰均功率比值p^*。
给定初值分式规划初值 p^0;
Repeat
              给定 DC 规划初值 \Omega^0;
              Repeat
                             给定非凸约束迭代初值 u_n^0;
                             Repeat
                                     求解优化问题式(9),得到功率分配矩阵\Omega^k;
                                     更新迭代参数:
                                             u_n^{k+1} \leftarrow (0.6 + \beta^k) \theta_n^k + 2(0.4 - \beta^k) u_n^k
                                             \beta^{k+1} \leftarrow \beta^k - \chi
                             Until \left| \boldsymbol{\Omega}^{k} - \boldsymbol{\Omega}^{k-1} \right| \leq \eta;
                             更新迭代参数: \Omega^{j} \leftarrow \Omega^{k}, j \leftarrow j+1;
                 Until \left|\hat{f}\left(p^{i}, \boldsymbol{\Omega}^{j}\right) - \hat{f}\left(p^{i}, \boldsymbol{\Omega}^{j-1}\right)\right| \leq \delta;
                 更新迭代参数:
                      \boldsymbol{\Omega}^{i} \leftarrow \boldsymbol{\Omega}^{j}, \, p^{i} \leftarrow \frac{\left\|\boldsymbol{x}\left(p^{i-1}, \boldsymbol{\Omega}^{i}\right)\right\|_{\infty}^{2}}{\left\|\boldsymbol{x}\left(p^{i-1}, \boldsymbol{\Omega}^{i}\right)\right\|^{2} / N_{\mathrm{A}}}, \, i \leftarrow i+1
         \mathbf{Until} \;\; \left\| \boldsymbol{x} \left( \boldsymbol{\Omega}^{i} \right) \right\|_{\infty}^{2} - p^{i-1} \frac{1}{N_{\lambda}} \left\| \boldsymbol{x} \left( \boldsymbol{\Omega}^{i} \right) \right\|^{2} < \varepsilon \;\; ;
Reture \boldsymbol{\Omega}^{*} = \boldsymbol{\Omega}^{i}, \ p^{*} = \frac{\left\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega}^{i})\right\|_{\infty}^{2}}{\left\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\Omega}^{i})\right\|^{2}/N_{\mathrm{A}}}
```

### 4 数值仿真性能及其分析

仿真条件设置:系统中期望信道和窃听信道模型为瑞利平坦块衰落模型,调制信号为 BPSK 信号,系统中信噪比(SNR)为发射信号信噪比 $P/\sigma_e^2$ ,理想情况代表放大器 CR 趋向于无穷大;原始信号表示在文献[13]中不同信噪比条件下对应不同功率分配系数  $\alpha$  值的系统发射信号;本文发射信号表示采用本文噪声子空间功率分配优化后系统发射信号。

图 2 中给出了发射信号信噪比为 5 dB 条件下原 始发射信号和基于本文算法的发射信号峰均功率比 分布的互补累积函数(Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF)曲线。由图中曲线可 以看出: (1)原始发射信号峰均功率比 CCDF 性能随 着发射天线数的增加,发射信号的峰均功率比特性 逐渐恶化。说明这种人工噪声辅助的物理层安全通 信系统需要降低发射信号的峰均功率比;(2)不同发 射天线数下基于本文噪声子空间功率分配算法的发 射信号峰均功率比 CCDF 曲线性能都有所降低,其 中 CCDF 性能达到10<sup>-4</sup>发射天线数  $N_A$ =8 时性能下 降了 4.2 dB;  $N_A$ =16 时性能下降了 6.9 dB;  $N_A$ =64 时性能下降了 9 dB,说明基于本文算法的发射信号 CCDF 性能下降随着发射天线数的增加而增加,这 是因为随着发射天线数的增加本文算法可以分配的 噪声子空间的数目在增加。

图 3 给出了在发射天线数 N<sub>A</sub>=8 条件下不同发 射信号信噪比对应的发射符号 CCDF 曲线。由图中 曲线可以看出: (1)对于原始信号,不同功率分配系 数 α 对应的 PAPR 曲线几乎重合; (2)对于本文提出 信号,功率分配系数 α 越小,本文算法峰均功率比 降低效果越好,这是因为功率分配系数 α 越小可用 噪声子空间功率分配改善发射信号峰均功率比的功 率越大。

图 4 给出了不同发射天线数在相同的限幅比条 件下合法用户 Bob 和窃听者 Eve 接收信号损失信噪 比随着发射信号信噪比变化的曲线图。由图中曲线 可以看出:(1)对于原始信号,合法用户接收信号信 噪比损失随着发射信号功率的提高而提高,并且随 着发射天线数的提高而提高。(2)对于本文信号,合 法用户信噪比的损失随着发射信号功率的提升并不 明显,优于相同发射天线数的原始信号。并且随着 发射天线数的增加,本文算法可利用的噪声子空间 的数目逐渐增加,算法的峰均功率比降低性能逐渐 增加。(3)对于窃听者 Eve 原始信号和本文提出的信 号接收信号信噪比几乎不变,这是因为窃听者 Eve 接收通信信号质量和人工噪声干扰都受系统放大器 门限约束有所下降,但两者之间的比值几乎不变。

### 5 结束语

本文研究了人工噪声辅助的物理层安全通信系 统发射信号高峰均功率比问题,提出了一种基于噪 声子空间功率分配的峰均功率比降低算法,采用分 式规划、DC规划和二次非凸条件转化将非凸的峰 均功率比优化问题转化为一系列的凸问题三重迭代 求解,有效地提高系统中合法用户的通信性能的目 的。关于人工噪声辅助的物理层安全通信系统发射 信号峰均功率比降低算法、算法达到的效果以及算 法付出的系统代价和计算复杂度、发射信号峰均功



图 4 Bob 和 Eve 接收信号信噪比损失随着 发射信号信噪比变化曲线图

率比问题对于系统安全信道容量的影响等方面仍然 需要进一步的研究。

#### 参 考 文 献

- GE Xiaohu, ZI Ran, WANG Haichao, et al. Multi-user massive MIMO communication systems based on irregular antenna arrays[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2016, 15(8): 5287–5301. doi: 10.1109/TWC. 2016.2555911.
- [2] GE Xiaohu, TU Song, MAO Guoqiang, et al. 5G ultra-dense cellular networks[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2016, 23(1): 72–79. doi: 10.1109/MWC.2016.7422408.
- [3] GOEL S and NEGI R. Guaranteeing secrecy using artificial noise[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(6): 2180–2189. doi: 10.1109/TWC.2008.060848.
- [4] ZHOU Xiangyun and MCKAY M R. Secure transmission with artificial noise over fading channels: Achievable rate and optimal power allocation[J]. *IEEE Transactions on Vehicular*



图 3 不同信喋��余件下原始信亏和本义 提出的信号 CCDF 曲线性能对比图

*Technology*, 2010, 59(8): 3831–3842. doi: 10.1109/TVT.2010. 2059057.

- [5] LIAO Weicheng, CHANG Tsunghui, MA Wingkin, et al. QoS-based transmit beamforming in the presence of eavesdroppers: An optimized artificial-noise-aided approach
   [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(3): 1202–1216. doi: 10.1109/TSP.2010.2094610.
- [6] LIU Shuiyin, HONG Yi, and VITERBO E. Artificial noise revisited[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2015, 61(7): 3901–3911. doi: 10.1109/TIT.2015.2437882.
- [7] TANG Yanqun, XIONG Jun, MA Dongtang, et al. Robust artificial noise aided transmit design for MISO wiretap channels with channel uncertainty[J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(11): 2096–2099. doi: 10.1109/LCOMM.2013. 100713.131673.
- [8] LI Na, TAO Xiaofeng, and XU Jin. Artificial noise assisted communication in the multiuser downlink: Optimal power allocation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2015, 19(2): 295–298. doi: 10.1109/LCOMM.2014.2385779.
- [9] WANG Huiming, LIU Feng, and YANG Mengchen. Joint cooperative beamforming jamming and power allocation to secure AF relay systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015, 64(10): 4893–4898. doi: 10.1109/TVT.2014. 2370754.
- [10] KAPETANOVIC D, ZHENG G, and RUSEK F. Physical layer security for massive MIMO: An overview on passive eavesdropping and active attacks[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2015, 53(6): 21–27. doi: 10.1109/MCOM.2015. 7120012.
- [11] ZHU Jun, SCHOBER R, and BHARGAVA V K. Secure transmission in multicell massive MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(9): 4766–4781. doi: 10.1109/TWC.2014.2337308.
- [12] ZHU Jun, SCHOBER R, and BHARGAVA V K. Linear

precoding of data and artificial noise in secure massive MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2016, 15(3): 2245–2261. doi: 10.1109/TWC. 2015.2500578.

- [13] LIU Xiaoran, MA Dongtang, XIONG Jun, et al. Power allocation for AN-aided beamforming design in MISO wiretap channels with finite-alphabet signaling[C]. 2016 IEEE 84th Vehicular Technology Conference (VTC-Fall), Montréal, Canada, 2016: 1–6. doi: 10.1109/VTCFall.2016. 7881170.
- [14] ANOH K, TANRIOVER C, ADEBISI B, et al. A new approach to iterative clipping and filtering PAPR reduction scheme for OFDM systems[J]. *IEEE Access*, 2017. doi: 10.1109/ACCESS.2017.2751620.
- [15] DINKELBACH W. On nonlinear fractional programming [J]. Management Science, 1967, 13(7): 492–498.
- [16] AN L T H and TAO P D. The DC (difference of convex functions) programming and DCA revisited with DC models of real world nonconvex optimization problems[J]. Annals of Operations Research, 2005, 133(1/4): 23-46. doi: 10.1007/ s10479-004-5022-1.

- [17] FUCHS B, SKRIVERVIK A, and MOSIG J R. Shape beam synthesis of arrays via sequential convex optimizations[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2013, 12: 1049–1052. doi: 10.1109/LAWP.2013.2280043.
- [18] WANG Jiandong, ZHANG Qinghua, and LJUNG L. Revisiting the two-stage algorithm for hammerstein system identification[C]. Proceedings of the 48h IEEE Conference on Decision and Control Held Jointly with 2009 28th Chinese Control Conference, Shanghai, China, 2009: 3620–3625. doi: 10.1109/CDC.2009.5400243.
- [19] RICHTER S, JONES C N, and MORARI M. Computational complexity certification for real-time MPC with input constraints based on the fast gradient method[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(6): 1391–1403. doi: 10.1109/TAC.2011.2176389.
- 洪 涛: 男,1982年生,讲师,主要研究方向为多天线收发系统、物理层安全通信.
- 张更新: 男,1967年生,教授,主要研究方向为卫星通信、深空通信、空间信息网络.