

## 几乎最优二元多子集零相关区序列集构造法

李玉博\* 刘涛 陈晓玉

(燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

(河北省信息传输与信号处理重点实验室 秦皇岛 066004)

**摘要:** 多子集零相关区序列集适用于多小区环境下的准同步码分多址系统,可以同时消除小区内用户间干扰和小区间用户干扰。该文利用零相关区非周期互补序列集构造了参数几乎最优的二元多子集零相关区序列集。

**关键词:** 准同步 CDMA; 多小区; 多子集; 零相关区; 互补序列

中图分类号: TN911.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)03-0705-08

DOI: 10.11999/JEIT170603

## Construction of Almost Optimal Binary Multiple Zero Correlation Zone Sequence Sets

LI Yubo LIU Tao CHEN Xiaoyu

(School of Information Science & Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

(Hebei Hebei Key Laboratory of Information Transmission and Signal Processing Key Laboratory of Information Transmission and Signal Processing, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** Multiple Zero Correlation Zone (ZCZ) sequence sets are suitable to Quasi-Synchronous Code-Division Multiple-Access (QS-CDMA) systems to remove both the Multi-Path Interference (MPI) and the Inter-Cell Interference (ICI). In this paper, multiple binary ZCZ sequence sets with inter-set Zero Cross-Correlation Zone (ZCCZ) are constructed from aperiodic complementary sequence sets with ZCZ, the resultant binary ZCZ sequence sets are almost optimal.

**Key words:** Quasi-Synchronous Code-Division Multiple-Access (QS-CDMA); Multiple-cells; Multiple sets; Zero Correlation Zone (ZCZ); Complementary sequence

### 1 引言

零相关区(ZCZ)序列是一类广义正交序列,被广泛应用到准同步 CDMA 系统中作为用户地址码以消除多址干扰和多径干扰。例如我国向 3GPP2 提交的大区域码分多址(LAS-CDMA)方案<sup>[1]</sup>中采用了 LA 序列做为用户地址码,该序列即是一类三元 ZCZ 序列。ZCZ 序列还被应用于全球标准 LTE 做为上行参考信号、随机接入前导信号、主同步信号等<sup>[2]</sup>。因此零相关区序列的设计成为目前无线 CDMA 通信技术领域研究的热点<sup>[3,4]</sup>。然而传统的单集合 ZCZ 序列集只能消除同一小区内用户带来的干扰。在多小区环境下,相邻小区用户信号造成的干扰难以消除。传统的方法是相邻不同小区用户采用

不同的频段,然而该方式造成频谱利用率低。随着移动通信的发展,要求通信技术具有高的频谱利用率。从扩频地址码设计角度解决多小区用户干扰是一个很有意义的课题。适用于多小区 CDMA 系统的扩频码应包含多个子集,每个小区分配一个子集。同一小区内的多址干扰与多径干扰通过子集内序列优良的自相关及互相性予以消除,不同小区间干扰由子集间序列的互相关予以消除。

最近,文献[5]构造了多子集正交序列集,序列在同一子集内具有正交性,不同子集间具有较低的互相关性。这类序列适用于多小区环境下的同步 CDMA 系统,由于集间相关值不为零,因此依然存在来自不同小区用户的干扰。Tang 等人<sup>[6]</sup>提出了多子集零相关区序列集的概念。多子集零相关区序列集也称非对称零相关区序列集,包含多个子集,每个子集是一个零相关区序列集合,并且不同子集间具零互相关区。针对多子集 ZCZ 序列集的设计研究,目前已经有一些成果,但主要集中在三元或者多相序列集的构造,并且参数不能达到理论界限。文献[7-9]通过插零的方法得到了三元多子集零相关区序

收稿日期: 2017-06-23; 改回日期: 2017-11-28; 网络出版: 2018-01-11

\*通信作者: 李玉博 liyubo6316@ysu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61501395, 61601399), 河北省自然科学基金(F2015203150, F2015203204)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61501395, 61601399), The Natural Science Foundation of Hebei Province (F2015203150, F2015203204)

列集,这类三元序列包含有较多的连续零元素,在应用时会造成通信信号的能量损耗并且不利于保证系统同步。文献[10-12]基于完备序列,利用交织方法构造了多子集零相关区序列集合。这类方法对初始完备序列长度有严格要求。目前已知的完备序列很少,这极大地限制了此类方法的应用。特别地,对于二元情况,只存在一个长度为4的完备序列,因此该类方法不能用于构造二元多子集ZCZ序列集。相比多相序列,二元序列由于方便实现,因此在实际通信系统中具有更广泛的应用。然而目前对于二元多子集零相关区序列集设计,成果很少。Tang等人<sup>[6]</sup>利用互补序列集构造了具有集间零相关区的多子集二元零相关区序列集,遗憾的是序列集参数不能达到理论界限。文献[6]中提出多子集二元零相关区序列集设计的一个开放性难题,即最优多子集二元零相关区序列集的构造问题。具体描述如下:

**问题<sup>[6]</sup>** 构造一个含有 $K$ 个子集的二元ZCZ序列集合: $S = \{S^0, S^1, \dots, S^{K-1}\}$ ,满足下面性质:

(1) 每个子集 $S^k, 0 \leq k \leq K-1$ 是一个参数为 $(N, M, Z_{cz})$ ZCZ的零相关区序列集合,参数达到理论界限,即满足 $MZ_{cz-1}/N = 1/2$ ;

(2)  $K$ 个子集有一个集间零相关区,长度为 $Z$ ,满足 $Z = Z_{cz-1}/K$ 。

最优多子集二元ZCZ序列集的每个子集参数是最优的,并且多个子集组合成的大序列集合依然是一个参数达到最优的零相关区序列集。该问题目前尚未解决。

本文研究了具有集间零相关区的二元多子集零相关区序列集的构造方法,利用零相关区互补序列集构造了一类几乎最优多子集二元零相关区序列集。本文方法的核心是满足一定条件的零相关区互补序列集的构造,本文基于零碰撞区跳频序列集构造了满足条件的零相关区互补序列集。

## 2 基本概念及引理

**定义1** 设 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 是2个长度为 $N$ 的序列,分别表示为 $\mathbf{a} = (a(0), a(1), \dots, a(N-1)), \mathbf{b} = (b(0), b(1), \dots, b(N-1))$ 。序列 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的非周期相关函数 $C_{\mathbf{a}, \mathbf{b}}(\tau)$ 定义为

$$C_{\mathbf{a}, \mathbf{b}}(\tau) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{N-1-\tau} a(t)b(t+\tau), & 0 \leq \tau \leq N-1 \\ \sum_{t=0}^{N-1+\tau} a(t-\tau)b(t), & 1-N \leq \tau < 0 \\ 0, & |\tau| \geq N \end{cases} \quad (1)$$

若 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ ,则称为非周期自相关函数,若 $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$ ,称为非周期互相关函数。设 $R_{\mathbf{a}, \mathbf{b}}(\tau)$ 表示序列 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的周期互相关函数,则有

$$R_{\mathbf{a}, \mathbf{b}}(\tau) = C_{\mathbf{a}, \mathbf{b}}(\tau) + C_{\mathbf{a}, \mathbf{b}}(\tau - N) \quad (2)$$

**定义2** 设 $U$ 是一个序列集合,包含有 $M$ 个长度为 $N$ 的序列。对于任意 $\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j \in U$ ,若当 $|\tau| \leq Z-1$ 且 $i \neq j$ 或者 $0 < |\tau| \leq Z-1$ 且 $i = j$ 时,序列周期相关函数满足:

$$|R_{\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j}(\tau)| = 0 \quad (3)$$

则序列集 $U$ 称为零相关区(ZCZ)序列集,表示为 $(N, M, Z)$ -ZCZ。

**定义3** 设一个二元零相关区序列集 $(N, M, Z)$ -ZCZ,  $Z > 1$ ,若序列集参数满足式(4)所示的理论界<sup>[13]</sup>:

$$\frac{M(Z-1)}{N} \leq \frac{1}{2} \quad (4)$$

当等号成立时,序列集是一个最优二元ZCZ序列集。

可以将文献[6]提出的问题1描述为参数最优的二元多子集ZCZ序列集的构造问题,下面给出最优的二元多子集ZCZ序列集的定义。

**定义4** 设 $S = \{S^0, S^1, \dots, S^{K-1}\}$ 是由 $K$ 个参数为 $(N, M, Z)$ -ZCZ的子集组成,参数满足 $\frac{M(Z-1)}{N} = \frac{1}{2}$ 。子集间零相关区为 $Z_{cz}$ ,若满足 $Z_{cz} = \frac{N}{2MK} + 1$ ,则称 $S$ 是最优二元多子集ZCZ序列集。若子集间零相关区满足 $Z_{cz} = \frac{N}{2MK}$ ,则 $S$ 是几乎最优二元多子集ZCZ序列集。

**定义5** 设 $A = \{\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_{M-1}\}$ 表示一个含有 $M$ 个互补序列的序列集,其中每个互补序列 $\mathbf{A}_m = (\mathbf{A}_{m,0}, \mathbf{A}_{m,1}, \dots, \mathbf{A}_{m,N-1})$ 包含 $N$ 个子序列,如 $\mathbf{A}_{m,n} = (a_{m,n}(0), a_{m,n}(1), \dots, a_{m,n}(L-1))$ 。若相关函数满足:

$$C_{\mathbf{A}_{m_1}, \mathbf{A}_{m_2}}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} C_{\mathbf{A}_{m_1, n}, \mathbf{A}_{m_2, n}}(\tau) = \begin{cases} LN, & m_1 = m_2, \tau = 0 \\ 0, & m_1 = m_2, 0 < |\tau| < Z \\ 0, & m_1 \neq m_2, |\tau| < Z \end{cases} \quad (5)$$

则称序列集 $A$ 为零相关区(ZCZ)非周期互补序列集,表示为 $(M, Z)ACS_N^L$ 。其中 $M$ 表示序列集中ZCZ周期互补序列的数目, $N$ 表示每个ZCZ周期互补序列包含的子序列数目, $L$ 表示子序列长度, $Z$ 表示零相关区长度。当 $Z = L$ 时,序列集 $A$ 为传统的正交互补序列集 $(M, N, L)$ -MOCS。

**定义6** 设 $F = \{f_0, f_1, \dots, f_{q-1}\}$ 是一个大小为 $q$ 的频点集合, $\mathbf{S}^x = (s_0^x, s_1^x, \dots, s_{L-1}^x)$ 和 $\mathbf{S}^y = (s_0^y, s_1^y, \dots, s_{L-1}^y)$ 是定义在频点集合 $F$ 上的跳频序列, $s_i^x, s_i^y$

$\in F$ 。周期汉明相关函数定义为

$$H_{s^x, s^y}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} h(s_l^x, s_{l+\tau}^y), \quad 0 \leq \tau < L \quad (6)$$

式中, 下标  $l + \tau$  是模  $L$  运算,  $h(f_i, f_j) = \begin{cases} 1, & f_i = f_j \\ 0, & f_i \neq f_j \end{cases}$ 。

**定义 7** 设  $S = (s_0, s_1, \dots, s_{L-1})$  表示一个周期长度为  $L$  的跳频序列, 如果在一个周期内序列中所有频隙点都不相同, 则称序列为非重复序列, 即满足:  $H_S(\tau) = 0, \tau \neq 0$ 。

**定义 8** 设  $S = \{S^0, S^1, S^2, \dots, S^{M-1}\}$  是定义在频隙  $F = \{f_0, f_1, \dots, f_{q-1}\}$  上的跳频序列集合, 其中  $S^k = (s_0^k, s_1^k, \dots, s_{L-1}^k), 0 \leq k \leq M-1$ 。如果序列汉明相关函数满足

$$H_{s^x, s^y}(\tau) = \begin{cases} 0, & x = y, 0 < \tau \leq Z-1 \\ 0, & x \neq y, 0 \leq \tau \leq Z-1 \end{cases} \quad (7)$$

则序列集  $S$  是一个零碰撞区(NHZ)跳频序列集<sup>[4]</sup>, 表示为  $(q, L, M, Z)$ -NHZ, 其中  $q$  表示频隙集合大小,  $L$  表示跳频序列长度,  $M$  表示跳频序列数目,  $Z$  表示零碰撞区的长度。

文献[6]提出一种利用互补序列构造 ZCZ 序列集的方法, 该方法的结论见引理 1。

**引理 1** 设  $A_i = (A_{i,0}, A_{i,1}, \dots, A_{i,M-1})$  和  $A_j = (A_{j,0}, A_{j,1}, \dots, A_{j,M-1})$  是两个包含有  $M$  个子序列的互补序列, 其中每个子序列长度为  $N$ , 如  $A_{i,m} = (a_{i,m}(0), a_{i,m}(1), \dots, a_{i,m}(N-1))$ 。利用互补序列构造两个长度为  $2MN$  的序列如下:

$$\begin{aligned} S_i &= (A_{i,0}, A_{i,1}, \dots, A_{i,M-2}, A_{i,M-1}, -A_{i,0}, A_{i,1}, \dots, \\ &\quad -A_{i,M-2}, A_{i,M-1}) \\ S_j &= (A_{j,0}, A_{j,1}, \dots, A_{j,M-2}, A_{j,M-1}, -A_{j,0}, A_{j,1}, \dots, \\ &\quad -A_{j,M-2}, A_{j,M-1}) \end{aligned}$$

式中各子序列元素顺序联接。当  $0 \leq \tau \leq N-1$  时, 有式(8)结论:

$$R_{S_i, S_j}(\tau) = 2 \sum_{m=0}^{M-1} C_{A_{i,m}, A_{j,m}}(\tau) \quad (8)$$

### 3 多子集 ZCZ 序列集的统一构造法

本节给出一类多子集 ZCZ 序列集的统一构造方法, 该方法基于满足条件的 ZCZ 互补序列。如果选用不同的 ZCZ 互补序列作为初始序列, 得到的多子集 ZCZ 序列集也不相同。

#### 构造法 1

**步骤 1** 设序列集合  $A = \{A^0, A^1, \dots, A^{K-1}\}$  是一个 ZCZ 互补序列集合, 参数为  $(KM, Z)ACS_N^L$ 。序列集包含有  $K$  个子集, 每个子集中有  $M$  个互补序列如

$A^k = \{A_{m,0}^k, A_{m,1}^k, \dots, A_{m,M-1}^k\}$ , 每个互补序列包含  $N$  个子序列,  $A_m^k = (A_{m,0}^k, A_{m,1}^k, \dots, A_{m,N-1}^k)$ 。其中子序列  $A_{m,n}^k = (a_{m,n}^k(0), a_{m,n}^k(1), \dots, a_{m,n}^k(L-1))$  长度为  $L$ 。如果序列集合满足下面条件:

- (1) 每一个子集  $A^k$  是一个正交互补序列集, 参数为  $(M, N, L)$ -MOCS, 其中  $M = N$ ;
- (2)  $K$  个子集间存在一个零互相关区, 长度为  $Z$ , 满足  $0 \leq Z \leq L$ 。

**步骤 2** 构造  $K$  个序列集合  $S^k = \{S_0^k, S_1^k, \dots, S_{M-1}^k\}$ , 其中每个序列长度为  $2NL$ :

$$\begin{aligned} S_m^k &= (A_{m,0}^k, A_{m,1}^k, \dots, A_{m,N-2}^k, A_{m,N-1}^k, -A_{m,0}^k, \\ &\quad A_{m,1}^k, \dots, -A_{m,N-2}^k, A_{m,N-1}^k) \end{aligned}$$

**定理 1** 上述构造方法得到的序列集合  $S = \{S^0, S^1, S^2, \dots, S^{K-1}\}$  是一个多子集零相关区序列集合, 具有如下性质:

- (1) 每个子集  $S^k$  是一个零相关区序列集, 参数为  $(2NL, M, L+1)$ -ZCZ;
- (2)  $K$  个子集间存在一个零互相关区, 长度为  $Z$ 。

**证明** 设  $S_{m_1}^r \in S^r, S_{m_2}^k \in S^k, 0 \leq r, k \leq K-1, 0 \leq m_1, m_2 \leq M-1$ 。当  $0 \leq \tau \leq L-1$  计算序列相关函数, 由引理 1 可知:

$$R_{S_{m_1}^r, S_{m_2}^k}(\tau) = 2 \sum_{n=0}^{N-1} C_{A_{m_1,n}^r, A_{m_2,n}^k}(\tau) \quad (9)$$

如果  $r = k$ , 则序列  $S_{m_1}^r$  与  $S_{m_2}^k$  属于同一子集。当  $m_1 = m_2$  且  $\tau = 0$  时, 有  $R_{S_{m_1}^r, S_{m_2}^k}(\tau) = 2NL$ 。根据互补序列集满足的条件(1)可知, 当  $m_1 = m_2, 0 < \tau \leq L-1$  或者当  $m_1 \neq m_2, 0 \leq \tau \leq L-1$  时都有  $R_{S_{m_1}^r, S_{m_2}^k}(\tau) = 0$ 。当  $\tau = L$  时, 有

$$\begin{aligned} R_{S_{m_1}^r, S_{m_2}^k}(L) &= \sum_{n=0}^{N-1} C_{A_{m_1,n}^r, A_{m_2,n+1}^k}(0) \\ &\quad - \sum_{n=0}^{N-1} C_{A_{m_1,n}^r, A_{m_2,n+1}^k}(0) = 0 \end{aligned}$$

因此可得结论, 每个子集  $S^k$  是一个  $(2NL, M, L+1)$ -ZCZ, 性质(1)成立。

如果  $r \neq k$ , 则序列  $S_{m_1}^r$  与  $S_{m_2}^k$  属于不同子集, 根据互补序列集满足的条件(2)可知, 当  $0 \leq \tau \leq Z-1$  时都有  $R_{S_{m_1}^r, S_{m_2}^k}(\tau) = 0$ , 性质(2)成立。

综合上述情况, 定理得证。

**注:** 定理 1 得到的多子集二元 ZCZ 序列集, 包含  $K$  个子集。其中每个子集参数为  $(2NL, M, L+1)$ -ZCZ, 其参数  $\frac{ML}{2NL} = \frac{1}{2}$ , 达到最优。

#### 4 基础 ZCZ 互补序列集的构造

构造多子集 ZCZ 序列集的关键在于构造满足条件的 ZCZ 互补序列集。本节给出一类满足构造法 1 两个条件的 ZCZ 互补序列集的构造方法,从而为构造法 1 提供基础序列。

##### 构造法 2

步骤 1 选取两个  $N \times N$  的二元正交矩阵  $\mathbf{H} = [h_{i,j}]_{N \times N}$  和  $\mathbf{U} = [u_{i,j}]_{N \times N}$ 。

步骤 2 选取一个跳频序列集:  $F = \{F^0, F^1, \dots, F^{M-1}\}$ ,  $\mathbf{F}^m = (f_0^m, f_1^m, \dots, f_{N-1}^m)$ 。其中,  $f_n^m \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$ 。跳频序列集满足下面条件:

(1) 每条序列都是非重复序列, 即序列自相关函数满足:  $H_{\mathbf{F}^m}(\tau) = 0, \tau \neq 0(\text{mod } N)$ ;

(2) 序列集具有一个零碰撞区  $Z$ , 即序列互相关函数满足:  $H_{\mathbf{F}^{m_1}, \mathbf{F}^{m_2}}(\tau) = 0, 0 \leq \tau \leq Z-1, m_1 \neq m_2$ 。

步骤 3 构造包含  $M$  个子集的互补序列集合  $A = \{A^0, A^1, \dots, A^{M-1}\}$ , 每个子集  $A^m = \{\mathbf{A}_0^m, \mathbf{A}_1^m, \mathbf{A}_2^m, \dots, \mathbf{A}_{N-1}^m\}$  包含有  $N$  个互补序列, 每个互补序列  $\mathbf{A}_n^m = (A_{n,0}^m, A_{n,1}^m, \dots, A_{n,N-1}^m)$  由  $N$  个子序列组成, 子序列  $\mathbf{A}_{n,k}^m = (a_{n,k}^m(0), a_{n,k}^m(1), \dots, a_{n,k}^m(N-1))$  长度为  $N$ 。每个序列具体构造如式(10):

$$a_{n,k}^m(t) = h_{f_t^m, k} \cdot u_{n,t} \quad (10)$$

式中,  $0 \leq m \leq M-1, 0 \leq n, k, t \leq N-1, f_t^m \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$ 。

**定理 2** 序列集  $A$  是一个零相关区互补序列集, 满足如下条件:

(1) 每个子集  $A^m$  是一个正交互补序列集, 参数为  $(N, N, N)$ -MOCS;

(2)  $M$  个子集间存在一个零互相关区, 长度为  $Z$ 。

**证明** 设  $\mathbf{A}_{n_1}^{m_1} \in A^{m_1}, \mathbf{A}_{n_2}^{m_2} \in A^{m_2}$ , 计算相关函数值:

$$\begin{aligned} C_{\mathbf{A}_{n_1}^{m_1}, \mathbf{A}_{n_2}^{m_2}}(\tau) &= \sum_{k=0}^{N-1} C_{\mathbf{A}_{n_1, k}^{m_1}, \mathbf{A}_{n_2, k}^{m_2}}(\tau) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{t=0}^{N-1-\tau} h_{f_t^{m_1}, k} \cdot u_{n_1, t} \cdot h_{f_{t+\tau}^{m_2}, k} \cdot u_{n_2, t+\tau} \\ &= \sum_{t=0}^{N-1-\tau} u_{n_1, t} \cdot u_{n_2, t+\tau} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} h_{f_t^{m_1}, k} \cdot h_{f_{t+\tau}^{m_2}, k} \quad (11) \end{aligned}$$

情况 1: 当  $m_1 = m_2, n_1 = n_2$  时, 此时序列  $\mathbf{A}_{n_1}^{m_1}$  与  $\mathbf{A}_{n_2}^{m_2}$  为同一序列。由于序列  $\mathbf{F}^{m_1}$  为非重复序列, 即  $f_t^{m_1}$  与  $f_{t+\tau}^{m_1}$  在  $\tau \neq 0$  时不相等。因此可得当  $0 < \tau \leq N-1$  时, 根据矩阵  $\mathbf{H}$  不同行的正交性, 有

$\sum_{k=0}^{N-1} h_{f_t^{m_1}, k} \cdot h_{f_{t+\tau}^{m_2}, k} = 0$ 。此时  $C_{\mathbf{A}_{n_1}^{m_1}, \mathbf{A}_{n_2}^{m_2}}(\tau) = 0$ 。

情况 2: 当  $m_1 = m_2, n_1 \neq n_2$  时, 两个序列  $\mathbf{A}_{n_1}^{m_1}$  与  $\mathbf{A}_{n_2}^{m_2}$  属于同一子集的两条不同序列。若  $\tau = 0$ , 根据矩阵  $\mathbf{U}$  不同两行的正交性, 可得  $C_{\mathbf{A}_{n_1}^{m_1}, \mathbf{A}_{n_2}^{m_2}}(\tau) = N \cdot \sum_{t=0}^{N-1} u_{n_1, t} \cdot u_{n_2, t} = 0$ 。因此同子集序列满足完全互补性, 条件(1)满足。若  $0 < \tau \leq N-1$ , 根据矩阵  $\mathbf{H}$  不同行的正交性, 有  $\sum_{k=0}^{N-1} h_{f_t^{m_1}, k} \cdot h_{f_{t+\tau}^{m_2}, k} = 0$ , 此时  $C_{\mathbf{A}_{n_1}^{m_1}, \mathbf{A}_{n_2}^{m_2}}(\tau) = 0$ 。

情况 3: 当  $m_1 \neq m_2$  时, 两个序列  $\mathbf{A}_{n_1}^{m_1}$  与  $\mathbf{A}_{n_2}^{m_2}$  属于不同子集。当  $0 \leq \tau \leq Z-1$  时, 根据跳频序列性质:  $H_{\mathbf{F}^{m_1}, \mathbf{F}^{m_2}}(\tau) = \sum_{t=0}^{N-1} h(f_t^{m_1}, f_{(t+\tau) \text{ mod } N}^{m_2}) = 0$ , 进而可得  $\sum_{t=0}^{N-1-\tau} h(f_t^{m_1}, f_{t+\tau}^{m_2}) = 0$ , 可知当  $t$  取遍  $\{0, 1, 2, \dots, N-1-\tau\}$  时都有  $f_t^{m_1} \neq f_{t+\tau}^{m_2}$  成立。因此  $h_{f_{t+\tau}^{m_2}, k}$  与  $h_{f_t^{m_1}, k}$  是正交矩阵不同两行, 有  $\sum_{k=0}^{N-1} h_{f_{t+\tau}^{m_2}, k} \cdot h_{f_t^{m_1}, k} = 0$ , 此时  $C_{\mathbf{A}_{n_1}^{m_1}, \mathbf{A}_{n_2}^{m_2}}(\tau) = 0$ 。情况 3 说明不同子集间互补序列的零互相关区长度为  $Z$ , 条件(2)满足。

综合以上 3 种情况, 定理成立。

证毕

#### 5 ZCZ 序列集参数分析

本文方法基于零碰撞区跳频序列构造了满足构造法 1 两个条件的零相关区互补序列集, 进而利用该类零相关区互补序列集得到了多子集 ZCZ 序列集, 得到的序列集参数与初始零碰撞区跳频序列集的参数有关。根据目前已有几类 NHZ 跳频序列构造方法<sup>[14,15]</sup>, 表 1 对采用不同初始跳频序列所得到的 ZCZ 序列集参数进行分析。

由表 1 可知, 本文得到的多子集 ZCZ 序列集参数与初始 NHZ 跳频序列集的参数有关, 若采用的初始 NHZ 跳频序列集的参数限制条件较多, 最终得到的多子集 ZCZ 序列集参数也会受到一定限制。寻找具有较少限制条件的 NHZ 跳频序列集构造方法是一个有意义的课题。近来, Chung 等人<sup>[16]</sup>利用交织法构造了零碰撞区跳频序列集合, 该类序列集参数限制条件较少, 可以得到参数更加灵活的 ZCZ 序列集。

#### 6 构造实例及构造方法比较

**例 1** 设  $p = 7$ , 令  $\alpha = 3$  为有限域 GF(7) 的本原元, 频隙集合为  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。构造得到一个一次碰撞跳频序列集合如下:

表 1 多子集 ZCZ 序列集参数

NHZ 跳频序列构造法	NHZ 跳频序列集参数	ZCZ 序列集		
		子集数	集间 ZCZ	子集参数
文献[14]方法 1	$(pZ_{NH}, pZ_{NH}, p, Z_{NH})$ -NHZ, 其中 $p$ 为素数, $0 < Z_{NH} < p - 1$	$p$	$Z_{NH}$	$(2p^2Z_{NH}^2, pZ_{NH}, pZ_{NH} + 1)$ -ZCZ
文献[14]方法 2	$(p^mZ_{NH}, p^mZ_{NH}, p^m, Z_{NH})$ -NHZ, 其中 $p$ 为素数, $0 < Z_{NH} < p^m - 1$	$p^m$	$Z_{NH}$	$(2p^{2m}Z_{NH}^2, p^mZ_{NH}, p^mZ_{NH} + 1)$ -ZCZ
文献[15]方法 2	$(MZ_{NH}, MZ_{NH}, M, Z_{NH})$ -NHZ	$M$	$Z_{NH}$	$(2M^2Z_{NH}^2, MZ_{NH}, MZ_{NH} + 1)$ -ZCZ

$$s^0 = (1, 2, 3, 6, 5, 4), s^1 = (5, 3, 1, 4, 6, 2), s^2 = (6, 1, 5, 2, 4, 3)$$

$$s^3 = (4, 5, 6, 3, 2, 1), s^4 = (2, 6, 4, 1, 3, 5), s^5 = (3, 4, 2, 5, 1, 6)$$

定义映射关系如表 2 所示。

$$F^3 = (6, 7, 8, 9, 10, 11, 4, 5, 2, 3, 0, 1)$$

$$F^4 = (2, 3, 10, 11, 6, 7, 0, 1, 4, 5, 8, 9)$$

$$F^5 = (4, 5, 6, 7, 2, 3, 8, 9, 0, 1, 10, 11)$$

表 2 映射关系

$\sigma(1)$	$\sigma(2)$	$\sigma(3)$	$\sigma(4)$	$\sigma(5)$	$\sigma(6)$
0,1	2,3	4,5	6,7	8,9	10,11

经过映射可以得到一个满足构造法 2 的零碰撞区跳频序列集合<sup>[15]</sup>, 其参数为  $(12, 12, 6, 2)$ -NHZ:

$$F^0 = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 8, 9, 6, 7)$$

$$F^1 = (8, 9, 4, 5, 0, 1, 6, 7, 10, 11, 2, 3)$$

$$F^2 = (10, 11, 0, 1, 8, 9, 2, 3, 6, 7, 4, 5)$$

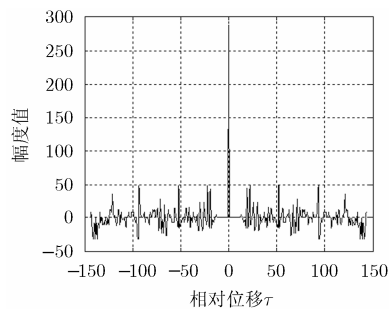
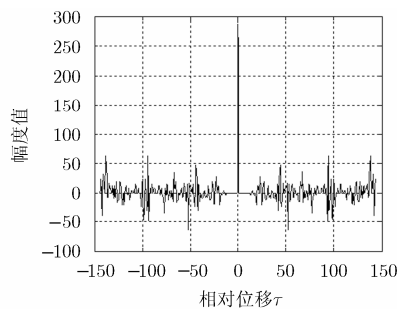
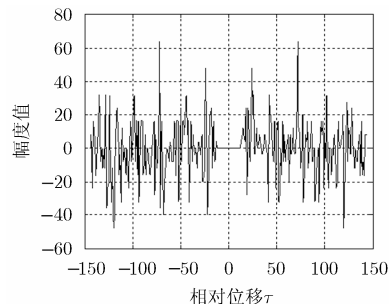
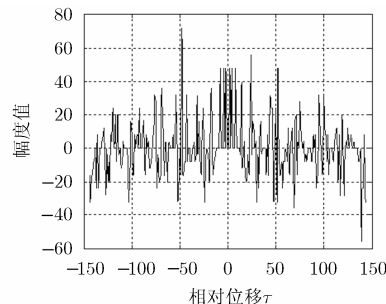
令  $H$  和  $U$  是两个阶数为 12 的二元 Hadamard 矩阵, 根据构造法 2, 构造得到零相关区互补序列集合  $A = \{A^0, A^1, \dots, A^5\}$ 。进一步根据构造法 1 可以得到  $S = \{S^0, S^1, S^2, \dots, S^5\}$ 。为节省篇幅, 仅将序列集  $S^0, S^1$  列出, 序列元素用十六进制表示如表 3 所示。

部分自相关函数和互相关函数值分布如图 1-图 4 所示。

序列集包含 6 个子集, 每个子集参数为  $(288, 12,$

表 3  $S^0$  和  $S^1$  序列元素

$S^0$	(000A8B653CE2AD46B8E25C1E8790B726E4CDFFFA8B9ACCE252B6B81DAC1E7860B7D914CD); (A8B000CD866905FC334AE6952F2A3C8E5E46574000327669FA0C33B51695D0DA3C71AE46); (617C9C044AF5CC30AF832A09E6E6A04792DA9E8C9CFBBAF533C0AF7CDA091916 A0B862DA); (C2E6A5A7D0CC6FAA9620B030457C99E408E33D16A55820CC905A96DF4030BA8C991BF8E3); (A5C0D7C0F6BE088CE4479642225AEB832E915A30D73F06BEF77CE4B86642DDAA EB7CDE91); (6B8C330EBA5AC6C00089DAA6EC160F4D6275947C33F14A5A393000762AA613E60FB29275); (E614EA8322834B58D904427F618ED6C0FAAC19E4EA7CD283B4A8D9FBB27F9E7ED63F0AAC); (CD2659A81030606A6A2F70CC4ABC65EBC81F32D65957E0309F9A6AD080CCB54C6514381F); (8B523EEE6457261E0D6904AB0CC802ADBC7874A23E119457D9EE0D96F4ABF33802524C78); (07BAF0628C99AAF6C3E5EC658020CC2154B6F84AF09D7C995506C31A1C657FD0 CCDEA4B6); (2E686D4B5E0483245ECC3EF8A9F25108862BD1986DB4AE047CD45E33CEF8560251F7762B); (4CDE4629E82FE19275AE88D3CB447A6A3000B32E46D6182F1E62755178D334B47A95C000).
$S^1$	(0003AA725A0F46BCA696C6CCD89F42AE11C7FFF3AA8DAA0FB94CA66936CC276F4251E1C7); (A8B921DAE084EE062D3E7C477025C906 AB4C57492125108411F62DC18C478FD5 C9F95B4C); (6175BD132C1827CAB1F7B0DBB9E955CF67D09E85BDEDCD18D83AB10840DB4619553097D0); (C2EF84B0B621845088542AE21A736C6C FDE93D1F844F46217BA088ABDAE2E5836C930DE9); (A5C9F6D79053E376FA330C907D551E0B DB9B5A39F62860531C86FACCFC9082A51EF42B9B); (6B851219DCB72D3A1EFD4074B319FAC5977F947512E62CB7D2CA1E02B0744CE9 FA3A677F); (E61DCB94446EA0A2C770D8AD3E8123480FA619EDCB6BB46E5F52C78F28ADC17123B7FFA6); (CD2F78BF76DD8B90745BEA1E15B390633D1532DF784086DD746074A41A1EEA43909CCD15); (8B5B1FF902BACDE4131D9E7953C7F725497274AB1F06F2BA321413E26E79AC37 F7DAB972); (07B3D175EA74410CDD9176B7DF2F39A9A1BCF843D18A1A74BEFCDD6E86B720DF395651BC); (2E614C5C38E968DE40B8A42AF6FDA4807321D1914CA3C8E9972E4047542A090D A47F8321); (4CD7673E8EC20A686BDA1201944B8FE2C50AB32767C17EC2F5986B25E2016BBB8F1D350A);

图1 序列  $S_0^0$  的自相关函数值分布图2 序列  $S_1^0$  的自相关函数值分布图3 序列  $S_0^0$  与  $S_2^0$  互相关函数值分布图4 序列  $S_0^0$  与  $S_0^1$  互相关函数值分布

13)-ZCZ。如图1、图2同一子集内序列的自相关函数在长度为13的相关区内为零，子集内存在一个长度为13的零相关区。根据定义5，每个子集参数  $\frac{12 \times (13-1)}{288} = 1/2$ ，达到最优。如图4所示，不同子集间的序列互相关函数在长度为  $Z_{ccz} = 2$  的相关区内为零，子集间存在一个长度为2的零互相关区。根据定义4，序列集合  $S$  是一个几乎最优二元多子集零相关区序列集。

一般说来，扩频地址码分为单码序列和互补序列。本文构造的ZCZ序列属于单码序列。互补序列由多个单码子序列组成，其相关函数由子序列的相关函数相加来表征，具体见定义5。互补序列是一类适用于多载波CDMA系统的多用户地址码序列。针对消除CDMA系统的小区用户干扰问题，除了多子集ZCZ序列集之外，学者们还提出具有良好集间相关性的多子集互补序列集合<sup>[17,18]</sup>。本文致力于具有集间零相关区的多子集ZCZ序列设计，下面对目前提出的几类多子集ZCZ序列集合构造方法进行比较。

由表4，文献[7-9]通过二元正交矩阵插零的方法构造了三元多子集零相关区序列集，每条序列中含有较长的零游程，在实际系统中会造成信号的能量损失，并且此类构造方法得到的ZCZ序列集参数不能达到最优。文献[10,11]利用完备序列构造了多相多子集零相关区序列集，但是对初始的完备序列

长度有较高要求。完备序列存在数目非常有限，因此极大地限制了此类构造方法的应用范围。文献[19,20]分别构造了相互正交的二元以及多相零相关区序列集，其中文献[19]构造的多相ZCZ序列集单个子集参数达到最优。相互正交的零相关区序列集可看做一类特殊的多子集ZCZ序列集，其子集间零相关区长度为1。由于二元信号更加容易实现，因此在实际通信系统中更加希望使用二元序列进行扩频。目前只有文献[6]的方法可以用于二元多子集零相关区序列集的构造。文献[6]的构造方法基于特定的互补序列迭代构造法，得到的ZCZ序列集其参数具有一定的限制。本文基于文献[6]的思想，利用满足一定条件的多个ZCZ互补序列集构造了参数几乎最优的二元ZCZ序列集。本文得到的多子集ZCZ序列集具有以下特性：(1)每个子集参数都是最优的；(2)子集间零相关区小于子集内的零相关区，达到几乎最优。该类序列应用到多小区环境下的准同步CDMA系统中可以根据同小区内不同用户信号相对时延以及不同小区用户信号相对时延大小来进行分配，使得较大的零相关区对应着相对时延较大的干扰。例如，若小区内不同用户信号相对时延相比小区用户信号相对时延更大时，可以直接将每个ZCZ序列子集分配给一个小区，利用序列在子集内较大的零相关区内的理想相关性来消除小区内用户的多址干扰，而序列在较小的子集间零相关区内理想的相关性来对应消除小区用户干扰。相反，

表4 多子集 ZCZ 序列集构造方法比较

构造方法	子集数目	集间零相关区	子集参数	相数	是否最优
文献[7]	$n_A$	$\lambda^{(m)}\Delta$	$(\lambda^{(m)}n_B(n_A + \Delta), n_B, \lambda^{(m)} - 1)$ -ZCZ	三元	否
文献[8]	$n_0$	$n_0^{m+1}\Delta$	$(n_0^{m+2}(n_1 + \Delta), n_1, n_0^{m+1} - 1)$ -ZCZ	三元	否
文献[9]	$n_0$	$2^m\Delta$	$(2^{2m}n_0(n_1 + \Delta), 2^m n_1, 2^m - 1)$ -ZCZ	三元	否
文献[10]	$N_1$	$N_1 L_1 - 2 + N_1$	$(LN_1, N_2, N_1 L_1 - 2)$ -ZCZ	多相	否
文献[11]	$N$	$q(2k + 1) + q - 1$	$(TNq(2k + 1), T, 2k + 1)$ -ZCZ	多相	否
文献[19]	$T$	1	$(TN, T \lfloor N/T \rfloor, T)$ -ZCZ	多相	-
文献[20]	2	1	$(4^n L_0 M_0, 2^m M_0, 2^{n-1} L_0 + 1)$ -ZCZ	二元	-
文献[6]	$2^{m-k}$	$2^k N - 1$	$(2^{n+m+2} N, 2^{n+1}, 2^m N)$ -ZCZ	二元	几乎最优
本文方法	$K$	$L/K$	$(2NL, M, L + 1)$ -ZCZ, $M = N$	二元	几乎最优

若小区间用户信号相比小区内用户信号相对时延更大，则可以从每个子集中抽取一条序列组成新的 ZCZ 序列子集分配给每个小区，新组成的多子集 ZCZ 序列子集内零相关区较小但具有较大的集间零相关区，从而分别对应消除小区内干扰与小区间干扰。

## 7 结束语

本文提出了一类参数几乎最优的多子集二元零相关区序列集构造方法，其关键是满足一定条件的基础 ZCZ 互补序列集的构造。本文给出了基于跳频序列集和正交矩阵构造此类 ZCZ 互补序列集的方法，为多子集 ZCZ 序列集的构造方法提供了基础序列。

## 参考文献

- [1] LI Daoben. The perspectives of large area synchronous CDMA technology for the fourth generation mobile radio[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2003, 41(3): 114-118. doi: 10.1109/MCOM.2003.1186554.
- [2] SESIA Stefania, TOUFIK Issam, and BAKER Matthew. LTE-The UMTS Long Term Evolution From Theory to Practice[M]. Hoboken: Wiley, 2009: 146-155. doi: 10.1002/9780470742891.
- [3] 李琦, 李鼎, 高军萍, 等. 零相关区屏蔽四元周期互补序列偶集设计研究[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(2): 318-324. doi: 10.11999/JEIT150636.  
LI Qi, LI Ding, GAO Junping, et al. Design of zero correlation zone punctured quaternary periodic complementary sequence pairs sets [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(2): 318-324. doi: 10.11999/JEIT150636.
- [4] 刘凯, 姜昆. 交织法构造高斯整数零相关区序列集[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(2): 328-334. doi: 10.11999/JEIT160276.  
LIU Kai and JIANG Kun. Construction of Gaussian integer sequence sets with zero correlation zone based on interleaving technique[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(2): 328-334. doi: 10.11999/JEIT160276.
- [5] ZHANG Weiguo, XIE Chunlei, and PASALIC Enes. Large sets of orthogonal sequences suitable for applications in CDMA systems[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(16): 3757-3767. doi: 10.1109/TIT.2016.2550478.
- [6] TANG Xiaohu, FAN Pingzhi, and LINDNER Jurgen. Multiple binary ZCZ sequence sets with good cross-correlation property based on complementary sequence sets[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(8): 4038-4045. doi: 10.1109/TIT.2010.2050796.
- [7] HAYASHI Takafumi, MAEDA Takao, MATSUFUJI Shinya, et al. A ternary zero-correlation zone sequence set having wide inter-subset zero-correlation zone[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2011, E94-A(11): 2230-2235. doi: 10.1587/transfun.E94.A.2230.
- [8] HAYASHI Takafumi, MEADA Takao, and OKAWA Satoshi. A generalized construction of zero-correlation zone sequence set with sequence subsets[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2011, E94-A(7): 1957-1602. doi: 10.1587/transfun.E94.A.1597.
- [9] 李玉博, 许成谦, 李刚, 等. 一类三元多子集零相关区序列集构造法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(12): 2876-2880. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00187.  
LI Yubo, XU Chengqian, LI Gang, et al. A class of ternary zero correlation zone sequence set with multiple subsets[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(12): 2876-2880. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00187.
- [10] TORII Hideyuki, MATSUMOTO Takahiro, and NAKAMURA Makoto. A new method for constructing asymmetric ZCZ sequence sets[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2012, E95-A(9): 1577-1586. doi: 10.1587/transfun.

- E95.A.1577.
- [11] WANG Longye, ZENG Xiaoli, and WEN Hong. A novel construction of asymmetric ZCZ sequence sets from interleaving perfect sequence[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2014, E97-A(12): 2556–2561. doi: 10.1587/transfun. E97.A.2556.
- [12] WANG Longye, ZENG Xiaoli, and WEN Hong. Families of asymmetric sequence pair set with zero-correlation zone via interleaved technique[J]. *IET Communications*, 2016, 10(3): 229–234. doi: 10.1049/iet-com.2015.0075.
- [13] TANG Xiaohu, FAN Pingzhi, and MATSUFUJI Shinya. Lower bounds on the maximum correlation of sequence set with low or zero correlation zone[J]. *Electronics Letters*, 2000, 36(6): 551–552. doi: 10.1049/el:20000462.
- [14] YE Wenxia, FAN Pingzhi, and GABIDULIN E M. Construction of non-repeating frequency-hopping sequences with no-hit zone[J]. *Electronics Letters*, 2006, 42(12): 681–682. doi 10.1049/el:20060775.
- [15] YE Wenxia and FAN Pingzhi. Construction of frequency hopping sequences with no hit zone[J]. *Journal of Electronics*, 2007, 24(3): 305–308. doi: 10.1007/s11767-005-0202-y.
- [16] CHUNG Jinho, HAN Yunkyong, and YANG Kyeongcheol. No-hit-zone frequency-hopping sequence sets with optimal hamming autocorrelation[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2010, E93-A(11): 2239–2244. doi: 10.1587/transfun. E93.A.2239.
- [17] ZHANG Zhenyu, TIAN Fengchun, ZENG Fanxin, *et al.* Inter-group complementary sequence set based on interleaved periodic complementary sequences[J]. *Wireless Personal Communications*, 2016, 91(3): 1051–1064. doi: 10.1007/s11277-016-3511-6.
- [18] ZHANG Zhenyu, TIAN Fengchun, ZENG Fanxin, *et al.* Multiple orthogonal subsets with three-valued in-phase cross-correlation for HF communications[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(7): 1377–1380. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2565464.
- [19] ZHANG Wenchao, ZENG Fanxin, and LONG Xiuhong. Improved mutually orthogonal ZCZ polyphase sequence sets and their applications in OFDM frequency synchronization [C]. 2010 6th International Conference on Wireless Communications Networking and Mobile Computing, Chengdu, China, 2010: 23–25.
- [20] RATHINAKUMAR Appuswamy and CHATURVEDI Ajit Kumar. Mutually orthogonal sets of ZCZ sequences[J]. *Electronics Letters*, 2004, 40(18): 1133–1134. doi: 10.1049/el:20045628.
- 李玉博: 男, 1985 年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为序列设计、编码理论.
- 刘涛: 女, 1987 年生, 博士生, 研究方向为序列设计.
- 陈晓玉: 女, 1983 年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为扩频序列设计、网络编码.