

非准确先验知识下认知雷达低峰均比稳健波形设计

郝天铎* 周青松 孙从易 崔琛
(电子工程学院 合肥 230037)

摘要: 针对目标和杂波先验知识不准确时认知雷达的检测波形设计问题, 同时兼顾功率放大器对低峰均比(PAR)波形的需求, 该文提出一种信号相关杂波背景下认知雷达低 PAR 稳健波形设计方法。首先, 在目标和杂波不确定集范围内, 基于极大极小化准则构造关于输出信干噪比(SINR)的优化模型; 然后将不确定性参数代入该模型, 给出最差 SINR 下对应杂波协方差矩阵和目标 Toeplitz 矩阵的取值; 在此基础上, 利用半正定松弛, 将非凸的优化模型转化为关于发射波形半正定矩阵的凸问题进行求解; 最后, 通过秩 1 近似法结合最近邻方法, 进一步从波形的最优矩阵解中提取出最优向量解。分析表明, 在稳健性能相同的情况下, 与现有方法相比该算法具有更低的运算量, 仿真结果验证了所提方法的有效性和稳健性。

关键词: 认知雷达; 稳健波形; 低峰均比; 凸优化; 半正定松弛

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)03-0532-09

DOI: 10.11999/JEIT170560

Low-PAR Robust Waveform Design for Cognitive Radar with Imprecise Prior Knowledge

HAO Tianduo ZHOU Qingsong SUN Congyi CUI Chen
(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: In view of the detection waveform design for cognitive radar with imprecise prior knowledge of target and clutter, while considering the demand of power amplifier on low Peak-to-Average power Ratio (PAR) waveform, a low-PAR robust waveform design method in presence of signal-dependent clutter is proposed. Firstly, the optimization model of radar's output Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) is established within the uncertainty of target and clutter via Max-Min method. Secondly, the clutter covariance matrix and Toeplitz matrix of target corresponding to worst-case SINR is obtained. Since the optimization problem of waveform is non-convex, Semi-Definite Relaxation (SDR) is adopted to converse the non-convex problem into a convex problem, which is about the semi-definite matrix of waveform. Finally, the optimal vector solution of waveform can be extracted from the optimal matrix solution by the rank-one approximation method combined with the nearest neighbor method. Compared with the existing methods, the computational complexity of the proposed method is obviously reduced without losing robust performance according to the analysis. The simulation results demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed method.

Key words: Cognitive radar; Robust waveform; Low Peak-to-Average power Ratio (PAR); Convex optimization; Semi-Definite Relaxation (SDR)

1 引言

认知雷达是一种能够实时感知周围复杂电磁环境, 并在此基础上进行推理决策的新体制智能化雷达^[1,2]。具体来讲, 认知雷达被定义为一种能够迭代更新发射波形、接收机滤波器、目标和杂波的闭环系统。在该系统中, 基于所感知的环境和目标先验知识设计发射波形是认知雷达的关键技术之一, 可显著提高系统在复杂环境中的目标检测、参数估计、识别及跟踪等性能, 本文主要研究检测波形的设计。

然而, 在实际情况中, 由于环境的非平稳特性和先验知识估计方法的原因, 使得杂波和目标的先验知识并不准确, 这将导致认知雷达中由接收端反馈到发射端的信息存在差错, 造成所设计波形与实际目标和杂波不匹配从而降低波形检测性能。因此, 需设计一种稳健发射波形来减少波形检测性能损失。

此外, 在进行检测波形设计时, 大部分方法仅考虑了发射能量的约束, 而未对所设计信号的包络加以制约, 因此所设计的波形包络往往并不恒定, 无法充分利用雷达发射机的功率, 也不利于硬件系统的实现^[3]。然而, 恒模波形虽然是理想的发射波形,

但其约束过于苛刻，往往为了便于实现，会转向低峰均比(Peak-to-Average power Ratio, PAR)约束下的波形设计。因此，PAR稳健发射波形设计已成为认知雷达亟待解决的重要问题之一。

文献[4-11]基于SINR准则，对面向扩展目标检测的稳健波形设计问题进行了研究。文献[5]将目标冲激响应(Target Impulse Response, TIR)的不确定度限制在一个范数球内，较早地研究稳健发射波形设计问题，该方法可以保证SINR递增收敛。文献[6,7]分别讨论了TIR多普勒信息和角度信息不准确时稳健波形优化问题，但以上文献没有对杂波先验知识不准确的情况进行分析。文献[8]弥补了这方面的缺陷，但是该文献对杂波的假定是与信号无关的。针对该问题，文献[9]研究了信号相关杂波下认知雷达稳健波形设计问题，但该文献没有对波形的包络进行限制。为了提高发射机的效能，文献[10]在目标的方位角和初始相位先验知识均不准确的情况下，进行了恒模约束下的发射波形设计。然而，恒模约束过于苛刻。文献[11]将恒模约束松弛为低PAR约束，研究了TIR先验知识不准确时的稳健波形优化方法，可以进行任意PAR下的波形设计，但存在以下问题：(1)波形的稳健性与TIR的采样数成正比，要想得到稳健性较好的波形，就需要在TIR的不确定集边界进行大量采样，而对每一个TIR采样值都需要代入算法进行完整的循环迭代，因此，其运算量会随着采样数的增加而成倍增长(详见本文4.2节分析)；(2)在求解过程中假定杂波是已知的，而在实际情况中杂波的先验知识并不准确，不考虑这种情况会使所求波形的稳健性降低。

针对文献[11]算法存在的不足，本文在目标和信号相关杂波的先验知识均不准确的背景下，提出了一种面向扩展目标检测的认知雷达低峰均比稳健波形设计方法。该方法利用极大极小化准则构造目标和杂波不确定集范围内关于输出SINR的优化模型。在杂波不确定集范围内，推导了使输出SINR达到最差时协方差矩阵的解析解。在此基础上，分别固定发射波形和接收机权值，在目标不确定集内，采用循环迭代的思想对TIR、低PAR发射波形和接收机权值联合寻优。在寻优过程中，将原优化模型建模为Rayleigh商模型，给出了接收机权值的解析表达式；然后基于Schur补充定理和半正定松弛，将非凸的优化模型转化为两个分别关于目标Toeplitz矩阵和发射波形半正定矩阵的凸问题进行求解；最后，结合秩1近似法和最近邻方法，从优化发射波形矩阵解中提取出优化向量解。相对文献[11]而言，在稳健性能相同的条件下，具有更低的运算复杂度。

仿真实验验证了本文理论分析的正确性和算法的有效性。

2 信号模型

本文主要考虑相关杂波条件下针对扩展目标检测的波形设计。目标的散射特性用TIR表示^[8]，相关杂波用杂波冲激响应(Clutter Impulse Response, CIR)表示^[12]，主要在时域对离散的时间信号进行分析，信号模型如图1所示。

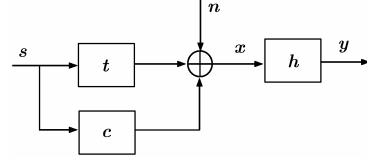


图1 相关杂波下的信号模型

图中， $s \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ 代表发射波形，其长度为 N_s ； $t \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 和 $c \in \mathbb{C}^{N_c \times 1}$ 分别代表 TIR 和 CIR，根据文献[13]的认知雷达信号模型，令 TIR 和 CIR 长度相同，即 $N_t = N_c$ ，这样做主要是出于简化公式推导的目的，使公式的推导不至于太过复杂。同时，考虑到实际情况中 $c(t)$ 的时长要大于 $t(t)$ (即 $N_c > N_t$)，此时，本文拟采用的处理方式是通过对 TIR 进行补零处理，使 TIR 和 CIR 的采样点个数相同。 $n \in \mathbb{C}^{N_n \times 1}$ 代表噪声和干扰的总和， $h \in \mathbb{C}^{N_h \times 1}$ 表示接收机权值，因此 $N_n = N_h = N_s + N_t - 1$ ， x 代表目标和环境的回波，其长度 $N_x = N_h$ 。该模型可表示为

$$\begin{aligned} x &= t * s + c * s + n = Ts + Cs + n \\ &= St + Sc + n = s_t + s_c + n \end{aligned} \quad (1)$$

$$y = h^H x \quad (2)$$

其中，“*”代表卷积运算，由于卷积运算具有互易性，则有 $s_t = St = Ts$ ， $s_c = Sc = Cs$ 。 T 、 S 与 C 表示对应向量的卷积矩阵，这些矩阵均为 Toeplitz 阵，用 $F(\cdot)$ 表示其映射函数。以 TIR 为例， $T = F(t)$ ，令 $t = [t(1) \ t(2) \ \dots \ t(N_t)]^T$ ，则 $T = (t_1 \ t_2 \ \dots \ t_{N_s})$ ，其中， $t_i = (\mathbf{0}_{i-1}^T, t^T, \mathbf{0}_{N_s-i}^T)^T$ ， $i = 1, 2, \dots, N_s$ ， $\mathbf{0}_i$ 代表 i 维零向量， $(\cdot)^T$ 代表转置，可得

$$T = \begin{bmatrix} t(1) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & t(1) & \ddots & \vdots \\ t(N_t) & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & t(N_t) & \ddots & t(1) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & t(N_t) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{(N_s+N_t-1) \times N_s} \quad (3)$$

此外，在相关杂波背景下，采用失配滤波器

(MisMatched Filter, MMF)可以获得更优的性能^[4], 本文主要研究 MMF 的设计。

令噪声和杂波的和为

$$\mathbf{w} = \mathbf{s}_c + \mathbf{n} \quad (4)$$

根据式(1)和式(2), 可得

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}^H \mathbf{x} = \mathbf{h}^H \mathbf{s}_t + \mathbf{h}^H (\mathbf{s}_c + \mathbf{n}) = \mathbf{s}_{t,h} + \mathbf{w}_h \quad (5)$$

因此, 接收机 MMF 输出信号的 SINR 可表示为

$$\text{SINR} = \frac{\mathbb{E}(\mathbf{s}_{t,h}^H \mathbf{s}_{t,h})}{\mathbb{E}(\mathbf{w}_h^H \mathbf{w}_h)} = \frac{\mathbb{E}[\mathbf{h}^H \mathbf{T} \mathbf{s}^H]^2}{\mathbb{E}[\mathbf{h}^H (\mathbf{C} \mathbf{s} + \mathbf{n})]^2} \quad (6)$$

其中, \mathbb{E} 代表求均值。

3 波形设计方法

3.1 先验知识不准确时确定 TIR 假设下的问题描述

本文主要对确定 TIR 进行研究, 则式(6)的信号模型可表示为

$$\begin{aligned} \text{SINR} &= \frac{\mathbb{E}(\mathbf{h}^H \mathbf{T} \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{T}^H \mathbf{h})}{\mathbb{E}(\mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{c} \mathbf{c}^H \mathbf{S}^H \mathbf{h}) + \mathbb{E}(\mathbf{h}^H \mathbf{n} \mathbf{n}^H \mathbf{h})} \\ &= \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{T} \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{T}^H \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{R}_c \mathbf{S}^H \mathbf{h} + \mathbf{h}^H \mathbf{R}_n \mathbf{h}} \end{aligned} \quad (7)$$

当目标冲激响应 \mathbf{T} 和信号相关杂波协方差矩阵 \mathbf{R}_c 的先验知识不准确时, 由于本文研究的是地基雷达, 当空中不存在强对流天气时, 可采用文献[11]的球体不确定度集来描述 \mathbf{R}_c , 即假设实际的 \mathbf{R}_c 位于以某一固定 \mathbf{R}_c 为中心的范数球内(包含边界); 而对 TIR 而言, 由于目标 1 维像强度起伏的均值和方差各不相同, 是各向异性的^[15], 因此可以将 TIR 不确定集建模为更具普适性的椭球体模型, 可采用文献[16]的扁平椭球体不确定集来描述 \mathbf{T} , 其中强度均值对应椭球中心, 强度方差对应椭球半径。 \mathbf{R}_c 和 \mathbf{T} 的不确定集约束可表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \left\{ \mathbf{R}_c \mid \|\mathbf{R}_c - \mathbf{R}_0\|_F \leq \eta \right\} \\ \mathcal{T} &= \left\{ \mathbf{T} \mid \mathbf{T} = \mathbf{B} \mathbf{U} + \mathbf{T}_0, \|\mathbf{U}\|_F \leq 1 \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\|\cdot\|_F$ 代表矩阵 Frobenius 范数, \mathbf{R}_c 和 \mathbf{R}_0 分别表示 CIR 协方差矩阵的真实值和估计值, $\mathbf{R}_c \in \mathbb{C}^{N_c \times N_c}$, 代表一正定矩阵。 \mathbf{T} 和 \mathbf{T}_0 分别表示 TIR 卷积矩阵的真实值和估计值, $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{(N_s + N_t - 1) \times N_s}$, 其结构与式(3)相同, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{(N_s + N_t - 1) \times K}$ ($K < N_s + N_t - 1$), $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{K \times N_s}$, 且 \mathbf{B} 为已知的列满秩矩阵。为了得到可行解, 需令 $\eta < \|\mathbf{R}_0\|_F$, 这样可以保证 \mathbf{R}_c 不为零矩阵。在实际中, \mathbf{R}_0 和 \mathbf{T}_0 可根据一些认知方法获得^[8](例如, 可以将雷达的工作模型设定为被动接收状态, 收集分析空间中的干扰和杂波从而得到杂波 \mathbf{R}_0 , 同时, 可采用一定的滤波方法得到目标 \mathbf{T}_0)。

根据极大极小化准则, 并假设噪声与信号不相关, 式(7)的信号模型可转换为

$$\max_{s,h} \min_{T, R_c} \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{T} \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{T}^H \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{R}_c \mathbf{S}^H \mathbf{h} + \mathbf{h}^H \mathbf{R}_n \mathbf{h}} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{R}_c = \mathbf{R}_0 + \Delta \mathbf{R}$, 则式(9)的分母可表示为

$$\begin{aligned} &\mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{R}_c \mathbf{S}^H \mathbf{h} + \mathbf{h}^H \mathbf{R}_n \mathbf{h} \\ &= \mathbf{h}^H \mathbf{S} (\mathbf{R}_0 + \Delta \mathbf{R}) \mathbf{S}^H \mathbf{h} + \mathbf{h}^H \mathbf{R}_n \mathbf{h} \end{aligned} \quad (10)$$

又因为 $\|\Delta \mathbf{R}\|_F^2 \leq \eta^2$, 令 $\mathbf{s}_h = \mathbf{S}^H \mathbf{h} \in \mathbb{C}^{N_c \times 1}$, 则式(10)的第 1 项满足如下关系

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_h^H (\mathbf{R}_0 + \Delta \mathbf{R}) \mathbf{s}_h &\leq \mathbf{s}_h^H \mathbf{R}_0 \mathbf{s}_h + \eta \mathbf{s}_h^H \mathbf{s}_h \\ &= \mathbf{s}_h^H (\mathbf{R}_0 + \eta \mathbf{I}) \mathbf{s}_h \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{I} = \mathbf{s}_h \mathbf{s}_h^H / \|\mathbf{s}_h\|^2$ 代表一个单位范数球, 因此, 当且仅当

$$\Delta \mathbf{R} = \eta \mathbf{s}_h \mathbf{s}_h^H / \|\mathbf{s}_h\|^2 \quad (12)$$

式(11)中不等式的等号成立。同时, 由于 \mathbf{R}_n 是高斯白噪声的协方差矩阵, 是固定的对角矩阵。因此当 $\mathbf{R}_c = \mathbf{R}_0 + \eta \mathbf{I}$ 时, 式(9)取到极小值。令 $\widehat{\mathbf{R}}_c = \mathbf{R}_0 + \eta \mathbf{I}$, 目标函数可转换为

$$\max_{s,h} \min_T \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{T} \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{T}^H \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \mathbf{S} \widehat{\mathbf{R}}_c \mathbf{S}^H \mathbf{h} + \mathbf{h}^H \mathbf{R}_n \mathbf{h}} \quad (13)$$

其中, $\widehat{\mathbf{R}}_c$ 可表示为

$$\widehat{\mathbf{R}}_c = \sum_{i=1}^{N_c} \lambda_i(\widehat{\mathbf{R}}_c) \mathbf{u}_i(\widehat{\mathbf{R}}_c) \mathbf{u}_i^H(\widehat{\mathbf{R}}_c) \quad (14)$$

其中, $\mathbf{u}_i(\cdot)$ 代表矩阵 “ \cdot ” 的第 i 个特征值 $\lambda_i(\cdot)$ 对应的特征向量。

当接收机 MMF 向量 \mathbf{h} 已知时, 从式(13)中提取出 \mathbf{s} , 可得

$$\max_s \min_T \frac{\mathbf{s}^H \boldsymbol{\Omega}_t(\mathbf{h}) \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \boldsymbol{\Omega}_c(\mathbf{h}) \mathbf{s}} \quad (15)$$

其中,

$$\boldsymbol{\Omega}_t(\mathbf{h}) = \mathbf{T}^H \mathbf{W} \mathbf{T} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_c(\mathbf{h}) &= \sum_{i=1}^{N_c} \lambda_i(\widehat{\mathbf{R}}_c) \mathbf{F}^H \left[\mathbf{u}_i(\widehat{\mathbf{R}}_c) \right] \mathbf{W} \mathbf{F} \left[\mathbf{u}_i(\widehat{\mathbf{R}}_c) \right] \\ &\quad + [\text{tr}(\mathbf{R}_n \mathbf{W}) / P_s] \mathbf{I}_{N_s} \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $\mathbf{W} = \mathbf{h} \mathbf{h}^H$, P_s 为发射波形的最大能量。同理, 假定 \mathbf{s} 已知, 提取 \mathbf{h} , 目标函数可变为

$$\max_h \min_T \frac{\mathbf{h}^H \boldsymbol{\Theta}_t(\mathbf{s}) \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \boldsymbol{\Theta}_c(\mathbf{s}) \mathbf{h}} \quad (18)$$

其中

$$\boldsymbol{\Theta}_t(\mathbf{s}) = \mathbf{T} \mathbf{X} \mathbf{T}^H \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\Theta}_c(\mathbf{s}) = \sum_{i=1}^{N_c} \lambda_i(\widehat{\mathbf{R}}_c) \mathbf{F} \left[\mathbf{u}_i(\widehat{\mathbf{R}}_c) \right] \mathbf{X} \mathbf{F}^H \left[\mathbf{u}_i(\widehat{\mathbf{R}}_c) \right] + \mathbf{R}_n \quad (20)$$

式中, $\mathbf{X} = \mathbf{s}\mathbf{s}^H$, 则式(18)可看做经典的广义 Rayleigh 商问题^[17], 可得 \mathbf{h} 的优化解

$$\mathbf{h} = \sqrt{P_h} \mathbf{u}_{\max} \left[\Theta_c^{-1}(\mathbf{s}) \Theta_t(\mathbf{s}) \right] \quad (21)$$

其中, P_h 代表接收机滤波器的最大能量。同理, 可得式(15)中发射波形的最优解

$$\mathbf{s} = \sqrt{P_s} \mathbf{u}_{\max} \left[\Omega_c^{-1}(\mathbf{h}) \Omega_t(\mathbf{h}) \right] \quad (22)$$

然而, 当发射波形的约束条件变为恒模或者低 PAR, 并且 \mathbf{T} 的先验知识不准确时, 问题就变得复杂起来。

3.2 低峰均比稳健波形设计

不失一般性, 设发射波形的最大能量 $P_s = N_s$, 则峰均比可定义为

$$\text{PAR}(\mathbf{s}) \triangleq \frac{\max_k |s_k|^2}{\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} |s_k|^2} = \max_k |s_k|^2 \quad (23)$$

其中, s_k 为 \mathbf{s} 的第 k 个采样。在增加了 PAR 的约束后, 优化问题式(13)可进一步转化为

$$\mathbf{P} \left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{s}, \mathbf{h}} \min_{\mathbf{T}} \frac{\mathbf{s}^H \Omega_t(\mathbf{h}) \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \Omega_c(\mathbf{h}) \mathbf{s}} \\ \text{s.t. } \mathbf{T} \in \mathcal{T} \\ \text{PAR}(\mathbf{s}) \leq \mu, \quad \mu \in [1, N_s] \\ \|\mathbf{s}\|^2 \leq N_s \end{array} \right. \quad (24)$$

式中, 当 $\mu = N_s$ 时, 等价于能量约束, PAR 就成了冗余约束; 当 $\mu = 1$ 时, 等价于恒模约束。在 \mathbf{P} 问题中, 直接对 \mathbf{s} 和 \mathbf{h} 进行求解较为困难。因此, 本文使用交替迭代的方法进行求解。从数学优化的角度讲, 优化的先后次序不同得到的结果可能也不同。而在雷达的实际工作方式中, 由于接收机权值 \mathbf{h} 的设计依赖于发射波形 \mathbf{s} , 所以在联合优化中往往更习惯于在给定初始波形 \mathbf{s} 的基础上去优化 \mathbf{h} 。因此, 首先给定一个初始的 \mathbf{s} , 对 \mathbf{h} 进行优化设计。

3.2.1 波形固定时接收机权值和 TIR 的优化 当发射波形 \mathbf{s} 固定后, 优化问题就变为式(18)的形式, 此时的 \mathbf{T} 和 \mathbf{h} 均不确定。在这里, 仍然采用交替迭代的思想进行求解, 即分别固定 \mathbf{T} 和 \mathbf{h} 中的一个变量去求另一个变量。当 \mathbf{T} 的初始估计值已知时, 通过式(21)求解出 \mathbf{h} , 再将 \mathbf{h} 代入式(18)求解 \mathbf{T} , 此时目标函数可变为

$$\min_{\mathbf{T}} \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{T} \mathbf{X} \mathbf{T}^H \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \Theta_c(\mathbf{s}) \mathbf{h}} \quad (25)$$

由于 $\mathbf{x}^H \mathbf{A} \mathbf{x} = \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{x} \mathbf{x}^H)$, 则式(25)又可表示为

$$\min_{\mathbf{T}} \frac{\text{tr}(\mathbf{T} \mathbf{X} \mathbf{T}^H \mathbf{W})}{\mathbf{h}^H \Theta_c(\mathbf{s}) \mathbf{h}} \quad (26)$$

式(26)中分母为常数项, 则优化问题可变为

$$\mathbf{P}_1 \left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{T}} \text{tr}(\mathbf{T} \mathbf{X} \mathbf{T}^H \mathbf{W}) \\ \text{s.t. } \mathbf{T} \in \mathcal{T} \end{array} \right. \quad (27)$$

在数学优化问题中, 凸优化是一种较为有效的优化方法, 大部分多变量凸优化问题都可以在较短的时间内求出全局最优解。因此, 本文采用凸优化方法进行求解。由于问题 \mathbf{P}_1 的目标函数是非凸的, 需对其进行转化。令 $\mathbf{Q} = \mathbf{W}^{1/2}$, 则优化问题可变为

$$\min_{\mathbf{T}} \left. \begin{array}{l} \text{tr}(\mathbf{Q}^H \mathbf{T} \mathbf{X} \mathbf{T}^H \mathbf{Q}) \\ \text{s.t. } \mathbf{T} \in \mathcal{T} \end{array} \right\} \quad (28)$$

令 λ_{\max} 表示矩阵 $\mathbf{Q}^H \mathbf{T} \mathbf{X} \mathbf{T}^H \mathbf{Q}$ 的最大特征值, 用 $\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0$ 代替 \mathbf{T} , 式(28)可转化为

$$\min_{\mathbf{U}} \left. \begin{array}{l} \lambda_{\max} \\ \|\mathbf{U}\|_F^2 \leq 1 \\ \mathbf{Q}^H (\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0) \mathbf{X} (\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0)^H \mathbf{Q} \preceq \lambda_{\max} \mathbf{I}_{N_h} \end{array} \right\} \quad (29)$$

式中的第 2 个约束条件仍然是非凸的, 可通过 Schur 补充定理^[18]进行转换。则第 2 个约束条件 $\mathbf{Q}^H (\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0) \mathbf{X} (\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0)^H \mathbf{Q} \preceq \lambda_{\max} \mathbf{I}_{N_h}$ 可等价于

$$\begin{bmatrix} \lambda_{\max} \mathbf{I}_{N_h} & \mathbf{Q}^H (\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0) \\ (\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0)^H \mathbf{Q} & \mathbf{X}^{-1} \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0} \quad (30)$$

则问题 \mathbf{P}_1 可转化为

$$\min_{\mathbf{U}} \left. \begin{array}{l} \lambda_{\max} \\ \|\mathbf{U}\|_F^2 \leq 1 \\ \begin{bmatrix} \lambda_{\max} \mathbf{I}_{N_h} & \mathbf{Q}^H (\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0) \\ (\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{T}_0)^H \mathbf{Q} & \mathbf{X}^{-1} \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0} \end{array} \right\} \quad (31)$$

该问题是一个凸问题, 有成熟的实现算法。

3.2.2 接收机权值固定时波形和 TIR 的优化 当 \mathbf{h} 固定后, 优化问题就变为式(15)的形式, 此时的 \mathbf{T} 和 \mathbf{s} 均为不确定变量, 采用交替迭代的思想进行求解。当 \mathbf{T} 的初始估计值已知时, 优化问题可表示为

$$\mathbf{P}_2 \left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{s}} \frac{\mathbf{s}^H \Omega_t(\mathbf{h}) \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \Omega_c(\mathbf{h}) \mathbf{s}} \\ \text{s.t. } \text{PAR}(\mathbf{s}) \leq \mu, \quad \mu \in [1, N_s] \\ \|\mathbf{s}\|^2 \leq N_s \end{array} \right. \quad (32)$$

由于发射波形 \mathbf{s} 受 PAR 约束, 无法直接获取可行解, 需将其转换为凸问题进行求解。由于 $\Omega_t(\mathbf{h})$ 和 $\Omega_c(\mathbf{h})$ 均为对称矩阵, 并且当 $\mathbf{X} = \mathbf{s}\mathbf{s}^H$ 时, \mathbf{X} 为半正定矩阵, 因此转化为半正定规划(Semi-Definite Programming, SDP)问题进行求解。令 $\Omega_1 = \Omega_t(\mathbf{h})$, $\Omega_2 = \Omega_c(\mathbf{h})$, \mathbf{P}_2 问题可转化为

$$\left. \begin{array}{l} \max_{\mathbf{X}} \quad \frac{\text{tr}(\Omega_1 \mathbf{X})}{\text{tr}(\Omega_2 \mathbf{X})} \\ \text{s.t.} \quad \text{diag}(\mathbf{X}) \leq \mu, \\ \text{tr}(\mathbf{X}) \leq N_s, \quad \mathbf{X} \succeq 0, \quad \text{rank}(\mathbf{X}) = 1 \end{array} \right\} \quad (33)$$

其中, $\text{diag}(\cdot)$ 代表矩阵的对角线元素, $\text{rank}(\cdot)$ 代表矩阵的秩, $\mathbf{X} \succeq 0$ 表示 \mathbf{X} 为半正定矩阵。然而, 由于 $\text{rank}(\mathbf{X}) = 1$ 是非凸的, 需通过半正定松弛(Semi-definite Relaxation, SDR)^[9]技术, 先把 $\text{rank}(\mathbf{X}) = 1$ 的约束去掉, 此时问题变为

$$\left. \begin{array}{l} \max_{\mathbf{X}} \quad \frac{\text{tr}(\Omega_1 \mathbf{X})}{\text{tr}(\Omega_2 \mathbf{X})} \\ \text{s.t.} \quad \text{diag}(\mathbf{X}) \leq \mu, \\ \text{tr}(\mathbf{X}) \leq N_s, \quad \mathbf{X} \succeq 0 \end{array} \right\} \quad (34)$$

令 $\text{tr}(\Omega_1 \mathbf{X}) = q$, $\mathbf{X}' = \mathbf{X}/q$, 则 $\text{tr}(\Omega_1 \mathbf{X}') = 1$ 。由于仿射空间并不对除法运算封闭, 所以令 $p = 1/q$ 。以 \mathbf{X}' 和 p 为变量, 式(34)可转化为

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{X}', p} \quad \text{tr}(\Omega_2 \mathbf{X}') \\ \text{s.t.} \quad \text{diag}(\mathbf{X}') \leq \mu \cdot p, \\ \text{tr}(\mathbf{X}') \leq N_s \cdot p, \quad \mathbf{X}' \succeq 0 \end{array} \right\} \quad (35)$$

式(35)是一个凸问题, 可通过成熟的算法求解。设 \mathbf{X}'_{opt} 和 p_{opt} 为式(35)的最优解, 则 $q_{\text{opt}} = 1/p_{\text{opt}}$, 可得式(34)的优化解 $\mathbf{X}_{\text{opt}} = \mathbf{X}'_{\text{opt}} \cdot q_{\text{opt}} = \mathbf{X}'_{\text{opt}}/p_{\text{opt}}$ 。接下来的问题是如何将 \mathbf{X}_{opt} 转化为问题 \mathbf{P}_2 的可行解 \mathbf{s}_{opt} , 如果 \mathbf{X}_{opt} 的秩为 1, 则可取 \mathbf{X}_{opt} 的第 1 列作为 \mathbf{s}_{opt} 。然而, 一般情况下, 经过 SDR 后最优解 \mathbf{X}_{opt} 的秩并不为 1^[20]。若 $\text{rank}(\mathbf{X}_{\text{opt}}) \geq 2$, 采用秩 1 近似法^[20], 可以令

$$\mathbf{X}_{\text{opt}}^* = \lambda_{\max}(\mathbf{X}_{\text{opt}}) \mathbf{u}_{\max}(\mathbf{X}_{\text{opt}}) \mathbf{u}_{\max}^H(\mathbf{X}_{\text{opt}}) \quad (36)$$

在 \mathbf{X}_{opt} 的所有特征值与对应特征向量乘积的组合中, $\mathbf{X}_{\text{opt}}^*$ 与 \mathbf{X}_{opt} 最为近似, 此时, 可以选取 $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{opt}} = \sqrt{P_s} \mathbf{u}_{\max}(\mathbf{X}_{\text{opt}}) / \|\mathbf{u}_{\max}(\mathbf{X}_{\text{opt}})\|_2$ 作为 \mathbf{P}_2 的一个候选解。需要说明的是, 虽然 \mathbf{X}_{opt} 满足 PAR 要求, 但候选向量解 $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{opt}}$ 却并不一定满足该条件。因此, 需将 $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{opt}}$ 映射为 \mathbf{P}_2 的优化可行解, 优化问题可表示为

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{s}} \quad \|\mathbf{s} - \tilde{\mathbf{s}}_{\text{opt}}\|_2 \\ \text{s.t.} \quad \text{PAR}(\mathbf{s}) \leq \mu, \quad \|\mathbf{s}\|^2 \leq N_s \end{array} \right\} \quad (37)$$

式(37)是一个凸优化问题, 由于其目标函数和约束条件的形式与文献[21]中的最近邻算法相同, 与传统的凸优化内点法相比, 最近邻算法具有更低的运算复杂度, 所以这里采用最近邻算法进行求解。

接下来, 当波形 \mathbf{s} 固定时, 再通过 3.2.1 节的方法对 \mathbf{T} 进行优化即可。

综上, 给定发射初始波形 $\mathbf{s}^{(0)}$, 估计值 \mathbf{R}_0 和 \mathbf{T}_0 , 不确定集范围 ε 和 η , 门限值 τ 和最大迭代次数 κ , 并将 $\mathbf{s}^{(0)}$, \mathbf{R}_0 和 \mathbf{T}_0 代入式(21)求出初始接收机权值 $\mathbf{h}^{(0)}$, 同时将 \mathbf{R}_0 和 \mathbf{T}_0 代入式(7)求出 $\text{SINR}^{(0)}$, 且下面步骤中 SINR 的计算均可通过式(7)得到。令 $i = 0$, 稳健波形设计算法可总结如下:

步骤 1 将 $\mathbf{s}^{(i)}$ 和 $\mathbf{h}^{(i)}$ 代入式(12)求出 $\Delta \mathbf{R}^{(i+1)}$ 进而得到 $\hat{\mathbf{R}}_c^{(i+1)}$;

步骤 2 将 $\mathbf{s}^{(i)}$, $\mathbf{h}^{(i)}$ 代入式(31)求解得到 $\mathbf{T}^{(i+1)}$;

步骤 3 令 $i = i + 1$, 把 $\mathbf{s}^{(i-1)}$, $\hat{\mathbf{R}}_c^{(i)}$ 和 $\mathbf{T}^{(i)}$ 代入式(19), 式(20)计算 $\Theta_i(\mathbf{s})$ 和 $\Theta_c(\mathbf{s})$, 再通过式(21)得到 $\mathbf{h}^{(i)}$;

步骤 4 将 $\mathbf{s}^{(i-1)}$ 和 $\mathbf{h}^{(i)}$ 代入式(12)求出 $\Delta \mathbf{R}^{(i)}$ 进而得到 $\hat{\mathbf{R}}_c^{(i)}$;

步骤 5 将 $\mathbf{s}^{(i-1)}$ 和 $\mathbf{h}^{(i)}$ 代入式(31)求解得到 $\mathbf{T}^{(i)}$;

步骤 6 求解式(35)得到 $\mathbf{X}_{\text{opt}}^{(i)}$, 进而得到式(34)中优化矩阵解 $\mathbf{X}_{\text{opt}}^{(i)}$; 如果 $\mathbf{X}_{\text{opt}}^{(i)}$ 的秩为 1, 直接提取 $\mathbf{X}_{\text{opt}}^{(i)}$ 的第 1 列作为发射波形的优化解 $\mathbf{s}^{(i)}$; 否则, 采用秩 1 近似法从 $\mathbf{X}_{\text{opt}}^{(i)}$ 提取近似解 $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{opt}}^{(i)}$, 将其代入式(37)利用最近邻算法得到优化解 $\mathbf{s}^{(i)}$;

步骤 7 如果 $|\text{SINR}^{(i)} - \text{SINR}^{(i-1)}| < \tau$ 或者迭代的次数大于 κ , 迭代停止, 否则返回步骤 1。

4 算法性能分析

4.1 算法收敛性

本文通过交替迭代的方法对稳健波形 \mathbf{s} 和接收机权值 \mathbf{h} 进行优化。在每一次迭代过程中, 需要对 4 个变量进行优化, 其中, 对 $\hat{\mathbf{R}}_c$ 和 \mathbf{T} 优化时是要使输出 SINR 达到最小, 而对 \mathbf{s} 和 \mathbf{h} 优化时是要使输出 SINR 达到最大。由于在算法中加入了 $\hat{\mathbf{R}}_c$ 和 \mathbf{T} 的求解, 并不能保证每一步所得 \mathbf{s} 的输出 SINR 都是递增的, 因此, 对收敛性的分析较为困难, 为此, 根据仿真结果给出收敛性的展示(仿真图 2)。在迭代的初始阶段, $\hat{\mathbf{R}}_c$ 和 \mathbf{T} 的估计值波动较大, 所得 \mathbf{s} 的输出 SINR 曲线并不能保证单调递增; 随着迭代的进行, $\hat{\mathbf{R}}_c$ 和 \mathbf{T} 的估计值波动变小并趋于稳定, 输出 SINR 曲线呈现出递增收敛的趋势。因此, 从仿真实验给出的结果可以看出, 本文方法在迭代初始阶段求得较为稳定的 $\hat{\mathbf{R}}_c$ 和 \mathbf{T} 后, 后半段迭代过程的输出 SINR 曲线是收敛递增的, 其整体趋势也可认为是收敛的。

4.2 算法复杂度分析

本文主要与文献[11]算法的运算复杂度进行对比。文献[11]在范数球边界对 TIR 进行 M 次随机采样之后, 再将每个采样值代入到算法中进行求解。

记高斯随机化的次数为 K ，每次迭代过程中运用两次凸优化方法 $O((N_h N_h + 1)^{3.5} + (N_s N_s + 2)^{3.5})$ ，在迭代完成后还需要进行两次高斯随机化（运算量为 $O(K(N_h + N_s))$ ）。由于算法的收敛速度较难从理论上进行分析，所以，以平均迭代次数来表示收敛速度，将平均迭代次数记为 L ，则文献[11]算法总的运算量为： $O(ML(N_h N_h + 1)^{3.5} + ML(N_s N_s + 2)^{3.5}) + O(MK((N_h + N_s)))$ ，文献[11]中 $M = 50$ ， $K = 50$ 。本文算法只需要 1 次完整的循环迭代即可找到优化解。每次迭代中运用 3 次凸优化方法 $(O(2N_t^{3.5} + (N_s N_s + 1)^{3.5}))$ 和 1 次最近邻算法 $(O(N_s^2))$ ，且经过仿真验证，本文算法的平均迭代次数大约是文献[11]算法的 2 倍，因此本文算法总运算量为： $O(4LN_t^{3.5} + 2L(N_s N_s + 1)^{3.5}) + O(2LN_s^2)$ 。两种算法的主要运算量都集中在第 1 项，当 $M \leq 3$ 时，文献[11]算法运算量要低于本文算法，然而 M 较小时文献[11]算法取到最优值的概率较小，所产生波形的稳健性能较差；当 $M > 3$ 时，文献[11]算法运算量高于本文算法，且其稳健性能要低于本文算法；当 M 取大约 50 时，其稳健性能才与本文算法相当，此时本文算法运算量要明显低于文献[11]（详见表 1）。

5 仿真实验与分析

设发射波形长度 $N_s = 20$ ， $P_s = P_h = 20$ ，TIR 的长度 $N_t = 15$ ，通过补零延拓的方法补足 TIR 的采样点数，使其等于 CIR 的长度，即 $N_t = N_c = 20$ ，令 $N_h = N_s + N_t - 1$ ，并假设噪声为高斯白噪声，其协方差矩阵为 $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_c}$ ，其中 $\sigma_n^2 = 0.1$ 。令 $\varepsilon_1 = \|\mathbf{B}\mathbf{U}\|_{\text{F}} / \|\mathbf{T}_0\|_{\text{F}}$ ，假设 TIR 不确定度系数 $\varepsilon_1 = 0.25$ ，杂波不确定度系数 $\eta_1 = 0.3$ ，则 $\varepsilon = \varepsilon_1 \|\mathbf{T}_0\|_{\text{F}}$ ， $\eta = \eta_1 \|\mathbf{R}_0\|_{\text{F}}$ ，假设 TIR 初始向量 \mathbf{t}_0 中的元素是独立同分布的，服从均值为零方差为 1 的圆对称复高斯分布^[5]，通过式(3)可由 \mathbf{t}_0 得到估计值 \mathbf{T}_0 ，令 \mathbf{t}_0 的能量 $\sigma_t^2 = 100$ ；由文献[22]可知，归一化的杂波协方差矩阵可表示为 $\mathbf{R}_{(c)} = \mathbf{U}_c \mathbf{\Lambda}_c \mathbf{U}_c^H$ ，则 $\mathbf{R}_0 = \sigma_c^2 \mathbf{R}_{(c)}$ ，其中 $\sigma_c^2 = 1$ ， $\mathbf{\Lambda}_c \in \mathbb{C}^{N_c \times N_c}$ 为对角阵，其对角元素为归一化杂波功率谱密度的采样，其值等于在频率间隔 $[0,1]$ 上的等间隔采样，代表的是某个距离单元内杂波随时间的变化特性； \mathbf{U}_c 为酉矩阵，第 k 行第 l 列元素为

$$\frac{1}{\sqrt{N_c}} \exp\left[\frac{-j2\pi(k-1)(l-1)}{N_c}\right], \forall k, l \in (1, N_c) \quad (38)$$

实验 1 算法的有效性验证 令 $\mu = 1$ （恒模波形）， $\tau = 10^{-6}$ ，比较算法不同步骤下 SINR 性能随迭代次数的变化，如图 2(a)所示。图中， \mathbf{T}_1 曲线代表对步骤 2 中的 \mathbf{T} 进行优化后的 SINR 曲线， \mathbf{T}_2 曲线、 \mathbf{h} 曲线和 \mathbf{s} 曲线分别对应步骤 5、步骤 3 和步骤 6。可以看出，由于每一次迭代中需要对 SINR 最差情况下的 \mathbf{T} 和 \mathbf{R}_c 进行求解，所以不能保证所求稳健波形在每一次迭代中的 SINR 都是递增的，但随着迭代次数的增长， \mathbf{T} 和 \mathbf{R}_c 的取值波动变小，所求 \mathbf{s} 的 SINR 趋势也逐渐递增收敛。图 2(b)验证了不同初始波形对算法的影响，其中，LFM 可表示为

$$\mathbf{s}_{\text{LFM}}(n) = \exp\left[j \cdot k\pi \left(\frac{n-1}{N_t}\right)^2\right], \quad n = 1, 2, \dots, N_s \quad (39)$$

本文 k 取 20。从图中可以看出，初始波形不同时，算法的收敛速度也不相同，最终收敛得到的 SINR 虽然不同但相差较小，这表明算法对初始值是敏感的，为了提高收敛速率可选择性能较好的波形作为初始波形。

图 3 验证了不同发射波形长度对算法性能的影响，令 $P_s = P_h = 1$ ，与传统波形进行对比。传统波形的接收机权值 \mathbf{h} 通过式(21)得出，将最优波形中使 SINR 最差的 \mathbf{T} 和 \mathbf{R}_c 代入式(7)得到常用波形的 SINR 曲线，其他仿真条件不变，仿真结果如图 3。可以看出，随着波形长度增加输出 SINR 逐渐减小，且优化波形检测的性能要优于常用波形。

实验 2 算法的运算量比较 当式(8)中的 $\mathbf{B} = \varepsilon \mathbf{I}$ 时，扁平椭球体就退化为超球体，即 $\mathcal{T} = \{\mathbf{T} \mid \|\mathbf{T} - \mathbf{T}_0\|_{\text{F}} \leq \varepsilon\}$ ，在超球体不确定集下与文献[11]进行对比。令 $\eta_1 = 0$ ，随机产生 200 个初始 \mathbf{T}_0 和初始随机波形，令 $\varepsilon_1 = \varepsilon / \|\mathbf{T}_0\|_{\text{F}}$ ，对仿真结果取平均，如图 4 所示。可以看出，文献[11]波形的 SINR 与采样次数有关，随着采样数的增多波形的输出 SINR 逐渐增大，当采样数为 50 时文献[11]的波形性能与本文算法相近，相应地两种算法平均运算量的对比如表 1 所示。可以看出，当采样数小于等于 3 时，文献的运算量较小，但波形稳健性能较差；当采样数大于 3 时，本文算法的运算量小于文献，且稳健性能也优于文献；当采样数达到大约 50 时，文献所求稳健波形的性能才与本文相当，此时本文算法的运算量要远低于文献[11]。

实验 3 算法的稳健性验证 这里仍采用扁平椭球体不确定集，令 $\varepsilon_1 = \|\mathbf{B}\mathbf{U}\|_{\text{F}} / \|\mathbf{T}_0\|_{\text{F}}$ 。图 5(a)、图 5(b)和图 5(c)分别给出了不同波形的 SINR 随 ε_1 、 η_1 和杂噪比(Clutter-to- Noise Ration, CNR)的变

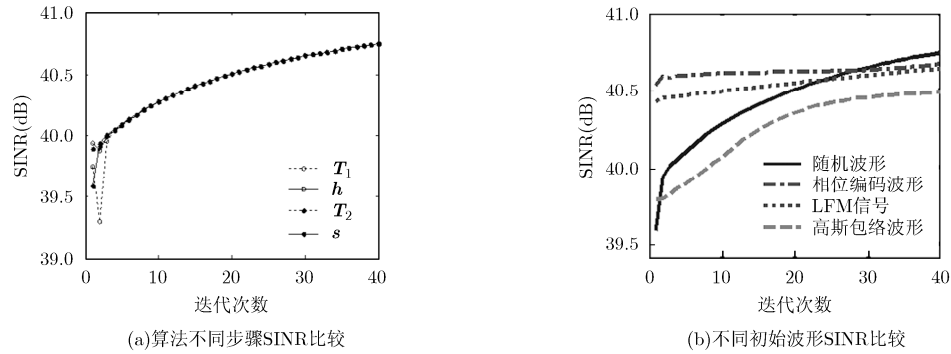


图2 随迭代次数的算法性能分析

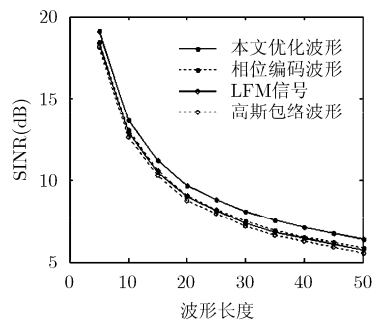
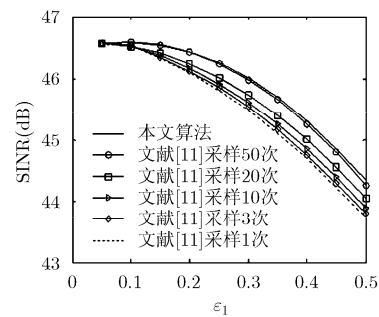
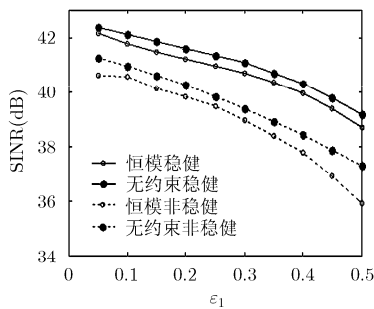
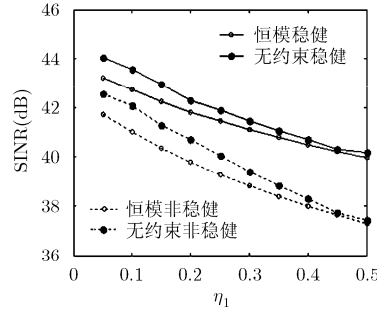
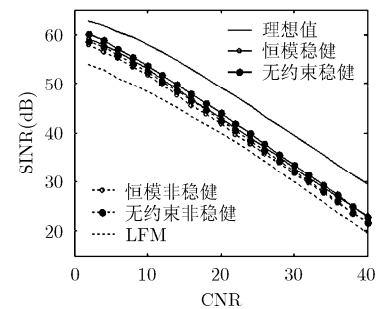


图3 SINR与波形长度的关系

图4 不同波形 SINR 随 ϵ_1 的变化曲线(a) SINR随 ϵ_1 的变化曲线(b) SINR随 η_1 的变化曲线

(c) SINR随CNR的变化曲线

图5 不同波形稳健性能对比

表1 本文算法与文献[11]算法运算量对比

方法	运算量(s)	SINR(dB)	
文献[11] 采样次数	1	31.6	45.81
	3	111.4	45.85
	4	136.3	45.87
	10	346.7	45.90
	20	710.6	46.01
	50	1911.6	46.24
100	3563.1	46.25	
本文算法	116.3	46.25	

化曲线。其中，将 $\mu = 1$ 和 $\mu = N_s$ 分别代入本文算法，可得图中恒模稳健波形和无约束稳健波形；通过对式(21)和式(22)迭代寻优求出波形 \mathbf{s} ，并将最差情况下的 \mathbf{T} 和 \mathbf{R}_c 代入式(7)得到无约束非稳健曲

线；将上述波形转化为对应的恒模波形，代入最差情况下的 \mathbf{T} 和 \mathbf{R}_c 可得恒模非稳健曲线；此外，通过对式(21)和式(22)迭代寻优求出波形 \mathbf{s} ，并将初值 \mathbf{T}_0 ， \mathbf{R}_0 代入式(7)即可得到图 5(c)中的理想曲线。图 5(a)中 $\eta_1 = 0.3$ ，图 5(b)中 $\epsilon_1 = 0.25$ ，图 5(c)中 $\eta_1 = 0.3$ ， $\epsilon_1 = 0.25$ 。可以看出，本文算法所得波形具有很好的稳健性能，恒模波形通过大约 0.3~0.6 dB 的损耗，即可提高功率放大器的效能；此外，随着不确定度和 CNR 的增大，输出 SINR 逐渐降低。

实验4 算法的性能与 PAR 之间的关系 图 6 给出了不同 PAR 约束下输出 SINR 的变化曲线。随着 PAR 的增大，式(32)的可行解区域逐渐变大，所求波形稳健性能也逐渐增强。当 PAR 大于 2.0 时，SINR 收敛于一个定值。图 7 为不同 PAR 下优化波

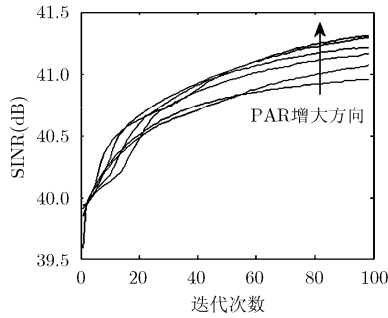
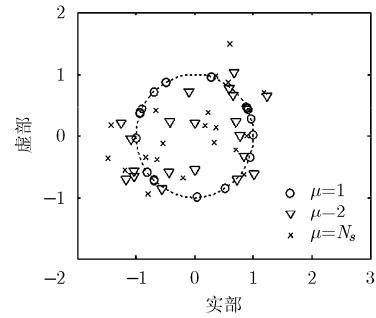
图 6 本文算法不同 PAR(1.0,1.3,1.6,2.0,2.6, N_s) 对比

图 7 本文算法不同 PAR 波形的实部与虚部

形实部和虚部的表示， $\mu = N_s$ 代表能量约束下的波形。可以看出，此时图中对应点的分布半径较大，说明波形幅度起伏较大，不利于实际应用。当 $\mu = 1$ 时，产生的点位于单位圆上，为恒模波形，而当 $\mu = 2$ 时，点的分布半径比恒模波形略大；然而，由图 6 分析可知，此时检测性能已经与 $\mu = N_s$ 的最优波形较为接近，因此低 PAR 波形实用性较强。

6 结论

为了提高雷达功率放大器的效能，增强波形在 TIR 和杂波先验知识不准确时的稳健性能，基于极大极小化准则，研究了任意 PAR 约束下的认知雷达稳健检测波形设计问题。在模型不确定集范围内，给出了最差 SINR 情况下杂波协方差矩阵的解析表达式以及 TIR 的 Toeplitz 矩阵取值，并通过非凸问题的转化给出了发射波形的优化解。仿真结果表明，在目标和信号相关杂波不确定集范围内，所求波形具有较好的稳健性能。相比于现有算法，在性能相当的前提下，本文算法具有更低的运算复杂度。

参考文献

- [1] HAYKIN S. Cognitive radar: A way of the future[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2006, 23(1): 30–40. doi: 10.1109/MSP.2006.1593335.
- [2] GUERCI J R. Cognitive radar: The Knowledge-Aided Fully Adaptive Approach[M]. Norwood, MA, Artech House, Inc., 2010: 13–30.
- [3] 冯翔, 陈志坤, 赵宜楠, 等. 基于联合优化松弛交替投影的组网雷达恒模波形设计[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(7): 1745–1751. doi: 10.11999/JEIT151152.
FENG Xiang, CHEN Zhikun, ZHAO Yinan, *et al.* Unimodular waveforms design for netted radar system via joint optimization relaxed alternating projection[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(7): 1745–1751. doi: 10.11999/JEIT151152.
- [4] HE Yan, JIAN Tao, SU Feng, *et al.* Novel range-spread target detectors in non-gaussian clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(3): 1312–1328. doi: 10.1109/TAES.2010.5545191.
- [5] CHEN Chunyang and VAIDYANATHAN P P. MIMO radar waveform optimization with prior information of the extended target and clutter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(9): 3533–3544. doi: 10.1109/TSP.2009.2021632.
- [6] NAGHSH M M, SOLTANALIAN M, PETRE S, *et al.* A Doppler robust design of transmit sequence and receiver filter in the presence of signal-dependent interference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(4): 772–785. doi: 10.1109/TSP.2013.2288082.
- [7] ZHU Wei and TANG Jun. Robust design of transmit waveform and receive filter for colocated MIMO radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(11): 2112–2116. doi: 10.1109/LSP.2015.2461460.
- [8] TANG Bo and TANG Jun. Robust waveform design of wideband cognitive radar for extended target detection[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Shanghai, China, 2016: 3096–3100. doi: 10.1109/ICASSP.2016.7472247.
- [9] ZHANG Xin and CUI Chen. Robust transmitted waveform and received filter design for cognitive radar in the presence of signal-dependent interference[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2013, 32(6): 3013–3029. doi: 10.1007/s00034-013-9611-6.
- [10] JIU Bo, LIU Hongwei, FENG Dazheng, *et al.* Minimax robust transmission waveform and receiving filter design for extended target detection with imprecise prior knowledge[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(1): 210–218. doi: 10.1016/j.sigpr.2011.07.008.
- [11] KARBASI S M, AUBRY A, MAIO A D, *et al.* Robust design of transmit code and receive filter for extended targets in clutter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(8): 1965–1976. doi: 10.1109/TSP.2015.2404301.
- [12] YUE Wenzhen, ZHANG Yan, LIU Yimin, *et al.* Radar constant-modulus waveform design with prior information of the extended target and clutter[J]. *Sensors*, 2016, 16(6):

- 889-910. doi: 10.3390/s16060889.
- [13] ROMERO R A, BAE J H, and GOODMAN N A. Theory and application of SNR and mutual information matched illumination waveforms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 912-927. doi: 10.1109/TAES.2011.5751234.
- [14] STOICA P, HE Hao, and LI Jian. Optimization of the receive filter and transmit sequence for active sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(4): 1730-1740. doi: 10.1109/TSP.2011.2179652.
- [15] LI Jian, STOICA P, and WANG Zhisong. On robust capon beamforming and diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Signal Processin*, 2003, 51(7): 1072-1715. doi: 10.1109/TSP.2003.812831.
- [16] 李秀友, 薛永华, 黄勇, 等. 基于不确定集的稳健 MIMO 雷达波形设计算法 [J]. 电子与信息学报, 2016, 38(10): 2445-2452. doi: 10.11999/JEIT151425.
- LI Xiyou, XUE Yonghua, HUANG Yong, *et al.* Robust MIMO radar waveform design algorithm based on uncertainty set[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(10): 2445-2452. doi: 10.11999/JEIT151425.
- [17] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 第2版, 北京: 清华大学出版社, 2013: 447-450.
- ZHANG Xianda. *Matrix Analysis and Application*[M]. Second Edition, Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 447-450.
- [18] HORN R A and JOHNSON C R. *Matrix Analysis*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012: 86-100.
- [19] LUO Zhiqian, MA W K, SO A M C, *et al.* Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, 27(3): 20-34. doi: 10.1109/MSP.2010.936019.
- [20] PATAKI G. On the rank of extreme matrices in semidefinite programs and the multiplicity of optimal eigenvalues[J]. *Mathematics of Operations Research*, 1998, 23(2): 339-358.
- [21] TROPP J A, DHILLON I S, HEATH R W, *et al.* Designing structured tight frames via an alternating projection method[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(1): 188-209. doi: 10.1109/TIT.2004.839492.
- [22] YANG Yang and BLUM R S. MIMO radar waveform design based on mutual information and minimum mean-square error estimation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(1): 330-343. doi: 10.1109/TAES.2007.357137.
- 郝天铎: 男, 1989年生, 博士生, 研究方向为认知雷达信号处理.
- 周青松: 男, 1982年生, 讲师, 主要研究方向为雷达信号处理.
- 孙从易: 男, 1992年生, 硕士生, 研究方向为 MIMO 雷达信号处理.
- 崔琛: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为雷达信号处理.