

# 一种基于高效 FrFT 的 LFM 信号检测与参数估计快速算法

黄 响 唐世阳\* 张林让 谷亚彬

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘 要:** 针对传统方法对线性调频(LFM)信号检测与参数估计运算量大的问题, 该文提出一种基于高效 FrFT 的快速算法。首先, 分析了高效 FrFT 原理, 指出高效 FrFT 存在旋转角度的选取、易受初始频率影响以及抗噪性能差等问题。针对以上问题, 该文利用修正的功率谱平滑滤波方法对高效 FrFT 进行改进。理论分析表明, 该文提出的改进算法仅用 3 次旋转角度即可实现较低信噪比下 LFM 信号的检测和参数估计。与传统的 FrFT 相比, 在保证参数估计精度不变的情况下, 运算复杂度大大降低, 更符合工程上实时处理的要求。仿真结果验证了该算法的有效性。

**关键词:** 高效 FrFT; LFM 信号; 修正的功率谱平滑滤波

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)12-2905-07

DOI: 10.11999/JEIT170467

## A Fast Algorithm of LFM Signal Detection and Parameter Estimation Based on Efficient FrFT

HUANG Xiang TANG Shiyang ZHANG Linrang GU Yabin

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** A fast algorithm based on the effective FrFT is proposed to realize the detection and parameter estimation of Linear Frequency Modulation (LFM) signal, since the traditional algorithms have a great computational burden. The effective FrFT is first analyzed, and pointed out to have problems in choosing the rotation angles, being easily affected by initial frequency, and poor anti-noise performance. Faced with the above problems, a modified power spectrum smooth filtering method is used to improve the effective FrFT algorithm. The theoretical analysis indicates that the proposed method based on effective FrFT can realize the detection and parameter estimation of LFM signal in low SNR condition with only three rotation angles. Furthermore, the computational cost is greatly reduced under the guarantee of the same parameter estimation accuracy compared to traditional FrFT. The simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** Effective FrFT; Linear Frequency Modulation (LFM) signal; Modified power spectrum smooth filtering

### 1 引言

线性调频(LFM)信号广泛应用于雷达、通信、声呐和医学等领域, 其检测和参数估计理论与技术一直是研究的重点。传统的 LFM 信号的检测和参数估计算法大都是基于最大似然估计<sup>[1]</sup>, 需要进行多维搜索, 运算复杂度高。作为非平稳信号的一种, LFM 信号的时频表示近年来受到广泛关注, 基于时频分析方法的检测和参数估计算法<sup>[2-4]</sup>也得以迅速发展, 但是这些方法存在时频分辨力与交叉项之间的矛盾, 并且计算量很大, 限制了其在工程上的应用。

一些基于积分的检测与参数估计方法<sup>[5-8]</sup>也相继提出, 这些方法本质上是根据能量特性对信号谱图上的直线进行搜索, 虽然能够在一定信噪比下对 LFM 信号进行有效地检测和参数估计, 但计算量一般较时频分析方法更大。文献[9]提出了一种基于分数阶傅里叶变换(FrFT)的 LFM 信号检测与参数估计方法。该方法利用 FrFT 变换的 Chirp 基特性, 以旋转角度为变量, 通过对旋转角度和分数阶域形成的 2 维平面按阈值进行峰值搜索即可实现 LFM 信号的检测和参数估计。相比于传统的时频分析方法, FrFT 具有较高的能量聚集性且能克服多分量交叉项的干扰。但其本质上是一个 2 维搜索过程, 实时应用受到限制。为了降低计算量, 文献[10]提出了简明 FrFT 的 LFM 信号检测与估计方法, 它虽然可以降低离散 FrFT 实现的运算复杂度, 但检测过程依旧是 2 维搜索。文献[11]提出了一种高效 FrFT, 可以实现 SAR-GMTI 中运动目标方位向速度的快速

收稿日期: 2017-05-16; 改回日期: 2017-09-25; 网络出版: 2017-11-01

\*通信作者: 唐世阳 sytang@xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61601343, 61671361, 61301285), 中国博士后基金面上 (2016M600768)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61601343, 61671361, 61301285), China Postdoctoral Science Foundation Funded Project (2016M600768)

估计, 但该方法无法实现较低信噪比环境下运动参数的有效估计。

本文在以上研究基础上, 针对 LFM 信号的检测和参数估计存在的工程上实时应用问题, 提出一种基于高效 FrFT 的 LFM 信号检测和参数估计方法。该方法利用旋转角度与对应 FrFT 域归一化投影长度的几何关系, 仅用 3 次角度搜索即可实现 LFM 信号的检测与参数估计。为了进一步提升高效 FrFT 的抗噪性, 本文运用修正的平滑滤波方法进行改进。与传统 FrFT 方法相比, 本文所提算法避免了冗余旋转角度下的 2 维搜索, 能够显著提高 LFM 信号检测和参数估计的实时处理性能。

## 2 高效 FrFT 原理

不考虑噪声时, 典型的 LFM 信号模型可表示为

$$s(t) = \exp(j2\pi f_0 t + \pi k t^2) \quad (1)$$

其中,  $f_0$ ,  $k$  分别表示为 LFM 信号的起始频率和调频斜率。

运用 FrFT 检测 LFM 信号关键的一步是寻找最优旋转角度<sup>[9]</sup>。高效 FrFT 就是在深入分析 FrFT 与 W-V 分布内在联系的基础上, 推导出最优旋转角度与任意两个旋转角度之间的数学关系, 从而仅利用两次 FrFT 即可实现最优旋转角度的估计。LFM 信号的 W-V 分布在时频平面上表现为时频聚集性优良的直线段, 文献[12]分析了 W-V 分布与 FrFT 的联系, 如图 1(a)所示, 其中,  $\phi$  和  $\alpha$  分别为信号 W-V 分布的时频角度和 FrFT 的旋转角度;  $L_\phi$  为 W-V 分布下的归一化时频长度;  $L_\alpha$  为旋转角度  $\alpha$  下的归一化 FrFT 长度, 定义如图 1(b)所示。根据图 1 中  $L_\alpha$  和  $L_\phi$  的几何关系可得

$$L_\alpha = |L_\phi \sin(\phi - \alpha)| \quad (2)$$

当  $\alpha = \phi$  时,  $L_\alpha = 0$ , 此时 LFM 信号在 FrFT 域变为一冲激函数。当  $\alpha \neq \phi$  时, 式(2)有两个未知数  $L_\phi$  和  $\phi$ , 可通过构造两个方程来求解最优旋转角度。假设已知两个旋转角度  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ , 先根据相应阶数的 FrFT 求出归一化长度  $L_{\alpha_1}$  和  $L_{\alpha_2}$ , 再构造式(3)所示的方程组:

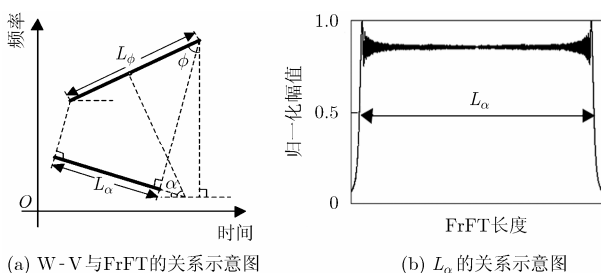


图1 高效 FrFT 原理示意图

$$\begin{cases} L_{\alpha_1} = |L_\phi \sin(\phi - \alpha_1)| \\ L_{\alpha_2} = |L_\phi \sin(\phi - \alpha_2)| \end{cases} \quad (3)$$

为了分析方便, 假设  $\phi - \alpha_1 > 0$ ,  $\alpha_2 - \phi > 0$ , 则

$$\frac{L_{\alpha_1}}{L_{\alpha_2}} = \frac{\sin(\phi - \alpha_1)}{\sin(\alpha_2 - \phi)} \quad (4)$$

整理得

$$\cot \phi = \frac{L_{\alpha_1} \cos \alpha_2 + L_{\alpha_2} \cos \alpha_1}{L_{\alpha_1} \sin \alpha_2 + L_{\alpha_2} \sin \alpha_1} \quad (5)$$

所以最佳旋转角度的估计值  $\hat{\alpha}$  可表示为

$$\hat{\alpha} = \arccot \frac{L_{\alpha_1} \cos \alpha_2 + L_{\alpha_2} \cos \alpha_1}{L_{\alpha_1} \sin \alpha_2 + L_{\alpha_2} \sin \alpha_1} \quad (6)$$

LFM 信号的调频斜率的估计值  $\hat{k}$  可表示为

$$\hat{k} = -\frac{L_{\alpha_1} \cos \alpha_2 + L_{\alpha_2} \cos \alpha_1}{L_{\alpha_1} \sin \alpha_2 + L_{\alpha_2} \sin \alpha_1} \quad (7)$$

再对旋转角度  $\hat{\alpha}$  作一次 FrFT, 得到  $s_{\hat{\alpha}}(u)$ 。LFM 信号的初始频率估计值  $\hat{f}_0$  可通过式(8)求得

$$\begin{cases} \hat{u} = \arg \max |s_{\hat{\alpha}}(u)| \\ \hat{f}_0 = \hat{u} \csc \hat{\alpha} \end{cases} \quad (8)$$

由以上分析可知, 高效 FrFT 充分利用了 LFM 信号在不同旋转角度下时频长度的投影信息, 根据数学关系估计出 FrFT 的最优旋转角度。该方法仅需要进行 3 次 FrFT 即可实现 LFM 信号的检测与估计, 与传统的遍历搜索方法相比, 大大降低了运算复杂度, 利于工程上的实时应用。

## 3 基于高效 FrFT 的 LFM 信号的检测

第 2 节阐明了高效 FrFT 的原理, 但在实际工程应用中, 还需要考虑 FrFT 旋转角度的选取, 初始频率及噪声的影响等问题, 本节分别对这 3 个方面进行分析, 最后给出相应的改进方法及实现步骤。

### 3.1 FrFT 旋转角度的选取

利用高效 FrFT 进行 LFM 信号的检测与估计时, 两个旋转角度的选择至关重要。FrFT 最大归一化长度受到 LFM 信号采样频率、采样时间等因素的限制。由图 1 中关于  $L_\alpha$  的定义及式(2)可知, 当选择的旋转角度远离最优旋转角度时,  $L_\alpha$  会出现大于 FrFT 最大归一化长度的情况, 此时  $L_\alpha$  无法有效确定。图 2(a)显示了一 LFM 信号在旋转角度区间  $[0, 180^\circ)$  下的 FrFT 二维示意图。从图中可看出, 当选择的旋转角度小于  $50^\circ$  时, 对应的 FrFT 归一化长度已无法确定。为了更清楚地阐明问题, 这里给出了  $\alpha = 45^\circ$  时的 FrFT 结果, 如图 2(b)所示。根据图 1 中  $L_\alpha$  的定义, 此时的 FrFT 长度已无法表示  $L_\alpha$ 。

在实际工程应用中, 需要对离散 LFM 信号进行量纲归一化, 才能正确估计出调频斜率。量纲归一

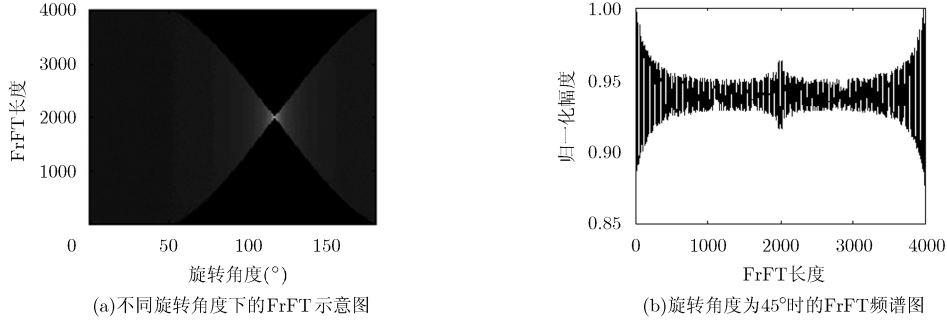


图 2 旋转角度搜索下的 FrFT

化具体实现过程可参考文献[13], 这里只给出量纲归一化因子  $f_a$  的表达式。

$$f_a = \sqrt{t_p/f_s} \quad (9)$$

其中,  $t_p, f_s$  分别为线性调频信号的时宽和采样频率。

在量纲归一化下, 调频斜率的估计更改为

$$\hat{k} = -\cot \alpha / f_a^2 = -\frac{L_{\alpha_1} \cos \alpha_2 + L_{\alpha_2} \cos \alpha_1}{(L_{\alpha_1} \sin \alpha_2 + L_{\alpha_2} \sin \alpha_1) f_a^2} \quad (10)$$

在奈奎斯特采样定理要求下, 需满足:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{f_s}{2} \leq f_0 \leq \frac{f_s}{2} \\ -\frac{f_s}{2} \leq f_0 + kt_p \leq \frac{f_s}{2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将式(10)代入式(11)可得

$$\alpha \in [\pi/4, 3\pi/4] \quad (12)$$

为了避免  $L_{\alpha_1}$  和  $L_{\alpha_2}$  无法确定的情况,  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  应尽可能地均匀分割旋转角度区间。这里选取  $\alpha$  区间的三等分点作为旋转角度  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ , 即  $\alpha_1 = 5\pi/12$ ,  $\alpha_2 = 7\pi/12$ 。

### 3.2 初始频率的影响

初始频率将导致 LFM 信号对应 FrFT 频谱的偏移。当偏移程度过大时, 会导致 FrFT 频谱无法完全显现。根据图 1 中关于  $L_\alpha$  的定义, 若 FrFT 频谱的归一化半幅值无法准确估计时,  $L_\alpha$  无法有效确定。图 3 显示了同一调频斜率, 不同初始频率下旋

转角度  $\alpha_1$  的 FrFT 频谱图。可以看出, 随着初始频率的增加, FrFT 频谱逐渐右移, 当初始频率为 1500 Hz 时, 对应的 FrFT 频谱已出现不完整性, 此时无法准确估计出  $L_{\alpha_1}$ 。

### 3.3 噪声的影响

由第 2 节的推导过程可知, 整个检测过程依赖于  $L_{\alpha_1}$  和  $L_{\alpha_2}$  的准确估计。而当噪声较大时, FrFT 频谱将会受到影响, 从而使  $L_{\alpha_1}$  和  $L_{\alpha_2}$  的估计精度下降, 严重时还会造成估计错误。图 4 显示了信噪比为 3 dB 时  $L_{\alpha_1}$  和  $L_{\alpha_2}$  的估计示意图。可见 FrFT 归一化包络被噪声影响, 无法准确地估计出  $L_{\alpha_1}$  和  $L_{\alpha_2}$ 。

### 3.4 改进方法及实现步骤

为了降低中心频率及噪声对高效 FrFT 的影响, 本文利用修正的功率谱平滑滤波方法对高效 FrFT 方法进行改进。修正的功率谱平滑滤波公式表示为

$$P_s(n) = \frac{1}{M+1} \sum_{m=-M/2}^{M/2} |P(\text{mod}(n+m, N))|^2, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (13)$$

其中,  $\text{mod}(\cdot)$  是求余运算符,  $N$  为信号  $s(t)$  的离散采样点数,  $M$  为平滑点数,  $P(n)$  是 LFM 信号  $s(t)$  的频谱,  $P_s(n)$  为平滑之后的功率谱。

传统的功率谱平滑滤波公式表示为<sup>[14]</sup>

$$P_s(n) = \frac{1}{M+1} \sum_{m=n}^{n+M-1} |P(m)|^2, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (14)$$

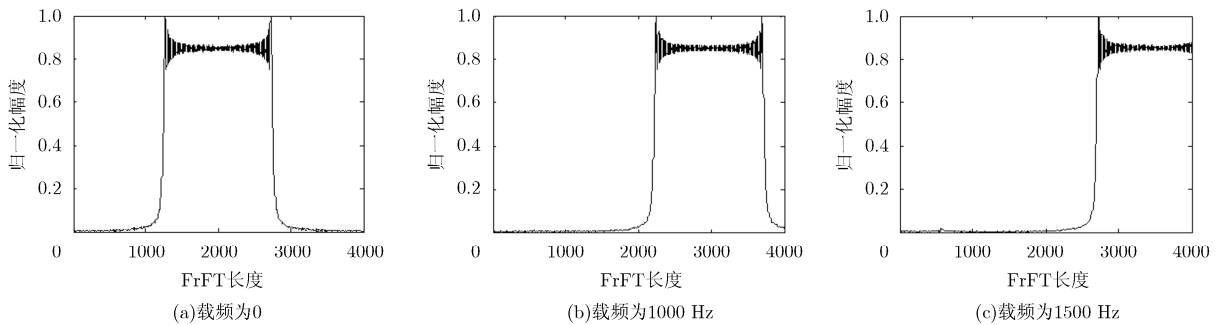
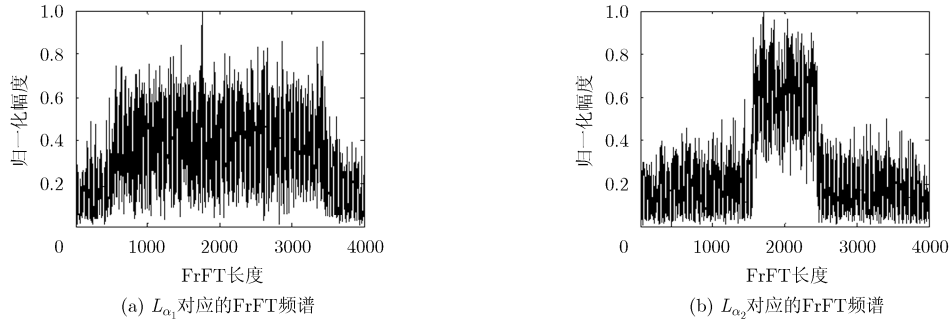


图 3 不同中心频率下旋转角度  $\alpha_1$  的 FrFT 频谱图

图4 信噪比为 3 dB 时  $L_{\alpha_1}$ ,  $L_{\alpha_2}$  的估计

比较式(13)和式(14), 两种方法的主要区别在于平滑功率谱序列的选取。前者是以要进行的滤波功率谱为中心, 左右各选取长度为  $M/2$  的功率谱序列; 后者是以要进行的滤波功率谱为起点, 在其右边选取长度为  $M$  的功率谱序列。由于修正的功率谱平滑滤波方法更充分地利用了滤波值附近的功率谱信息, 且能够对全序列功率谱进行平滑滤波, 具有比传统功率谱平滑滤波方法更优的估计性能。

为了降低中心频率对高效 FrFT 的影响, 可以先利用修正的功率谱平滑滤波方法粗略估计出 LFM 信号的初始频率, 具体的实现步骤可以参考文献[14]。然后进行去初始频率处理, 使初始频率的影响降到最低。为了实现低信噪比下 LFM 信号的检测, 可在得到对应旋转角度下的 FrFT 结果后, 利用修正的功率谱平滑滤波方法来降低噪声的影响, 实现  $L_{\alpha_1}$  和  $L_{\alpha_2}$  的精确估计。为了避免因选取的平滑点数  $M$  过大或过小而造成信号功率谱失真的现象, 一般选取的平滑点数为  $\sqrt{N}$  附近的整数。

基于高效 FrFT 的 LFM 信号的检测和估计具体实现步骤如下:

(1) 对接收信号  $s(n)$  作 FFT, 得到信号的频谱  $P(n)$ ;

(2) 利用式(13)对  $P(n)$  作平滑滤波得到功率谱  $P_s(n)$ , 将 3 dB 功率谱带宽中心作为初始频率估计的粗略值  $\hat{f}_{01}$ 。构造补偿函数  $H(\hat{f}_{01}) = \exp(-j2\pi\hat{f}_{01}t)$  进行去初始频率处理, 得到信号  $s_1(t)$ ;

(3) 选定旋转角度  $\alpha_1 = 15\pi/36$ ,  $\alpha_2 = 21\pi/36$ , 对  $s_1(t)$  作相应旋转角度的 FrFT, 得到信号  $Q_1(n)$ ,  $Q_2(n)$ ;

(4) 利用式(13)分别对  $Q_1(n)$ ,  $Q_2(n)$  作平滑滤波得到功率谱  $Q_{s_1}(n)$ ,  $Q_{s_2}(n)$ 。根据图 2 中  $L_{\alpha}$  的定义, 利用功率谱求出归一化长度  $L_{\alpha_1}$  和  $L_{\alpha_2}$ ;

(5) 根据式(6)求出最佳旋转角度估计值  $\hat{\alpha}$ , 再根据式(10)求出 LFM 信号的调频斜率估计值  $\hat{k}$ ;

(6) 对  $s_1(t)$  作旋转角度  $\hat{\alpha}$  的 FrFT, 得到信号  $s_{\hat{\alpha}}(u)$ 。设置检测门限  $\eta$ , 判定是否存在 LFM 信号。若存在, 利用式(15)求出中心频率的精确值  $\hat{f}_0$ :

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= \arg \max |s_{\hat{\alpha}}(0)| \\ \hat{f}_{02} &= \hat{u} \csc \hat{\alpha} / f_a^2 \\ \hat{f}_0 &= \hat{f}_{01} + \hat{f}_{02} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

#### 4 仿真实验及分析

**实验 1** 为了验证所提算法在实际环境下的有效性, 本实验对频谱不完整和较低信噪比下的信号进行仿真分析。仿真的雷达信号  $s_1(t) = \exp(j2\pi \times 2000t - j\pi \times 1000t^2) + w(t)$ ;  $t \in [-0.25 \text{ s}, 0.25 \text{ s}]$ ; 采样频率为 5000 Hz,  $w(t)$  为功率为 -3 dB 的高斯白噪声。若直接进行高效 FrFT, 仿真结果如图 5(a), 图 5(b)所示。由于初始频率的影响, 旋转角度  $\alpha_2$  下的 FrFT 频谱图已经无法完整显示; 同时因受噪声的影响,  $L_{\alpha_2}$  已无法准确估计, 此时高效 FrFT 算法不再适用。选择平滑窗的长度  $M = \text{fix}(N/20)$  (其中  $\text{fix}(\cdot)$  为向 0 靠拢取整运算符), 对  $s_1(t)$  的功率谱平滑滤波, 结果如图 5(c)所示, 此时估计出的初始频率  $\hat{f}_{01} = 2003.7 \text{ Hz}$ 。在去初始频率后, 进行高效 FrFT 处理, 再分别对旋转角度  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  下的 FrFT 功率谱作平滑滤波 (选择平滑窗的长度  $M = \text{fix}(N/20)$ ), 结果如图 5(d), 图 5(e)所示。从图中可以看出, 经过功率谱平滑滤波后, 噪声的影响得以降低, 此时可以求出归一化长度  $L_{\alpha_1} = 410$ ,  $L_{\alpha_2} = 899$ 。由式(6)得  $\hat{\alpha} = 1.4710$ ; 由式(9)和式(10)得,  $\hat{k} = -1001.0 \text{ Hz/s}$ ; 对信号  $s_1(t)$  作旋转角度为  $\hat{\alpha}$  的 FrFT, 结果如图 5(f)所示, 可以检测到 LFM 信号的存在; 由式(9)和式(15)可得  $\hat{f}_0 = 2001.69 \text{ Hz}$ 。调频斜率的估计相对误差  $k_{\text{error}} = \left| \frac{\hat{k} - k}{k} \right| \times 100\% = 0.10\%$ ; 中心频率的估计相对误差  $f_{\text{error}} = \left| \frac{\hat{f}_0 - f_0}{f_0} \right| \times 100\% = 0.08\%$ 。实验证明了改进的高

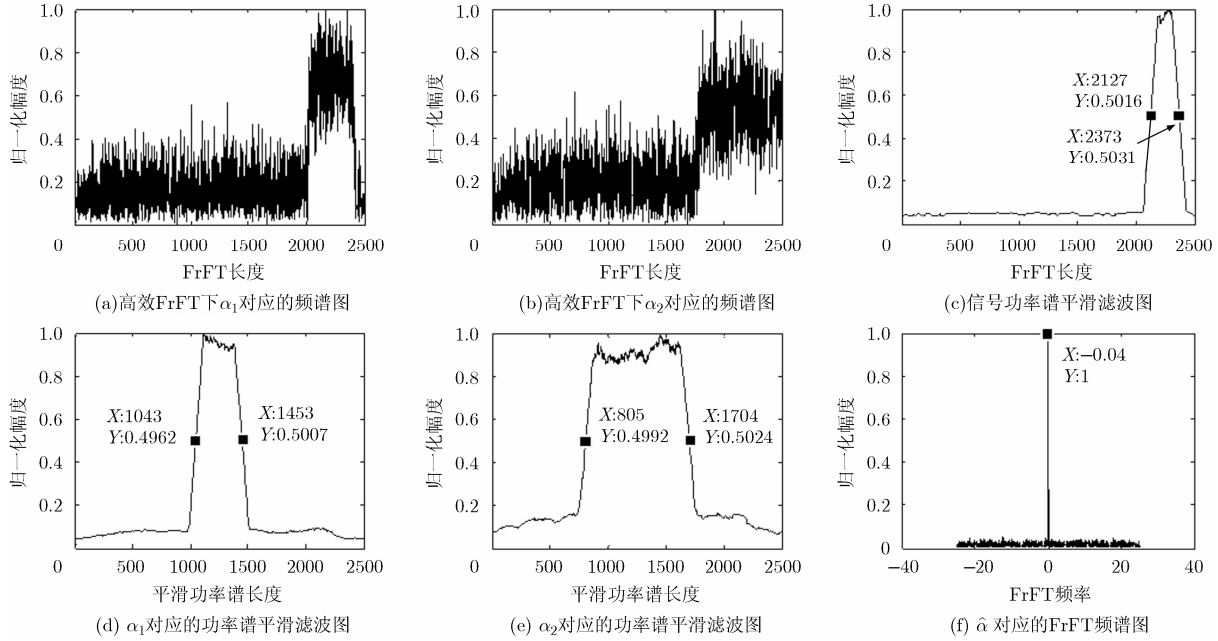


图 5 改进的高效 FrFT 对 LFM 信号的检测和参数估计仿真图

效 FrFT 方法可以在频谱不完整及低信噪比环境下实现 LFM 信号的检测，并且参数估计精度非常高。

**实验 2** 为了进一步验证所提算法的检测性能和参数估计性能，本实验在  $SNR = -8 : 1 : 10$  dB 的信噪比环境下进行仿真分析，仿真的雷达信号为  $s_2(t) = \exp(j2\pi \times 500t + j\pi \times 2000t^2) + w(t); t \in [-0.25, 0.25]$  s，采样频率为 5000 Hz。每个信噪比下进行 1000 次 Monte Carlo 实验，得到的检测性能和参数估计性能曲线如图 6 所示。由图 6(a)可知，在虚警概率分别为  $10^{-3}$ 、 $10^{-4}$  和  $10^{-5}$  的情况下，算法的检测性能相差不大；且均表明，所提算法适用于信噪比不小于  $-3$  dB 环境下的 LFM 信号的检测。由图 6(b)–图 6(c)可知，当信噪比大于等于  $-3$  dB 时，调频斜率和中心频率的相对误差均能维持在可以接受的范围之内，但当信噪比小于  $-3$  dB 时，调频斜率和中心频率的相对误差迅速增大，此时无法实现 LFM 信号参数的有效估计。通过本次试验可以证

明，所提算法对信噪比不小于  $-3$  dB 的 LFM 信号具有良好的检测性能和参数估计性能。

**实验 3** 为了验证所提算法的高效性，本实验将基于高效 FrFT 的算法与传统 2 维搜索的 FrFT 算法进行比较分析。仿真的信号参数与实验 2 相同，加入功率  $-2$  dB 的高斯白噪声，选择的平滑窗长度  $M = \text{fix}(N/30)$ 。由于传统的 FrFT 算法的估计精度和运算复杂度都与变换阶数的搜索步长  $\Delta p$  紧密相关，这里分别选取  $\Delta p = 0.0100, 0.0010, 0.0001$  的传统 FrFT 算法进行比较，仿真结果如表 1 所示。从表 1 可以看出，与搜索步长  $\Delta p = 0.0100$  的传统 FrFT 相比，基于高效 FrFT 算法的参数估计精度要高一个数量级，且运算时间要低一个数量级。与搜索步长  $\Delta p = 0.0010$  的传统 FrFT 相比，基于高效 FrFT 算法的参数估计精度更高，且运算时间要低两个数量级。值得注意的是，改进的高效 FrFT 的参数估计精度与搜索步长  $\Delta p = 0.0001$  的传统 FrFT 相

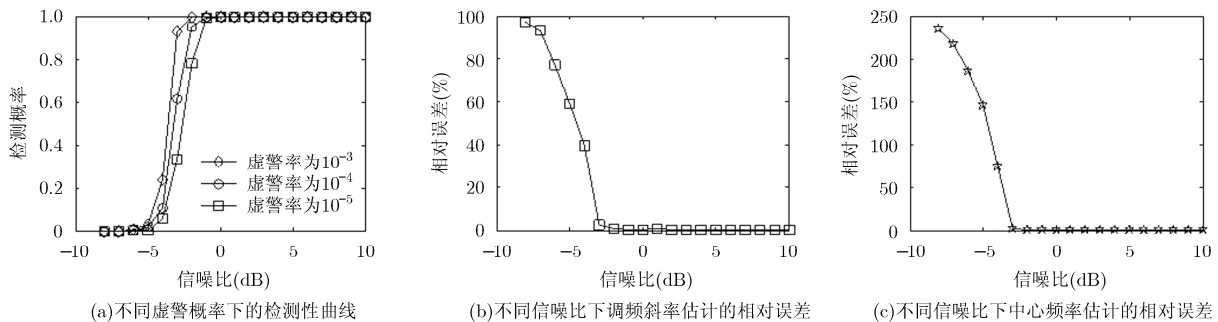


图 6 所提算法对 LFM 信号的检测性能和参数估计性能曲线

表 1 高效 FrFT 与传统 FrFT 对比仿真结果

方法	$\Delta p$	$\hat{k}$ (Hz/s)	$\hat{f}_0$ (Hz)	$k_{\text{error}}$ (%)	$f_{\text{error}}$ (%)	运算时间(s)
传统FrFT	0.0100	2070.90	510.61	3.55	2.12	0.752
传统FrFT	0.0010	1989.10	501.64	0.55	0.33	7.102
传统FrFT	0.0001	1997.30	501.72	0.14	0.34	74.175
高效FrFT	-	2007.00	501.81	0.35	0.36	0.027
改进的高效FrFT	-	2002.80	501.77	0.14	0.35	0.037

同,但其运算时间仅为传统 FrFT 的 1/2000,这充分证明了本文所提算法的高效性。相比于高效 FrFT,改进的高效 FrFT 由于需要进行功率谱平滑滤波处理,它的计算时间有所增加,但仍处于同一数量级;并且改进的高效 FrFT 具有更优良的抗噪性能和更高的参数估计精度,能够快速有效地实现较低信噪比环境下 LFM 信号的检测和参数估计。

## 5 结论

本文提出一种基于高效 FrFT 的 LFM 信号检测与参数估计快速算法。与传统的基于 FrFT 的检测算法相比,高效 FrFT 充分利用不同旋转角度下 FrFT 的几何关系,仅用 3 次 FrFT 即可实现较高信噪比下 LFM 信号的检测与参数估计。针对初始频率及噪声对高效 FrFT 算法的影响,本文利用修正的功率谱平滑滤波方法进行改进。实验证明,所提算法能够对信噪比不小于 -3 dB 的信号进行有效检测;在实现相同高精度的参数估计下,所提算法的运算时间比传统 FrFT 降低 3 个数量级,可极大地满足工程上的实时应用。

## 参考文献

- [1] SAHA S and KAY A M. Maximum likelihood parameter estimation of superimposed chirps using Monte Carlo importance sampling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 224-230. doi: 10.1109/78.978378.
- [2] CZARNECKI K and MOSZYNSLI M. A novel method of local chirp-rate estimation of LFM chirp signals in the time-frequency domain[C]. International Conference on Telecommunications and Signal Processing, Italy, Rome, 2013: 704-708. doi: 10.1109/TSP.2013.6614028.
- [3] 李秀坤, 吴玉双. 多分量线性调频信号的 Wigner-Ville 分布交叉项去除[J]. *电子学报*, 2017, 45(2): 315-320. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.02.008.  
LI Xiukun and WU Yushuang. Cross-term removal of Wigner-Ville distribution for multi-component LFM signals [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(2): 315-320. doi: 10.3969/j.issn. 0372-2112.2017.02.008.
- [4] BOASHASH B and OUELHA S. An improved design of high-resolution quadratic time-frequency distribution for the analysis of nonstationary multicomponent signal using directional compact kernels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(10): 2701-2713. doi: 10.1109/TSP.2017.2669899.
- [5] WOOD J C and BARRY D T. Radon transformation of time-frequency distributions for analysis of multicomponent signals[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(11): 3166-3177. doi: 10.1109/78.330375.
- [6] BARBAROSSA S. Analysis of multicomponent LFM signals by a combined Wigner-Hough transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(6): 1511-1515. doi: 10.1109/78.388866.
- [7] 刘颖, 陈殿仁, 陈磊, 等. 基于周期 Choi-Williams Hough 变换的线性调频连续波信号参数估计算法[J]. *电子信息学报*, 2015, 37(5): 1136-1140. doi: 10.11999/JEIT140876.  
LIU Ying, CHEN Dianren, CHEN Lei *et al.* Parameter estimation algorithm of linear frequency modulated continuous wave signals based on period Choi-Williams Hough transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(5): 1136-1140. doi: 10.11999/JEIT 140876.
- [8] WANG M, CHAN A K, and CHUI C K. Linear frequency-modulated signal detection using Radon-ambiguity transform [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 43(6): 571-586. doi: 10.1109/78.661326.
- [9] 齐林, 陶然, 周思永, 等. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号的检测和参数估计[J]. *中国科学 E 辑*, 2003, 33(8): 750-759. doi: 10.3321/j.issn:1006-9275.2003.08.008.  
QI Lin, TAO Ran, ZHOU Siyong, *et al.* Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signal based on the fractional Fourier transform[J]. *Science in China (Series E)*, 2003, 33(8): 750-759. doi: 10.3321/j.issn:1006-9275.2003.08.008.
- [10] 陈艳丽, 郭良浩, 宫在晓. 简明分数阶傅里叶变换及其对线性调频信号的检测和参数估计[J]. *声学学报*, 2015, 40(6): 761-771. doi: 10.15949/j.cnki.0371-0025.2015.06.001.  
CHEN Yanli, GUO Lianghao, and GONG Zaixiao. The concise fractional Fourier transform and its application in detection and parameter estimation of the linear frequency-

- modulated signal[J]. *Acta Acustica*, 2015, 40(6): 761-771. doi: 10.15949/j.cnki.0371-0025.2015.06.001.
- [11] ZHANG Xuepan, LIAO Guisheng, ZHU Shengqi, *et al.* Efficient compressed sensing method for moving targets imaging by exploiting the geometry information of the defocused results[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(3): 517-521. doi: 10.1109/LGRS.2014.2349035.
- [12] ALMEIDA L B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(11): 3084-3091. doi: 10.1109/78.330368.
- [13] 赵兴浩, 邓兵, 陶然. 分数阶傅里叶变换数值计算中的量纲归一化[J]. 北京理工大学学报, 2005, 25(4): 360-364. doi: 10.3969/j.issn.1001-0645.2005.04.019.
- ZHAO Xinghao, DENG Bing, and TAO Ran. Dimensional normalization in the digital computation of the fractional Fourier transform[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2005, 25(4): 360-364. doi: 10.3969/j.issn.1001-0645.2005.04.019.
- [14] 张雯雯, 刘黎平. 一种新的相位编码信号识别方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2009, 30(10): 1204-1208. doi: 10.3969/j.issn.1006-7043.2009.10.023.
- ZHANG Wenwen and LIU Liping. A new recognition method for phase-shift keying signals[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2009, 30(10): 1204-1208. doi: 10.3969/j.issn.1006-7043.2009.10.023.
- 黄响: 男, 1991年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、高速目标检测.
- 唐世阳: 男, 1987年生, 讲师, 博士, 研究方向为雷达成像技术、雷达信号处理.
- 张林让: 男, 1966年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、雷达系统建模、仿真与评估.