

# 基于改进型自适应非对称联合对角化双基地 MIMO 雷达 多目标跟踪算法研究

张正言\* 张剑云

(电子工程学院 合肥 230037)

**摘要:** 针对双基地 MIMO 雷达自适应非对称联合对角化(AAJD)跟踪算法性能低的问题, 该文提出一种改进 AAJD 双基地 MIMO 雷达多目标跟踪算法。AAJD 算法角度估计时重复利用上一时刻的角度信息, 导致跟踪性能的下降。通过证明 AAJD 算法求出的特征矢量每一列都对应着一个目标, 改进 AAJD 算法直接求解目标的收发角度, 提高了跟踪性能, 更加适用于大机动目标跟踪, 并对 ESPRIT 算法进行改进, 实现了目标角度的自动配对与关联。仿真结果表明改进 AAJD 算法跟踪性能高于 AAJD 算法, 特别是跟踪大机动目标时改进 AAJD 算法性能更优, 验证了理论分析的有效性。

**关键词:** 双基地 MIMO 雷达; 角度跟踪; 自适应非对称联合对角化; 大机动目标; 低复杂度

**中图分类号:** TN958

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2017)12-2866-08

**DOI:** 10.11999/JEIT170247

## Study on Multi-target Tracking Algorithm of Bistatic MIMO Radar Based on Improved Adaptive Asymmetric Joint Diagonalization

ZHANG Zhengyan ZHANG Jianyun

(Electronic Engineering Institution, Hefei 230037, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of low tracking performance for bistatic MIMO radar based on Adaptive Asymmetric Joint Diagonalization (AAJD) algorithm, an improved multi-target tracking method is proposed. The reason for the low tracking performance of AAJD algorithm is that the estimated angle of the previous time is reused for angle estimation. It is proved that each eigenvectors of the AAJD algorithm corresponds to a target. Improved AAJD algorithm can estimate the DOD and DOA directly, which improves tracking performance and can solve high maneuvering target tracking problems. And the ESPRIT algorithm is improved to realize the automatic matching and association of DOD and DOA. The simulation results show that the improved AAJD algorithm has higher tracking performance than AAJD algorithm, especially when the large maneuvering target is tracking. The efficiency of the proposed method is verified.

**Key words:** Bistatic MIMO radar; Angle tracking; Adaptive Asymmetric Joint Diagonalization (AAJD); High maneuvering target; Low complexity

### 1 引言

多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达与传统的相控阵雷达和多基地雷达相比带来了许多优势, 成为近年来研究的热点<sup>[1]</sup>。MIMO 雷达利用多个天线发射正交波形, 同时利用多个天线接收从目标反射的回波, 由于每个阵元发射的波形相互独立, 因此具有更高的自由度, 同等配置下能够识别、定位和跟踪更多的目标<sup>[2-5]</sup>。双基地 MIMO 雷达是 MIMO 雷达常见的形式, 收发阵元分置在距离较远的基地中, 具有明显的“四抗”特性, 并且兼备了双基地雷达与 MIMO 雷达的

优势, 工程实现性强, 因此本文对双基地 MIMO 雷达进行研究。

双基地 MIMO 雷达在目标探测、定位、跟踪及波形设计方面都具有明显的优势<sup>[6-9]</sup>, 而目前 MIMO 雷达的文献主要集中在定位方面, 对跟踪问题研究较少。

关于单基地 MIMO 雷达角度跟踪的研究还处于起步阶段, 文献[10]对 PARAFAC 进行改进, 引入到单基地 MIMO 雷达中, 成功解决了单基地 MIMO 雷达角度跟踪问题。文献[11]将 Kalman 与 PASTd 算法相结合, 应用到单基地 MIMO 雷达中, 能够实现不同时刻目标角度自动相关运算。然而 PARAFAC 算法、PASTd 算法和 Kalman-PASTd 算法都有较高的计算复杂度, 因此文献[12]提出了一

种适合单基地 MIMO 雷达的低复杂度跟踪算法, 但该算法有近似运算, 跟踪性能较低。

上述文献都是针对单基地 MIMO 雷达的, 不能直接用于解决双基地 MIMO 雷达跟踪问题。双基地 MIMO 雷达的接收角和发射角不同, 联合方向矢量更加复杂。文献[13]提出了新的信号模型, 将分数阶模糊函数应用到 PAST 算法中, 解决了对目标方位角和俯仰角的跟踪问题。但算法的目的是解决地面干扰源的定位问题, 不具有一般性。文献[14]提出一种目标角度快速跟踪算法, 推导了协方差矩阵差与目标角度差的关系, 通过最小二乘法得到角度差。该算法的计算复杂度低, 且目标角度自动关联, 但经过了两次近似, 跟踪性能较差。文献[15]将阵列信号中的 PASTd 算法引入到双基地 MIMO 雷达中, 成功解决了双基地 MIMO 雷达目标跟踪问题。该算法跟踪性能优于文献[14], 但需要额外的数据相关运算, 并且不能跟踪相同收发角的目标。

文献[16]针对文献[15]的缺点, 提出了基于自适应非对称联合对角化(Adaptive Asymmetric Joint Diagonalization, AAJD)目标角度跟踪算法。算法将目标函数优化过程分为两个步骤: 第 1 步通过优化目标函数得到收发导向矢量, 第 2 步利用收发导向矢量, 结合 ESPRIT 算法和上一时刻的估计角度, 估计出目标的收发角度, 然后更新收发导向矢量, 作为下一时刻第 1 步的初始值。算法不需要额外的配对算法, 并且解决了文献[15]的缺点, 增加了适应性, 但是在求解目标角度时, 利用了上一时刻的估计角度, 降低了算法的性能。

双基地 MIMO 雷达跟踪算法的性能和计算复杂度有待优化, 现有算法尚不能有效地解决双基地 MIMO 雷达跟踪问题。本文针对文献[16]算法性能较低, 特别是跟踪大机动目标甚至失效的问题, 提出改进 AAJD 算法。首先证明了 AAJD 算法求出的特征矢量每一列对应着一个目标, 在此基础上对 AAJD 算法进行改进, 求解目标角度时避免重复利用上一时刻的估计角度, 提高了跟踪性能。其次对 ESPRIT 算法进行改进, 实现了目标收发角度的自动配对和关联。改进 AAJD 算法跟踪性能更高, 能够更好地解决高机动目标跟踪问题。

## 2 MIMO 雷达运动目标信号模型

图 1 给出了 MIMO 雷达一般结构的示意图, MIMO 雷达的发射阵元数和接收阵元数分别为  $M$  和  $N$ , 不对阵元间距作要求(包含了统计和相干

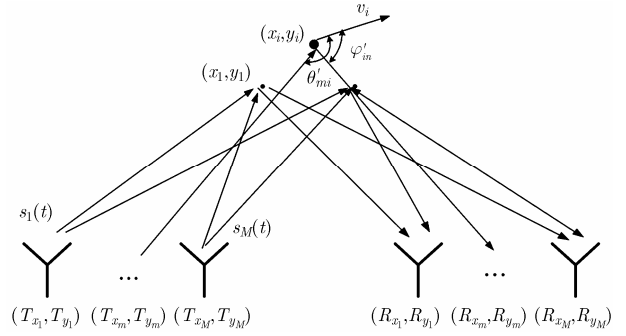


图 1 MIMO 雷达的一般结构示意图

MIMO 雷达体制)。 $(T_{x_m}, T_{y_m})$ ,  $(R_{x_n}, R_{y_n})$ , ( $m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N$ ) 为发射和接收阵元的坐标, 各发射阵元发射窄带且相互正交的信号, 信号的载波频率记为  $f_c$ 。

假设空域中存在  $P$  个远场运动点目标, 坐标表示为  $(x_i, y_i)$ , 其散射系数为  $\varepsilon(x_i, y_i)$ , 速度为  $v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, P$ ), 运动方向与 DOD 和 DOA 方向的夹角分别为  $\theta'_{mi}$  和  $\varphi'_{in}$ 。设  $\varepsilon(x_i, y_i)$  满足 Swerling II 模型, 在某一观测时间内(一个脉冲周期内)是恒定不变的。由  $(x_i, y_i)$  和  $(x_k, y_k)$  两者间的距离信息可以得到传播时间  $\tau(x_i, y_i, x_k, y_k) = d(x_i, y_i, x_k, y_k)/c$ , 其中  $c$  为光速。

第  $m$  个发射阵元的发射信号为  $s_m(t) \cdot \exp(j2\pi f_c t)$ ,  $s_m(t)$  为基带信号,  $f_c$  为载波频率。第  $m$  个发射阵元发射的信号辐射到  $P$  个目标, 散射后到达第  $n$  个接收阵元的第  $l$  个脉冲信号为

$$\begin{aligned} \bar{x}_{n,m}(t) = & \sum_{i=1}^P s_m \left[ t - \tau(T_{x_m}, T_{y_m}, x_i, y_i) \right. \\ & \left. - \tau(R_{x_n}, R_{y_n}, x_i, y_i) \right] \\ & \cdot \varepsilon(x_i, y_i) \cdot \exp(j\omega_{nim} t) \\ & \cdot \exp \left\{ j2\pi f_c \left[ t - \tau(T_{x_m}, T_{y_m}, x_i, y_i) \right. \right. \\ & \left. \left. - \tau(R_{x_n}, R_{y_n}, x_i, y_i) \right] \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\omega_{nim} = 2\pi f_{nim}$ ,  $f_{nim} = \frac{v_i (\cos \theta'_{mi} + \cos \varphi'_{in})}{\lambda}$  为多普勒频移。假设  $MN$  个信道之间的时延差可以忽略不计, 又因为信号为窄带信号可得

$$\begin{aligned} & s_m \left[ t - \tau(T_{x_m}, T_{y_m}, x_i, y_i) - \tau(R_{x_n}, R_{y_n}, x_i, y_i) \right] \\ & \approx s_m \left[ t - \tau(T_{x_1}, T_{y_1}, x_i, y_i) - \tau(R_{x_1}, R_{y_1}, x_i, y_i) \right] \\ & = s_m(t - \tau_i) \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\tau_i = \tau(T_{x_1}, T_{y_1}, x_i, y_i) + \tau(R_{x_1}, R_{y_1}, x_i, y_i)$ , 令

$$\begin{aligned}\tau_{i,m}^T &= 2\pi f_c \left[ \tau(T_{x_m}, T_{y_m}, x_i, y_i) - \tau(T_{x_1}, T_{y_1}, x_i, y_i) \right], \\ \tau_{i,n}^R &= 2\pi f_c \left[ \tau(R_{x_n}, R_{y_n}, x_i, y_i) - \tau(R_{x_1}, R_{y_1}, x_i, y_i) \right]\end{aligned}\quad (3)$$

将式(2)和式(3)代入式(1)中, 可得

$$\begin{aligned}\bar{x}_{n,m}(t) &= \sum_{i=1}^P \varepsilon(x_i, y_i) s_m(t - \tau_i) \\ &\quad \cdot \exp(-j(\tau_{i,m}^T + \tau_{i,n}^R)) \\ &\quad \cdot \exp(j2\pi f_c(t - \tau_i)) \exp(j\omega_{nm}t)\end{aligned}\quad (4)$$

通过一组匹配滤波器对  $\bar{x}_{n,m}(t)$  进行处理, 设每个滤波器只匹配一个发射信号, 采用发射信号进行匹配, 设信号  $\bar{x}_{n,m}(t)$  中第  $i$  个目标匹配滤波器的时延为  $\tau'_i$ , 式(4)中的信号经过匹配滤波后的输出为

$$\begin{aligned}x_{n,m}(t) &= \bar{x}_{n,m}(t) e^{-j2\pi f_c(t - \tau'_i)} s_m(t - \tau'_i)^* \\ &= \sum_{i=1}^P \varepsilon(x_i, y_i) e^{j2\pi f_c(\tau'_i - \tau_i)} e^{j\omega_{nm}t} e^{-j(\tau_{i,m}^T + \tau_{i,n}^R)} \\ &\quad \cdot s_m(t - \tau_i) s_m(t - \tau'_i)^*\end{aligned}\quad (5)$$

当时延估计不存在误差时, 即  $\tau_i = \tau'_i$ , 此时式(5)变为

$$x_{n,m}(t) = \sum_{i=1}^P \varepsilon(x_i, y_i) e^{j\omega_{nm}t} e^{-j(\tau_{i,m}^T + \tau_{i,n}^R)} \quad (6)$$

由式(6)得, 第  $n$  个接收阵元接收到的信号经过匹配滤波器后的输出为:  $x_n(t) = \sum_{m=1}^M x_{n,m}(t)$ 。当加入噪声时, 第  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 个接收阵元输出的信号为

$$x_n(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^P \varepsilon(x_i, y_i) e^{j\omega_{nm}t} e^{-j(\tau_{i,m}^T + \tau_{i,n}^R)} + v_n(t) \quad (7)$$

其中,  $v_n(t)$  表示第  $n$  个阵元输出信号中的加性噪声,  $\varepsilon(x_i, y_i) e^{j\omega_{nm}t}$  与  $\varepsilon(x_i, y_i)$  统计特性相同。

本文讨论双基地 MIMO 雷达, 设收发阵元间距相同, 跟踪目标为点目标。定义  $M \times P$  维发射方向矢量为  $\mathbf{A}_t(\varphi) = [\mathbf{a}_t(\varphi_1), \mathbf{a}_t(\varphi_2), \dots, \mathbf{a}_t(\varphi_P)]$ , 其中  $\mathbf{a}_t(\varphi_i) = \mathbf{a}_t(x_i, y_i)$ ,  $\mathbf{a}_t(\varphi_i) = \{1, \exp(j2\pi d_i \sin \varphi_i / \lambda), \dots, \exp[j2\pi(M-1)d_i \sin \varphi_i / \lambda]\}^T$ ,  $\mathbf{a}_t(x_i, y_i) = [1, e^{-j\tau_{i,2}^T}, \dots, e^{-j\tau_{i,M}^T}]^T \in C^{M \times 1}$  和  $N \times P$  维接收方向矢量为  $\mathbf{A}_r(\theta) = [\mathbf{a}_r(\theta_1), \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_P)]$ , 其中  $\mathbf{a}_r(\theta_i) = \mathbf{a}_r(x_i, y_i)$ ,  $\mathbf{a}_r(\theta_i) = \{1, \exp(j2\pi d_r \sin \theta_i / \lambda), \dots, \exp[j2\pi(N-1)d_r \sin \theta_i / \lambda]\}^T$ ,  $\mathbf{a}_r(x_i, y_i) = [1, e^{-j\tau_{i,2}^R}, \dots, e^{-j\tau_{i,N}^R}]^T \in C^{N \times 1}$ ,  $\mathbf{d}_l(t) = [\varepsilon_l(x_1, y_1) e^{j\omega_1 t}, \varepsilon_l(x_2, y_2) e^{j\omega_2 t}, \dots, \varepsilon_l(x_P, y_P) e^{j\omega_P t}]$ ,  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]^T$  为接收信号矢量。加性高斯白噪声矢量为  $\mathbf{v}(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_N(t)]^T$

$\in C^{N \times 1}$ , 则  $N$  个接收阵元的接收信号经匹配滤波器后, 第  $l$  个脉冲中  $t$  时刻的输出信号矢量可写为

$$\begin{aligned}\mathbf{y}(t) &= \mathbf{A}_l(\varphi) \odot \mathbf{A}_r(\theta) \text{vec}(\text{diag}(\mathbf{d}_l(t))) + \mathbf{v}(t) \\ &= \mathbf{W}(\varphi, \theta) \text{vec}(\text{diag}(\mathbf{d}_l(t))) + \mathbf{v}(t) \\ &= \mathbf{W}(\varphi, \theta) \mathbf{d}_l(t) + \mathbf{v}(t)\end{aligned}\quad (8)$$

式中,  $\mathbf{W}(\varphi, \theta) = [\mathbf{a}_t(\varphi_1) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_1), \mathbf{a}_t(\varphi_2) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_t(\varphi_P) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_P)]$  为  $MN \times P$  维的收发方向矢量,  $\mathbf{d}_l(t) = [d_{l,1} e^{j\omega_1 t}, d_{l,2} e^{j\omega_2 t}, \dots, d_{l,P} e^{j\omega_P t}]$ ,  $d_{l,i} = \varepsilon_l(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, P$ )。 $\odot$  和  $\otimes$  分别代表 Khatri-Rao 积和 Kronecker 积。

### 3 改进型自适应非对称联合对角化角度跟踪算法

#### 3.1 自适应非对称联合对角化角度跟踪算法

为了保证本文结构的完整性, 本节对文献[16]的 AAJD 角度跟踪算法进行概述。

AAJD 跟踪算法的目标函数为

$$\min_{\mathbf{W}(t) \in \omega} J(\mathbf{W}(t)) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \|\mathbf{y}(i) - \mathbf{W}(t) \mathbf{d}(i)\|^2 \quad (9)$$

其中,  $\lambda$  为遗忘因子, 特征矢量集  $\omega = \{\mathbf{W} | \mathbf{W} = \mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r, \mathbf{A}_t \in v_t, \mathbf{A}_r \in v_r\}$ ,  $v_t$  和  $v_r$  满足 Vandermonde 矩阵形式。

直接通过求解目标函数得到的特征矢量  $\mathbf{W}(t)$  不完全满足特征矢量的标准形式, 因此 AAJD 算法将求解过程分为两个步骤。

步骤 1 无限制条件寻优:

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{W}}(t) &= \min_{\widehat{\mathbf{W}}(t)} J(\widehat{\mathbf{W}}(t)) \\ &= \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \|\mathbf{y}(i) - \widehat{\mathbf{W}}(t) \mathbf{d}(i)\|^2\end{aligned}\quad (10)$$

运用最小二乘算法对式(10)进行求得

$$\nabla J(\widehat{\mathbf{W}}(t)) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} [\widehat{\mathbf{W}}(t) \mathbf{d}(i) \mathbf{d}^H(i) - \mathbf{y}(i) \mathbf{d}^H(i)] \quad (11)$$

令  $\nabla J(\widehat{\mathbf{W}}(t)) = 0$ , 由式(11)得到

$$\widehat{\mathbf{W}}(t) = \mathbf{C}_{yd}(t) \mathbf{C}_{dd}^{-1}(t) \quad (12)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_{dd}(t) &= \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \mathbf{d}(i) \mathbf{d}^H(i) \\ &= \lambda \mathbf{C}_{dd}(t-1) + \mathbf{d}(t) \mathbf{d}^H(t)\end{aligned}\quad (13)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_{yd}(t) &= \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \mathbf{y}(i) \mathbf{d}^H(i) \\ &= \lambda \mathbf{C}_{yd}(t-1) + \mathbf{y}(t) \mathbf{d}^H(t)\end{aligned}\quad (14)$$

至此, 只有  $\mathbf{d}(t)$  未知, 当角度变化速率较慢时

$$\mathbf{d}(t) = \widehat{\mathbf{W}}^{-1}(t) \mathbf{y}(t) \approx \mathbf{W}^{-1}(t-1) \mathbf{y}(t) \quad (15)$$

综合式(12)-式(15),得到了 $\widehat{\mathbf{W}}(t)$ 与 $\mathbf{W}(t-1)$ 的关系,完成了跟踪过程。

步骤2 从 $\widehat{\mathbf{W}}(t)$ 求解 $t$ 时刻的收发角度并且更新 $\mathbf{W}(t)$ :

$$\mathbf{W}(t) = \min_{\mathbf{W}(t) \in \omega} J'(\mathbf{W}(t)) = \|\widehat{\mathbf{W}}(t) - \mathbf{W}(t)\|^2 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(t) &= \min_{\mathbf{W}(t) \in \omega} J'(\mathbf{W}(t)) = \min_{\mathbf{W}(t) \in \omega} \|\widehat{\mathbf{W}}(t) - \mathbf{W}(t)\|^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}_r \in v_r, \mathbf{A}_t \in v_t} \|\widehat{\mathbf{W}}(t) - \mathbf{W}(t)\|^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}_r \in v_r, \mathbf{A}_t \in v_t} \|\widehat{\mathbf{W}}(t) - \mathbf{A}_t(\varphi(t)) \odot \mathbf{A}_r(\theta(t))\|^2 \\ &= \min_{\mathbf{a}_r, \mathbf{a}_t} \sum_{p=1}^P \|\widehat{\mathbf{W}}_p(t) - \mathbf{a}_r(\theta(t)) \mathbf{a}_t^T(\varphi(t))\|^2 \quad (17) \end{aligned}$$

具体求解过程为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}_{pt}(\varphi(t)) &= \widehat{\mathbf{W}}_p^T(t) \mathbf{a}_{pr}^*(\theta(t-1)) \\ \mathbf{a}_{pt}(\varphi(t)) &= \mathbf{a}_{pt}(\varphi(t)) / \|\mathbf{a}_{pt}(\varphi(t))\| \\ \mathbf{a}_{pr}(\theta(t)) &= \widehat{\mathbf{W}}_p(t) \mathbf{a}_{pt}^*(\varphi(t)) \\ \mathbf{a}_{pr}(\theta(t)) &= \mathbf{a}_{pr}(\theta(t)) / \|\mathbf{a}_{pr}(\theta(t))\| \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

通过式(18)得到了目标的发射方向矢量和接收方向矢量,结合 ESPRIT 算法,得到了目标 $p$ 的发射角和接收角。

最后通过得到的收发角度,更新 $t$ 时刻的特征矢量,即

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{A}_t(\varphi(t)) \odot \mathbf{A}_r(\theta(t)) \quad (19)$$

$\mathbf{W}(t)$ 相对于 $\widehat{\mathbf{W}}(t)$ 更加接近真实的信号子空间。

### 3.2 改进自适应非对称联合对角化跟踪算法

AAJD 角度跟踪算法克服了 PASTd 算法不能跟踪相同 DOD 或 DOA 目标的问题,并且不需要额外的角度关联算法。取得优势的原因是:第2步目标 $t$ 时刻的角度是通过 $t-1$ 时刻目标角度信息与 $t$ 时刻估计出的收发联合导向矢量得到的,并且更新 $t$ 时刻的收发联合导向矢量。虽然通过上述方法克服了 PASTd 算法的不足,但因为利用了上一时刻的估计角度,当观察快速运动目标,特别是大机动目标时,角度变化率大,算法跟踪精度较低。因此,本文针对 AAJD 算法的不足,对其进行改进,在保持 AAJD 算法优势的同时,提高算法跟踪精度。

通过上述分析可知,算法跟踪性能下降的原因是因为第2步使用了上一时刻的估计角度信息,造成了算法性能下降,因此本文针对 AAJD 算法的第2步进行改进。

设 $\widehat{\mathbf{W}}(t)$ 是 $t$ 时刻通过步骤1估计出的特征矢量, $\mathbf{U}_s(t)$ 是此时的真实方向矢量,两者张成的信号子空间相同,即

$$\text{span}\{\widehat{\mathbf{W}}(t)\} = \text{span}\{\mathbf{U}_s(t)\} \quad (20)$$

此时,存在一个唯一的非奇异矩阵 $\mathbf{T}(t)$ ,使得

$$\widehat{\mathbf{W}}(t) = \mathbf{U}_s(t) \mathbf{T}(t) \quad (21)$$

**命题1** 在 MIMO 雷达中, $\widehat{\mathbf{W}}(t)$ 是通过 AAJD 算法估计出的特征矢量, $\mathbf{U}_s(t)$ 是此时对应的真实方向矢量( $t > 1$ ),当算法收敛时,存在一个唯一的非奇异矩阵 $\mathbf{T}$ ,使得 $\widehat{\mathbf{W}}(t) = \mathbf{U}_s(t) \mathbf{T}$ ,且 $\mathbf{T} = \mathbf{Q} \mathbf{E}$ , $\mathbf{Q}$ 为比例因子矩阵, $\mathbf{E}$ 为列交换矩阵。

**证明** 由文献[16]可知,当 AAJD 算法收敛时 $\text{span}\{\widehat{\mathbf{W}}(t)\} = \text{span}\{\mathbf{U}_s(t)\}$ ,则 $\widehat{\mathbf{W}}(t) = \mathbf{U}_s(t) \mathbf{T}(t)$ 。

文献[15]中 $t$ 时刻 $\widehat{\mathbf{W}}(t)$ 通过求解 $\nabla J(\widehat{\mathbf{W}}(t))$ 得到的

$$\begin{aligned} \nabla J(\widehat{\mathbf{W}}(t)) &= \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} [\widehat{\mathbf{W}}(t) \mathbf{d}(i) \mathbf{d}^H(i) - \mathbf{y}(i) \mathbf{d}^H(i)] = 0 \quad (22) \end{aligned}$$

由式(22)得到递推公式:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{W}}(t) &= \mathbf{W}(t-1) + \frac{1}{\beta + \eta} [\mathbf{y}(t) - \mathbf{W}(t-1) \mathbf{d}(t)] \\ &\quad \cdot \mathbf{d}^H(t) \mathbf{P}(t-1) \quad (23) \end{aligned}$$

其中, $\eta = \mathbf{d}^H(t) \mathbf{P}(t-1) \mathbf{d}(t)$ 为常数, $\beta$ 为遗忘因子。对式(23)两边同时乘以 $\mathbf{d}(t)$ 得

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{W}}(t) \mathbf{d}(t) &= \mathbf{W}(t-1) \mathbf{d}(t) \\ &\quad + \frac{\eta}{\beta + \eta} [\mathbf{y}(t) - \mathbf{W}(t-1) \mathbf{d}(t)] \quad (24) \end{aligned}$$

进一步化简得

$$\widehat{\mathbf{W}}(t) \mathbf{d}(t) = \frac{\eta}{\beta + \eta} \mathbf{y}(t) + \frac{\beta}{\beta + \eta} \mathbf{W}(t-1) \mathbf{d}(t) \quad (25)$$

将式 $\mathbf{d}(t) = \widehat{\mathbf{W}}^{-1}(t) \mathbf{y}(t)$ 代入式(25)得

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{W}}(t) &= \mathbf{W}(t-1) = \mathbf{U}_s(t) \mathbf{T}(t) \\ &= \mathbf{U}_s(t-1) \mathbf{T}(t-1) \quad (26) \end{aligned}$$

根据文献[15]中的相邻时间的方向矢量变化可以忽略不计,即

$$\mathbf{U}_s(t) \simeq \mathbf{U}_s(t-1) \quad (27)$$

将式(27)代入式(26),得

$$\mathbf{T}(t) = \mathbf{T}(t-1) = \mathbf{T} \quad (28)$$

又 $\mathbf{W}(t-1)$ 是通过 AAJD 算法步骤2中得到的收发角度重新构建的,更新后的 $\mathbf{W}(t-1)$ 与 $\mathbf{U}_s(t-1)$ 仅仅是经过列变换,可知 $\mathbf{T} = \mathbf{Q} \mathbf{E}$ , $\mathbf{Q}$ 为比例因子矩阵, $\mathbf{E}$ 为列交换矩阵。至此命题1证明完毕。

下面给出改进算法步骤2的过程。

由命题1得到 $\widehat{\mathbf{W}}(t) = \mathbf{U}_s(t) \mathbf{T}$ 且 $\mathbf{T} = \mathbf{Q} \mathbf{E}$ , $\mathbf{Q}$ 为比例因子矩阵, $\mathbf{E}$ 为列交换矩阵( $t > 1$ )。结合 ESPRIT 算法,设 $\mathbf{W}_{r_1}$ 和 $\mathbf{W}_{r_2}$ 分别为 $\widehat{\mathbf{W}}(t)$ 的前 $M(N-1)$ 行和后 $M(N-1)$ 行,则根据旋转不变原理

可得  $W_{r1} = U_{r1}T$ ,  $W_{r2} = U_{r2}T$ ,  $U_{r2} = U_{r1}\Phi_r$ , 其中  $T$  为非奇异转换矩阵。所以可得  $T^{-1}\Phi_r T = W_{r1}^{-1}W_{r2} = \Psi_r$ , 由于  $t > 1$ ,  $T$  仅仅是进行列变换和缩放操作,  $T^{-1}\Phi_r T$  也只是改变  $\Phi_r$  对角线上元素的位置, 因此取  $\Psi_r$  对角线上的元素就可以得到包含接收角参数信息的矩阵。类似地, 将  $\widehat{W}(t)$  前  $M(k-1)+l$  行和后  $M(k-1)+l+1$  行元素组成子阵  $W_{t1}$  和  $W_{t2}$  ( $k=1, 2, \dots, N, l=1, 2, \dots, M-1$ ), 则  $T^{-1}\Phi_t T = W_{t1}^{-1}W_{t2} = \Psi_t$ , 可以得到包含发射角参数信息的对角矩阵  $\Psi_t$ , 取  $\Psi_t$  对角线上的元素就可以得到包含发射角参数信息的矩阵。注意当  $t=1$ , 此时命题1不成立, 因此本文借鉴文献[15]中的角度求解算法。

下面给出步骤2的过程如表1所示。

表 1 步骤2的过程

If $t == 1$	$\Psi_r = W_{r1}^{-1}W_{r2}$
对 $\Psi_r$ 进行特征值分解: $\Psi_r = T\Phi_r T^{-1}$	取 $\Phi_r$ 的对角线元素组成 $\omega_r$
	$\Phi_t = T^{-1}W_{t1}^{-1}W_{t2}T$
	取 $\Phi_t$ 的对角线元素组成 $\omega_t$
Else	$\Psi_r = W_{r1}^{-1}W_{r2}$
	取 $\Psi_r$ 的对角线元素组成 $\omega_r$
	$\Psi_t = W_{t1}^{-1}W_{t2}$
	取 $\Psi_t$ 的对角线元素组成 $\omega_t$
End	

通过命题1的结论  $\widehat{W}(t) = U_s(t)T$ , 可知矩阵  $T$  是不随时间变化的,  $\widehat{W}(t)$  每一列都对应一个目标的特征矢量, 且顺序是不变的, 即不同时刻对应的目标相同, 完成了角度的自动关联。步骤2求解目标角度时只有求逆过程, 不存在特征分解操作, 因此  $W(t)$  每一列对应的接收角和发射角不变, 完成了同一目标收发角自动配对, 至此实现目标收发角度的自动配对和关联。表2描述了改进AAJD算法过程。

#### 4 仿真实验

假设双基地MIMO雷达的发射阵列和接收阵列均采用线性配置, 阵元间距均为半波长, 阵元发射的载波频率为1 GHz, 发射脉冲宽度为10 ms, 脉冲重复频率为10 kHz, 发射波形采用哈达码脉冲(Hadamard Code Pulse, HCP)信号, 目标散射系数  $d_p$  和加性噪声都是随机产生的。给出如下仿真实验。

信噪比定义为:  $SNR = 10 \lg \sum_{p=1}^P \sigma_p^2 / P\sigma_e^2$ ,  $\sigma_p$  与  $\sigma_e$  分别代表目标散射系数和噪声功率。定义

$$RMSE = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ (\hat{\theta}_{k,m,t} - \theta_{k,m,t})^2 \right]}, \text{ 其中}$$

表 2 改进 AAJD 算法流程

初始值: $P(0) = I_{P \times P}, 0 < \beta \leq 1$ 。
输入: $y(t)$
输出: $\varphi(t), \theta(t)$
For $t = 1 \dots T$
步骤 1
$d(t) = W^{-1}(t-1)y(t)$
$Q(t) = P(t-1)d(t)$
$f(t) = P^H(t-1)d(t)$
$\eta = d^H(t)Q(t)$
$P(t) = \frac{1}{\beta} \left[ P(t-1) + \frac{1}{\beta + \eta} Q(t)f^H(t) \right]$
$e(t) = y(t) - W(t-1)d(t)$
$\widehat{W}(t) = W(t-1) + \frac{1}{\beta + \eta} e(t)f^H(t)$
步骤 2
(1) 根据 3.2 节角度求解算法得到 $\omega_r$ 和 $\omega_t$
(2) 利用 $\theta_p = \arcsin\{\text{angle}[\omega_r(p)]/\pi\}$ , $\varphi_p = \arcsin\{\text{angle}[\omega_t(p)]/\pi\}$ , 得到了 $\theta(t)$ , $\varphi(t)$
(3) 根据 $W(t) = [a_t(\varphi_1) \otimes a_r(\theta_1), \dots, a_t(\varphi_P) \otimes a_r(\theta_P)]$
更新 $\widehat{W}(t)$
End

$\hat{\theta}_{k,m,t}$  是第  $m$  次蒙特卡洛实验  $t$  时刻目标角度  $\theta_{k,m,t}$  的估计值。  $M$  为蒙特卡洛次数。

#### 实验 1 算法多目标定位验证

为了验证算法有效性。假设空中有 4 个远场点目标, 分别位于  $(\theta_1, \varphi_1) = (30^\circ, -40^\circ)$ ,  $(\theta_2, \varphi_2) = (40^\circ, 20^\circ)$ ,  $(\theta_3, \varphi_3) = (-50^\circ, 20^\circ)$  和  $(\theta_4, \varphi_4) = (-50^\circ, -20^\circ)$ 。收发阵元数  $M = N = 3$ , 信噪比  $SNR = 10$  dB, 发射脉冲个数  $K = 100$ , 遗忘因子  $\beta = 0.95$ 。用本文算法(改进 AAJD 算法)进行定位, 验证算法有效性。改进 AAJD 算法仿真结果如图 2 所示。

从图 2 可以看出改进 AAJD 算法能够成功地跟踪多目标角度。图中估计出的最后角度都与真实角度重合, 说明得到了目标真实角度, 并且每个目标角度的估计轨迹都近似成直线, 说明算法能够很快地估计出目标角度, 算法收敛速度较快。从初始角度到估计出真实角度只需要 40 个脉冲数据。对比 4 个目标的收发角度, 可以看出目标 3 与目标 2 的发射角相同, 与目标 4 的接收角相同, 说明两种算法能够估计相同发射角或接收角的目标位置, 弥补了 PASTd 算法的不足。

#### 实验 2 算法多目标跟踪及性能验证

假设空中有 5 个运动点目标, 它们的运动轨迹独立, 收发阵元数  $M = N = 4$ , 信噪比  $SNR = 20$  dB, 发射脉冲个数  $K = 500$ , 遗忘因子  $\beta = 0.85$ 。

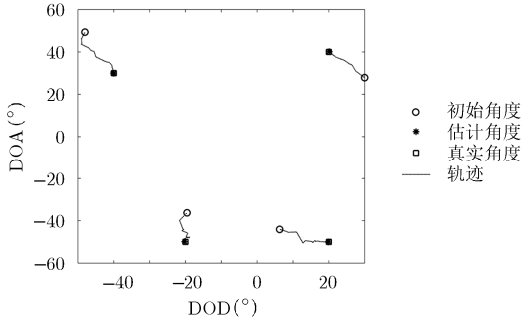


图 2 改进 AAJD 算法目标定位结果

改进 AAJD 算法仿真结果如图 3 所示。

从图 3 可以看出改进 AAJD 算法估计出的目标运动轨迹与真实的运动轨迹相同，说明本文的算法能够成功地跟踪目标运动轨迹。初始角度是随机产生的，可以看出初始值到目标运动起点的轨迹近似成直线，说明本文算法能够较快地跟踪目标，收敛性较好。

将 AAJD 算法，改进 AAJD 算法和 PASTd 算法跟踪误差作比较，进一步说明算法的有效性，仿真条件与上一实验相同，仿真结果如图 4 所示。跟踪误差定义为

$$\text{Error} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \sqrt{E(\hat{\theta}_p - \theta_p)^2 + E(\hat{\varphi}_p - \varphi_p)^2}$$

从图 4 可以看出 AAJD 算法、改进 AAJD 算法和 PASTd 算法都能够成功跟踪目标。但是 PASTd 算法在脉冲数为 319 时失效，这是因为此时目标 1 和目标 2 的发射角相同，导致 PASTd 算法失效，而 AAJD 算法和改进 AAJD 算法利用了上一时刻估计出的目标收发角度信息，解决了 PASTd 算法的不足。

进一步对比改进 AAJD 算法性能优势，将 AAJD 算法与改进 AAJD 算法跟踪性能进行对比，文中指出当目标高机动时，即相邻时刻角度变化大时，改进 AAJD 算法具有明显优势。设空中 5 个目标的运动速度加快，基本运动模型不变，遗忘因子

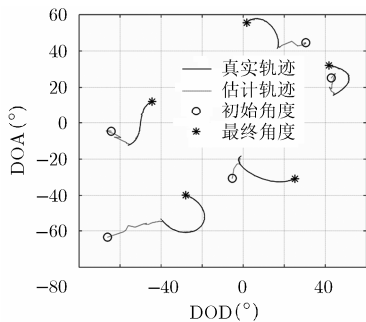


图 3 改进 AAJD 算法目标跟踪结果

$\beta = 0.75$ ，其余仿真条件不变，对比 AAJD 算法与改进 AAJD 算法的跟踪性能，仿真结果如图 5、图 6 所示。

从图 5 可以看出两种算法的跟踪运动轨迹与目标的真实运动轨迹重合，说明当目标速度较大时，AAJD 算法与改进 AAJD 算法仍能够成功地跟踪目标，但是 AAJD 算法跟踪效果较差。图 6 给出了两种算法的跟踪误差结果，可以看出改进 AAJD 算法的跟踪误差低于 AAJD 算法，说明改进 AAJD 算法跟踪性能更佳，适用于大机动目标跟踪，与理论分析相同。

### 实验 3 角度跟踪的 RMSE 随 SNR 的变化关系

为了更好说明本文算法的性能，将 AAJD 和改进 AAJD 算法的跟踪性能进行对比。假设空中存在 4 个运动的点目标，为大机动目标，设遗忘因子  $\beta = 0.75$ ，收发阵元数  $M = N = 5$ ，信噪比  $\text{SNR} = -5 \sim 20 \text{ dB}$ ，发射脉冲个数  $K = 400$ ，蒙特卡洛试验次数  $M = 100$ ，为了使性能对比有意义，将处于跟踪稳态的数据用于求解 RMSE，通过实验观察脉冲数 100 以后算法收敛，因此取  $100 \leq K \leq 400$  用于求解 RMSE，仿真结果如图 7 所示。

从图 7 中可以看出改进 AAJD 算法的 RMSE 低于 AAJD 算法，说明改进 AAJD 算法跟踪性能较好，验证了理论分析的正确性。当信噪比较低时，AAJD 算法性能较差，这是因为 AAJD 算法性能依赖上一时刻角度的估计精确，信噪比较低时，上一时刻角度估计误差较大，影响了跟踪性能，存在误差累积情况。

## 5 结束语

针对双基地 MIMO 雷达 AAJD 跟踪算法性能低，特别是当运动目标为大机动目标时，算法性能进一步下降的问题，本文对 AAJD 算法进行改进，避免了 AAJD 算法步骤 2 时需要重复利用上一时刻估计的收发角度，消除了其对角度估计精度的影响，提高了跟踪性能。改进 AAJD 算法通过证明得到的

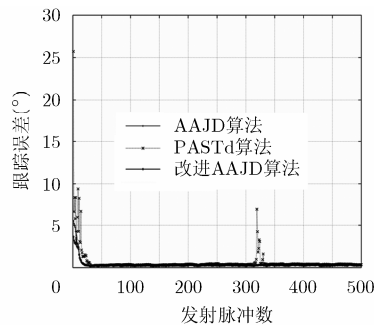


图 4 3 种算法的跟踪性能比较

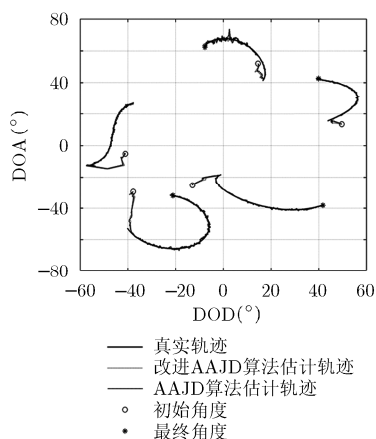


图 5 两种算法目标跟踪结果

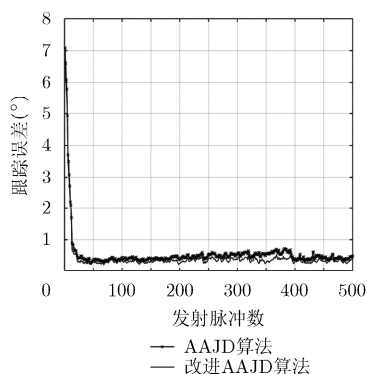


图 6 两种算法目标跟踪误差

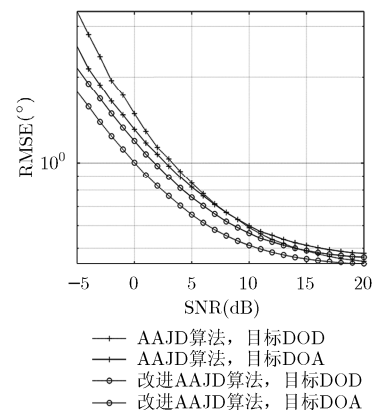


图 7 RMSE 随 SNR 的变化

特征矢量每一列都对应着一个目标, 在此基础上对 ESPRIT 进行改进, 实现收发角度自动配对与关联。仿真结果表明改进 AAJD 算法能够有效地提高目标跟踪性能, 且适用于大机动目标的跟踪。

### 参考文献

- [1] FISHER E, HAIMOVICH A, BLUM R S, *et al.* Spatial diversity in radar-models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823-838. doi: 10.1109/TSP.2005.862913.
- [2] 徐旭宇, 李小波, 梁浩, 等. 基于二次虚拟孔径扩展的双基地 MIMO 雷达相干分布式目标中心角度估计[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(4): 953-959. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00955. XU Xuyu, LI Xiaobo, LIANG Hao, *et al.* Central angle estimation of coherently distributed sources for bistatic MIMO radar on second virtual array aperture extension[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(4): 953-959. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00955.
- [3] 樊劲宇, 顾红, 苏卫民, 等. 基于张量分解的互质阵 MIMO 雷达目标参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(4): 933-938. doi: 10.11999/JEIT140826. FAN Jinyu, GU Hong, SU Weimin, *et al.* Co-prime MIMO radar multi-parameter estimation based on tensor decomposition[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 933-938. doi: 10.11999/JEIT140826.
- [4] 张秦, 张林让, 郑桂妹, 等. 任意阵列双基地 MIMO 雷达的半实值 MUSIC 目标 DOD 和 DOA 联合估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2016, 38(3): 532-538. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.09. ZHANG Qin, ZHANG Linrang, ZHENG Guimei, *et al.* Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar with arbitrary array using semi-real-valued MUSIC[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, 38(3): 532-538. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.09.
- [5] 梁浩, 崔琛, 余剑. 基于 ESPRIT 算法的十字型阵列 MIMO 雷达降维 DOA 估计[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(1): 80-89. doi: 10.11999/JEIT150402.
- [6] ZAHERNIA A, DEHAHANI M J, and JAVIDAN R. MUSIC algorithm for DOA estimation using MIMO arrays[C]. 2011 Sixth International Conference on Telecommunication Systems, Services, and Application, Bali, Indonesia, 2011: 149-153. doi: 10.1109/TSSA.2011.6095424.
- [7] 刘晓莉, 廖桂生. 基于 MUSIC 和 ESPRIT 的双基地 MIMO 雷达角度估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(9): 2179-2183. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.01459. LIU Xiaoli and LIAO Guisheng. Combined MUSIC with ESPRIT algorithm for angle estimation in bistatic MIMO radar system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(9): 2179-2183. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.01459.
- [8] ZHENG Z D and ZHANG J Y. Fast method for multi-target localization in bistatic MIMO radar[J]. *IEEE Lectronics Letters*, 2011, 47(2): 138-139. doi:10.1049/el.2010.2577.
- [9] 梁浩, 崔琛, 余剑. 十字型阵列 MIMO 雷达高精度二维 DOA 估计[J]. *雷达学报*, 2016, 5(3): 254-264. doi:10.12000/JR16016. LIANG Hao, CUI Chen, and YU Jian. Two-dimensional DOA estimation with high accuracy for MIMO radar using cross array[J]. *Journal of Radar*, 2016, 5(3): 254-264. doi: 10.12000/JR16016.
- [10] WU H L and ZHANG X F. DOA tracking in monostatic MIMO radar using PARAFAC-RLST algorithm[C]. The 3rd International Conference on Information Science and Engineering (ICISE'2011), Yangzhou, 2011: 958-961.
- [11] ZHANG X F, LI J F, FENG G P, *et al.* Kalman-PASTd

- based DOA tracking algorithm for monostatic MIMO radar[C]. International Conference on Information, Services and Management Engineering, Beijing, 2011: 220-224.
- [12] YU H X, ZHANG X F, CHEN X Q, *et al.* Computationally efficient DOA tracking algorithm in monostatic MIMO radar with automatic association[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2014(12): 1-10. doi: 10.1155/2014/501478.
- [13] 李丽, 邱天爽. 双基地 MIMO 雷达目标参数估计及动态跟踪新算法[J]. 信号处理, 2014, 30(2): 155-162.  
LI Li and QIU Tianshang. A novel algorithm for target parameter estimation and dynamic tracking in bistatic MIMO radar system[J]. *Signal Processing*, 2014, 30(2): 155-162.
- [14] 张正言, 李小波, 徐旭宇, 等. 双基地 MIMO 雷达角度快速跟踪算法[J]. 信号处理, 2016, 32(6): 701-706. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2016.06.009.  
ZHANG Zhengyan, LI Xiaobo, XU Xuyu, *et al.* Target angle rapid algorithm for bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2016, 32(6): 701-706. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2016.06.009.
- [15] WU H L and ZHANG X F. DOD and DOA tracking for bistatic MIMO radar using PASTd without additional angles pairing[C]. IEEE Fifth International Conference on Advanced Computational Intelligence, Nanjing, 2012: 1132-1136. doi: 10.1109/ICACI.2012.6463350.
- [16] ZHANG W T, LOU S T, LI X J, *et al.* Tracking multiple target in MIMO radar Via adaptive asymmetric joint diagonalization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(11): 2880-2893. doi: 10.1109/TSP.2016.2535249.
- 张正言：男，1991 年生，博士生，研究方向为阵列信号处理、MIMO 雷达信号处理。
- 张剑云：男，1963 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为雷达及目标环境模拟、雷达信号处理、高速信号处理。