

目标引入干扰条件下的 Wald 检测器

杨海峰 谢文冲 唐 塘 罗玉文 刘维建* 王永良
(空军预警学院 武汉 430019)

摘 要: 多径效应或多输入多输出(MIMO)雷达发射波形不完全正交的情况下会引入干扰, 此种干扰通常被称为目标引入干扰。针对存在目标引入干扰的目标检测问题, 该文基于 Wald 准则提出适用于均匀环境和非均匀环境下的自适应检测器, 所提出的检测器可有效抑制目标引入的干扰, 且具有恒虚警率(CFAR)特性。仿真结果表明, 当干扰子空间已知时, 该文所提出的检测器可完全抑制干扰, 当干扰子空间未知时, 所提检测器可有效抑制位于信号子空间的正交补空间内的干扰。

关键词: 自适应检测; 多通道信号检测; 目标引入干扰; Wald 检测准则

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)09-2212-07

DOI: 10.11999/JEIT161333

Wald Tester for Signal Detection in the Presence of Target-induced Interference

YANG Haifeng XIE Wenchong TANG Tang LUO Yuwen
LIU Weijian WANG Yongliang
(Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: In radar system, the target-induced interference often arises due to multipath effect or non-ideal transmit waveform of Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar. For the issue of detecting a target with target-induced interference, the detectors are proposed based on the design criterion of Wald test both in the homogeneous environment and partially homogeneous environment. The proposed detectors are proved to be effective for suppressing the target-induced interference and they can ensure the desirable Constant False Alarm Rate (CFAR) property with respect to the unknown parameters of the noise. Simulation results show that the proposed detectors can suppress the interference effectively when the interference subspace is known, and can suppress the interference lying in the orthogonal complement space of the nominal signal subspace when the interference is completely unknown.

Key words: Adaptive detection; Multichannel signal detection; Target-induced interference; Wald test criterion

1 引言

多通道信号自适应检测是雷达领域的一个重要研究内容。针对高斯噪声背景下目标导向矢量已知的检测问题, Kelly^[1]基于广义似然比准则 (Generalized Likelihood Ratio Test, GLRT)提出了 GLRT 检测器, 记作 KGLRT 检测器。基于 GLRT 准则的两步实现, 文献[2]得到了自适应匹配滤波 (Adaptive Matched Filter, AMF) 检测器。根据

Wald 和 Rao 准则, De Maio 分别提出了 Wald 检测器^[3]和 Rao 检测器^[4], 并指出 Wald 检测器和 AMF 检测器等价, 且对失配信号具有较好的稳健检测能力, Rao 检测器则对失配信号具有更好的抑制能力。以上检测器都是在均匀环境下提出, 即假设待检测单元的噪声协方差矩阵和训练样本的噪声协方差矩阵相同。针对非均匀环境, 即待检测单元的噪声协方差矩阵为训练样本的噪声协方差矩阵乘上一个未知的标量因子, 文献[5]提出了自适应相干估计器 (Adaptive Coherence Estimator, ACE)。上述检测器均假设信号为秩 1 信号, 文献[6-9]将自适应检测器扩展到子空间形式, 即信号位于秩大于 1 的子空间中, 该子空间已知, 但坐标未知。

雷达系统除了接收到目标信号外, 还常常面临干扰问题。针对干扰已知的情况, 文献[10]提出了均

收稿日期: 2016-12-08; 改回日期: 2017-04-19; 网络出版: 2017-05-18

*通信作者: 刘维建 liuvjian@163.com

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(61501505, 61501506), 湖北省自然科学基金(2015CFB607)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61501505, 61501506), Hubei Provincial Natural Science Foundation (2015CFB607)

均匀环境和非均匀环境下的 GLRT 和两步 GLRT 检测器, 相应 Rao 检测器在文献[11]中被提出。基于不变性原理, 文献[12, 13]推导了子空间干扰下扩展目标的最大不变统计量, 并给出了多个相应的检测器形式。在某些应用中很难获得干扰精确的信息, 为此, 文献[14]给出了干扰部分已知时的检测器及其虚警概率和检测概率的解析表达式。针对干扰完全未知的情况, 文献[15]提出了自适应正交抑制检测器和自适应斜投影检测器, 文献[16]得到了自适应正交抑制检测器解析的检测概率和虚警概率。

文献[10, 12]均假设无论待检测单元是否存在目标, 干扰总是存在。但在实际雷达系统中干扰可能是由目标引入的, 即干扰只存在于有目标的假设下, 如多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达中由于信号不完全正交使得不同波形不能完全分离^[17, 18], 因此会出现目标引入的干扰。此外, 多径效应也是一个由目标引入干扰的典型情形^[19]。针对目标引入的干扰, 文献[19, 20]将干扰建模成一个随机过程, 然后利用 GLRT 准则来设计检测器。但这两种检测器的实现形式都较复杂, 且在干扰强度较大时两种检测器的干扰抑制性能都较差。此外, 文献[19]中的检测器可不需要干扰信息, 但需要确定两种假设下干扰加噪声协方差矩阵的偏离程度。文献[20]中的检测器要求干扰子空间已知, 但实际上往往很难得到干扰子空间的信息。并且这两种检测器均基于均匀环境, 对非均匀环境还需要进一步研究。

文献[19, 20]中的信号均为秩 1 信号, 子空间信号为秩 1 信号的扩展, 可广泛应用在直升机检测^[21]、极化目标检测^[22]等方面。针对目标引入干扰的检测问题, 本文首先将文献[19, 20]中秩 1 信号模型扩展为子空间信号模型。针对干扰子空间已知的情况, 分别推导了均匀环境和非均匀环境下的 Wald 检测器; 当干扰子空间完全未知时, 得到了均匀环境的 Wald 检测器, 并证明 Wald 检测器具有恒虚警率(Constant False Alarm Rate, CFAR)特性。

2 问题描述

考虑二元假设检验, H_1 表示目标存在, H_0 表示目标不存在。令 $N \times 1$ 维列向量 \mathbf{x} 为待检测数据, 则此二元假设检验问题可表示为

$$\left. \begin{aligned} H_1: \mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{p} + \mathbf{n}, \mathbf{x}_l = \mathbf{n}_l, l = 1, 2, \dots, L \\ H_0: \mathbf{x} = \mathbf{n}, \mathbf{x}_l = \mathbf{n}_l, l = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{s} = \mathbf{H}\boldsymbol{\theta}$ 表示目标信号, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times p}$ 表示信号子空间, $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{C}^{p \times 1}$ 为信号相应的坐标向量, $\mathbb{C}^{N \times p}$ 表示 $N \times p$ 维复数空间。 $\mathbf{p} = \mathbf{J}\mathbf{q}$ 表示由目标信号引入的

干扰, $\mathbf{J} \in \mathbb{C}^{N \times q}$ 表示干扰子空间, $\mathbf{q} \in \mathbb{C}^{q \times 1}$ 表示干扰对应的坐标向量。当 \mathbf{q} 为未知确定矢量时, 干扰 \mathbf{p} 为未知确定干扰^[10]。当 \mathbf{q} 为未知随机变量时, 干扰 \mathbf{p} 为未知随机干扰^[19, 20]。 \mathbf{n} 表示均值为零, 方差为 \mathbf{R}_l 的复高斯噪声, 记作 $\mathbf{n} \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{R}_l)$, \mathbf{x}_l 表示不含目标信号的第 l 个样本数据, \mathbf{n}_l 表示均值为零, 方差为 \mathbf{R} 的复高斯噪声, 即 $\mathbf{n}_l \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ 。在均匀环境下 $\mathbf{R}_l = \mathbf{R}$, 在非均匀环境下 $\mathbf{R}_l = \sigma^2 \mathbf{R}$ 。

由式(1)可得两种假设下的概率密度函数(Probability Distribution Function, PDF)为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x} | \mathbf{R}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}, \sigma^2, H_b) \\ = \left[\pi^{N(L+1)} \sigma^{2N} \det^{L+1}(\mathbf{R}) \right]^{-1} \\ \cdot \exp \left\{ -\text{tr}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{S}) \right. \\ \left. - \text{tr}[\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x} - b\mathbf{H}\boldsymbol{\theta} - b\mathbf{J}\mathbf{q})(\mathbf{x} - b\mathbf{H}\boldsymbol{\theta} \right. \\ \left. - b\mathbf{J}\mathbf{q})^H] / \sigma^2 \right\}, b = 0, 1 \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{S} = \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_l \mathbf{x}_l^H$, $(\cdot)^H$ 表示矩阵的共轭转置。

3 检测器设计

本节利用 Wald 准则设计式(1)模型下的自适应检测器。首先分别推导了干扰子空间已知背景下均匀环境和非均匀环境的 Wald 检测器。然后给出在干扰子空间未知背景下均匀环境的 Wald 检测器, 并指出在干扰子空间未知背景下, 非均匀环境的 Wald 检测器失效。

Wald 准则可表示为^[23]

$$t_{\text{Wald}} = (\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}_0)^H \left\{ \left[\mathbf{I}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1) \right]_{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}} \right\}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}_0) \quad (3)$$

其中, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$ 表示 $\boldsymbol{\theta}$ 在 H_1 假设下的最大似然估计(Maximum Likelihood Estimate, MLE), $\boldsymbol{\theta}_0$ 表示 $\boldsymbol{\theta}$ 在 H_0 假设下的值。 $\boldsymbol{\Theta}$ 表示所有未知参数, $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_1$ 表示所有未知参数在 H_1 假设下的 MLE。

$$\mathbf{I}_{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\Theta}) = -\mathbf{E} \left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{x} | \mathbf{R}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}, \sigma^2, H_1)}{\partial \boldsymbol{\theta}^* \partial \boldsymbol{\theta}^T} \right] \quad (4)$$

3.1 干扰子空间已知

令式(2)中 $b = 1$, 取自然对数后求 \mathbf{q} 的导数并令其等于零, 可得在 H_1 下 \mathbf{q} 的 MLE 为

$$\hat{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{H}\boldsymbol{\theta}) \quad (5)$$

将式(5)代入到式(2), 取其自然对数后求 $\boldsymbol{\theta}$ 的导数并令其等于零, 可得在 H_1 下 $\boldsymbol{\theta}$ 的 MLE 为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{A} = \mathbf{I}_N - \mathbf{J}(\mathbf{J}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^H \mathbf{R}^{-1}$, \mathbf{I}_N 为 N 维单位矩阵。根据式(4)可得

$$I_{\theta,\theta}(\Theta) = \mathbf{H}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} / \sigma^2 \quad (7)$$

将式(5)和式(6)代入到式(2)并取自然对数可得
 $-N \ln \sigma^2 - (L+1) \ln \det(\mathbf{R}) - \text{tr}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{S})$

$$- \left[\mathbf{x}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{x}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H} \cdot \left(\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} \right] / \sigma^2 \quad (8)$$

对式(8)求 \mathbf{R} 的导数并令其等于零可得

$$\begin{aligned} & -(L+1)\mathbf{R} + \mathbf{S} + \mathbf{A} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{A}^H / \sigma^2 \\ & + \mathbf{A} \mathbf{H} \left(\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{A}^H \\ & \cdot \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H} \left(\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H / \sigma^2 \\ & - \mathbf{A} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H} \left(\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H / \sigma^2 \\ & - \mathbf{A} \mathbf{H} \left(\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{A}^H / \sigma^2 \\ & = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)右乘 $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{H}$ 可得 H_1 下 \mathbf{R} 的 MLE 为

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{S} / (L+1) \quad (10)$$

当 $\sigma^2 = 1$ 时, 将式(6), 式(7)和式(10)代入到式(3)中可得均匀环境下 Wald 检测器为

$$t_{\text{Wald-HE}} = \tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}} \tilde{\mathbf{x}} \quad (11)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{S}^{-1/2} \mathbf{x}$, $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}} = \tilde{\mathbf{H}} \left(\tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp}$,
 $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} = \mathbf{I}_N - \tilde{\mathbf{J}} \left(\tilde{\mathbf{J}}^H \tilde{\mathbf{J}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{J}}^H$, $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{S}^{-1/2} \mathbf{H}$, $\tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{S}^{-1/2} \mathbf{J}$.

非均匀环境下需要求 σ^2 的 MLE。首先将式(10)代入到式(8)后求 σ^2 的导数并令其等于零可得在 H_1 下 σ^2 的 MLE 为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{L+1}{N} \tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp H} \left[\mathbf{I}_N - \tilde{\mathbf{H}} \left(\tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^H \right] \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}} \quad (12)$$

则非均匀环境下的 Wald 检测器可表示为

$$\begin{aligned} t_{\text{Wald-PHE}} &= \frac{\tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}} \tilde{\mathbf{x}}}{\tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp H} \left[\mathbf{I}_N - \tilde{\mathbf{H}} \left(\tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^H \right] \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}}} \\ &= \frac{\tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}} \tilde{\mathbf{x}}}{\tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{B}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}}} \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\tilde{\mathbf{B}} = [\tilde{\mathbf{H}} \quad \tilde{\mathbf{J}}]$, $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{B}}}^{\perp} = \mathbf{I}_N - \tilde{\mathbf{B}} \left(\tilde{\mathbf{B}}^H \tilde{\mathbf{B}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^H$.

3.2 干扰子空间未知

在某些情况中, 干扰所在的子空间可能无法获得, 即干扰子空间未知。采用和文献[15]相同的方法对干扰信号进行正交建模, 即假设干扰子空间与信号子空间正交。此时 $\mathbf{J} = \mathbf{H}^{\perp} \in \mathbb{C}^{N \times (N-p)}$, 且满足 $\mathbf{J}^H \mathbf{H} = \mathbf{0}_{(N-p) \times p}$, $\mathbf{J}^H \mathbf{J} = \mathbf{I}_{(N-p) \times (N-p)}$, $\mathbf{0}_{(N-p) \times p}$ 表示 $(N-p) \times p$ 维零矩阵。采用和 3.1 节相同的方法可得

出均匀环境下的 Wald 检测器为

$$t'_{\text{Wald-HE}} = \tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}} \tilde{\mathbf{x}} \quad (14)$$

非均匀环境下的 Wald 检测器为

$$t'_{\text{Wald-PHE}} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}} \tilde{\mathbf{x}}}{\tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^{\perp H} \left[\mathbf{I}_N - \tilde{\mathbf{H}} \left(\tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^{\perp} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^H \right] \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}}} \quad (15)$$

由于式(15)中分母可表示为

$$\begin{aligned} & \mathbf{x}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^{\perp H} \left[\mathbf{I}_N - \tilde{\mathbf{H}} \left(\tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^{\perp} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^H \right] \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^{\perp} \mathbf{x} \\ & = \mathbf{x}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^{\perp} \mathbf{x} - \mathbf{x}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}}^{\perp} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{H}}^{\perp}} \mathbf{x} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

因此在非均匀环境中 Wald 检测器失效。

式(14)和式(15)的检测器与式(11)和式(13)的差异在于, 式(11)和式(13)中干扰子空间已知, 而式(14)和式(15)中干扰子空间未知, 为此我们假设干扰子空间与信号子空间正交。而在实际情况中, 干扰可能并不与信号子空间正交。

4 检测器特性分析

本节首先分析该模型下 Wald 检测器和 GLRT 检测器的区别, 然后证明本文提出的 Wald 检测器具有 CFAR 特性。

4.1 Wald 检测器和 GLRT 检测器的区别

GLRT 准则通常被用来设计自适应检测器。针对存在目标引入干扰的目标检测问题, 采用 GLRT 准则设计的检测器失效。为说明该模型下 GLRT 检测器失效的原因以及本文提出的 Wald 检测器抑制干扰的原理, 本节首先给出该模型下 GLRT 检测器的具体形式, 然后分别对 GLRT 检测器和 Wald 检测器进行分析。

GLRT 检测器可表示为

$$t_{\text{GLRT}} = \frac{\max_{\mathbf{R}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}} f(\mathbf{x} | \mathbf{R}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}, H_1)}{\max_{\mathbf{R}} f(\mathbf{x} | \mathbf{R}, H_0)} \quad (17)$$

令 $\mathbf{W} = [\mathbf{H} \quad \mathbf{J}]$, $\mathbf{y} = [\boldsymbol{\theta} \quad \mathbf{q}]^T$, 则式(2)可改写为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x} | \mathbf{R}, \mathbf{y}, H_b) &= \left[\pi^{N(L+1)} \det^{L+1}(\mathbf{R}) \right]^{-1} \\ & \cdot \exp \left\{ -\text{tr}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{S}) \right. \\ & \left. - \text{tr} \left[\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{x} - b \mathbf{W} \mathbf{y}) (\mathbf{x} - b \mathbf{W} \mathbf{y})^H \right] \right\}, \\ & b = 0, 1 \end{aligned} \quad (18)$$

对式(18)取自然对数后求 \mathbf{R} 的导数, 并令其等于零可得 \mathbf{R} 的 MLE 为

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{S} + (\mathbf{x} - b \mathbf{W} \mathbf{y}) (\mathbf{x} - b \mathbf{W} \mathbf{y})^H}{L+1}, \quad b = 0, 1 \quad (19)$$

将式(19)代入到式(18)后求 \mathbf{y} 的导数可得 H_1 下

y 的 MLE 为

$$\hat{y} = (\mathbf{W}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} \quad (20)$$

将式(19)和式(20)代入式(18)可得均匀环境下的 GLRT 检测器为

$$t_{\text{GLRT-HE}} = (1 + \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}) \left/ \left[1 + \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} - \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W} (\mathbf{W}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} \right] \right. \quad (21)$$

当干扰未知时, GLRT 检测器可表示为

$$t'_{\text{GLRT-HE}} = (1 + \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}) \left/ \left[1 + \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} - \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \overline{\mathbf{W}} (\overline{\mathbf{W}}^H \mathbf{S}^{-1} \overline{\mathbf{W}})^{-1} \overline{\mathbf{W}}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} \right] \right. \quad (22)$$

其中, $\overline{\mathbf{W}} = [\mathbf{H} \ \mathbf{H}^\perp]$ 。由于 \mathbf{H}^\perp 是 \mathbf{H} 的补空间, 则 $\overline{\mathbf{W}}$ 是满秩矩阵。式(22)可改写为

$$t'_{\text{GLRT-HE}} = (1 + \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}) \left/ \left[1 + \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} - \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \overline{\mathbf{W}} \overline{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{S} (\overline{\mathbf{W}}^H)^{-1} \overline{\mathbf{W}}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} \right] \right. = 1 + \mathbf{x}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} \quad (23)$$

从式(17)可看出, GLRT 检测器利用两种假设下 PDF 的区别进行判决。式(18)中两种情况下 PDF 的区别为 $\mathbf{W}y$, 即目标与干扰信号之和。因此, GLRT 检测器可利用目标和干扰信号之和来进行判决, 这提高了目标检测概率。但在实际情况中, 雷达不仅要判断目标是否存在, 更重要的是确定目标是否存在于天线主波束指向的方位。而当干扰存在时, GLRT 检测器会在多个方位检测到目标, 从而导致大量虚警。因此该模型下不能利用式(21)和式(23)的检测器来检测目标。

式(11)中 $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}} \tilde{\mathbf{x}}$ 是对接收数据准白化后再进行斜投影, 即沿干扰子空间 $\tilde{\mathbf{J}}$ 向信号子空间 $\tilde{\mathbf{H}}$ 进行投影。因此式(11)是一个能量检测器, 其利用与干扰子空间 $\tilde{\mathbf{J}}$ 平行的信号子空间 $\tilde{\mathbf{H}}$ 内的能量大小来判断目标是否存在。对于非均匀环境下的 Wald 检测器, 式(13)中分母可表示为

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp \text{H}} \left[\mathbf{I}_N - \tilde{\mathbf{H}} (\tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{H}})^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^H \right] \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}} \\ & = \tilde{\mathbf{x}}^H \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}^H \tilde{\mathbf{H}} (\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}})^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (24)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}}$, $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{J}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{H}}$ 。式(24)首先对接收数据 $\tilde{\mathbf{x}}$ 进行准白化处理得到 $\tilde{\mathbf{x}}$, 接着将其正交投影到干扰子空间 $\tilde{\mathbf{J}}$ 的正交补空间得到 $\tilde{\mathbf{x}}$, 然后再将 $\tilde{\mathbf{x}}$ 正交投影到 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的正交补空间, 最后求投影后的信号能量。故非均匀环境下的 Wald 检测器实际上是经过

斜投影 $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}}$ 后接收数据的能量比上两次正交投影后 $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}}$ 的能量。

由上面分析可知, 无论是均匀环境还是非均匀环境, Wald 检测器都需要将接收数据斜投影到平行于干扰子空间的信号子空间或者是正交投影到干扰子空间的正交补空间。在这个过程中, Wald 检测器完成了对干扰的抑制。

当干扰子空间未知时, 干扰子空间被建模为信号子空间的正交补空间。此时通过斜投影处理后, 可有效抑制位于信号子空间的正交补空间内的干扰。但位于信号子空间内的干扰则得不到抑制。因此, 在干扰完全未知条件下, Wald 检测器也可有效抑制位于信号子空间的补空间内的干扰信号, 但其不能将干扰完全抑制。

4.2 Wald 检测器的 CFAR 特性

首先对检测统计量进行白化处理, 即式(11)可表示为

$$\tilde{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}}^H \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{J}}} \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}^H \overline{\mathbf{F}} \overline{\mathbf{H}} (\overline{\mathbf{H}}^H \overline{\mathbf{F}} \overline{\mathbf{H}})^{-1} \cdot \overline{\mathbf{H}}^H \overline{\mathbf{S}}^{-1} \overline{\mathbf{H}} (\overline{\mathbf{H}}^H \overline{\mathbf{F}} \overline{\mathbf{H}})^{-1} \overline{\mathbf{H}}^H \overline{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{x}} \quad (25)$$

其中, $\mathbf{F} = \mathbf{S}^{-1} - \mathbf{S}^{-1} \mathbf{J} (\mathbf{J}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^H \mathbf{S}^{-1}$, $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{x}$, $\overline{\mathbf{S}}^{-1} = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{R}^{1/2}$, $\overline{\mathbf{J}} = \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{J}$ 。

$$\overline{\mathbf{F}} = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{F} \mathbf{R}^{1/2} = \overline{\mathbf{S}}^{-1} - \overline{\mathbf{S}}^{-1} \overline{\mathbf{J}} (\overline{\mathbf{J}}^H \overline{\mathbf{S}}^{-1} \overline{\mathbf{J}})^{-1} \overline{\mathbf{J}}^H \overline{\mathbf{S}}^{-1} \quad (26)$$

其中, 在 H_0 假设下 $\tilde{\mathbf{x}}$ 服从均值为零, 方差为 \mathbf{I}_N 的复高斯分布, $\overline{\mathbf{S}}$ 服从协方差矩阵为 \mathbf{I}_N , 自由度为 L 的 N 维复维沙特分布^[24]。

令酉矩阵 $\mathbf{U} = [\mathbf{J} (\mathbf{J}^H \mathbf{J})^{-1/2} \ \mathbf{J}_\perp]$, 其满足 $\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}_N$, $\mathbf{J}_\perp^H \mathbf{J} (\mathbf{J}^H \mathbf{J})^{-1/2} = \mathbf{0}_{(N-q) \times q}$, 则式(25)可改写为

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathbf{x}}^H \overline{\mathbf{F}} \overline{\mathbf{H}} (\overline{\mathbf{H}}^H \overline{\mathbf{F}} \overline{\mathbf{H}})^{-1} \overline{\mathbf{H}}^H \overline{\mathbf{S}}^{-1} \overline{\mathbf{H}} (\overline{\mathbf{H}}^H \overline{\mathbf{F}} \overline{\mathbf{H}})^{-1} \overline{\mathbf{H}}^H \overline{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{x}} \\ & = \tilde{\mathbf{x}}_U^H \overline{\mathbf{F}}_U \overline{\mathbf{H}}_U (\overline{\mathbf{H}}_U^H \overline{\mathbf{F}}_U \overline{\mathbf{H}}_U)^{-1} \overline{\mathbf{H}}_U^H \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \overline{\mathbf{H}}_U \\ & \quad \cdot (\overline{\mathbf{H}}_U^H \overline{\mathbf{F}}_U \overline{\mathbf{H}}_U)^{-1} \overline{\mathbf{H}}_U^H \overline{\mathbf{F}}_U \tilde{\mathbf{x}}_U \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}}_U = \mathbf{U}^H \tilde{\mathbf{x}}$, $\overline{\mathbf{F}}_U = \mathbf{U}^H \overline{\mathbf{F}} \mathbf{U}$, $\overline{\mathbf{H}}_U = \mathbf{U}^H \overline{\mathbf{H}}$ 。由于

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{F}}_U & = \mathbf{U}^H \left[\overline{\mathbf{S}}^{-1} - \overline{\mathbf{S}}^{-1} \overline{\mathbf{J}} (\overline{\mathbf{J}}^H \overline{\mathbf{S}}^{-1} \overline{\mathbf{J}})^{-1} \overline{\mathbf{J}}^H \overline{\mathbf{S}}^{-1} \right] \mathbf{U} \\ & = \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} - \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \overline{\mathbf{J}}_U (\overline{\mathbf{J}}_U^H \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \overline{\mathbf{J}}_U)^{-1} \overline{\mathbf{J}}_U^H \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \end{aligned} \quad (28)$$

且 $\overline{\mathbf{J}}_U = \mathbf{U}^H \overline{\mathbf{J}} = [(\mathbf{J}^H \mathbf{J})^{1/2} \ \mathbf{0}_{(N-q) \times q}]^T = \mathbf{E}_q (\mathbf{J}^H \mathbf{J})^{1/2}$, $\mathbf{E}_q = [\mathbf{I}_q \ \mathbf{0}_{(N-q) \times q}]^T$ 。则式(28)可改写为

$$\begin{aligned} & \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} - \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \overline{\mathbf{J}}_U (\overline{\mathbf{J}}_U^H \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \overline{\mathbf{J}}_U)^{-1} \overline{\mathbf{J}}_U^H \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \\ & = \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} - \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} (\mathbf{E}_q^H \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \mathbf{E}_q)^{-1} \overline{\mathbf{S}}_U^{-1} \end{aligned} \quad (29)$$

由于 $\bar{\mathbf{S}}$ 在 H_0 条件下和 \mathbf{R} 无关, 则 $\bar{\mathbf{S}}_U$ 也和 \mathbf{R} 无关, 因此 $\bar{\mathbf{F}}_U$ 在 H_0 条件下和 \mathbf{R} 无关。

$$\begin{aligned} & \bar{\mathbf{x}}_U^H \bar{\mathbf{F}}_U \bar{\mathbf{H}}_U \left(\bar{\mathbf{H}}_U^H \bar{\mathbf{F}}_U \bar{\mathbf{H}}_U \right)^{-1} \bar{\mathbf{H}}_U^H \bar{\mathbf{S}}_U^{-1} \bar{\mathbf{H}}_U \left(\bar{\mathbf{H}}_U^H \bar{\mathbf{F}}_U \bar{\mathbf{H}}_U \right)^{-1} \bar{\mathbf{H}}_U^H \bar{\mathbf{F}}_U \bar{\mathbf{x}}_U \\ & = \bar{\mathbf{x}}_U^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{F}}_U \mathbf{Q} \mathbf{E}_p \left(\mathbf{E}_p^H \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{F}}_U \mathbf{Q} \mathbf{E}_p \right)^{-1} \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{S}}_U^{-1} \mathbf{Q} \left(\mathbf{E}_p^H \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{F}}_U \mathbf{Q} \mathbf{E}_p \right)^{-1} \mathbf{E}_p^H \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{F}}_U \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{x}}_U \end{aligned} \quad (30)$$

其中, $\mathbf{E}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0}_{(N-p) \times p} \end{bmatrix}^T$ 。由于在 H_0 假设下 $\bar{\mathbf{x}}_U$, $\bar{\mathbf{F}}_U$ 和 $\bar{\mathbf{S}}_U$ 均与 \mathbf{R} 无关, 因此在 H_0 假设下式(11)与 \mathbf{R} 无关, 即均匀环境下 Wald 检测器对噪声协方差矩阵 \mathbf{R} 具有 CFAR 特性。

在非均匀环境下, 采用与式(25)和式(26)类似的方法可得

$$\begin{aligned} & \bar{\mathbf{x}}^H \mathbf{P}_j^{\perp H} \left[\mathbf{I}_N - \bar{\mathbf{H}} \left(\bar{\mathbf{H}}^H \mathbf{P}_j^{\perp} \bar{\mathbf{H}} \right)^{-1} \bar{\mathbf{H}}^H \right] \mathbf{P}_j^{\perp} \bar{\mathbf{x}} \\ & = \bar{\mathbf{x}}_U^H \bar{\mathbf{F}}_U \left[\mathbf{I}_N - \bar{\mathbf{H}}_U \left(\bar{\mathbf{H}}_U^H \bar{\mathbf{F}}_U \bar{\mathbf{H}}_U \right)^{-1} \bar{\mathbf{H}}_U^H \right] \bar{\mathbf{F}}_U \bar{\mathbf{x}}_U \end{aligned} \quad (31)$$

采用与式(30)相同的方法可得

$$\begin{aligned} & \bar{\mathbf{x}}_U^H \bar{\mathbf{F}}_U \left[\mathbf{I}_N - \bar{\mathbf{H}}_U \left(\bar{\mathbf{H}}_U^H \bar{\mathbf{F}}_U \bar{\mathbf{H}}_U \right)^{-1} \bar{\mathbf{H}}_U^H \right] \bar{\mathbf{F}}_U \bar{\mathbf{x}}_U \\ & = \bar{\mathbf{x}}_U^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{F}}_U \mathbf{Q} \left[\mathbf{I}_N - \mathbf{Q} \mathbf{E}_p \left(\mathbf{E}_p^H \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{F}}_U \mathbf{Q} \mathbf{E}_p \right)^{-1} \mathbf{E}_p^H \mathbf{Q}^H \right] \\ & \quad \cdot \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{F}}_U \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{x}}_U \end{aligned} \quad (32)$$

可见非均匀环境下的 Wald 检测器对噪声协方差矩阵 \mathbf{R} 也具有 CFAR 特性。当干扰子空间完全未知时, 均匀环境下 Wald 检测器的 CFAR 特性证明和干扰子空间已知时的方法相同。

5 仿真分析

为验证本文提出的 Wald 检测器的干扰抑制性能, 本节分别仿真干扰子空间已知和干扰子空间未知两个条件下不同检测器的检测概率曲线。针对目标引入干扰, 文献[19]给出了存在多径效应且干扰子空间未知条件下的 GLRT 检测器, 仿真中用 AGLRT 表示; 文献[20]给出了干扰子空间已知条件下的 GLRT 检测器, 仿真中用 WGLRT 表示。为比较不同检测器的干扰抑制性能, 将没有干扰时的子空间 GLRT 检测器^[8]选为性能标准, 用 BGLRT 表示。由于 WGLRT 和 AGLRT 在均匀环境中不适用, 因此在非均匀环境中没有这两个检测器的检测性能曲线。

虚警概率设置为 10^{-3} , 采用蒙特卡洛仿真分别获得检测门限和检测概率, 其中检测门限和检测概率均通过 10^5 次实验得到。令 $N = 16$, 样本数为 32, 噪声协方差矩阵的第 (m, n) 个元素为

$$\mathbf{R}(m, n) = \varepsilon^{m-n}, \quad m = 1, 2, \dots, N, n = 1, 2, \dots, N \quad (33)$$

其中, $\varepsilon = 0.9$, 均匀环境中 $\sigma^2 = 1$, 非均匀环境中 $\sigma^2 = 2$ 。信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)表示为 $\text{SNR} = \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \boldsymbol{\theta} / \text{tr}(\mathbf{R}_t)$ 。

令 $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{H}}_U \left(\bar{\mathbf{H}}_U^H \bar{\mathbf{H}}_U \right)^{-1/2} & \bar{\mathbf{H}}_{\perp} \end{bmatrix}$, $\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H = \mathbf{I}_N$, $\bar{\mathbf{H}}_{\perp}^H \bar{\mathbf{H}}_U \left(\bar{\mathbf{H}}_U^H \bar{\mathbf{H}}_U \right)^{-1/2} = \mathbf{0}_{(N-p) \times p}$, 则式(25)可表示为

当干扰子空间已知时, 根据干扰坐标向量是未知确定矢量还是随机矢量, 可将干扰分为未知确定干扰和未知随机干扰, 未知确定干扰和未知随机干扰的干扰比(Interference-to-Noise-Ratio, INR)分别可定义为 $\text{INR} = \mathbf{q}^H \mathbf{J}^H \mathbf{J} \mathbf{q} / \text{tr}(\mathbf{R}_t)$ 和 $\text{INR} = \text{tr}(\mathbf{J}^H \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{J}) / \text{tr}(\mathbf{R}_t)$ 。其中 $\boldsymbol{\Sigma}$ 是 \mathbf{q} 的协方差矩阵, 即 $\mathbf{q} \sim \text{CN}(\mathbf{0}_q, \boldsymbol{\Sigma})$, $\boldsymbol{\Sigma}$ 的第 (m, n) 个元素可表示为

$$\boldsymbol{\Sigma}(m, n) = \tau^{m-n}, \quad m = 1, 2, \dots, q, n = 1, 2, \dots, q \quad (34)$$

其中, $\tau = 0.6$ 。

信号子空间设置为 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2]$, $\mathbf{h}_i = [1 \quad e^{-j2\pi f_i} \dots e^{-j2\pi(N-1)f_i}]^T$, $i = 1, 2, f_1 = 0, f_2 = 0.1$ 。干扰子空间设置为 $\mathbf{J} = [\mathbf{j}_1 \quad \mathbf{j}_2 \quad \mathbf{j}_3 \quad \mathbf{j}_4]$, $\mathbf{j}_k = [1 \quad e^{-j2\pi f_{j,k}} \dots e^{-j2\pi(N-1)f_{j,k}}]^T$, $k = 1, 2, 3, 4$, $f_{j,1} = -0.15$, $f_{j,2} = -0.10$, $f_{j,3} = 0.20$, $f_{j,4} = 0.30$ 。

图 1(a)中 WGLRT 和 AGLRT 检测器在 SNR 较低时就能以较高的概率检测到目标, 这是由于 WGLRT 和 AGLRT 不能有效抑制干扰, 从而导致 WGLRT 和 AGLRT 检测器将干扰当成目标, 这实际上是一种错误判决。特别是当干扰强度较大时这种错误判决更为严重, 如图 1(b)。而 Wald 检测器在 INR 较低(图 1(a))和 INR 较高(图 1(b))两种条件下的检测概率曲线均和没有干扰情况下的 BGLRT 接近, 即 Wald 检测器可有效抑制目标引入的干扰。从图 1(c)中可看出, 在非均匀环境中, Wald 检测器的检测性能也与 BGLRT 检测器的检测性能几乎一致, 即非均匀环境中的 Wald 检测器也可有效抑制干扰。

图 2 给出了存在未知干扰时的检测性能, 从图 2 中可以看出每种检测器的检测性能曲线的变化趋势和图 1 中相同, 这说明对于未知随机干扰, Wald 检测器具有很好的干扰抑制性能。

当 INR 较低时, 如图 3(a), Wald 检测器的目标检测性能稍高于 BGLRT 检测器。而当 INR 较高时, 如图 3(a), Wald 检测器在 SNR 较低时的检测性能显著高于 BGLRT 检测器。这是因为 Wald 检测器只能抑制与信号子空间正交的干扰, 因此不能完全抑制干扰, 这导致在 INR 较高且 SNR 较低时, Wald 检测器出现错误判决的概率增加。但 Wald 检测器的干扰抑制性能仍优于 AGLRT 和 WGLRT 检测器。

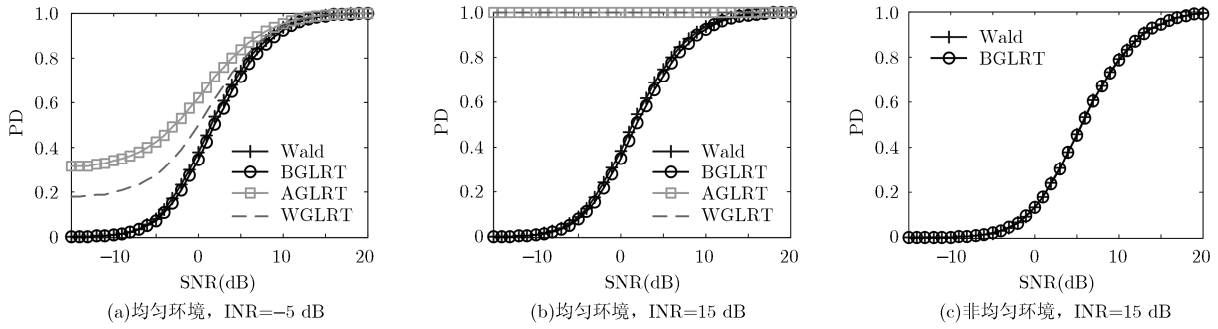


图1 均匀环境未知确定干扰背景下的检测性能曲线

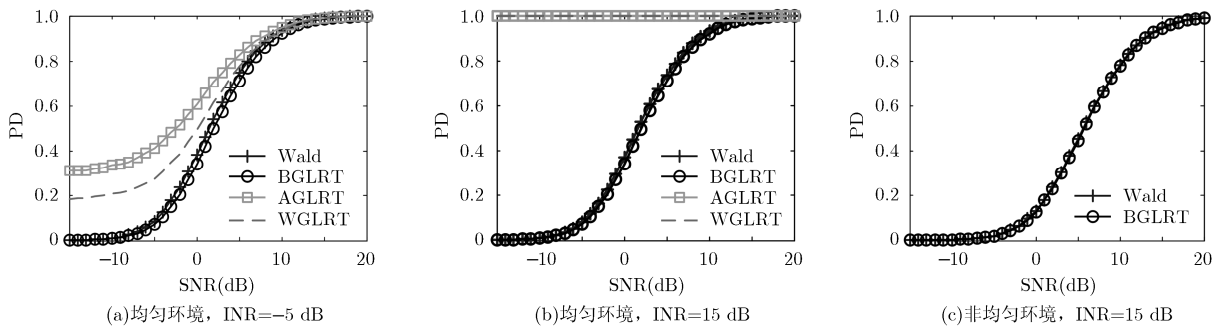


图2 未知随机干扰背景下的检测性能曲线

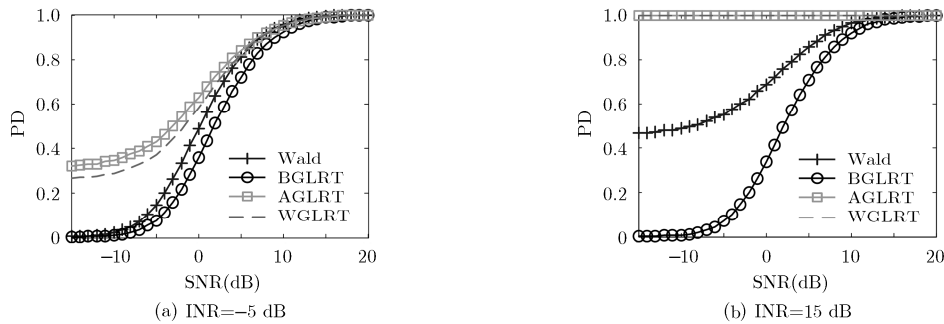


图3 均匀环境中完全未知干扰背景下的检测性能曲线

6 结论

本文针对目标引入干扰的检测问题进行研究，利用Wald准则推导了自适应检测器，证明了Wald检测器较GLRT检测器更适合抑制目标引入的干扰以及Wald检测器具有CFAR特性。仿真证明在干扰子空间已知的条件下Wald检测器可有效抑制干扰，在干扰子空间未知的条件下Wald检测器不能完全抑制干扰，但其仍可有效抑制与信号子空间正交的干扰。

参考文献

[1] KELLY E J. An adaptive detection algorithm[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, 22(1): 115-127. doi: 10.1109/TAES.1986.310745.

[2] CHEN W S and REED I S. A new CFAR detection test for radar[J]. *Digital Signal Processing*, 1991, 1(4): 198-214. doi: 10.1016/1051-2004(91)90113-Y.

[3] DE MAIO A. A new derivation of the adaptive matched filter [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(10): 792-793. doi: 10.1109/LSP.2004.835464.

[4] DE MAIO A. Rao test for adaptive detection in Gaussian interference with unknown covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7): 3577-3584. doi: 10.1109/TSP.2007.894238.

[5] KRAUT S and SCHARF L L. The CFAR adaptive subspace detector is a scale-invariant GLRT[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(9): 2538-2541. doi: 10.1109/78.782198.

[6] RAGHAVAN R S, PULSONE N, and MCLAUGHLIN D J.

- Performance of the GLRT for adaptive vector subspace detection[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32(4): 1473-1487. doi: 10.1109/7.543869.
- [7] LIU J, ZHANG Z J, and YANG Y. Optimal waveform design for generalized likelihood ratio and adaptive matched filter detectors using a diversely polarized antenna[J] *Signal Processing*, 2012, 92(4): 1126-1131. doi: 10.1016/j.sigpro.2011.11.006.
- [8] KRAUT S, SCHARF L L, and MCWHORTER L T. Adaptive subspace detectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(1): 1-16. doi: 10.1109/78.890324.
- [9] LIU W, XIE W, LIU J, *et al.* Adaptive double subspace signal detection in Gaussian background — Part I: Homogeneous environments[J] *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9): 2345-2357. doi: 10.1109/TSP.2014.2309556.
- [10] BANDIERA F, DE MAIO A, GRECO A S, *et al.* Adaptive radar detection of distributed targets in homogeneous and partially homogeneous noise plus subspace interference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(4): 1223-1237. doi: 10.1109/TSP.2006.888065.
- [11] LIU W, LIU J, HUANG L, *et al.* Rao tests for distributed target detection in interference and noise[J]. *Signal Processing*, 2015, 117(C): 333-342. doi: 10.1016/j.sigpro.2015.06.012.
- [12] CIUNZO D, DE MAIO A, and ORLANDO D. A unifying framework for adaptive radar detection in homogeneous plus structured interference — Part I: On the maximal invariant statistic[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(11): 2894-2906. doi: 10.1109/TSP.2016.2519003.
- [13] CIUNZO D, DE MAIO A, and ORLANDO D. A unifying framework for adaptive radar detection in homogeneous plus structured interference — Part II: Detectors design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(11): 2907-2919. doi: 10.1109/TSP.2016.2519005.
- [14] LIU W, WANG Y, LIU J, *et al.* Design and performance analysis of adaptive detectors for subspace signals in orthogonal interference and gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(5): 2068-2079. doi: 10.1109/TAES.2016.140152.
- [15] LIU W, LIU J, WANG L, *et al.* Adaptive array detection in noise and completely unknown jamming[J]. *Digital Signal Processing*, 2015, 46: 41-48. doi: 10.1016/j.dsp.2015.07.006.
- [16] LIU W, LIU J, HU X, *et al.* Statistical performance analysis of the adaptive orthogonal rejection detector[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2016, 23(6): 873-877. doi: 10.1109/LSP.2016.2550495.
- [17] AKÇAKAYA M and NEHORAI A. MIMO radar sensitivity analysis for target detection[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3241-3250. doi: 10.1109/TSP.2011.2141665.
- [18] WANG P, LI H, and HIMED B. Moving target detection for distributed MIMO radar with imperfect waveform separation [C]. *IEEE National Radar Conferences*, Ottawa, Canada, 2013: 1-5. doi: 10.1109/RADAR.2013.6586004.
- [19] AUBRY A, DE MAIO A, FOGLIA G, *et al.* Diffuse multipath exploitation for adaptive radar detection[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(5): 1268-1281. doi: 10.1109/TSP.2014.2388439.
- [20] WANG P, FANG J, LI H, *et al.* Detection with target-induced subspace interference[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2012, 19(7): 403-406. doi: 10.1109/LSP.2012.2197389.
- [21] GINI F and FARINA A. Matched subspace cfar detection of hovering helicopters[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(4): 1293-1305. doi: 10.1109/7.805446.
- [22] LEI S, ZHAO Z, NIE Z, *et al.* Adaptive polarimetric detection method for target in partially homogeneous background[J]. *Signal Processing*, 2015, 106: 301-311. doi: 10.1016/j.sigpro.2014.07.019.
- [23] LIU W, WANG Y, and XIE W. Fisher information matrix, Rao test, and Wald test for complex-valued signals and their applications[J]. *Signal Processing*, 2014, 94: 1-5. doi: 10.1016/j.sigpro.2013.06.032.
- [24] TAGUE J A and CALDWELL C I. Expectations of useful complex Wishart forms[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 1994, 5(3): 263-279. doi: 10.1007/BF00980709.
- 杨海峰: 男, 1986年生, 博士生, 研究方向为空时自适应检测、阵列信号处理.
- 谢文冲: 男, 1978年生, 博士, 副教授, 主要研究方向为机载雷达信号处理、阵列信号处理.
- 唐 璜: 男, 1983年生, 硕士, 助教, 主要研究方向为雷达系统、信号处理.
- 罗玉文: 男, 1974年生, 硕士, 讲师, 主要研究方向为新体制雷达、雷达对抗技术、光纤传感技术.
- 刘维建: 男, 1982年生, 博士, 讲师, 主要研究方向为空时自适应检测、阵列信号处理、抗干扰技术.
- 王永良: 男, 1965年生, 博士, 中国科学院院士, 主要研究方向为机载雷达信号处理、阵列信号处理、雷达系统设计.