

## 基于空域稀疏性的方位依赖阵列误差校正算法

李存勖 陈伯孝\*

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 针对方位依赖阵列误差的校正问题,通过引入少量精确校正的辅助阵元,该文给出一种基于空域稀疏性的方位依赖阵列误差校正算法。将受方位依赖阵列误差扰动的阵列流型表示为理想情况下的阵列流型与幅相误差系数矩阵的乘积形式。同时利用接收信号的空域稀疏性,对接收信号进行稀疏表示,将阵列误差自校正问题转化为一个二元最优化问题,再通过交替迭代的优化方式求得两个优化变量的最优解,从而实现了信号方位与方位依赖阵列误差的联合估计。该文所提算法相比于已有算法性能提升明显,参数估计性能优于传统算法且接近参数估计的Cramer-Rao下界,仿真实验也验证了算法的有效性和优越性。

**关键词:** 阵列误差校正;波达方向估计;空域稀疏性

**中图分类号:** TN958

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2017)09-2219-06

**DOI:** 10.11999/JEIT161318

## Spatial Sparsity Based Method on Calibration of Direction-dependent Array Errors

LI Cunxu CHEN Baixiao

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** For calibration of direction-dependent gain-phase errors, with a few precisely calibrated instrumental sensors, a method that jointly estimates the direction-dependent gain-phase errors and the target azimuth by spatial sparsity of the signal is proposed. The array manifold that perturbed by direction-dependent gain-phase errors is denoted by the multiplication form of ideally array manifold and a gain-phase errors coefficient matrix, then the received signal is represented by sparse form. The calibration for gain-phase error problem is formulated as a dual optimization problem, through alternating iterative optimization method to acquire the optimal solution of the two optimization variables, so as to realize the signal incident angle and azimuth dependent amplitude and phase errors of the optimized calculation. In this paper, the proposed algorithm has better performance than the existing algorithm, performance of the proposed algorithm is approximate to the Cramer-Rao low bound. The simulation experiments verify the effectiveness and superiority of the proposed algorithm.

**Key words:** Array calibration; Direction of arrive estimation; Spatial sparsity

### 1 引言

信源的波达方向(Direction Of Arrive, DOA)估计是阵列信号处理的重要内容之一,并在雷达、声呐、地质勘探等领域具有广泛的应用,其中以MUSIC和ESPRIT为代表的子空间类算法<sup>[1]</sup>引起了广泛的关注与研究。然而在工程应用中,受到各种现实因素的影响,实际的阵列往往会受到一定程度误差(如阵列幅相误差、阵元位置误差和阵元互耦等)的影响,使得实际的阵列流型矩阵与噪声子空间

之间的正交性有所减弱,导致传统的DOA估计算法的性能急剧下降,甚至失效<sup>[2,3]</sup>。因此,对存在误差的阵列进行误差校正具有重要的意义。

已有的阵列误差校正算法主要分为有源校正<sup>[4,5]</sup>(active calibration)和自校正<sup>[6,7]</sup>(self-calibration)两大类。其中,有源校正需要预先设置已知方位的校正源,然而,实际的工程运用中,校正源的方位往往与预设值存在一定的偏差,此时有源校正算法的性能将严重恶化。并且当周围电磁环境发生变化时,阵列误差的校正结果也需要同时进行更新。自校正类算法则同时对信源的DOA和阵列误差参数进行估计,因此该类算法在实时性上要求较高。在实际的工程应用中,阵列误差的影响往往与信源的DOA相关,相关文献将这种随信源方

收稿日期: 2016-12-08; 改回日期: 2017-03-30; 网络出版: 2017-05-18

\*通信作者: 陈伯孝 bxchen@xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61571344)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61571344)

位变化的阵列误差形式定义为方位依赖的阵列误差。首先,当各阵元的方向图不一致或阵元不满足各向同性时,传统的方位无关的阵列误差模型并不适用,需要采用方位依赖的阵列误差来对误差信号进行建模。其次,当多种误差形式(幅相误差、阵元位置误差和阵元互耦等)同时存在时,单一的误差模型已经不能够表示其对阵列的综合影响,需要采用方位依赖的误差模型。对于该类方位依赖的阵列误差问题已有一些文献进行了研究,文献[8]提出了一种基于辅助阵元的方位依赖阵列误差自校正方法(ISM),该方法实现了信源方位及其幅相误差的‘去耦合’估计,只需要通过1维搜索即可在无需提前知道阵列幅相误差的情况下获得方位估计值。文献[9]提出了一种确定信号模型条件下信号方位及其方位依赖的阵列误差的交替投影最大似然自校正算法,并推导了确定信号模型条件下存在阵列误差时,参数估计的Cramer-Rao下界。

稀疏重构<sup>[10-12]</sup>是信号处理领域内兴起的新技术,近年来得到了广泛的关注。基于稀疏重构的方法利用了实际信号的空域稀疏性,与传统的子空间类算法相比,稀疏重构类算法在低信噪比、有限快拍数以及空间相邻信号的情况下具有明显的优势。本文针对方位依赖的阵列误差自校正问题,在传统阵列误差校正研究的基础上,结合实际信号的空域稀疏性,提出了一种基于空域稀疏性的方位依赖阵列误差自校正方法。通过对信号的稀疏化表示,将阵列误差自校正问题转化为信号的稀疏重构问题,最后通过迭代求解的方式估计出所有的误差参数,同时对信源的DOA进行估计。相比于已有的阵列误差校正算法,本文算法参数估计性能较优,仿真实验也验证了本文算法的有效性和优越性。

## 2 方位依赖阵列误差的信号模型

假设一任意几何结构的 $M$ 元阵列,在阵列远场处有 $K$ 个窄带点源信号入射。使用 $P$ 个精确校正的辅助阵元<sup>[8]</sup>与存在方位依赖幅相误差的 $M$ 元阵列构成一个 $N(N=P+M)$ 阵元阵列。则该组合阵列输出信号可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

式中, $\mathbf{s}(t)$ 为接收信号的复包络, $\mathbf{n}(t)$ 为与信号 $\mathbf{s}(t)$ 统计独立的零均值加性复高斯白噪声, $T$ 为采样点数。 $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\theta_1, \delta_1), \dots, \mathbf{b}(\theta_k, \delta_k), \dots, \mathbf{b}(\theta_K, \delta_K)]$ 为受阵列误差扰动的阵列流型矩阵,其中, $\mathbf{b}(\theta_k, \delta_k) = \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{a}(\theta_k)$ , $\mathbf{\Gamma}_k = \text{diag}[\mathbf{1}_P^T \delta_k^T]$ , $\mathbf{1}_P$ 为 $P$ 维全1列向量, $\delta_k$ 是 $\theta_k$ 对应的阵列误差向量,结构为 $M \times 1$ 的

列向量,其中的元素表示对应阵元的方位依赖的阵列误差,在仿真实验中我们将 $\delta_k$ 的每个元素拆分为幅度误差因子和相位误差因子两部分,并通过对各因子的估计性能的统计衡量算法的参数估计性能。

可将 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 分块表示为 $\mathbf{a}(\theta_k) = [\mathbf{a}_1^T(\theta_k) \mathbf{a}_2^T(\theta_k)]^T$ ,其中 $\mathbf{a}_1(\theta_k)$ 是 $P$ 维列向量, $\mathbf{a}_2(\theta_k)$ 是 $M$ 维列向量。于是代入 $\mathbf{a}_1(\theta_k)$ 和 $\mathbf{a}_2(\theta_k)$ ,可以将 $\mathbf{b}(\theta_k, \delta_k)$ 改写为式(2)的形式:

$$\mathbf{b}(\theta_k, \delta_k) = \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{a}(\theta_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1(\theta_k) & \mathbf{O}_{PM} \\ \mathbf{0}_M & \text{diag}[\mathbf{a}_2(\theta_k)] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \delta_k \end{bmatrix} = \mathbf{T}(\theta_k) \boldsymbol{\rho}_k \quad (2)$$

式中, $\mathbf{T}(\theta_k)$ 是由阵列流型决定的 $N \times (M+1)$ 阶矩阵, $\boldsymbol{\rho}_k = [1 \ \delta_k^T]^T$ 是关于方位依赖阵列误差的 $M+1$ 维列向量。

根据子空间分解理论,文献[8]提出了一种方位依赖阵列误差自校正的辅助阵元法(ISM)如式(3):

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}_k &= \arg \min_{\theta} \det[\hat{\mathbf{Q}}(\theta)] \\ \hat{\boldsymbol{\rho}}_k &= e_{\min}[\hat{\mathbf{Q}}(\hat{\theta})], \quad e_{\min}(1) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, $\hat{\mathbf{Q}}(\theta) = \mathbf{T}^H(\theta) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{T}(\theta)$ , $\mathbf{U}_N$ 是噪声子空间的样本估计值, $e_{\min}[\cdot]$ 为矩阵最小特征值对应的首一特征向量, $\det[\cdot]$ 表示求矩阵的行列式。

值得注意的是,为了保证参数估计的一致性,对于文中的基于辅助阵元的阵列误差校正算法,必须满足以下两个条件:(1) $P \geq K+1$ ,即辅助阵元的个数要大于信源的个数;(2)受阵列误差扰动后的阵列流型满足‘无秩 $M-1$ 模糊’,即任意 $M$ 个扰动后的阵列流型向量线性独立。

## 3 基于空域稀疏性的方位依赖阵列误差校正算法

为了实现对阵列误差和信源方位的联合估计,首先对上述的信号模型进行稀疏化处理<sup>[13]</sup>。假设集合 $\Theta = \{\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_L\}$ 构成的角度网格覆盖了信源所有可能的入射方向,其中 $L \gg N > K$ ,并假设实际信源数目 $K$ 已知。定义稀疏向量 $\bar{\mathbf{s}}(t) = [\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_L]$ ,其中的元素的位置与信源的真实方位角度存在一一对应关系,具体定义为

$$\bar{s}_l(t) = \begin{cases} \mathbf{s}_k(t), & \tilde{\theta}_l = \theta_k \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

于是基于空域稀疏性,信号模型转化为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\bar{\mathbf{s}}(t) + \mathbf{n}(t), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

将存在阵列误差条件下的阵列流型向量  $\mathbf{b}(\tilde{\theta}_k, \tilde{\delta}_k)$  表示为理想条件下的阵列流型向量  $\mathbf{a}(\tilde{\theta}_k)$  与方位依赖的阵列误差的 Hadamard 积形式, 即为  $\mathbf{b}(\tilde{\theta}_k, \tilde{\delta}_k) = \mathbf{a}(\tilde{\theta}_k) \odot \begin{bmatrix} \mathbf{1}_P \\ \tilde{\delta}_k \end{bmatrix}$ ,  $\odot$  表示矩阵的 Hadamard 积, 此时,

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \left[ \mathbf{b}(\tilde{\theta}_1, \tilde{\delta}_1) \quad \mathbf{b}(\tilde{\theta}_2, \tilde{\delta}_2) \quad \cdots \quad \mathbf{b}(\tilde{\theta}_L, \tilde{\delta}_L) \right] \\ &= \left[ \mathbf{a}(\tilde{\theta}_1) \quad \mathbf{a}(\tilde{\theta}_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\tilde{\theta}_L) \right] \odot \begin{bmatrix} \mathbf{1}_P & \mathbf{1}_P & \cdots & \mathbf{1}_P \\ \tilde{\delta}_1 & \tilde{\delta}_2 & \cdots & \tilde{\delta}_L \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{A}(\Theta) \odot \mathbf{\Gamma} \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{A}(\Theta)$  表示理想条件下阵列流型矩阵,  $\mathbf{\Gamma}$  表示方位依赖的阵列误差系数矩阵, 这里定义  $\mathbf{\Gamma}$  只在对应真实信源波达方向的位置非零, 即  $\mathbf{\Gamma}$  具有稀疏性。

式(6)表示成矩阵形式时, 可以写为

$$\mathbf{X} = \mathbf{B}\bar{\mathbf{S}} + \mathbf{N} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{X} = [x(1), x(2), \dots, x(T)]$ ,  $\mathbf{N} = [n(1), n(2), \dots, n(T)]$ ,  $\bar{\mathbf{S}} = [\bar{s}(1), \bar{s}(2), \dots, \bar{s}(T)]$ , 式(7)就是基于空域稀疏性的接收信号模型。

为了抑制噪声并减少算法的计算量<sup>[10]</sup>, 对式(7)进行奇异值分解:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^H \quad (8)$$

同时, 令  $\mathbf{X}_{SV} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{D}_K = \mathbf{X}\mathbf{V}\mathbf{D}_K$ ,  $\mathbf{X}_{SV}$  为  $M \times K$  维矩阵, 并且包含信号的绝大部分能量, 其中  $\mathbf{D}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_K & \mathbf{0}_{K \times (T-K)} \end{bmatrix}$ 。同时, 令  $\mathbf{S}_{SV} = \bar{\mathbf{S}}\mathbf{V}\mathbf{D}_K$ ,  $\mathbf{N}_{SV} = \mathbf{N}\mathbf{V}\mathbf{D}_K$ , 就得到式(9)的形式。

$$\mathbf{X}_{SV} = \mathbf{B}\mathbf{S}_{SV} + \mathbf{N}_{SV} \quad (9)$$

为了对阵列进行自校正并同时得到阵列误差条件下的信号波达方向, 将阵列误差自校正问题转化为如式(10)表示的稀疏重构问题:

$$\min_{\mathbf{S}_{SV}, \mathbf{B}} \|\mathbf{X}_{SV} - \mathbf{B}\mathbf{S}_{SV}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{S}_{SV}\|_{\infty, 0} \quad (10)$$

式中,  $\|\cdot\|_F$  表示 Frobenius 范数,  $\|\mathbf{S}\|_{\infty, 0}$  是一个混合范数, 定义为  $\|\mathbf{S}\|_{\infty, 0} = \left\| \sum_q |\mathbf{S}_{pq}| \right\|_0$ ,  $\|\cdot\|_0$  表示  $\ell_0$  范数,  $\lambda > 0$  为归一化参数。

从表达式上可以看出, 式(10)属于二元优化问题<sup>[11]</sup>, 优化变量为  $\mathbf{S}_{SV}$  和  $\mathbf{B}$ , 若对式(10)所表示的问题直接求解, 计算过程将会相当复杂且计算量较大。因此, 本文采取交替迭代优化的方法, 在每一轮迭代运算过程中, 先固定  $\mathbf{B}$  为  $\mathbf{B}^{(j-1)}$ , 求解  $\mathbf{S}_{SV}^{(j)}$ , 代入优化表达式, 再对  $\mathbf{B}^{(j)}$  进行求解。  $\mathbf{B}^{(j-1)}$ ,  $\mathbf{B}^{(j)}$  和  $\mathbf{S}_{SV}^{(j)}$  分别表示优化变量  $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{S}_{SV}$  在第  $j-1$  次和第  $j$  次的

迭代过程中的中间变量, 且  $\mathbf{B}^{(j)} = \mathbf{A}(\Theta) \odot \mathbf{\Gamma}^{(j)}$ 。

在第  $j$  次迭代过程中, 固定  $\mathbf{B}$ , 求解的优化问题转化为<sup>[12,14]</sup>

$$\min_{\mathbf{S}_{SV}} \|\mathbf{X}_{SV} - \mathbf{B}^{(j-1)}\mathbf{S}_{SV}\|_F^2, \text{ s.t. } \|\mathbf{S}_{SV}\|_{\infty, 0} = K \quad (11)$$

对于式(11), 我们采用一种正交最小方差 (orthogonal least squares) 的解法<sup>[15]</sup>, 定义一个集合  $\Omega$ , 它表示  $\mathbf{B}$  的  $\mathbf{S}_{SV}^{(j)}$  支撑集, 包含了  $\mathbf{B}$  中不为零的列的序号, 下面我们将循环求解  $\mathbf{S}_{SV}^{(j)}$  以及  $\mathbf{B}^{(j)}$ , 求解的步骤如下:

第 1 步 令  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{X}_{SV}$ ,  $\Omega_0 = \emptyset$ , 设  $\beta$  是支撑集中的一个元素,  $\beta$  可以通过下式求解

$$\beta = \arg \min_p \left[ \sum_p \left( \left\| \mathbf{B}_{\Omega_{k-1}}^H \mathbf{R}_{k-1} - \left\| \mathbf{B}_{\Omega_{k-1}}^H \mathbf{R}_{k-1} \right\|_{\infty} \right\|_{pq} \right) \right] \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{B}_{\Omega_{k-1}}$  表示在第  $k-1$  循环中由支撑集  $\Omega_{k-1}$  中的元素对应于  $\mathbf{B}$  中的列向量构成的集合;

第 2 步 更新  $\Omega_k = \Omega_{k-1} \cup \beta$ ,  $\mathbf{R}_k = \mathbf{X}_{SV} - \mathbf{B}_{\Omega_k}$

$$\cdot \left( \mathbf{B}_{\Omega_k}^H \mathbf{B}_{\Omega_k} \right)^{-1} \mathbf{B}_{\Omega_k}^H \mathbf{X}_{SV};$$

第 3 步 更新循环次数  $k = 1, 2, \dots, K$ , 最后把  $\Omega_K$  赋值给  $\Omega$ , 即  $\Omega = \Omega_K$ ;

第 4 步 定义集合  $\mathbf{S}_{\Omega}$ , 此集合表示  $\mathbf{S}_{SV}^{(j)}$  的非零列的集合, 且  $\mathbf{S}_{\Omega} = \mathbf{B}_{\Omega} \left( \mathbf{B}_{\Omega}^H \mathbf{B}_{\Omega} \right)^{-1} \mathbf{B}_{\Omega}^H \mathbf{X}_{SV}$ , 此时我们就求解出了  $\mathbf{S}_{SV}^{(j)}$ ;

第 5 步 将  $\mathbf{S}_{SV}^{(j)}$  代入式(11), 求解  $\mathbf{B}^{(j)}$ , 式(11)的优化问题就转化为

$$\arg \min_{\mathbf{B}^{(j-1)}} \|\mathbf{X}_{SV} - \mathbf{B}^{(j-1)}\mathbf{S}_{SV}^{(j)}\|_F^2 \quad (13)$$

在信噪比较低或信号快拍数较少时, 受到噪声或数据长度短等因素的影响, 第 4 步优化得到的  $\mathbf{S}_{SV}^{(j)}$  与真实的  $\mathbf{S}_{SV}$  会有较大的偏差, 在对式(13)的求解过程中, 会产生较多的数值错误, 为了避免这些错误, 我们将式(13)进行向量化变换, 其结果如式(14)所示。

$$\arg \min_{\mathbf{B}^{(j-1)}} \left\| \text{vec}(\mathbf{X}_{SV}) - \left( \left( \mathbf{S}_{SV}^{(j)} \right)^T \otimes \mathbf{I}_N \right) \text{vec}(\mathbf{B}^{(j-1)}) \right\|_F^2 \quad (14)$$

式中,  $\text{vec}(\cdot)$  表示矩阵的向量化,  $\otimes$  表示矩阵的 Kronecker 积, 式(14)的闭式解为  $\text{vec}(\mathbf{B}^{(j)}) =$

$$\left( \left( \mathbf{S}_{SV}^{(j)} \right)^T \otimes \mathbf{I}_N \right)^+ \text{vec}(\mathbf{X}_{SV}), (\cdot)^+ \text{表示矩阵的 Moore-}$$

Penrose 伪逆。最后, 可通过  $\text{vec}(\mathbf{B}^{(j)})$  恢复  $\mathbf{B}^{(j)}$ , 根据式(6)幅相误差系数矩阵  $\mathbf{\Gamma}^{(j)} = \mathbf{B}^{(j)} \odot \mathbf{A}^{(-1)}(\Theta)$ ,  $\mathbf{A}^{(-1)}(\Theta)$  表示  $\mathbf{A}(\Theta)$  中各元素分别取倒数。  $\mathbf{\Gamma}^{(j)}$  的非零列就对应第  $j$  次迭代过程中  $K$  个入射信号的方位依赖幅相误差;

第6步 更新迭代次数  $j = j + 1$ , 重复第一步, 直到达到终止条件  $\|\mathbf{R}^{(j)} - \mathbf{R}^{(j-1)}\|_2 < \varepsilon$ , 结束循环。 $\varepsilon > 0$  为迭代收敛门限。

通过上文中算法的运算过程, 文中算法采用循环迭代的方式进行求解, 在每次迭代的过程中, 运算主要集中于对于残差项的 Moore-Penrose 伪逆的求解过程和一些矩阵与矩阵的相乘。在算法的第2步, 第4步和第5步的求解过程, 需要对一些中间残差矩阵进行 Moore-Penrose 伪逆的求解, 求解的计算复杂度依次为  $KN^3$ ,  $K^3$  和  $K^3N^3$ , 而其他中间过程的矩阵相乘运算的计算复杂度总和为  $2KNL + 2K^2N + 2K(L + N)$ 。因此总的计算复杂度为  $2KNL + 2K^2N + 2K(L + N) + KN^3 + K^3 + K^3N^3$ 。

本文中的算法为迭代算法, 迭代算法往往需要好的初值, 初值的选取对于算法参数估计的性能影响较大。在阵列受到何种误差形式未知时, 我们假设方位依赖的阵列误差矩阵的初始值为全1矩阵的形式。仿真实验也表明这种初始值的选取方法简便且能够得到良好的收敛性。

#### 4 仿真与分析

本节通过计算机仿真实验对文中的基于空域稀疏性辅助阵元法算法 (ISM-SR) 与文献[8]的辅助阵元法 (ISM) 和阵列误差条件下的 CRLB 进行比较。仿真中假设噪声为加性复高斯白噪声。假设阵列流型为13元均匀线阵, 阵元间隔为半波长, 其中前3个阵元为辅助阵元, 后10个阵元存在方位依赖的阵列误差, 现有2个等功率的远场辐射信号到达阵列, 入射角度为  $21^\circ$  和  $-11^\circ$  (以阵列法线方向为准), 随机产生两个信源对应的阵列误差向量, 分别产生误差向量的幅度和相位, 即对应于各阵元的幅度误差因子和相位误差因子, 并记录如下: 对应于入射角度  $21^\circ$  的信号的幅度误差因子分别为 1.4501, 1.1068, 1.3913, 1.1372, 0.8759, 0.9534, 0.9565, 1.3214,

1.1154 和 1.4218, 相位误差因子分别为  $-87.2500^\circ$ ,  $-9.8835^\circ$ ,  $-6.1192^\circ$ ,  $34.1753^\circ$ ,  $-59.5764^\circ$ ,  $36.7547^\circ$ ,  $62.3206^\circ$ ,  $-53.5257^\circ$ ,  $60.8596^\circ$  和  $32.6299^\circ$ ; 对应于入射角度  $-11^\circ$  的信号的幅度误差因子分别为 0.7311, 0.8746, 1.3847, 0.9874, 0.9860, 1.2621, 0.5185, 0.9447, 1.2919 和 1.2382, 相位误差因子分别为  $44.4214^\circ$ ,  $77.7275^\circ$ ,  $-18.5872^\circ$ ,  $79.5485^\circ$ ,  $43.2985^\circ$ ,  $-14.6448^\circ$ ,  $4.5264^\circ$ ,  $30.9856^\circ$ ,  $-86.4651^\circ$  和  $-21.6922^\circ$ 。

##### 仿真实验 1: 参数估计性能随信噪比的变化

在300个快拍的条件下, 进行500次蒙特卡罗实验, 仿真各种算法的测向均方根误差、幅度因子估计均方根误差、相位误差因子估计均方根误差随信噪比的变化曲线。定义阵列增益校正误差为  $\frac{1}{MK} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^K |\hat{g}_{ij} - g_{ij}|$ , 阵列相位校正误差为  $\frac{1}{MK} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^K |\hat{\Phi}_{ij} - \Phi_{ij}|$ , 其中  $\hat{g}_{ij}$ ,  $g_{ij}$ ,  $\hat{\Phi}_{ij}$  和  $\Phi_{ij}$  分别为  $j$  个扰动阵元对应于第  $i$  个信源的方位依赖的增益与相位误差的估计值和真实值。采用均方根误差作为算法性能指标, DOA 估计的均方根误差定义为

$$\text{RMSE}(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{J} \sum_{l=1}^L (\hat{\theta}_{kl} - \theta_k)^2}$$

其中  $L$  是蒙特卡罗实验的次数,  $K$  是信源的个数,  $\theta_k$  是第  $k$  个信源的真实入射角,  $\hat{\theta}_{kl}$  是对第  $k$  个信号的  $l$  次蒙特卡罗实验估计的角度值。得到的实验结果如图1所示。

##### 仿真实验 2: 参数估计性能随快拍数的变化

保持仿真实验1中两目标的入射角度及其对应的幅度误差因子和相位误差因子不变, 信噪比设定为10 dB, 对参数估计性能随数据采样点数的变化进行仿真, 进行500次蒙特卡罗实验, 得到的实验结果如图2所示。

通过两组仿真实验的结果可以看出, 随着信噪比和采样点数的增加, 各算法的参数估计性能均相应提高。同时, 本文提出的 ISM-SR 算法相比于文

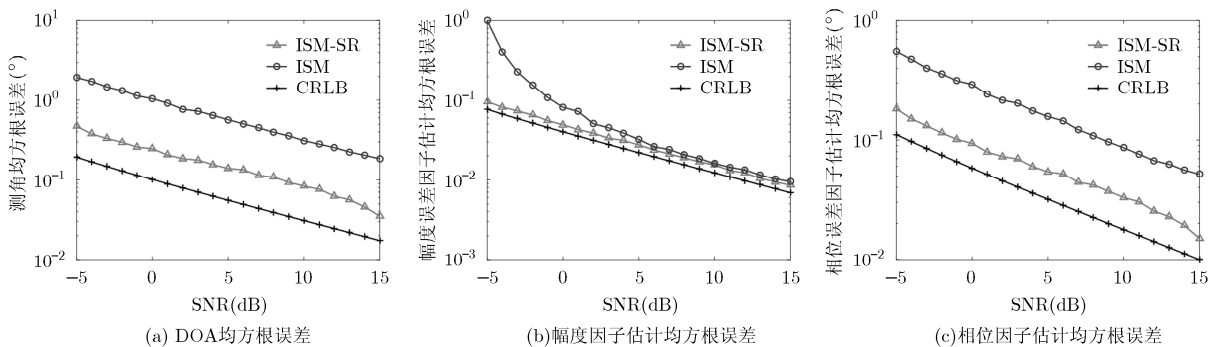


图1 参数估计均方根误差随信噪比变化的曲线

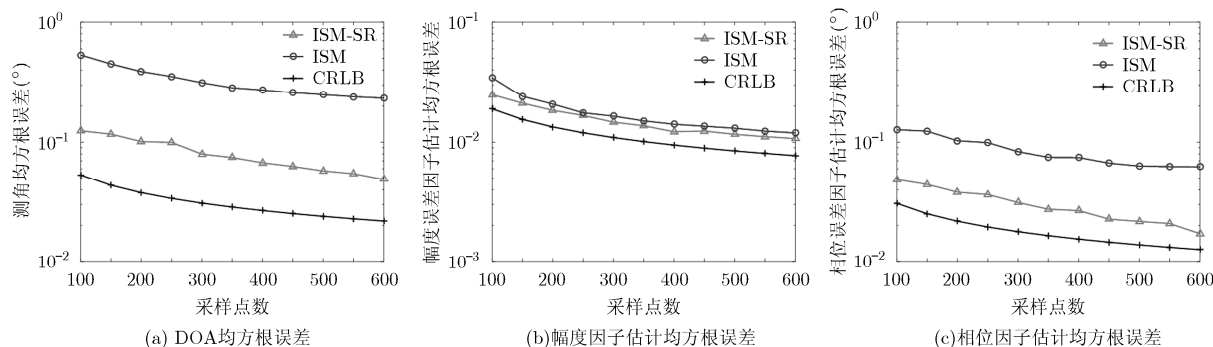


图2 参数估计均方根误差随采样点数变化的曲线

献[8]中的 ISM 方法参数估计性能提升明显,且更靠近参数估计的 Cramer-Rao 下界。对比幅相误差因子的估计结果可以发现,本文算法对幅度误差因子的估计结果只是略优于 ISM,但是对于相位误差因子的估计性能提升明显,这也是本文算法对信源方位估计精度明显优于 ISM 的主要原因。

## 5 结束语

本文针对方位依赖的阵列误差自校正问题,在已有的研究基础上,借助少量精确校正的辅助阵元,提出了一种基于空域稀疏性的方位依赖幅相误差自校正算法。该方法能够对信源方位和其对应的阵列误差进行无模糊联合估计,适用于多种阵列误差如阵元互耦、幅相误差和阵元位置误差共存的情况。本文算法相比于已有算法,参数估计性能提升明显,仿真实验也验证了本文算法对方位依赖的阵列误差具有优良的校正性能。

## 参考文献

- [1] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276-280. doi: 10.1109/TAP.1986.1143830.
- [2] FRIEDLANDER B. A sensitivity analysis of the MUSIC algorithm[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1990, 38(10): 1740-1751. doi: 10.1109/29.60105.
- [3] FERREOL A, LARZABAL P and VIBERG M. On the asymptotic performance analysis of subspace DOA estimation in the presence of modeling errors: Case of MUSIC [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 907-920. doi: 10.1109/TSP.2005.861798.
- [4] DAI Z, SU W, GU H, *et al.* Sensor gain-phase errors estimation using disjoint sources in unknown directions[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(10): 3724-3730. doi: 10.1109/JSEN.2016.2531282.
- [5] 于斌, 宋铮, 张军, 等. 阵列天线阵元位置误差的一种有源校正方法[J]. *雷达科学与技术*, 2004, 2(5): 315-320. doi: 10.3969/j.issn.1672-2337.2004.05.013.  
YU Bing, SONG Zheng, ZHANG Jun, *et al.* A new technique for calibrating position uncertainty of sensor array using signal sources[J]. *Radar Science and Technology*, 2004, 2(5): 315-320. doi: 10.3969/j.issn.1672-2337.2004.05.013.
- [6] Li J, JIN M, ZHENG Y, *et al.* Transmit and receive array gain-phase error estimation in bistatic MIMO radar[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2015, 14(3): 32-35. doi: 10.1109/LAWP.2014.2354334.
- [7] 王布宏, 王永良, 陈辉, 等. 均匀线阵互耦条件下的鲁棒 DOA 估计及互耦自校正[J]. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2004, 34(2): 229-240. doi: 10.3321/j.issn:1006-9275.2004.02.010.  
WANG Buhong, WANG Yongliang, CHEN Hui, *et al.* Robust DOA estimation and mutual coupling self-calibration algorithm for uniform linear array[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2004, 34(2): 229-240. doi: 10.3321/j.issn:1006-9275.2004.02.010.
- [8] 王布宏, 王永良, 陈辉, 等. 方位依赖阵元幅相误差校正的辅助阵元法[J]. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2004, 34(8): 906-918. doi: 10.3321/j.issn:1006-9275.2004.08.006.  
WANG Buhong, WANG Yongliang, CHEN Hui, *et al.* Array calibration of angularly dependent gain and phase uncertainties with carry-on instrumental sensors[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2004, 34(8): 906-918. doi: 10.3321/j.issn:1006-9275.2004.08.006.
- [9] 王鼎, 潘苗, 吴瑛, 等. 基于辅助阵元的方位依赖幅相误差最大似然自校正: 针对确定信号模型[J]. *通信学报*, 2011, 32(2): 34-41. doi: 10.3969/j.issn.1000-436X.2011.02.005.  
WANG D, PAN M, WU Y, *et al.* Maximum likelihood self-calibration for direction-dependent gain-phase errors with carry-on instrumental sensors: Case of deterministic signal model[J]. *Journal on Communications*, 2011, 32(2): 34-41. doi: 10.3969/j.issn.1000-436X.2011.02.005.
- [10] LEI W and CHEN B. High-resolution DOA estimation for closely spaced correlated signals using unitary sparse Bayesian learning[J]. *Electronics Letters*, 2015, 51(3):

- 285–287. doi: 10.1049/el.2014.1317.
- [11] YANG Z, XIE L, and ZHANG C. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(1): 38–43. doi: 10.1109/TSP.2012.2222378.
- [12] WU J Q, ZHU W, and CHEN B. Compressed sensing techniques for altitude estimation in multipath conditions[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(3): 1891–1900. doi: 10.1109/TAES.2015.130841.
- [13] 林波, 张增辉, 朱炬波, 等. 基于压缩感知的 DOA 估计稀疏化模型与性能分析[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(3): 589–594. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00149.
- LIN Bo, ZHANG Zenghui, ZHU Jubo, *et al.* Sparsity model and performance analysis of DOA estimation with compressive sensing[J]. *Journal Electronics & Information Technology*, 2014, 36(3): 589–594. doi: 10.3724/SP.J.1146.
- 2013.00149.
- [14] ZHENG Y and CHEN B. Altitude measurement of low-angle target in complex terrain for very high-frequency radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2015, 9(8): 967–973. doi: 10.1049/iet-rsn.2014.0544.
- [15] KAUR A and BUDHIRAJA S. Sparse signal reconstruction via orthogonal least squares[C]. 2014 Fourth International Conference on Advanced Computing & Communication Technologies, Rohtak, 2014: 133–137. doi: 10.1109/ACCT.2014.49.
- 李存勖: 男, 1991 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、米波雷达测高等.
- 陈伯孝: 男, 1966 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向包括新体制雷达系统设计及其实现、雷达信号处理、目标精确制导与跟踪等.