## 阵列米波雷达测高方法及性能分析

赵永波\* 霍 炯 朱玉堂 刘宏伟 何学辉 (西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘 要: 米波雷达在反隐身和抗反辐射导弹等方面有着独特的优势,在现代防空体系中,发挥着举足轻重的作用。 但多径信号的存在,往往对米波雷达测高带来困难。该文紧密结合阵列米波雷达特点,在阵列多径信号模型基础上, 总结和归纳了以传统最大似然(ML)算法为基础的 3 种米波雷达测高方法:基于时空级联 ML 算法的测高方法;基 于改进的时空级联 ML 算法的测高方法;基于精确最大似然(RML)算法的测高方法。对这些方法进行了理论性能 分析,梳理了 3 种方法之间的相互关系,并对理论分析结果进行了计算机仿真实验,最后给出一些有意义的结论。 关键词: 阵列雷达;米波雷达;最大似然估计;多径信号;测高

 中图分类号:
 TN958
 文献标识码:
 A
 文章编号:
 1009-5896(2016)12-3205-07

 DOI:
 10.11999/JEIT161075

 </td

# Altitude Measurement Method and Performance Analysis in VHF Array Radar

ZHAO Yongbo HUO Jiong ZHU Yutang LIU Hongwei HE Xuehui (National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract**: VHF radar has unique advantage in anti-stealth and resisting anti-radiation missile. It plays an important role in modern antiaircraft system. However, the multipath signal often brings difficulties to the altitude measurement of VHF radar. Combining with the characteristics of VHF array radar and array multipath signal model, this paper summarizes and concludes three VHF radar height measurement methods based on the traditional Maximum Likelihood (ML) algorithm: the altitude measurement method based on the temporal-spatial sequential ML algorithm; the altitude measurement method based on the improved temporal-spatial sequential ML algorithm; the altitude measurement method based on the Refined Maximum Likelihood (RML) algorithm. This paper presents the theoretical performance analysis of these methods, the relationship between three methods, and the results of computer simulation experiments. Finally some meaningful conclusions are given. **Key words**: Array radar; VHF radar; Maximum likelihood estimate; Multipath signal; Altitude measurement

## 1 引言

由于米波雷达具有抗反辐射导弹和反隐身等独 特的优势,因而它越来越受到各个国家的重视<sup>[1-3]</sup>。 在探测低空目标时,米波雷达接收的信号除了直达 波信号之外,还有镜面反射和漫反射等多径信号, 以及背景噪声<sup>[4-6]</sup>。多径信号的存在将会引起雷达 垂直面的波瓣分裂和上翘,除影响对目标信号的检 测外,还严重影响目标的高度测量。对于米波雷达 测高而言,如果仅靠增加天线的孔径大小来降低多 径效应的影响并不现实<sup>[7]</sup>,人们主要考虑如何通过信 号处理的方式来提高目标高度的测量精度。我们知

基金项目:中央高校基本科研业务费项目(K5051202047)

道对于雷达而言,目标的高度实质上是通过测量目 标仰角信息再根据目标的距离计算而得到的。目标 的高度和仰角具有一定的对应关系,测量目标的高 度就等效于对目标进行仰角测量。

阵列超分辨技术是改善阵列雷达目标仰角估计 性能的重要手段,其中以特征子空间类算法(如 MUSIC 算法<sup>[8,9]</sup>等)和最大似然算法<sup>[10-14]</sup>为代表。前 者对快拍数要求相对较高,当信噪比较小以及快拍 数有限时,其测角性能会大幅度的降低,因而实际 的雷达系统往往不采用这种方法。最大似然类算法 虽然往往需要进行多维搜索,运算量相对较大。但 它对雷达脉冲资源要求不高,并适用于相干源情况, 即使在单次快拍的情况下也可得到目标参数的估计 值,所以在实际工程应用中,人们主要讨论最大似 然类算法。

本文在阵列多径信号模型基础上,总结和归纳

收稿日期: 2016-10-13; 改回日期: 2016-12-05; 网络出版: 2016-12-14 \*通信作者: 赵永波 ybzhao@xidian.edu.cn

Foundation Item: The Fundamental Research Funds for the Central Universities (K5051202047)

了基于最大似然(ML)算法的 3 种米波雷达测高方法: (1)基于时空级联 ML 算法的测高方法<sup>[14]</sup>; (2) 基于改进的时空级联 ML 算法的测高方法<sup>[12]</sup>; (3)基 于精确最大似然(RML)算法的测高方法<sup>[15]</sup>。

方法(1)中时空级联 ML 算法利用了信号空域和 时域信息,需要进行 2 维搜索估计,运算量较大; 方法(2)中改进的时空级联算法是在方法(1)的基础 上,利用了回波中直达信号和多径信号仰角之间的 几何关系,把 2 维搜索转变为 1 维搜索,在减小运 算量的同时也提高了测角精度;方法(3)采用了精确 最大似然(RML)算法,在方法(2)的基础上又利用了 反射系数的先验信息,运算量进一步减小,测角精 度又得到进一步的提高。结合计算机仿真结果我们 可以验证,在同一信号模型下,从方法(1)到方法(3), 随着利用的先验信息的逐渐增多,测角性能也在不 断地提高。

## 2 信号模型

阵列米波雷达的几何模型框图如图 1 所示,图 中 h<sub>t</sub> 为目标的高度,h<sub>r</sub> 为天线的架高,R<sub>d</sub> 表示目标 到雷达的直线距离,R<sub>m</sub> 表示目标由于反射而形成的 多径距离。θ<sub>1</sub> 为目标直达波信号的波达方向(即目标 仰角),θ<sub>2</sub> 为目标多径信号的波达方向。通常对于窄 带信号,我们认为其直达波和多径反射波的多普勒 频率近似相等。而且在低仰角时,直达波与多径反 射波都由天线波束主瓣进入,此时估计目标仰角就 类似于分辨两个靠得很近的相干源<sup>[12]</sup>。

设阵列为一个由 N 个阵元组成的等距线阵,各 阵元间距为 d 。为了讨论问题方便,本文在假设阵 列模型为单目标模型基础上,建立起基于镜面反射 的多径模型,并对阵列接收到的信号进行等周期 L 次采样(即时域快拍数为 L),此时阵列天线接收信 号可表示为

 $\boldsymbol{x}(m) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}(m) + \boldsymbol{n}(m), \ m = 0, 1, \cdots, L - 1 \quad (1)$ 其中,  $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}) = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \boldsymbol{a}(\theta_2)], \ \boldsymbol{\Theta} = [\theta_1, \theta_2]^T, \ \boldsymbol{S}(m) = [S_1(m), S_2(m)]^T, \ \boldsymbol{a}(\theta_1) \ \pi \ \boldsymbol{a}(\theta_2) \ \boldsymbol{\beta} \ \text{别表示直达信号和多径信}$ 号的导向矢量。 $S_1(m) \ \pi S_2(m) \ \boldsymbol{\beta} \ \text{别表示直达信号和}$ 多径信号的复包络, 其中 $S_1(m) = s_1 e^{j2\pi f_d m \Delta t}, \ f_d \ \text{表}$ 



图1 阵列米波雷达几何模型框图

示目标的多普勒频率,  $s_1$ 为目标直达波信号的初始 增益,  $\Delta t$ 为采样间隔。且 $S_1(m)$ 和 $S_2(m)$ 满足:  $S_2(m) = \rho e^{-j\psi}S_1(m)$ ,其中 $\rho$ 表示反射系数, $\psi$ 为直 达波信号和多径信号在阵列参考点的相位差,  $\psi = 2\pi\Delta R / \lambda$ , $\Delta R$ 表示直达路径与多径路径的路程 差。由图 1 中的几何关系,我们可得直达路径与多 径路径的路程差为

$$\Delta R = R_m - R_d \approx 2h_r \sin\theta_1 \tag{2}$$

式(1)中,**n**(m)表示背景噪声,假设它是零均值圆高 斯白噪声,且与信号不相关。

#### 3 基于最大似然的米波雷达测高方法

在镜面反射的多径模型下,本文总结和归纳了 现有的几种基于最大似然估计的测高方法,下面分 别对这几种方法进行描述。

#### 3.1 基于时空级联 ML 算法的测高方法

时空级联 ML 算法利用了信号的时间维和空间 维信息。在进行最大似然估计之前完成了对阵列信 号的相干积累过程,等效为得到了时空 2 维模型下 的单次快拍数据。参考文献[12]和文献[13],我们可 知时空级联最大似然算法的过程如下:

(1)对输出数据作常规波束形成,使空间波束指 向待估计目标方向;

(2)对波束形成的数据完成信号检测,对检测到 的目标作谱分析处理(FFT);

(3)检测谱峰的位置,得到目标多普勒频率的估计值 $\hat{f}_{a}$ ;

(4)对每一个阵元的数据都进行步骤(2)中的处 理过程,得到多普勒频率估计值对应的不同阵元的 数据所组成的阵列矢量  $\mathbf{x}(\hat{f}_d) = \sum_{m=0}^{L-1} \mathbf{x}(m)$ ·exp $\left(-j2\pi \hat{f}_d m \Delta t\right)$ ;

(5)由最大似然估计的思想,可得到此时似然函数为

$$T(\boldsymbol{\Theta}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\left(\hat{\boldsymbol{f}}_{d}\right)\boldsymbol{P}_{A}\boldsymbol{x}\left(\hat{\boldsymbol{f}}_{d}\right)$$
(3)

其中,  $P_A = A(\Theta) [A^{H}(\Theta)A(\Theta)]^{-1} A^{H}(\Theta)$ , 则目标仰 角的估计值为

$$\widehat{\boldsymbol{\Theta}} = \arg\max T(\boldsymbol{\Theta}) \tag{4}$$

通常在多目标情况下,各个目标的多普勒频率 不同。因而用时空级联 ML 算法能够通过 FFT 处理 把各个目标分开,然后分别对各个目标的信号进行 仰角估计。由于利用了目标信号时间维的信息,相 对于之前只利用空域信息的传统 ML 方法,测角性 能也变得更好。但是从式(4)中可以看到,该算法在 进行目标仰角估计时有 θ, 和 θ,两个待估计参数,它 需要进行 2 维搜索运算,运算量仍比较大,使其在 实际应用中容易受到限制。

#### 3.2 基于改进的时空级联 ML 算法的测高方法

考虑到在实际情况中,目标的距离信息往往在 进行仰角估计之前就已得到。结合天线架高的信息, 就可以获得回波中直达信号和多径信号之间仰角所 存在的几何关系<sup>[12]</sup>,即在 θ<sub>1</sub> 和 θ<sub>2</sub>之间建立起联系。 由图 1 中阵列米波雷达几何模型框图,可知:

$$\theta_2 = -\arcsin(\sin(\theta_1) + 2h_r / R_d) \tag{5}$$

对于 
$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}) = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \boldsymbol{a}(\theta_2)]$$
,可以表示为

$$\boldsymbol{A}_{N}\left(\boldsymbol{\theta}_{1}\right) = \left[\boldsymbol{a}\left(\boldsymbol{\theta}_{1}\right), \boldsymbol{a}\left(-\arcsin\left(\sin\left(\boldsymbol{\theta}_{1}\right) + 2h_{r} / R_{d}\right)\right)\right] \quad (6)$$

 $A_N(\theta_1)$ 可简记为 $A_N$ ,代入式(3)中,可得到改进的 时空级联 ML 算法的似然函数为

$$T(\theta_1) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\left(\hat{f}_d\right) \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}_N} \boldsymbol{x}\left(\hat{f}_d\right)$$
(7)

其中  $P_{A_N} = A_N [A_N^H A_N]^{-1} A_N^H$ ,此时目标仰角  $\theta_1$ 的估 计值为

$$\hat{\theta}_1 = \arg\max_{\theta_1} T\left(\theta_1\right) \tag{8}$$

相比于上节中的时空级联 ML 算法,改进后的 算法在步骤(1)~步骤(4)过程与前者是相同的,仅在 第(5)步中利用了 θ<sub>1</sub> 和 θ<sub>2</sub>之间的几何关系这一先验 信息。由式(8)可知,此时只需进行 1 维搜索便能得 到目标仰角估计值。故改进后的时空级联 ML 算法 运算量要远远小于之前时空级联 ML 算法的运算 量。同时,对于几何关系的利用也能减小测量误差, 进一步提高雷达的测角精度。

## 3.3 基于精确最大似然(RML)算法的测高方法

RML 算法是在改进的时空级联 ML 算法基础 上,又利用了反射系数 $\rho$ 的先验信息<sup>[15]</sup>。此时用多 径条件下复合导向矢量代替自由空间中常规导向矢 量,再用最大似然估计方法对目标仰角进行估计。 同样地,多次快拍下目标信号相干积累过程与前面 的步骤(1)~步骤(4)相同,得到处理后的阵列信号矢 量 $\mathbf{x}(\hat{f}_d)$ 。根据前面的内容,可以将阵列米波雷达信 号接收模型写为

$$\boldsymbol{x}(\hat{\boldsymbol{f}}_{d}) = \boldsymbol{b}(\theta_{1})\boldsymbol{S}_{p1} + \boldsymbol{n}(\hat{\boldsymbol{f}}_{d})$$
(9)

式中,  $b(\theta_1) = a(\theta_1) + \rho e^{-j\psi} a(-\arcsin(\sin(\theta_1) + 2hr / Rd))$ , 表示多径条件下阵列的复合导向矢量, 简记 为 $b \circ S_{p1} = \sum_{m=0}^{L-1} S_1(m) \exp(-j2\pi m \hat{f}_d \Delta t)$ 表示直达波 信号经过谱分析后的复包络。

同样地在此基础上进行最大似然估计,经过整 理化简后,可以得到似然函数为

$$T(\theta_1) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(\hat{f}_d) \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{b}} \boldsymbol{x}(\hat{f}_d) = \left| \frac{\boldsymbol{b}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}(\hat{f}_d)}{\sqrt{\boldsymbol{b}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{b}}} \right|$$
(10)

其中,  $P_b = b [b^{\mathrm{H}} b]^{-1} b^{\mathrm{H}}$ 。此时由似然函数得到目标 仰角 $\theta_1$ 的估计值为

$$\hat{\theta}_1 = \arg\max_{\boldsymbol{\theta}} T\left(\boldsymbol{\theta}_1\right) \tag{11}$$

从式(11)可看出 RML 算法同样只需要进行1维 搜索,并且由于用复合导向矢量代替了常规导向矢 量,在进行最大似然估计时与单个信源情况下的最 大似然估计相似,因而运算量可进一步地减小。此 外由于利用了反射系数 $\rho$ 的先验知识,测角误差相 对于前两种方法也大大降低,雷达的测角性能进一 步提高。但是实际当中反射面特性通常是未知和时 变的,这也给反射系数 $\rho$ 的获取带来困难。

由估计理论可知,同样的条件下,若信号的先 验知识越多,所需估计的参数就越少,则性能也越 好<sup>[13]</sup>。对于上述的 3 种测高方法,在同一信号模型 的基础上,它们所利用的先验信息逐渐增多。改进 的时空级联 ML 算法在传统时空级联 ML 算法的基 础上利用了直达波信号和多径信号仰角之间的几何 关系,把 2 维搜索转变为 1 维搜索,大大减少了运 算量,提高了测角精度。RML 算法又在改进的时空 级联 ML 算法的基础上利用了反射系数 ρ 的先验信 息,因而测角性能又得到了进一步的提高。

## 4 性能分析

本节对上述 3 种方法的性能进行分析和比较。 前面已经提到,米波雷达测高实质上是由测量目标 仰角再通过计算而得到的,因此这里我们讨论 3 种 方法仰角估计的性能。在上述时-空2维信号模型下, 参考文献[12]和文献[14],我们首先给出了前两种算 法目标仰角估计的偏差和方差(定理1和定理2)。在 此基础上,本文首次推导出了 RML 算法目标仰角 估计的偏差和方差理论值(定理3),受篇幅限制,这 里省略了推导过程。

**定理1** 在快拍数L较大时,基于时空级联 ML 算法的测高方法仰角估计的偏差和方差为<sup>[14]</sup>

$$\begin{aligned} \operatorname{Bias}_{1}\left(\widehat{\boldsymbol{\Theta}}\right) &= \operatorname{E}\left\{\widehat{\boldsymbol{\Theta}} - \boldsymbol{\Theta}\right\} = 0 \end{aligned} (12) \\ \operatorname{Var}_{1}\left(\widehat{\boldsymbol{\Theta}}\right) &= \operatorname{E}\left\{\left[\widehat{\boldsymbol{\Theta}} - \operatorname{E}\left(\widehat{\boldsymbol{\Theta}}\right)\right]\left[\widehat{\boldsymbol{\Theta}} - \operatorname{E}\left(\widehat{\boldsymbol{\Theta}}\right)\right]^{\mathrm{T}}\right\} \\ &= \frac{\sigma_{n}^{2}}{2}\operatorname{Re}^{-1}\left\{\boldsymbol{\Gamma}_{SP}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{A}^{\perp}\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Gamma}_{SP}\right\} \\ &+ \frac{\sigma_{n}^{4}}{2}\operatorname{Re}^{-1}\left\{\boldsymbol{\Gamma}_{SP}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{A}^{\perp}\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Gamma}_{SP}\right\} \\ &\cdot \operatorname{Re}\left\{\left(\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{A}^{\perp}\boldsymbol{D}\right) \odot \left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\right)^{-\mathrm{T}}\right\} \\ &\cdot \operatorname{Re}^{-1}\left\{\boldsymbol{\Gamma}_{SP}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{A}^{\perp}\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Gamma}_{SP}\right\} \end{aligned} (13)$$

式中, E{•} 表示求数学期望, Re{•} 表示取实部,  $\odot$  表示 Hadamard 积,  $\sigma_n^2$ 表示经 FFT 处理后阵元的

噪声功率,且  $\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{n}\left(\hat{f}_{d}\right)\boldsymbol{n}^{\mathrm{H}}\left(\hat{f}_{d}\right)\right\} = \sigma_{n}^{2}\boldsymbol{I}, \boldsymbol{n}\left(\hat{f}_{d}\right) = \sum_{m=0}^{L-1} \boldsymbol{n}(m) \exp\left(-j2\pi m \hat{f}_{d} \Delta t\right), \boldsymbol{\Gamma}_{SP} = \operatorname{diag}\left(S_{p1}, S_{p2}\right)$ 为相干源信号的复包络, $S_{pi} = \sum_{m=0}^{L-1} S_{i}(m)$ ·  $\exp\left(-j2\pi m \hat{f}_{d} \Delta t\right), \boldsymbol{P}_{A}^{\perp} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{P}_{A}, \boldsymbol{D} = [\boldsymbol{d}(\theta_{1}), \boldsymbol{d}(\theta_{2})],$  $\boldsymbol{d}(\theta_{i}) = \frac{\partial}{\partial \theta_{i}} \boldsymbol{a}(\theta_{i}) \circ$ 

由文献[14]知,当阵元数或信噪比足够大时,基于时空级联 ML 算法的测高方法仰角估计理论均方 误差为

$$\operatorname{Mse}_{1}\left(\widehat{\boldsymbol{\Theta}}\right) \approx \frac{\sigma_{n}^{2}}{2} \operatorname{Re}^{-1}\left\{\boldsymbol{\Gamma}_{SP}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{A}^{\perp} \boldsymbol{D} \boldsymbol{\Gamma}_{SP}\right\}$$
(14)

**定理 2** 在快拍数 *L* 较大时,基于改进的时空级 联 ML 算法的测高方法仰角估计的偏差和方差为<sup>[12]</sup> Bias<sub>2</sub>( $\hat{\theta}_1$ ) = E { $\hat{\theta}_1 - \theta_1$ } = 0 (15)

$$\operatorname{Var}_{2}\left(\hat{\theta}_{1}\right) = \operatorname{E}\left\{\left[\hat{\theta}_{1} - \operatorname{E}\left(\hat{\theta}_{1}\right)\right]\left[\hat{\theta}_{1} - \operatorname{E}\left(\hat{\theta}_{1}\right)\right]^{\mathrm{T}}\right\}$$
$$= \frac{\sigma_{n}^{2}}{2}\operatorname{Re}^{-1}\left\{\boldsymbol{S}_{P}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_{N}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{A}^{\perp}\boldsymbol{D}_{N}\boldsymbol{S}_{P}\right\}$$
$$+ \frac{\sigma_{n}^{4}}{2}\operatorname{Re}^{-2}\left\{\boldsymbol{S}_{P}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_{N}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{A}^{\perp}\boldsymbol{D}_{N}\boldsymbol{S}_{P}\right\}$$
$$\cdot \operatorname{Re}\left\{\operatorname{sum}\left[\left(\boldsymbol{D}_{N}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{A}^{\perp}\boldsymbol{D}_{N}\right)\odot\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\right)^{-\mathrm{T}}\right]\right\} (16)$$

式中, sum {•} 表示对括号内元素求和,  $D_N = \frac{\partial}{\partial \theta_1} A_N$ ,  $S_P = [S_{p1}, S_{p2}]^T$ 。由文献[12]知,当阵元数 或信噪比足够大时,基于改进的时空级联 ML 算法 的测高方法仰角估计理论均方误差为

$$\operatorname{Mse}_{2}\left(\hat{\theta}_{1}\right) \approx \frac{\sigma_{n}^{2}}{2} \operatorname{Re}^{-1}\left\{\boldsymbol{S}_{P}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_{N}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{A}^{\perp}\boldsymbol{D}_{N}\boldsymbol{S}_{P}\right\}$$
(17)

**定理3** 在快拍数 *L* 较大时, 基于 RML 算法的 测高方法仰角估计的偏差和方差为

$$\operatorname{Bias}_{3}\left(\hat{\theta}_{1}\right) = \operatorname{E}\left\{\hat{\theta}_{1} - \theta_{1}\right\} = 0 \tag{18}$$

$$\operatorname{Var}_{3}\left(\hat{\theta}_{1}\right) = \frac{\sigma_{n}^{2}}{\left|S_{p1}\right|^{2}} \left(2\boldsymbol{D}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{b}^{\perp}\boldsymbol{D}_{1}\right)^{-1} + \frac{\sigma_{n}^{4}}{\left|S_{p1}\right|^{4}} \left[\boldsymbol{b}^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{\theta}_{1}\right)\boldsymbol{b}\left(\boldsymbol{\theta}_{1}\right)\right]^{-1} \left(2\boldsymbol{D}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{b}^{\perp}\boldsymbol{D}_{1}\right)^{-1}$$

$$(19)$$

其中,  $P_b^{\perp} = I - b(\theta_1) [b^{\mathrm{H}}(\theta_1) b(\theta_1)]^{-1} b^{\mathrm{H}}(\theta_1)$ , 这里  $D_1 = \frac{\partial}{\partial \theta_1} b(\theta_1)$ 。经分析可知, 当阵元数或信噪比

足够大时, 基于 RML 算法的测高方法仰角估计理 论均方误差为

$$\operatorname{Mse}_{3}\left(\hat{\theta}_{1}\right) = \frac{\sigma_{n}^{2}}{\left|S_{p1}\right|^{2}} \left(2\boldsymbol{D}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{b}^{\perp}\boldsymbol{D}_{1}\right)^{-1}$$
(20)

根据文献[12]的分析,采用改进的时空级联 ML 算法的性能要优于采用时空级联 ML 算法的性能。 下面主要对比分析 RML 算法与改进的时空级联 ML 算法的性能。

对于 RML 算法的均方误差:

$$\operatorname{Mse}_{3}\left(\hat{\theta}_{1}\right) = \frac{\sigma_{n}^{2}}{\left|S_{p1}\right|^{2}} \left(2\boldsymbol{D}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{b}^{\perp}\boldsymbol{D}_{1}\right)^{-1}$$
$$= \frac{\sigma_{n}^{2}}{2} \left(\left|S_{p1}\right|^{2} \boldsymbol{D}_{1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_{b}^{\perp}\boldsymbol{D}_{1}\right)^{-1}$$
(21)

计算结果表明,与式(17)结果相比,  $|S_{p1}|^2 D_1^{H} P_b^{\perp} D_1$ 通常远大于 Re $\{S_P^{H} D_N^{H} P_A^{\perp} D_N S_P\}$ ,故 Mse<sub>3</sub> $(\hat{\theta}_1)$ 总是远小于 Mse<sub>2</sub> $(\hat{\theta}_1)$ 的值。例如当  $\rho$ =0.9, 目标仰角  $\theta_d$  = 2.28°,快拍数 *L*=128,其他参数设定 参照仿真实验中所示。此时由计算可得

$$\frac{\left|S_{p1}\right|^{2} \boldsymbol{D}_{1}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{b}^{\perp} \boldsymbol{D}_{1}}{\operatorname{Re}\left\{\boldsymbol{S}_{P}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{D}_{N}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{A}^{\perp} \boldsymbol{D}_{N} \boldsymbol{S}_{P}\right\}} \approx 81$$
(22)

故采用 RML 算法的测角性能要优于采用改进的时 空级联 ML 算法的测角性能。

## 5 计算机仿真实验

本节将给出上述 3 种测高方法所对应的测角算 法的计算机仿真结果,并对仿真结果进行比较和性 能分析。结合仿真结果图分析信噪比、目标高度、 天线架高等因素对 3 种方法测角性能的影响,得到 一般性的结论。并评估实际系统中的误差对 RML 算法测角性能的影响。

考虑垂直均匀线阵,阵元数为N = 10,阵元间 距 $d = 0.5 \lambda$ ,天线架高 20 m,目标与雷达天线相距 100 km。设其多普勒频率为 $f_d = 500$  Hz,脉冲重复 周期为 $\Delta t = 1$  ms,反射系数为 0.9,时域快拍数为 L = 128,蒙塔卡罗实验次数为 200 次。假设目标的 高度为 4000 m, 3 种算法测角均方根误差随信噪比 变化的曲线如图 2 所示。

从图中可以看出理论值和实验值吻合,并且随着信噪比的增大,3种算法的测角均方根误差都逐渐减小,即测量精度随着 SNR 的增大而提高。同时也可看出,同样的条件下,时空级联 ML 算法的测角误差最大,改进算法的误差次之,RML 算法的测角误差最小。即同样条件下,3种方法中基于 RML 算法的测高方法性能最好。

假设单次快拍的阵元信噪比为0dB,其他参数 与图2中相同。图3给出3种算法均方根误差随目 标高度的变化曲线。图中理论值和实验值吻合,且 RML算法的测角误差要远小于其他两种算法。随着 目标高度的增加,3种算法的均方根误差总体都呈 逐渐变小趋势,但是变化过程中存在起伏现象,凸



图 2 各算法均方根误差随信噪比的变化曲线

起点处表示此时的测角性能恶化。从图中不难看出 同样条件下时空级联 ML 算法的测角误差起伏现象 最严重,改进算法的起伏现象次之,RML 算法的起 伏现象与前两种算法相比最平稳。基于 RML 算法 的测高方法性能明显优于另外两种方法。

同样假设单次快拍的阵元信噪比为 0 dB, 天线 架高分别取 12 m, 20 m, 40 m, 其他参数与图 2 中 相同。图 4, 图 5, 图 6 分别给出了不同天线架高条 件下 3 种算法测角均方根误差随目标高度的变化曲 线。对于图 4, 图 5 所对应的时空级联 ML 算法和 改进的时空级联 ML 算法而言,实验值与理论值相 吻合,随着天线架高增加,测角 RMSE 总体呈下降 趋势,但趋势不明显,同时凸起点数量也逐渐增多, 起伏现象越来越严重。且时空级联 ML 算法的起伏 程度明显要比改进的时空级联 ML 算法更剧烈,凸 起点数目更多,这与图 3 中的结果是一致的。

对于图 6 所对应的 RML 算法,当天线架高较低(如 $h_r = 12 \text{ m}$ 或 $h_r = 20 \text{ m}$ )时理论值与实验值相吻合。而且随着天线架高的增加,测角 RMSE 理论 值总体呈下降趋势,且下降趋势明显,这是因为 RML 算法中的复合导向矢量等效于一个由原天线 阵列和镜像阵列( $a(-\arcsin(\sin(\theta_1) + 2h_r / R_d))$ 对应 的阵列)组成的虚拟阵列的导向矢量,随着天线架高 的增加,虚拟阵列的孔径在增大,测角精度会明显



图 3 各算法均方根误差随目标高度的变化曲线

提高。但当 $h_r = 40 \text{ m}$ 时,我们发现理论值与实验 值不吻合,这是由于此时天线架高过高,虚拟阵列 产生了模糊的现象。

图 7 给出了当目标高度为 9000 m, 天线架高分 别为 12 m 和 40 m 时 RML 算法的扫描曲线(此时目 标真实仰角为 5.16°)。从图中明显可看出,当*h<sub>r</sub>* = 12 m 时,扫描曲线只有一个峰值点,RML 算法能 够正常地进行仰角估计;当*h<sub>r</sub>* = 40 m 时,扫描曲 线出现了多个峰值点,产生了模糊问题。主要原因 是:RML 算法空间谱由雷达天线与其镜像构成的虚 拟阵列来决定,当虚拟阵列的孔径大于半波长宽度 时,在整个空域观测区间内除主瓣以外,还会存在 多个与主瓣强度相同的栅瓣,它们会造成观测的多 值性,即出现仰角模糊现象。特别是当天线架设越 高时,越容易出现这种情况。用频率分集的方法可 以很好地解决仰角模糊问题<sup>[16]</sup>。

对于 RML 算法,在实际应用中,若反射系数 $\rho$ 存在误差也会对测角性能产生影响。反射系数 $\rho$ 包括幅度和相位两部分。图 8,图 9 分别针对当 $\rho$ 的幅度、相位产生误差时,分析各自对测角结果的影响。除反射系数 $\rho$ 变化外,其他参数与图 2 中相同。

从图 8 和图 9 中对比可以看出,当反射系数 ρ 相 位准确,而幅度存在误差时,幅度的误差对测角结 果的影响较小;当反射系数 ρ 幅度准确,而相位存





在误差时,相位的误差对测角结果的影响较大。两 图对比可以发现反射系数ρ的相位对 RML 算法测 角结果的影响更大。

#### 6 结论

本文紧密结合米波阵列雷达的特点,总结和归 纳了现有的基于最大似然算法的 3 种米波雷达测高 方法。从方法(1)到方法(3),随着它们所利用的先验 信息逐渐增多,测角性能也在不断改善。计算机仿 真结果也验证了 RML 算法的有效性和优越性。从 这 3 种测高方法的性能对比中我们也可以得到启 发,合理地尽可能多地利用先验信息对于提高测量 精度和改善运算量是非常有帮助的。

对于 RML 算法,当天线高度较高时容易出现 仰角模糊现象。往往采用频率分集的方法来解决模 糊的问题。另外在实际应用中,反射系数ρ往往存 在误差,相对于幅度而言,反射系数ρ的相位对测 角结果影响更大。

## 参考文献

- KUSCHEL H. VHF/UHF radar. Part 1: Characteristics[J]. Electronics & Communications Engineering Journal, 2002, 14(2): 61–72. doi: 10.1049/ecej:20020203.
- [2] TIAN C and WEN S L. An anti-jamming and azimuth angle estimation algorithm for omni-directional VHF radar[C]. IET International Radar Conference, Hangzhou, 2015: 1–6. doi: 10.1049/cp.2015.1078.
- [3] 夏添,沈一鹰,刘永坦,等. 基于虚拟平面的米波组网雷达测高算法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(6): 1476-1482. doi: 10.11999/JEIT141504.

XIA Tian, SHEN Yiying, LIU Yongtan, et al. Height measurement algorithm of meter-wave radar network based on virtual plane[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 37(6): 1476–1482. doi: 10.11999/ JEIT141504.

 [4] 洪升,万显荣,柯亨玉.空间色噪声背景下双基地多输入多输 出雷达低仰角估计方法[J].电子与信息学报,2015,37(1): 15-21. doi: 10.11999/JEIT140290. HONG Sheng, WAN Xianrong, and KE Hengyu. Lowelevation estimation for bistatic MIMO radar in spatially colored noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(1): 15–21. doi: 10.11999/JEIT140290.

- [5] WANG S, CAO Y, SU H, et al. Target and reflecting surface height joint estimation in low-angle radar[J]. IET Radar Sonar Navigation, 2015, 10(3): 617–623. doi: 10.1049/iet-rsn. 2015.0391.
- [6] 苏延川,赵永波.基于高度分集的两波束米波雷达测高方法 及其应用[J].航空计算技术,2006,36(6):59-61.doi:10.3969/ j.issn.1671-654X.2006.06.015.

SU Yanchuan and ZHAO Yongbo. Method and application of altitude measurement based on altitude diversity in twoantenna VHF radar[J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2006, 36(6): 59–61. doi: 10.3969/j.issn. 1671-654X.2006.06. 015.

 [7] 胡晓琴,陈建文,王永良.米波雷达测高多径模型研究[J].电 波科学学报,2008,23(4):651-657.doi:10.3969/j.issn.1005-0388.2008.04.011.

HU Xiaoqin, CHEN Jianwen, and WANG Yongliang. Research on meter-wave radar height-finding multipath model[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2008, 23(4): 651–657. doi: 10.3969/j.issn.1005-0388.2008.04.011.

- [8] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 1986, 34(3): 276–280. doi: 10.1109/TAP.1986. 1143830.
- [9] NIE W K, FENG D Z, XIE H, et al. Improved MUSIC algorithm for high resolution angle estimation[J]. Signal Processing, 2015, 122: 87–92. doi: 10.1016/j.sigpro.2015.12. 002.
- [10] ZISKIND I and WAX M. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection[J]. *IEEE Transactions on Acoustics Speech & Signal Processing*, 1988, 36(10): 1553–1560. doi: 10.1109/29.7543.
- [11] ABRAMOVICH Y I, BESSON O, and JOHNSON B A. Bounds for maximum likelihood regular and non-regular DOA estimation in K-distributed noise[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 63(21): 5746–5757. doi: 10.1109/TSP.2015.

2460218.

- [12] 赵永波,张守宏. 雷达低角跟踪环境下的最大似然波达方向估计方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1520-1523.
  ZHAO Yongbo and ZHANG Shouhong. Maximum likelihood DOA estimation in radar low-angle tracking environment[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(9): 1520-1523.
- [13] 贾永康,保铮.利用多普勒信息的波达方向最大似然估计方法[J].电子学报,1997,25(6):71-76.
  JIA Yongkang and BAO Zheng. Maximum likelihood DOA estimation by using doppler information[J]. Acta Electronica Sinica, 1997, 25(6): 71-76.
- [14] 贾永康,保铮.时空二维信号模型下的波达方向估计方法及 其性能分析[J].电子学报,1997,25(9):69-73.
  JIA Yongkang and BAO Zheng. DOA estimation methods and its performance for signals with temporal-spatial 2-dimension model[J]. Acta Electronica Sinica, 1997, 25(9): 69-73.
- [15] BOSSE E, TURNER R M, and BROOKES D. Improved

radar tracking using a multipath model: maximum likelihood compared with eigenvector analysis[J]. *IEE Proceedings Radar, Sonar and Navigation*, 1994, 141(4): 213–222. doi: 10.1049/ip-rsn: 19941162.

- [16] 徐振海,黄坦,熊子源,等.基于频率分集的阵列雷达低角跟踪算法[J]. 国防科技大学学报, 2014, 36(2): 93-98. doi: 10. 11887/j.cn.201402016.
  XU Zhenhai, HUANG Tan, XIONG Ziyuan, et al. Low angle tracking algorithm using frequency diversity for array radar[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(2): 93-98. doi: 10.11887/j.cn.201402016.
- 赵永波: 男,1972年生,教授,博士生导师,研究方向为阵列信 号处理、雷达信号处理、MIMO 雷达、米波雷达等.
- 霍 炯: 男,1993年生,硕士生,研究方向为雷达信号处理、波达方向估计.
- 朱玉堂: 男,1988年生,博士生,研究方向为波达方向估计、波 束形成.