

铁质长旋转椭球壳体在均匀恒定磁场中产生的感应场

彭怀云^① 王元新^{*②} 潘威炎^② 郭立新^① 张红旗^② 陈宇^②

^①(西安电子科技大学理学院 西安 710071)

^②(中国电波传播研究所电波环境特性及模化技术重点实验室 青岛 266107)

摘要: 为了研究潜艇周围的感应场,该文将潜艇的形状理想化为一个旋转对称的长椭球壳体。该文导出了壳体内外感应磁场表达式,采用解析方法分析讨论在外加均匀恒定磁场下,壳体上产生的总感应磁场以及各分量在不同纬度、不同放置方向和不同探测高度上的等值线分布。计算结果表明:随着传播距离的增加,感应磁场逐渐变弱。沿壳体纵轴方向(z 分量)的感应磁场最显著,而沿垂直方向(x 分量)的感应磁场最小。与高纬度相比,中纬度总感应磁场和各分量更容易被磁力计探测到。随着高度的增加,它们的探测范围变化不大。壳体沿南北方向放置时更容易被探测到。

关键词: 感应磁场; 潜艇; 磁力计; 探测范围

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)05-1250-06

DOI: 10.11999/JEIT160683

Induced Fields Produced on Iron Rotation Long Ellipsoid Cavity under Uniform Constant Magnetic Field

PENG Huaiyun^① WANG Yuanxin^② PAN Weiyuan^②

GUO Lixin^① ZHANG Hongqi^② CHEN Yu^②

^①(School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(National Key Laboratory of Electromagnetic Environment, Research Institute of Radio Wave Propagation, Qingdao 266107, China)

Abstract: The shape of the submarine is idealized as a rotation symmetrical long ellipsoid cavity in order to study the induced fields around the submarine. The expressions of the induced magnetic fields in inside and outside cavity are derived. The contour distributions of the total induced magnetic field and each component on the cavity along different latitudes, different location directions and different detection heights are analyzed and discussed by the analytical method under the uniform constant magnetic field. The calculation results indicate that the induced magnetic fields will gradually die down along with the increase of the propagation distance. The induced magnetic field is prominent along the cavity longitudinal direction (z component), while it is minimum along the cavity vertical direction (x component). The total induced magnetic field and each component detected by the magnetometer at middle latitude can be more easily detected than those at high latitude. While their detection ranges change very little along with the increase of the height. It can be more easily detected when the cavity is placed along the south and north direction.

Key words: Induced magnetic field; Submarine; Magnetometer; Detection range

1 引言

潜艇作为一种有效的作战平台,得到了各国军方的普遍重视,主要原因是它能长期隐蔽于水下几

百米而不被敌方发现,出其不意地发起突然攻击,击毁海上甚至岸上目标。所以反潜技术已成为各国潜艇发展战略中不可忽略的信息对抗手段。随着潜艇技术的发展,使反潜更加困难和复杂。若无法有效实现对潜艇的探测,那么,无论是在近海防守还是远海作战中,都将处于被动地位,因此不断发展潜艇探测技术十分重要^[1]。

潜艇外壳中由铁磁材料构建的部分,由于地磁场的磁化作用而带有磁性,结果会在潜艇周围产生附加磁场,导致背景地磁场异常。因此,通过对背

收稿日期: 2016-06-29; 改回日期: 2016-12-30; 网络出版: 2017-02-24

*通信作者: 王元新 wyx781215@163.com

基金项目: 国家 863 计划项目(2015SQ712378, 2015SQ 712220), 中国电子科技集团公司重点实验室专项基金(A171501023)

Foundation Items: The National 863 Program of China (2015SQ712378, (2015SQ712220), China Electronics Technology Group Corporation National Key Laboratory Special Fund (A171501023)

景磁场的监测与对磁异常的判断，便能实现对潜艇的探测。磁异常探潜技术就是通过监测背景磁场是否存在磁异常情况来实现对潜艇的探测及定位的。如果能探测出某一海域的恒定磁场比正常的地球磁场有明显的不同，则有可能是该探测点附近有潜艇(铁磁物体)活动，这就是磁探测反潜技术的原理^[2,3]。

法国的克罗基特公司自1965年就开始从事磁力异常探测研究，如今生产的MADMK-3磁力探测仪具有全数字化、工作效率高、性能稳定可靠、体积小、价格低廉等特点。另外具有代表性的还有美国的AN/ASQ-81(V)及其数字化AN/ASQ-208氦光泵磁力仪，以及加拿大的AN/ASQ-504铯光泵磁力仪。1982年，德国开始研究超导磁力仪，在探测金属和非金属目标等方面完成了许多试验^[4,5]。随着磁测量技术的发展，高精度磁测量仪器的出现，使得基于磁异常的潜艇探测技术拥有良好的应用前景。目前磁探测已成为世界上反潜技术之一，得到广泛应用。

由于潜艇的导磁率远大于 1，在海洋环境中，海水与空气的导磁系数都十分接近于 1，因此潜艇可以理解为位于导磁系数为 1 的均匀介质中，它在恒定的地球磁场^[6]作用下，在其周围将产生感应的扰动场^[7-10]，利用磁通门磁力计^[11-14]或光泵磁力计^[15]探测扰动场的范围。为了避免或减少磁探测技术的虚警漏警率，必须定量地分析研究潜艇周围扰动场的空间分布特征、衰减规律以及它与潜艇形状、艇体与地磁场相对方向之间的关系等。本文将潜艇的形状理想化为一个旋转对称的长椭球壳体，取长球坐标系，使壳体的表面与椭球坐标系中的一个坐标 $\eta = \text{const}$ 重合，导出了壳体内外的感应磁场表达式^[16]，从而试图用传统的解析方法^[17]进行求解，并与加速收敛算法^[18,19]计算的结果进行了对比，结果基本一致，从而证明了本文解析方法的正确性。并分析讨论了在外加均匀恒定磁场下壳体上产生的总感应磁场以及各分量在不同纬度、不同放置方向和不同探测高度上的等值线分布。

2 长旋转椭球坐标系下恒定磁场的位函数展开式

长旋转椭球坐标系可参考文献^[17]。对于静止的恒定磁场而言，它是一个无旋场，即 $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ ，故它一定可以用一个位函数 U 的梯度来表示，即 $\mathbf{B} = \mu \nabla U$ 。此位函数应满足拉氏方程， $\nabla^2 U = 0$ ，即^[17]

$$\frac{1}{c^2 (\sinh^2 \eta + \sin^2 \theta)} \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \coth \eta \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right\} + \frac{1}{c^2 \sinh^2 \eta \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \psi^2} = 0 \quad (1)$$

令

$$U = H(\eta)\Theta(\theta)\Psi(\psi) \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)，分离变量后，可得一般解，分别为

$$H = A_1 P_n^m(\cosh \eta) \text{ 或 } B_1 Q_n^m(\cosh \eta) \quad (3)$$

$$\Theta = A_2 P_n^m(\cos \theta) \text{ 或 } B_2 Q_n^m(\cos \theta) \quad (4)$$

$$\Psi = A_3 \sin m\psi \text{ 或 } B_3 \cos m\psi \quad (5)$$

3 外加均匀恒定磁场影响下壳体内外的感应磁场

如果壳体的纵向剖面如图 1 所示，壳体的半长轴为 a ，壳体腹部的半径为 b ，壳体内壁纵向长度为 $2a_1$ ；则壳体外表面的焦距为 $2c$ ， $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ ；壳体外表面对应的 η 坐标为 $\eta_0 = \cosh^{-1}(a/c)$ ；壳体内表面对应的 η 坐标为 $\eta_1 = \cosh^{-1}(a_1/c)$ ； $\eta_1 < \eta_0$ 。在这种坐标系下，全空间分为 3 个区域，区域 1 为 $\mu_1 = \mu_0$ ， $\eta \geq \eta_0$ 的外空间，区域 2 为壳体所在的铁磁材料空间 $\mu_2 = \mu_r \mu_0$ ， $\eta_1 < \eta < \eta_0$ ，区域 3 为由空气填充的内部区域， $\mu_3 = \mu_0$ ， $\eta < \eta_1$ 。

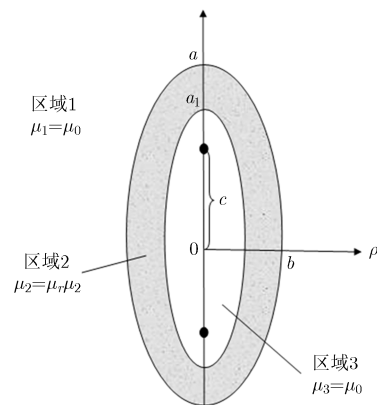


图 1 壳体的纵向剖面示意图

如果外部磁场是沿 z 方向的均匀场，则外来磁场的位函数可以表示为

$$U_0 = B_{0z} \cdot z = B_{0z} c \cosh \eta \cos \theta = B_{0z} c P_1(\cosh \eta) P_1(\cos \theta) \quad (6)$$

在外场作用下，由于壳体的导磁率与周围媒质有巨大的反差，将产生感应场，此感应场的位函数为 U'_1 ，则区域 1 中总的位函数可表示为

$$U_1 = U_0 + U'_1 = B_{0z} c [P_1(\cosh \eta) + A_z Q_1(\cosh \eta)] P_1(\cos \theta) \quad (7)$$

在区域 2， $\eta_1 < \eta < \eta_0$ ，位函数应同时具有随 η 增加和减小的两个分量，故可表示为

$$U_2 = B_{0z} c [D_{1z} P_1(\cosh \eta) + D_{2z} Q_1(\cosh \eta)] P_1(\cos \theta) \quad (8)$$

在区域 3， $0 \leq \eta < \eta_1$ ，此区域包含 $\eta = 0$ ，位

函数在此区域应处处解析。由于第 2 类勒让德函数在 $\eta = 0$ 处为奇点，所以 U_3 只能表示为

$$U_3 = B_{0z} c E_z P_1(\cosh \eta) P_1(\cos \theta) \quad (9)$$

由各区域的界面边界条件可求得式(7)，式(8)和式(9)中的系数 A_z ， D_{1z} ， D_{2z} 和 E_z ，从而可以确定各个区域的磁场位函数。

若外界磁场沿 x 或 y 方向，同样可以得到各个区域中感应磁场的位函数。

当外界磁场同时有 x, y, z 3 个方向的分量 B_{0x} ， B_{0y} ， B_{0z} 时，在区域 1 产生的感应场的位函数应是 3 个独立方向的外界磁场产生的感应场位函数之和，即

$$U' = c [B_{0z} A_z Q_1(\cosh \eta) \cos \theta + B_{0x} A_x Q_1^1(\cosh \eta) \sin \theta \cos \psi + B_{0y} A_y Q_1^1(\cosh \eta) \sin \theta \sin \psi] \quad (10)$$

则壳体外面的扰动磁场为

$$B' = \nabla U' = ix \left[\frac{\partial U'}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial U'}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial U'}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + iy \left[\frac{\partial U'}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial U'}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial U'}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] + iz \left[\frac{\partial U'}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial U'}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial U'}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] \quad (11)$$

4 远区场的近似

当观察点离原点的距离比焦距 c 大得多，即 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \gg c$ ，则 $\cosh \eta$ 和 $\sinh \eta$ 及 η 可认

为都很大，此时有 $\cosh \eta \approx \sinh \eta \approx r/c$ ，及 $\sin \theta \rightarrow (x^2 + y^2)^{1/2}/r$ ，则

$$U' \approx c \left[B_{0z} A_z \frac{c^2}{3r^2} \cos \theta + B_{0x} A_x \left(-\frac{2c^2}{3r^2} \right) \sin \theta \cos \psi + B_{0y} A_y \left(-\frac{2c^2}{3r^2} \right) \sin \theta \sin \psi \right] \rightarrow c \left[B_{0z} A_z \frac{c^2}{3r^2} \frac{z}{r} + B_{0x} A_x \left(-\frac{2c^2}{3r^2} \right) \frac{x}{r} + B_{0y} A_y \left(-\frac{2c^2}{3r^2} \right) \frac{y}{r} \right] \quad (12)$$

所以感应场可理解为放置在原点的 3 个磁偶极子产生的场的迭加。此 3 个磁偶极子的磁矩分别为 $B_{0z} A_z (c^3/3)$ ， $(2c^3/3) B_{0x} A_x$ 和 $(2c^3/3) B_{0y} A_y$ 。位函数大约以 $1/r^2$ 的速率随传播距离衰减，感应磁场大约以 $1/r^3$ 的速率随传播距离衰减。

5 计算分析和讨论

由于空心椭球体壁厚超过 10 cm 以后，空心椭球体和实心椭球体相比， A_x ， A_y 和 A_z 最大相差约 0.2 dB，所以在空心椭球体和实心椭球体上产生的感应磁场差别不大。若壳体所在位置的地磁场 B_0 的磁倾角为 β ，壳体放置方向与正北方向之间的夹角为 α ，则有 $B_{0x} = B_0 \sin \beta$ ， $B_{0y} = B_0 \cos \beta \sin \alpha$ ， $B_{0z} = B_0 \cos \beta \cos \alpha$ 。

图 2 是利用本文的解析方法与加速收敛算法(可参考文献[18,19])计算结果的对比。当实心椭球体的

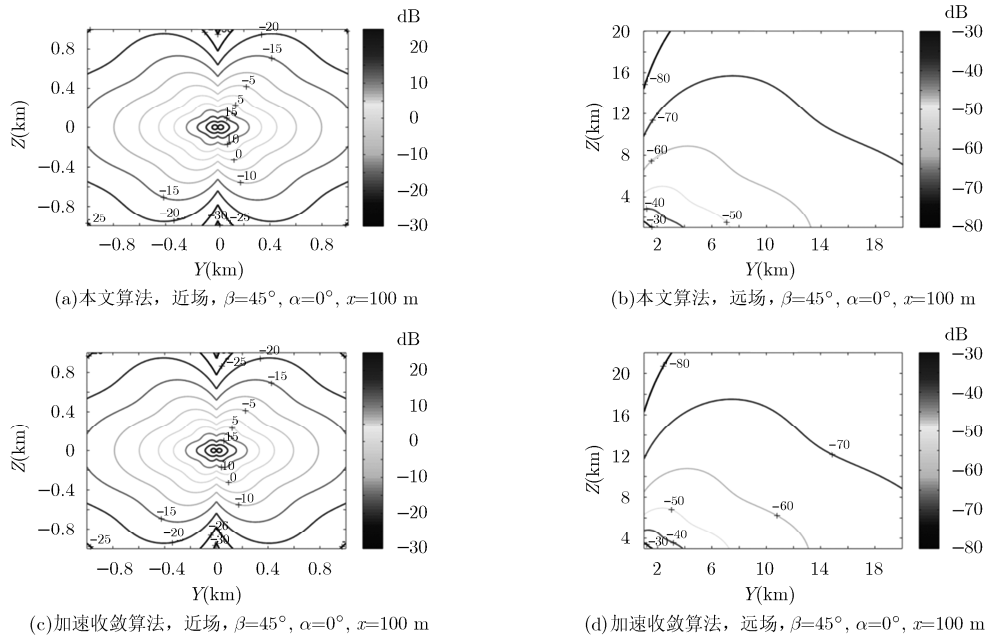


图 2 总磁感应强度 $B_{\text{总}}/B_0$ 在近区和远区的等值线分布图

长轴和短轴相差很小时，实心椭球体可简化为实心球体。球体所在位置的地磁场磁倾角位于中纬度 $\beta = 45^\circ$ ，球体在南北方向放置 $\alpha = 0^\circ$ ，磁导率 $\mu_r = 8000$ ，地磁场 $B_0 = 5 \times 10^{-5} \text{ T}$ ，观测点的高度 $x = 100 \text{ m}$ 。把文献[18]中的地-电离层壳体模型改为实心铁质球体，半径 a 为 50 m ，磁偶极子放置在实心铁质球体上方，球体放置在海水中，利用加速收敛算法计算总磁感应强度在近区和远区的等值线分布图。计算结果如图 2(a)~图 2(d)所示。其中，图 2(a)和图 2(b)是本文算法计算的结果，图 2(c)和图 2(d)是加速收敛算法计算的结果。

从图 2 可以看出，两种算法计算的结果基本一致，相差小于 0.2 dB 。用色标值表示感应磁场在空间的等值线分布强弱。随着传播距离的增加，总磁感应强度逐渐变弱。由于球体相对于 y 轴和 z 轴都是对称的，所以产生的总磁感应强度的等值线分布图也是相对于 y 轴和 z 轴都是对称分布的。

图 3 是空心椭球体上总磁感应强度在近区和远区的等值线分布图。计算条件是壳体长 $2a = 100 \text{ m}$ ，宽 $2b = 10 \text{ m}$ ，壁厚 10 cm ，磁导率 $\mu_r = 8000$ ，地磁场 $B_0 = 5 \times 10^{-5} \text{ T}$ ，壳体所在位置的地磁场磁倾角位于中纬度 $\beta = 45^\circ$ ，壳体是在南北方向放置 $\alpha = 0^\circ$ ，观测点的高度 $x = 100 \text{ m}$ ，计算结果如图 3(a)，图 3(b)所示；壳体所在位置的地磁场磁倾角位于中纬度 $\beta = 45^\circ$ ，壳体是在东西方向放置 $\alpha = 90^\circ$ ，观测点的高度 $x = 100 \text{ m}$ ，计算结果如图 3(c)，图 3(d)所示。

从图 3 可以看出，随着传播距离的增加，总磁感应强度逐渐变弱。当椭球体位于南北方向时，相

对于 y 轴和 z 轴都是对称的，所以产生的总感应磁场的等值线分布图也是相对于 y 轴和 z 轴都是对称分布的。当椭球体位于东西方向时，相对于 z 轴是对称的，所以产生的总感应磁场的等值线分布图也是相对于 z 轴是对称分布的。在对称分布的分界面上，由于感应磁场强度相互叠加，其数值变的很小。总磁感应强度及各分量能被磁力计探测到的范围如表 1 所示。

从表 1 可以看出，磁感应强度 B_z 的探测范围比 B_y 的大些，更容易探测到，而磁感应强度 B_x 的探测范围较小。壳体沿南北方向放置时的探测范围比东西方向放置时的大，更容易被探测到。 -80 dB 时的探测范围比 -60 dB 时的大得多。

当磁倾角分别位于低、高纬度，即 $\beta = 15^\circ$ 和 70° ，夹角 $\alpha = 0^\circ, 45^\circ$ 和 90° ，位于不同高度时，空心椭球体上磁感应强度各分量以及总磁感应强度在近区和远区的等值线分布图的计算结果与图 3 类似，由于版面原因，就不一一列出了。

6 结束语

本文分析讨论了在空心椭球体上产生的总感应磁场以及各分量在不同纬度、不同放置方向和不同高度上的等值线分布图。用色标值表示感应磁场在空间的等值线分布强弱。随着传播距离的增加，磁感应强度逐渐变弱。 z 分量比 y 分量的感应磁场要显著，而 x 分量是垂直分量，感应磁场最小。与高纬度相比，中纬度总磁感应强度和各分量能被磁力计探测到的范围更大，容易探测到。随着高度的增加，总磁感应强度和各分量的探测范围缩小，但是变化

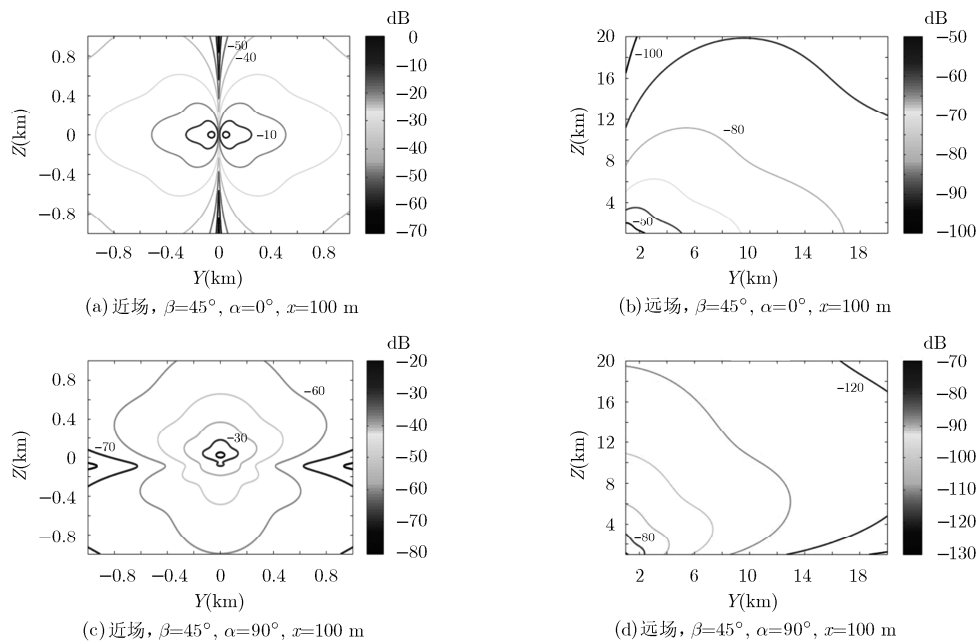


图 3 总磁感应强度 $B_{\text{总}} / B_0$ 在近区和远区的等值线分布图

表1 磁感应强度能被磁力计探测到的范围(在离目标100 m高度探测)

总感应磁场 及各分量	B_x	B_y	B_z	$B_{\text{总}}$
-60 dB 时最大 探测范围(m)	$\alpha = 0^\circ$:	$\alpha = 0^\circ$:	$\alpha = 0^\circ$:	$\alpha = 0^\circ$:
	$-780 \leq y \leq 780$	$-2800 \leq y \leq 2800$	$-5000 \leq y \leq 5000$	$-5000 \leq y \leq 5000$
	$-550 \leq z \leq 550$	$-3500 \leq z \leq 3500$	$-1950 \leq z \leq 1950$	$-3500 \leq z \leq 3500$
	$\alpha = 90^\circ$:	$\alpha = 90^\circ$:	$\alpha = 90^\circ$:	$\alpha = 90^\circ$:
	$-370 \leq y \leq 370$	$-450 \leq y \leq 450$	$-600 \leq y \leq 600$	$-800 \leq y \leq 800$
	$-450 \leq z \leq 260$	$-1000 \leq z \leq 1200$	$-550 \leq z \leq 350$	$-1000 \leq z \leq 1200$
-80 dB 时最大 探测范围(m)	$\alpha = 0^\circ$:	$\alpha = 0^\circ$:	$\alpha = 0^\circ$:	$\alpha = 0^\circ$:
	$-1350 \leq y \leq 1350$	$-9000 \leq y \leq 9000$	$-16800 \leq y \leq 16800$	$-16800 \leq y \leq 16800$
	$-950 \leq z \leq 950$	$-11000 \leq z \leq 11000$	$-6300 \leq z \leq 6300$	$-11200 \leq z \leq 11200$
	$\alpha = 90^\circ$:	$\alpha = 90^\circ$:	$\alpha = 90^\circ$:	$\alpha = 90^\circ$:
	$-830 \leq y \leq 830$	$-1350 \leq y \leq 1350$	$-2350 \leq y \leq 2350$	$-2350 \leq y \leq 2350$
	$-920 \leq z \leq 660$	$-3400 \leq z \leq 3500$	$-1800 \leq z \leq 1850$	$-3400 \leq z \leq 3500$

不大。壳体沿南北方向放置时的探测范围比东西方向放置时的大,更容易被探测到。提高探测范围的途径:(1)不同磁力计的探测精度不同,有的能探测到-80 dB,有的能探测到-60 dB,需不断提高仪器的精度;(2)地磁场随地域、昼夜和季节是不断变化的,但在几公里的范围内变化不大,结合背景磁场的变化规律,建立相应的数据库;(3)根据仪器的探测精度和数据库进行自动化判别。如果壳体的形状保持不变,但其尺寸成比例地放大或缩小,则以椭球坐标表达的感应场位函数保持不变,但椭球坐标与直角坐标的换算关系将有相应的放大或缩小。所以,当壳体目标增大或缩小时,在同样的探测灵敏度下,最大的可探测范围亦将有相应倍数的增大或缩小。

通过定量分析研究潜艇周围扰动场的空间分布特征、衰减规律以及它和潜艇与地磁场相对方向之间的关系,为反潜技术和应用奠定了理论基础。本文只是做了一些基础性研究,仅根据本文的计算结果判断水下潜艇的位置还远远不够,后续还有大量工作要做,还需结合背景地磁场和整个探测区域内的磁场变化来进行判断。

参考文献

- [1] 陈宇沁,周宏威,袁建生. 基于磁异常检测的潜艇探测探头类型分析[J]. 电测与仪表, 2015, 52(11): 20-24. doi: 10.3969/j.issn.1001-1390.2015.11.005.
CHEN Yuqin, ZHOU Hongwei, and YUAN Jiansheng. Analysis of different types of magnetic probes for submarine detection based on magnetic anomaly[J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2015, 52(11): 20-24. doi: 10.3969/j.issn.1001-1390.2015.11.005.
- [2] HAO Liling, LI Gang, and LIN Ling. Optimization of measurement arrangements for magnetic detection electrical impedance tomography[J]. *IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering*, 2014, 61(2): 444-452. doi: 10.1109/TBME.2013.2280632.
- [3] 陈正想,卢俊杰. 弱磁探测技术发展现状[J]. 水雷战与舰船防护, 2011, 19(4): 1-5.
CHEN Zhengxiang and LU Junjie. Current development of weak magnetic detection[J]. *Mine Warfare & Ship Self-Defence*, 2011, 19(4): 1-5.
- [4] 崔国恒,于德新. 非声探潜技术现状及其对抗措施[J]. 火力与指挥控制, 2007, 32(12): 10-13. doi: 10.3969/j.issn.1002-0640.2007.12.003.
CUI Guoheng and YU Dexin. Status quo of non-acoustics antisubmarine detecting technology and its countermeasures[J]. *Fire Control and Command Control*, 2007, 32(12): 10-13. doi: 10.3969/j.issn.1002-0640.2007.12.003.
- [5] 艾艳辉,赵治平. 非声探测技术面面观[J]. 水雷战与舰船防护, 2003(3): 43-46.
AI Yanhui and ZHAO Zhiping. Outlook of non-acoustics submarine detection[J]. *Mine Warfare & Ship Self-Defence*, 2003(3): 43-46.
- [6] 吴奕初,胡占成,刘海林,等. 磁共振实验测量地磁场方法的探究[J]. 物理实验, 2016, 36(4): 1-6. doi: 10.3969/j.issn.1005-4642.2016.04.001.
WU Yichu, HU Zhancheng, LIU Hailin, et al. Measuring the geomagnetic field using optical magnetic resonance[J]. *Physics Experimentation*, 2016, 36(4): 1-6. doi: 10.3969/j.issn.1005-4642.2016.04.001.
- [7] 冯亚敏,陈聪,冯汉臣. 潜艇腐蚀相关静态电磁场分布规律的实验验证[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2016, 40(1): 140-144. doi: 10.3963/j.issn.2095-3844.2016.01.029.

- FENG Yamin, CHEN Cong, and FENG Hanchen. Experimental verification of the distribution regularities of the static corrosion-related-electromagnetic field produced by a submarine[J]. *Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering)*, 2016, 40(1): 140-144. doi: 10.3963/j.issn.2095-3844.2016.01.029.
- [8] 衣军, 张朝阳, 虞伟乔. 基于地磁模拟的潜艇感应磁场测量[J]. *上海海事大学学报*, 2015, 36(1): 61-64.
- YI Jun, ZHANG Chaoyang, and YU Weiqiao. Measurement of submarines' induced magnetic field based on geomagnetic simulation[J]. *Journal of Shanghai Maritime University*, 2015, 36(1): 61-64.
- [9] BRUNOTTE X, MEUNIER G, and BONGIRAUD J. Ship magnetizations modelling by the finite element method[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1993, 29(2): 1970-1975. doi: 10.1109/20.250795.
- [10] NGUYEN T S, GUICHON J M, CHADEBEC O, *et al.* Ships magnetic anomaly computation with integral equation and fast multipole method[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2011, 47(5): 1414-1417. doi: 10.1109/TMAG.2010.2091626.
- [11] TANRISEVEN S, CAN H, TOPAL U, *et al.* A low cost and simple fluxgate magnetometer implementation[C]. *International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis, and Simulation Methods and Applications to Circuit Design*, Canada, 2015: 7-9.
- [12] 林钢, 杨会平, 白彦峥, 等. 高精度空间磁通门磁力计[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2005, 33(12): 61-63. doi: 10.3321/j.issn.1671-4512.2005.12.019.
- LIN Gang, YANG Huiping, BAI Yanzheng, *et al.* Space fluxgate magnetometer with high precision[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2005, 33(12): 61-63. doi: 10.3321/j.issn.1671-4512.2005.12.019.
- [13] WANG Jiabo and CHEN Xi. A fluxgate magnetometer for navigation and sensing: noise character and digital filtering[C]. *Sensors*, IEEE, Canada, 2015: 1-4. doi: 10.1109/ICSENS.2015.7370466.
- [14] 张敏, 杨福喜, 张文来, 等. 磁通门磁力仪探头定向角度与准确度标定分析[J]. *地震地磁观测与研究*, 2015, 36(6): 102-108. doi: 10.3969/j.issn.1003-3246.2015.05.017.
- ZHANG Min, YANG Fuxi, ZHANG Wenlai, *et al.* Preliminary analysis of directional angle and measurement accuracy on the fluxgate magnetometer probe[J]. *Seismological and Geomagnetic Observation and Research*, 2015, 36(6): 102-108. doi: 10.3969/j.issn.1003-3246.2015.05.017.
- [15] ROBBES D. Highly sensitive magnetometers-a review[J]. *Sensors and Actuators A-Physical*, 2006, 129(1): 86-93. doi: 10.1016/j.sna.2005.11.023.
- [16] 潘威炎. 长波超长波极长波传播[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2004: 40-101.
- PAN Weiyao. Long Wave Beyond Long Wave Extremely Long Wave Propagation[M]. Chengdu: Electric Science and Technology University Press, 2004: 40-101.
- [17] MOON P and SPENCER D E. *Field Theory Handbook*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1961: 28-30.
- [18] WANG Yuanxin, ZHAO Zhenwei, WU Zhensen, *et al.* Fast convergence algorithm for earthquake prediction using electromagnetic fields excited by SLF/ELF horizontal magnetic dipole and Schumann resonance[J]. *Wireless Personal Communication*, 2014, 77(2): 1039-1053. doi: 10.1007/s11277-013-1553-6.
- [19] WANG Yuanxin, JIN Ronghong, GENG Junping, *et al.* Exact SLF/ELF underground HED field strengths in earth-ionosphere cavity and Schumann resonance[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, 59(8): 3031-3039. doi: 10.1109/TAP.2011.2158952.
- 彭怀云: 男, 1980年生, 高级工程师, 研究方向为电波传播和计算电磁场。
- 王元新: 男, 1978年生, 高级工程师, 研究方向为电波传播及应用。
- 潘威炎: 男, 1939年生, 研究员, 研究方向为电波传播及应用。