

基于俯仰频率分集技术的波束形成方法

吴旭姿 刘 峥* 谢 荣

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 传统频率分集阵列雷达在水平阵元间引入线性频率偏差,其波束在方位维与距离维具有耦合性,且存在栅瓣。针对此问题,该文提出一种基于俯仰频率分集技术的波束形成方法。首先建立俯仰频率分集阵列雷达信号模型,详细分析了发射方向图的时间依赖性和栅瓣特性。然后通过设计接收端的阵元参数,合成无栅瓣的发射-接收方向图。仿真实验验证了所提方法的有效性,所得波束在距离维与方位维无耦合,且主瓣宽度较窄。

关键词: 相控阵雷达; 波束形成; 俯仰频率分集

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)12-3070-08

DOI: 10.11999/JEIT160667

Beamforming with Vertical Frequency Diverse Array

WU Xuzi LIU Zheng XIE Rong

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In most of the frequency diverse array radars, a small linear frequency offset is always applied across the horizontal array elements, generating a different beam pattern with coupling between the azimuth dimension and range dimension. Moreover, the grating lobes also exist in the range dimension. To overcome this, a method of beamforming with the vertical frequency diverse array is proposed. Based on the radar signal model, the characteristics of the time dependence and grating lobes in the transmit pattern are analyzed. Then the transmit-receive pattern with no grating lobes is synthesized by designing the parameters of the receive elements. Simulations results show the validity of the proposed method. The synthesized pattern is range-dependent only, and also has the smaller beamwidth of the mainlobe.

Key words: Phased array radar; Beamforming; Vertical frequency diversity

1 引言

随着现代雷达技术的日益发展,数字化的相控阵天线已在机载雷达系统中得到广泛应用。通常情况下,每个天线阵元发射的是相同信号,雷达通过调整相位实现空间的波束扫描。而在机载雷达下视工作时,波束宽度在空间平面上固定,主波束照射的距离范围会随着主瓣俯仰角的减小而迅速增大,从而导致进入主瓣的杂波及干扰增多,数据处理量也加重。为了形成窄波束,雷达通常需要增大天线孔径。这对于某些天线尺寸受限的机载雷达存在一定的制约。随着多输入多输出(MIMO)雷达^[1]、认知雷达^[2]等新一代雷达概念的提出,通过发射端的设计与优化来提升雷达探测性能已得到越来越多的重视。除了利用移相器进行信号发射,雷达还可以通

过改变不同阵元的发射信号实现更加灵活的资源分配和调度。

近几年,文献[3,4]提出了一种新型频率分集阵列(Frequency Diverse Array, FDA)的概念。不同于正交频率分集技术,FDA雷达可归属于相关MIMO雷达的类别中。它不同阵元发射信号间加入了远远小于基准载频的频率增量,所获得的目标回波信号是相关的,因而可以认为是从相同的姿态下接收目标回波,这一点与传统相控阵雷达类似。特别地,FDA雷达波束不仅与空间角度有关,而且与距离、时间直接相关,也就使其具有更加灵活的波束扫描方式^[5,6]。目前,FDA技术主要应用于1维水平阵列上,形成的波束在方位与距离上相互耦合,具有“S”型特征^[7-12]。其中,文献[7,8]提出了基于FDA技术的雷达目标距离-角度联合估计方法。文献[9,10]提出利用FDA波束的距离依赖性抑制距离模糊杂波及距离欺骗式干扰。文献[11,12]给出了不同优化准则下的FDA方向图合成方法。但水平维FDA同时也具有以下问题:一是方位角、时间、距离三者相互

收稿日期: 2016-06-24; 改回日期: 2016-11-01; 网络出版: 2016-12-02

*通信作者: 刘峥 lz@xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61301282)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61301282)

耦合，使得主瓣方位角对距离和时间的变化较为敏感，这不仅造成扫描中的混乱，也会使得在长时间积累情况下，感兴趣目标可能无法持续处于主瓣照射范围内，影响信噪比的积累；二是存在栅瓣，导致杂波或干扰能量的增强，影响目标探测性能；三是波束的耦合性和时变性可能会影响杂波协方差矩阵的有效估计，因而未必适用于运动平台下的雷达系统。针对以上问题，文献[13]提出了随时间变化的频率分集阵列，其设计的频率增量随时间的变化而变化，使得某一距离上的波束不再具有时间依赖性，但该方法的工程应用性较差。文献[14]提出了对数型的频率分集阵列，频率增量呈对数增长。由于不具有线性关系，波束不存在栅瓣，但该方法的缺点是不能得到闭合的求和表达式，也就无法从理论角度分析波束的相关特性。

综合考虑上述问题，本文提出了一种基于俯仰频率分集技术的波束形成方法。现有文献大多考虑的是水平维频率分集阵列，而俯仰维频率分集阵列尚未进行详细研究。本文首先建立了俯仰频率分集阵列雷达信号模型，分析了发射方向图的时间依赖性和栅瓣特性。通过对接收端阵元参数的设计与优化，最终合成无栅瓣的发射-接收方向图。由于频率增量在俯仰阵元间引入，方位维波束并未发生改变，因而波束在距离维与方位维无耦合。此外，本文方法合成波束主瓣较窄，增加的距离维自由度也使雷达在方位-距离平面内的波束扫描更加灵活。

2 模型建立

图 1 所示为频率分集阵列雷达空间几何结构。X 轴与 Y 轴张成水平面，Z 轴垂直向上。考虑一机载雷达系统，相对于地面高度为 H ，运动方向沿 X 轴。不失一般性，假设雷达发射天线为 M 行 N 列的均匀矩形平面阵列，行阵元与列阵元的间距分别为 d_N 和 d_M ，天线在水平面上的投影与 Y 轴的夹角为 ψ 。以坐标 $A(0,0,H)$ 处的阵元为参考阵元，则第 (m,n) ($m=1,2,\dots,M,n=1,2,\dots,N$) 个阵元相对于参考阵元的空间位置矢量为 $\mathbf{d}_{m,n} = [(n-1)d_N \sin \psi \quad (n-1)d_N \cos \psi \quad (m-1)d_M]^T$ 。

不同于水平频率分集阵列雷达发射信号模型，本文设雷达发射信号载频沿列阵元线性增加，每 1 行阵元发射信号载频相同。令 $s_{m,n}(t)$ ($t \in [0, T]$, T 表示脉冲宽度) 表示第 (m,n) 个阵元的发射信号，则

$$s_{m,n}(t) = \exp(j2\pi f_{m,n} t) \quad (1)$$

其中， $f_{m,n} = f_0 + (m-1)\Delta f$ 表示发射信号载频， f_0 为基准载频， Δf 为频率增量，且远远小于 f_0 。假设一远场点目标 $P(\theta, \phi, R)$ ， θ 和 ϕ 分别表示方位角和俯

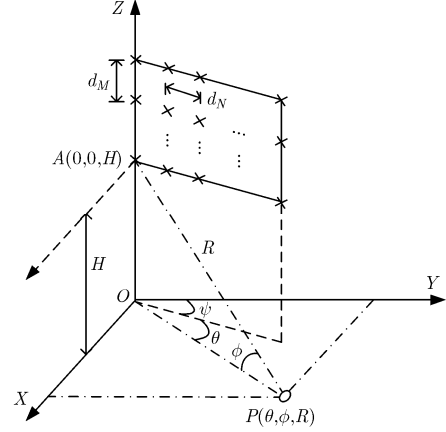


图 1 频率分集阵列雷达几何构型

仰角， R 表示目标到参考阵元的斜距。则目标到第 (m,n) 个阵元的距离为

$$\begin{aligned} R_{m,n} &= R - \mathbf{d}_{m,n}^H \boldsymbol{\mu}(\theta, \phi) \\ &= R - (n-1)d_N \sin \psi \cos \phi \sin(\theta + \psi) \\ &\quad - (n-1)d_N \cos \psi \cos \phi \cos(\theta + \psi) \\ &\quad + (m-1)d_M \sin \phi \end{aligned} \quad (2)$$

其中， $\boldsymbol{\mu}(\theta, \phi) = [\cos \phi \sin(\theta + \psi) \quad \cos \phi \cos(\theta + \psi) \quad -\sin \phi]^T$ 表示空间方向单位矢量。根据式(2)，可知到达目标处的信号为

$$s_{m,n} \left(t - \frac{R_{m,n}}{c} \right) = \exp \left[j2\pi f_{m,n} \left(t - \frac{R_{m,n}}{c} \right) \right] \quad (3)$$

其中， c 为光速。根据文献[6]中对频率分集阵列雷达的定义，照射到目标的发射信号仍保持相关性。因此，与传统相控阵雷达类似，频率分集阵列雷达信号仍可通过相位补偿并叠加得到高增益的窄波束。窄带条件下，设雷达天线主瓣方位角和主瓣俯仰角分别为 θ_0 和 ϕ_0 (主瓣俯仰角对应的距离为 R_0)，则俯仰频率分集阵列雷达的发射方向图可表示为

$$\begin{aligned} G_t(t, \theta, \phi, R) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \exp \left[j2\pi f_{m,n} \left(t - \frac{R_{m,n}}{c} \right) \right] \\ &\quad \cdot \exp \left[j2\pi f_{m,n} \frac{R_0}{c} \right] \\ &\quad \cdot \exp \left[-j2\pi f_{m,n} (n-1) \omega_0 \frac{d_N}{c} \right] \\ &\quad \cdot \exp \left[j2\pi f_{m,n} (m-1) \sin \phi_0 \frac{d_M}{c} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

其中， $\omega_0 = \sin \psi \cos \phi_0 \sin(\theta_0 + \psi) + \cos \psi \cos \phi_0 \cos(\theta_0 + \psi)$ 。考虑到 Δf 较 f_0 可以忽略，同时假设 $R \gg \max[(M-1)^2 d_M / \lambda_0, (M-1)(N-1)d_N / \lambda_0]$ ， $\lambda_0 = c/f_0$ 为波长。式(4)可近似为

$$G_t(t, \theta, \phi, R) \approx \exp(j\Psi) \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \exp[j2\pi(m-1)\Delta ft] \cdot \exp\left[-j2\pi(m-1)\Delta f \frac{(R-R_0)}{c}\right] \cdot \exp\left[j2\pi(n-1)(\omega-\omega_0)\frac{d_N}{\lambda_0}\right] \cdot \exp\left[-j2\pi(m-1)(\sin\phi-\sin\phi_0)\frac{d_M}{\lambda_0}\right] \quad (5)$$

其中, $\Psi = 2\pi f_0 t - 2\pi f_0(R-R_0)/c$, $\omega = \sin\psi \cos\phi \sin(\theta+\psi) + \cos\psi \cos\phi \cos(\theta+\psi)$ 。对式(5)取模, 有

$$|G_t(t, \theta, \phi, R)| \approx \left| \frac{\sin\left[\pi N(\omega-\omega_0)d_N/\lambda_0\right]}{\sin\left[\pi(\omega-\omega_0)d_N/\lambda_0\right]} \cdot \frac{\sin\left[\pi M\Delta ft - \pi M\Delta f(R-R_0)/c - \pi M(\sin\phi-\sin\phi_0)d_M/\lambda_0\right]}{\sin\left[\pi\Delta ft - \pi\Delta f(R-R_0)/c - \pi(\sin\phi-\sin\phi_0)d_M/\lambda_0\right]} \right| \quad (6)$$

由式(6)可知, $|G_t(t, \theta, \phi, R)|$ 为两维波束的乘积。相比于水平频率分集阵列雷达的发射方向图, 式(6)中同样增加了时间与距离相位分量。不同的是, 该分量并非处于方位维波束中, 而是增加于俯仰维波束中。因此, 俯仰频率分集阵列雷达保留了方向图的时间与距离依赖性, 同时也避免了方位维与距离维的耦合(注: 本文中雷达方向图的“距离维”均对应于传统雷达方向图的“俯仰维”, 由于频率分集阵列雷达方向图具有距离依赖性, 因此方向图通常用方位维-距离维表示)。

3 发射方向图特性分析

3.1 时间依赖性分析

根据式(6), 固定 $\theta = \theta_0$, 为使 $|G_t(t, \theta_0, \phi, R)|$ 达到最大值, 需满足

$$\pi\Delta ft - \pi\Delta f(R-R_0)/c - \pi(\sin\phi-\sin\phi_0)d_M/\lambda_0 = a\pi \quad (7)$$

其中, a 表示整数。由于俯仰角与距离是一一对应的关系, 不考虑地球曲率的情况下, 有 $\sin\phi = H/R$ 。代入式(7), 可得

$$\Delta ft - \Delta f(R-R_0)/c - (H/R - H/R_0)d_M/\lambda_0 = a \quad (8)$$

通过化简, $|G_t(t, \theta_0, \phi, R)|$ 的最大值所对应的距离为

$$\bar{R}_t(t, a) = \frac{\eta + \sqrt{\eta^2 - 4c\Delta f H d_M/\lambda_0}}{2\Delta f}, \quad \bar{R}_t \in [H, R_{\max}] \quad (9)$$

其中, R_{\max} 表示雷达最大作用距离, $\eta = c\Delta ft + \Delta f R_0 - ac + cHd_M/R_0\lambda_0$ 。当 $a = 0$ 时, 为波束主瓣对应的距离; 当 a 为非零整数时, 为波束栅瓣对应的距离。为便于分析时间依赖性对波束主瓣的影响, 本文设感兴趣目标为远场目标 ($R \gg H$), 式(8)可近似表示为

$$\Delta ft - \Delta f(R-R_0)/c = 0 \quad (10)$$

则 $\bar{R}_t(t, 0)$ 可简化为 $tc + R_0$, 波束主瓣在脉冲持续时间内的距离偏移量为

$$\Delta R = |\bar{R}_t(t, 0) - \bar{R}_t(T, 0)| \approx cT \quad (11)$$

由式(11)可知, ΔR 仅与时间有关, 与频率增量、波

长等参数均无关。脉冲宽度 T 越小, 波束主瓣的距离偏移量也就越小。设载机高度 $H = 8$ km, 波长 $\lambda_0 = 0.03$ m, $d_M = \lambda_0/2$, 图2所示为不同参数下, ΔR 随时间的变化曲线, 其中, 点虚线表示由式(11)得到的近似值, 其余线表示由式(9)得到的真实距离偏移量, 可以看出, 相同频率增量下, 主瓣俯仰角越小, 目标距离越远, 真实距离偏移量越接近于近似值。而对于近场目标, 近似值的误差较大。固定主瓣俯仰角, 距离偏移量随着频率增量的增大而减小。本文重点关注远场目标, 因此, 式(11)的近似分析是合理的。

波束的时间依赖性可能会影响目标能量的积累。如果在脉冲持续时间中, 目标始终处于主瓣照射范围内, 且能量损失较小, 则时间依赖性的影响基本可以忽略。根据式(6)和式(10), 波束主瓣在距离维的宽度 ΔR_m 可近似表示为

$$\Delta R_m = \frac{2c}{\Delta f M} \quad (12)$$

可以看出, 波束主瓣宽度受频率增量与俯仰维阵元个数的影响, 且成反比关系。为便于分析, 本文定义 α 为偏移因子, 且有

$$\alpha = \Delta R/\Delta R_m \quad (13)$$

将式(11)和式(12)代入式(13)中, 可得: $\alpha = \Delta f T M/2$ 。设载机高度 $H = 8$ km, 天线阵面大小 8 行 \times 8 列, 信号基准载频 $f_0 = 10$ GHz, d_N 和 d_M 均为半波长, $\psi = 0^\circ$, $\theta_0 = 90^\circ$, $\phi_0 = 2^\circ$, 频率增量 $\Delta f = 2\alpha/TM$ 。图3所示为不同脉冲宽度下, 波束主瓣幅度衰减因子 β 的变化情况, 其中,

$$\beta = 10 \lg \frac{|G_t(T, \theta_0, \phi_0, R_0)|}{|G_t(0, \theta_0, \phi_0, R_0)|} \quad (14)$$

式中, $\lg(\cdot)$ 表示以 10 为底的对数运算。可以看出, 随着 α 的增大, β 随之减小, 即随着波束主瓣的距离偏移量增大, 照射到距离 R_0 的能量逐渐减小。固定 α , 脉冲宽度的取值越大, 衰减越大。当 $\alpha < 0.1$ 时, 幅度衰减约为 0.5 dB。由此可知, 我们可以通过合理的参数设计(频率增量、脉冲宽度、阵元个数)减小波束主瓣的距离偏移量, 以降低感兴趣目标由

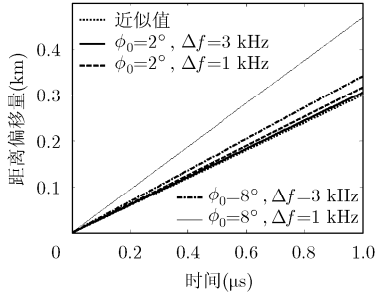


图 2 距离偏移量随时间的变化情况

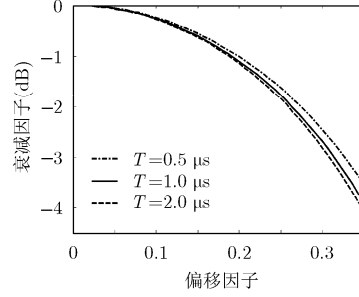


图 3 衰减因子随偏移因子的变化情况

于主瓣偏移造成的照射能量衰减。相比水平频率分集阵列雷达方向图，俯仰频率分集阵列雷达方向图不存在方位与距离间的耦合，波束主瓣对应的方位角不会随时间和距离的变化而变化，时间依赖性的影响也几乎可以忽略，因而在目标搜索与跟踪阶段，能够更加稳定地控制波束。

3.2 栅瓣特性分析

由式(9)可知，俯仰频率分集阵列雷达的发射方向图沿距离维存在栅瓣。而对于远场距离的栅瓣，有

$$\Delta ft - \Delta f(R - R_0)/c = a, \quad a \neq 0 \quad (15)$$

则远场相邻栅瓣的距离间隔可近似表示为 $c/\Delta f$ 。结合式(12)可知，随着 Δf 的减小，主瓣宽度和栅瓣间隔均随之增大，在 $[H, R_{\max}]$ 范围内的栅瓣个数随之减小。设载机高度 $H = 8 \text{ km}$ ，雷达最大作用距离 $R_{\max} = 300 \text{ km}$ ，天线阵面大小 8 行 \times 8 列，信号基

准载频 $f_0 = 10 \text{ GHz}$ ， d_N 和 d_M 均为半波长， $\psi = 0^\circ$ ， $\theta_0 = 90^\circ$ ， $\phi_0 = 2^\circ$ 。不考虑时间依赖性的影响，固定时间 $t = 0$ 。图 4 所示为传统相控阵雷达、俯仰频率分集阵列雷达以及对数型俯仰频率分集阵列雷达发射方向图的归一化结果。可以看出，俯仰频率分集阵列雷达的发射方向图并无“S”型特征，方位与距离之间无耦合，且波束主瓣在距离维的宽度明显变窄。增大 Δf ，主瓣宽度和栅瓣间隔减小，固定距离范围内的栅瓣个数增多。在对数型俯仰频率分集阵列雷达中，第 (m, n) 个阵元的发射波形载频为^[14]

$$f_{mn} = f_0 + \ln(m) \cdot \Delta f_{\ln} \quad (16)$$

其中， $\ln(\cdot)$ 表示自然对数运算， Δf_{\ln} 表示频率增量参数。由于引入的是非线性频率增量，式(4)的求和公式无法简化得到如式(6)的闭合解，方向图中无栅瓣，如图 4(d)所示，但主瓣相关特性无法进行理论验证。

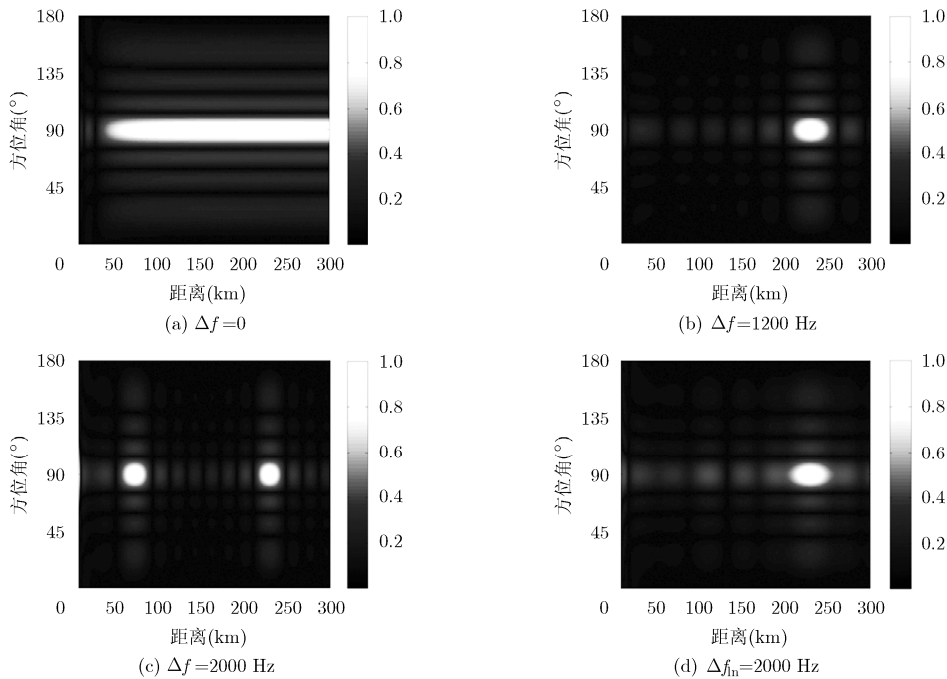


图 4 发射方向图

固定方位角 $\theta = \theta_0 = 90^\circ$ ，图5所示为不同雷达发射方向图随俯仰角的变化情况。可以看出，对数型俯仰频率分集阵列雷达的旁瓣幅度较高。俯仰频率分集阵列雷达方向图主瓣宽度明显小于传统相控阵雷达。当 $\Delta f = 2000$ Hz 时，方向图中出现栅瓣。通常我们可以优化接收端的波束形成滤波器实现栅瓣的抑制，但为了降低处理复杂度，本文提出一种基于阵元参数设计的波束形成方法，以合成无栅瓣的发射-接收方向图。

4 接收波束形成方法

考虑集中式的雷达收发天线，且接收天线为 Q 行 P 列的均匀矩形平面阵，行阵元与列阵元的间距分别为 d_p 和 d_Q 。假设每个阵元通道接收的回波包含了所有发射通道的信号，即

$$r_{q,p}(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \exp \left[j2\pi f_{m,n} \left(t - \frac{R_{m,n} + R_{q,p}}{c} \right) \right] \cdot \exp \left[j2\pi f_{m,n} \frac{R_0}{c} \right] \cdot \exp \left[-j2\pi f_{m,n} (n-1) \omega_0 \frac{d_N}{c} \right] \cdot \exp \left[j2\pi f_{m,n} (m-1) \sin \phi_0 \frac{d_M}{c} \right] \quad (17)$$

其中， $R_{q,p}$ 与 $R_{m,n}$ 类似，计算表达式为

$$R_{q,p} = R - (p-1)d_p \omega + (q-1)d_Q \sin \phi \quad (18)$$

设接收匹配波束权系数为

$$\kappa_{q,p,m,n} = \exp \left[j2\pi f_{m,n} \frac{R_0}{c} \right] \cdot \exp \left[-j2\pi f_{m,n} (p-1) \omega_0 \frac{d_p}{c} \right] \cdot \exp \left[j2\pi f_{m,n} (q-1) \sin \phi_0 \frac{d_Q}{c} \right] \quad (19)$$

则俯仰频率分集阵列雷达的发射-接收方向图可表

$$|G_r(t, \theta, \phi, R)| \approx \frac{\left| \frac{\sin \left[\pi N (\omega - \omega_0) d_N / \lambda_0 \right]}{\sin \left[\pi (\omega - \omega_0) d_N / \lambda_0 \right]} \right|^2 \cdot \left| \frac{\sin \left[\pi Q (\sin \phi - \sin \phi_0) d_Q / \lambda_0 \right]}{\sin \left[\pi (\sin \phi - \sin \phi_0) d_Q / \lambda_0 \right]} \right|^2}{\left| \frac{\sin \left[\pi M \Delta f t - 2\pi M \Delta f (R - R_0) / c - \pi M (\sin \phi - \sin \phi_0) d_M / \lambda_0 \right]}{\sin \left[\pi \Delta f t - 2\pi \Delta f (R - R_0) / c - \pi (\sin \phi - \sin \phi_0) d_M / \lambda_0 \right]} \right|^2} \quad (22)$$

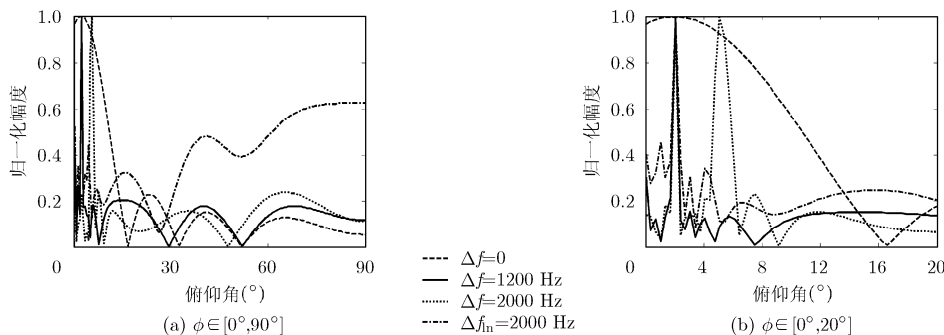


图5 发射方向图随俯仰角的变化情况

示为

$$G_r(t, \theta, \phi, R) = \sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \kappa_{q,p,m,n} \cdot \exp \left[j2\pi f_{m,n} \left(t - \frac{R_{m,n} + R_{q,p}}{c} \right) \right] \cdot \exp \left[j2\pi f_{m,n} \frac{R_0}{c} \right] \cdot \exp \left[-j2\pi f_{m,n} (n-1) \omega_0 \frac{d_N}{c} \right] \cdot \exp \left[j2\pi f_{m,n} (m-1) \sin \phi_0 \frac{d_M}{c} \right] \quad (20)$$

与式(5)类似，式(20)可简化为

$$G_r(t, \theta, \phi, R) \approx \exp(j\Psi') \sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \exp[j2\pi(m-1)\Delta f t] \cdot \exp \left[-j4\pi(m-1)\Delta f \frac{(R - R_0)}{c} \right] \cdot \exp \left[j2\pi(n-1)(\omega - \omega_0) \frac{d_N}{\lambda_0} \right] \cdot \exp \left[-j2\pi(m-1)(\sin \phi - \sin \phi_0) \frac{d_M}{\lambda_0} \right] \cdot \exp \left[j2\pi(p-1)(\omega - \omega_0) \frac{d_p}{\lambda_0} \right] \cdot \exp \left[-j2\pi(q-1)(\sin \phi - \sin \phi_0) \frac{d_Q}{\lambda_0} \right] \quad (21)$$

其中， $\Psi' = 2\pi f_0 t - 4\pi f_0 (R - R_0) / c$ 。根据上文分析，俯仰频率分集阵列雷达的水平维波束与传统相控阵雷达相同，接收端水平维阵元参数也并不影响距离维波束。因此本文方法仅考虑俯仰维阵元参数的优化，设 $P = N$ ， $d_p = d_N$ ，则式(21)的模值可表示为

由于是双程距离，式(22)中的距离相位分量为式(6)的 2 倍，因此波束主瓣在距离维的宽度会变小，栅瓣的数量会增加。为了抑制栅瓣，本文借鉴子阵划分的思想，通过对列阵元个数 Q 和阵元间距 d_Q 的设计与优化，使式(22)中第 2 项波束的旁瓣对准第 3 项波束中的栅瓣，从而合成无栅瓣的发射-接收方向图。为便于算法分析，我们定义：

$$g(\phi) = \left| \frac{\sin \left[\pi Q (\sin \phi - \sin \phi_0) d_Q / \lambda_0 \right]}{\sin \left[\pi (\sin \phi - \sin \phi_0) d_Q / \lambda_0 \right]} \right| \quad (23)$$

由文献[15]可知， $g(\phi)$ 的主瓣宽度与 Qd_Q 成反比，该乘积越大，宽度越小。设俯仰角的范围为 $\phi \in [0^\circ, 90^\circ]$ ，为防止出现栅瓣，阵元间距需满足 $d_Q \leq \lambda_0$ 。在本文中，如果固定阵元间距 $d_Q = \lambda_0$ ，可能会出现阵元个数 Q 较大的情况。如果允许 $g(\phi)$ 存在栅瓣，并保证需要抑制的距离维栅瓣不在 $g(\phi)$ 的栅瓣内，同样能够合成无栅瓣的发射-接收方向图。而 $g(\phi)$ 中栅瓣间隔与 d_Q 成反比关系， d_Q 越大，间隔越小。综合以上分析，给出如下参数设计步骤：

步骤 1 计算栅瓣的距离维位置；与式(9)类似， $|G_r(t, \theta_0, \phi, R)|$ 的最大值所对应距离为

$$\bar{R}_r(t, a) = \frac{\hat{\eta} + \sqrt{\hat{\eta}^2 - 8c\Delta f H d_M / \lambda_0}}{4\Delta f}, \quad \bar{R}_r \in [H, R_{\max}] \quad (24)$$

其中， $\hat{\eta} = c\Delta ft + 2\Delta f R_0 - ac + cHd_M / R_0\lambda_0$ 。当 $a \neq 0$ 时，为栅瓣所对应距离。不考虑时间依赖性的影响，令

$$\sigma = \left| H / \bar{R}_r(0, a) - H / R_0 \right|, \quad a \neq 0 \quad (25)$$

并记 σ_{\min} 和 σ_{\max} 分别为式(25)的最小值和最大值。

步骤 2 接收阵元间隔设计；应保证 $g(\phi)$ 的栅瓣间隔 λ_0 / d_Q 大于等于 $\sigma_{\max} + \sigma_{\min}$ ，即

$$d_Q \leq \lambda_0 / (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \quad (26)$$

步骤 3 接收阵元个数设计；应保证 $g(\phi)$ 的主瓣宽度 $2\lambda_0 / Qd_Q$ 小于等于 $2\sigma_{\min}$ ，即

$$Q \geq \left\lceil \lambda_0 / (d_Q \sigma_{\min}) \right\rceil \quad (27)$$

其中， $\lceil \cdot \rceil$ 表示上取整。

5 仿真结果及性能分析

为了验证所提方法的有效性，本节通过仿真实验进行性能分析与比较。其中，雷达仿真参数与图 4 中仿真参数相同。由上一小节分析可知，俯仰频率分集阵列雷达发射-接收方向图的距离相位分量为发射方向图的 2 倍，为区别于图 4(b)和图 4(c)，我们定义 $|G'_r(t, \theta, \phi, R)|$ 为式(21)中第 1 项与第 3 项分量的乘积，也可以理解为栅瓣抑制前的发射-接收方向图。不同频率增量下， $|G'_r(t, \theta, \phi, R)|$ 的归一化结果如图 6 所示。可以看出，对比图 4(b)和图 4(c)，图 6 中方向图波束宽度和栅瓣间隔均相应减小，栅瓣个数增多。

通过计算，图 6(a)中 $\sigma_{\min} = \sigma_{\max} = 0.0439$ ，阵元间距 $d_Q \leq 0.341$ m，仿真中取 $d_Q = 0.3$ m，阵元个数 $Q \geq 3$ ，仿真中取 $Q = 3$ ；图 6(b)中 $\sigma_{\min} = 0.0172$ ， $\sigma_{\max} = 0.0695$ 。阵元间距 $d_Q \leq 0.346$ m，仿真中取 $d_Q = 0.3$ m，阵元个数 $Q \geq 6$ ，仿真中取 $Q = 6$ 。图 7 所示为以上两种情况下 $g(\phi)$ 的归一化幅度。可以看出，图 6 中的栅瓣均处于图 7 中的旁瓣内。

图 8 所示为采用本文方法合成的发射-接收方向图。可以看出，相比图 6，方向图仅保留了主瓣，栅瓣得到了较为明显的抑制。为了增强抑制效果，我们可以进行加窗处理，即降低图 7 中的旁瓣。此外，由式(12)可知，阵元个数一定的情况下，主瓣宽度会随着频率增量的增大而减小。但频率增量越大，栅瓣间隔和 σ_{\min} 会减小，相应的所需接收阵元个数会增大。同时，结合文献[6]中对频率分集阵列的定义，频率增量应尽量取小以保证回波信号的相关性。因此，应根据实际情况选取合适的数值。

作为对比，图 9 所示为不同雷达发射-接收方向图随俯仰角的变化情况。其中，方位角 $\theta = \theta_0 = 90^\circ$ ，

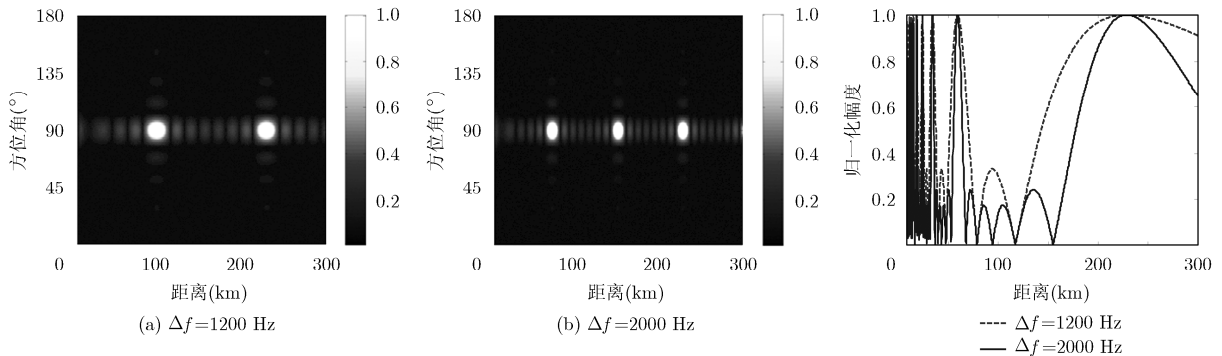


图 6 栅瓣抑制前的发射-接收方向图

图 7 接收方向图

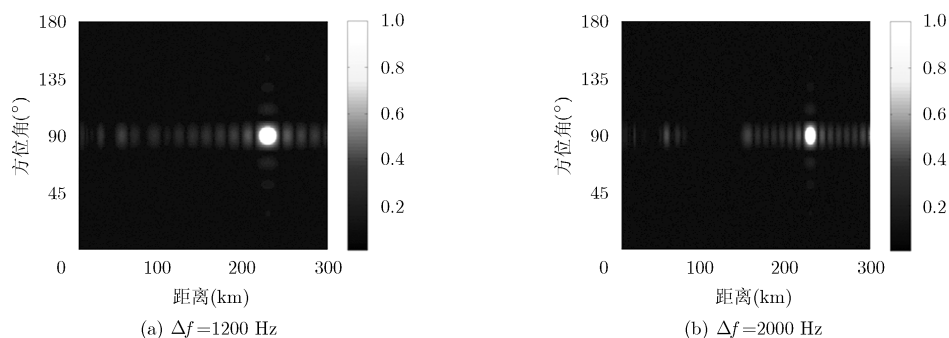


图 8 无栅瓣发射-接收方向图

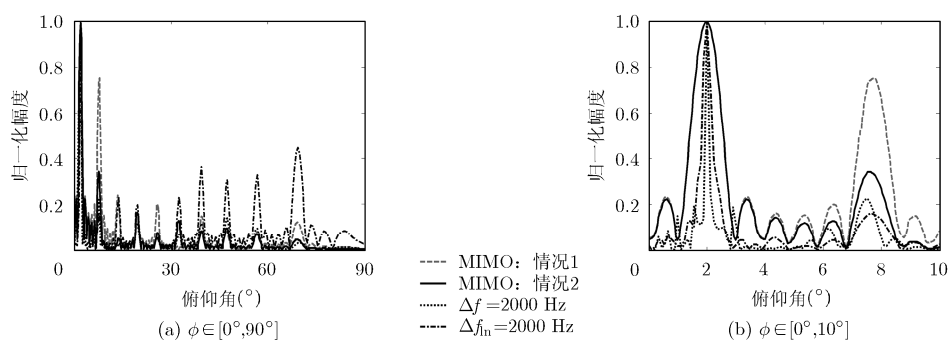


图 9 发射-接收方向图随俯仰角的变化情况

阵元参数同图 8(b), 且均采用普通匹配滤波接收方式。MIMO 雷达分两种情况考虑: 情况 1 假设发射信号的互相关矩阵为单位矩阵。由于接收阵元间距大于 λ_0 , 接收方向图存在栅瓣, 因此合成的发射-接收方向图旁瓣幅度较高。针对此问题, 情况 2 采用文献[16]所提方法对发射信号的互相关矩阵进行优化, 这里调用 Matlab 工具包 CVX 进行求解。可以看出, 优化后的 MIMO 雷达发射-接收方向图旁瓣幅度降低, 但主瓣宽度不变。对数型俯仰频率分集阵列雷达的主瓣宽度略大于俯仰频率分集阵列雷达, 且其旁瓣幅度较高。因此, 综合考虑, 采用本文方法获得的方向图性能要优于以上对比方法。

6 结束语

本文提出了一种基于俯仰频率分集阵列雷达的波束形成方法。不同于水平频率分集阵列雷达, 本文方法在俯仰维阵元间引入线性频率偏差, 获得的方向图不存在方位维与距离维的耦合。通过对发射方向图时间依赖性和栅瓣特性的分析, 得出了在一定参数设置下, 时间依赖性的影响可忽略的结论。同时, 为了抑制栅瓣, 提出了基于阵元参数设计的波束形成方法, 最终合成无栅瓣的发射-接收方向图。相比传统相控阵雷达和 MIMO 雷达, 所得方向图主瓣宽度较窄。后续将针对俯仰频率分集阵列技术在机载雷达中的应用以及相应信号处理算法开展进一步的研究。

参考文献

- [1] FISHLER E, HAIMOVICH A M, BLUM R S, *et al*. MIMO radar: An idea whose time has come[C]. Proceedings of IEEE Radar Conference, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 2004: 71-78. doi: 10.1109/NRC.2004.1316398.
- [2] HAYKIN S. Cognitive radar: A way of the future[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2006, 23(1): 30-40. doi: 10.1109/MSP.2006.1593335.
- [3] ANTONIK P, WICKS M C, GRIFFITHS H D, *et al*. Frequency diverse array radars[C]. Proceedings of IEEE Radar Conference, Verona, NY, USA, 2006: 215-217. doi: 10.1109/RADAR.2006.1631800.
- [4] ANTONIK P, WICKS M C, GRIFFITHS H D, *et al*. Multi-mission multi-mode waveform diversity[C]. Proceedings of IEEE Radar Conference, Verona, NY, USA, 2006: 580-582. doi: 10.1109/RADAR.2006.1631858.
- [5] SAMMARTINO P F, BAKER C J, and GRIFFITHS H D. Frequency diverse MIMO techniques for radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(1): 201-222. doi: 10.1109/TAES.2013.6404099.
- [6] WANG Wenqin. Frequency diverse array antenna: New opportunities[J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2015, 57(2): 145-152. doi: 10.1109/MAP.2015.2414692.
- [7] WANG Wenqin and SO H C. Transmit subaperturing for range and angle estimation in frequency diverse array

- radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(8): 2000–2011. doi: 10.1109/TSP.2014.2305638.
- [8] XU Jingwei, LIAO Guisheng, ZHU Shengqi, *et al.* Joint range and angle estimation using MIMO radar with frequency diverse array[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(13): 3396–3410. doi: 10.1109/TSP.2015.2422680.
- [9] XU Jingwei, ZHU Shengqi, and LIAO Guisheng. Space-time-range adaptive processing for airborne radar systems[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2015, 15(3): 1602–1610. doi: 10.1109/JSEN.2014.2364594.
- [10] 王伟伟, 吴孙勇, 许京伟, 等. 基于频率分集阵列的机载雷达距离模糊杂波抑制方法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(10): 2321–2327. doi: 10.11999/JEIT150187.
- WANG Weiwei, WU Sunyong, XU Jingwei, *et al.* Range ambiguity clutter suppression for airborne radar based on frequency diverse array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(10): 2321–2327. doi: 10.11999/JEIT150187.
- [11] SHAO Huaizong, CHEN Hui, and LI Jingchi. Transmit energy focusing in two-dimensional sections with frequency diverse array[C]. 2015 IEEE China Summit and International Conference on Signal and Information Processing (ChinaSIP), Chengdu, China, 2015: 104–108. doi: 10.1109/ChinaSIP.2015.7230371.
- [12] BASIT A, QURESHI I M, KHAN W, *et al.* Beam pattern synthesis for a cognitive frequency diverse array radar to localize multiple targets with same direction but different ranges[C]. 2016 13th International Bhurban Conference on Applied Science and Technology (IBCAST), Islamabad, Pakistan, 2016: 682–688. doi: 10.1109/IBCAST.2016.7429954.
- [13] KHAN W and QURESHI I M. Frequency diverse array radar with time-dependent frequency offset[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2014, 13(2): 758–761. doi: 10.1109/LAWP.2014.2315215.
- [14] KHAN W, QURESHI I M, and SAEED S. Frequency diverse array radar with logarithmically increasing frequency offset[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2015, 14(3): 499–502. doi: 10.1109/LAWP.2014.2368977.
- [15] VAN TREES H L. Optimum Array Processing[M]. New York: Wiley, 2002: 47–59.
- [16] STOICA P, LI Jian, and XIE Yao. On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151–4161. doi: 10.1109/TSP.2007.894398.
- 吴旭姿：女，1989年生，博士生，研究方向为认知雷达信号处理与波形设计、运动平台载雷达波形设计。
- 刘 峥：男，1964年生，教授，博士生导师，研究方向为雷达信号处理的理论与系统设计、雷达精确制导技术、多传感器信息融合等。
- 谢 荣：男，1982年生，副教授，研究方向为阵列信号处理、雷达天线理论等。