

## 系数矩阵正定的单信标测距定位算法

曹 俊 郑翠娥 孙大军\* 张殿伦

(哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001)

(哈尔滨工程大学水声技术重点实验室 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 基于单信标测距的定位方法是水声定位技术的进一步发展, 该文对直线航迹下的单信标测距定位进行研究。一方面, 对于直线航迹, 常规的直接降阶求解的算法已不适用。另一方面, 水下载体的直线航迹或者直线航迹的延长线经过信标时, 线性化迭代求解的算法不能够对载体进行定位。系数矩阵几乎奇异或者坏条件时, 方程的解算结果误差会明显增大。该文针对前述解算方法存在的问题, 提出一种改进的单信标测距定位解算方法, 适当增加对角元使得系数矩阵正定, 克服系数矩阵奇异或者坏条件时所带来的影响。仿真结果表明: 该文算法大部分的情况下定位精度和高斯牛顿法一样; 水下载体的直线航迹或者直线航迹的延长线经过信标时, 该文算法同样能够实现定位解算; 在线性化迭代的低精度区, 该文算法能非常明显地提高定位精度。通过海上试验, 进一步验证了该文算法的有效性。

**关键词:** 单信标测距; 直线航迹; 虚拟信标; 对角元

**中图分类号:** TB568

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2017)04-0981-08

**DOI:** 10.11999/JEIT160604

## A Single Beacon Location Algorithm with Positive Definite Coefficient Matrix

CAO Jun ZHENG Cuie SUN Dajun ZHANG Dianlun

(College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The positioning method based on single beacon ranging is the further development of the underwater acoustic positioning technology. In this paper, the location of single beacon ranging based on the straight path is studied. On one hand, the conventional direct reduction method is not applicable to the straight path. On the other hand, when the beacon is in the straight line or the extension of the straight line, the linear iterative algorithm can not locate the carrier. When the coefficient matrix is almost singular or bad condition, the error of the solution will obviously increase. In this paper, an improved algorithm is proposed to solve the problems existing in the solving method, which can overcome the influence of singular or bad condition of coefficient matrix. Simulation results show that the localization accuracy of the proposed algorithm is similar to that of the Gauss Newton method in most cases. This algorithm can also realize the positioning calculation when the beacon is in the straight line or the extension of the straight line. This algorithm can obviously improve the positioning accuracy where the positioning accuracy is not high when using the linear iterative algorithm. The effectiveness of the proposed algorithm is verified by experiments on the sea.

**Key words:** Single beacon ranging; Straight line track; Virtual beacon; Diagonal element

### 1 引言

对于海底地形扫描、海洋矿产探测和海洋石油工程建设, 水下载体的导航定位是顺利完成各项任务

的首要前提和关键因素, 单信标测距定位是水声定位技术的进一步发展, 利用单信标测距对水下载体定位只需要一个海底声信标, 国内外专家学者逐渐将研究重点转向其中<sup>[1-4]</sup>。国外的研究中, 文献[5]是最早研究单信标测距定位的, 但载体需要在 3 个不同的直线航迹上对信标测距才能够解算出水平初始位置。文献[6]提出单信标定位用于 UUV 回收的想法, 对航迹的要求是 UUV 在布放的信标附近进行环形机动。文献[7]提出了虚拟长基线的概念, 并

收稿日期: 2016-06-06; 改回日期: 2016-11-07; 网络出版: 2017-01-22

\*通信作者: 孙大军 sundajun@hrbeu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61531012), 国防基础科学研究计划(B2420133002)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61531012), The National Defense Basic Scientific Research program of China (B2420133002)

对方形航迹进行了仿真分析。文献[8]根据虚拟长基线的概念也进行了仿真分析和实际数据处理,针对的是梳形航迹。国内对单信标测距定位的研究比较少。文献[9]基于常规的线性化,得到结论 AUV 的运动路径位于经过导航信标的垂直平面内,导航系统不可观测。AUV 的运动路径位于与导航信标等深度的水平面内,导航系统也不可观测。文献[10-12]中使用的是常规的解算方法,得到结论是信标在导航路径上时,非线性导航系统不是局部可观的。在深海应用条件下,无论方形航迹还是梳形航迹都是由多段直线航迹组成的,每条直线航迹的长度达到几千米的水平。常规的解算方法中,需要航迹的航向必须要有改变,这也就是说当水下载体长时间直线航行时,很长一段时间内不能够利用声学进行单信标定位解算,即使能够解算定位误差也会特别大。

本文针对上述工作中存在的不足,主要研究直线航迹下的单信标测距定位。文章首先研究了单信标测距的定位原理,从构建虚拟阵列的角度,分析了虚拟信标与实际布放信标的位置关系。然后针对系数矩阵奇异或者坏条件时所带来的影响,提出了一种改进的单信标测距定位解算方法,适当增加对角元使得系数矩阵正定。最后对提出的算法进行了仿真分析,并与高斯牛顿法做了比较,验证了所提算法的有效性。

### 2 单信标测距定位原理

单信标测距定位系统主要由海底声信标和安装在水下载体上的测距仪组成。海底声信标的位置事先标定得到,利用声信号传播的往返时间可以确定被定位载体与海底声信标之间的距离<sup>[13,14]</sup>。原理上,单次距离测量不能确定水下载体的具体位置,所以我们需要结合水下载体工作时的运动参数如速度和姿态来实时解算出水下载体的位置,如图 1 所示。其中  $\mathbf{VT}_1, \mathbf{VT}_2, \dots, \mathbf{VT}_{n-1}$  不是真实存在的,它们是根据水下载体两个测距周期之间的载体位移虚拟出来的,故也可称之为虚拟信标。例如  $\mathbf{X}_{b(n-1)}$  至  $\mathbf{X}_{bn}$  的位移为  $\Delta \mathbf{X}_{b(n-1),bn} = \mathbf{v}_{b(n-1),bn} \cdot T$ , 则虚拟信标  $\mathbf{VT}_{n-1}$  的位置为  $\mathbf{VT}_{n-1} + \Delta \mathbf{X}_{b(n-1),bn}$ 。解算第  $n$  个测量点需要利用测量点 1~ $n$  的测距信息和载体运动参数,解算第  $n+1$  个测量点需要利用测量点 2~ $n+1$  的测距信息和载体运动参数,依此类推基于单信标测距完成对水下载体的跟踪定位。

要构建虚拟信标,首先必须将载体的运动参数和海底声信标的位置统一到同一个坐标系。载体的运动参数如速度和姿态是在载体坐标系下测量得到的,海底声信标的位置时在大地坐标系下测量得到

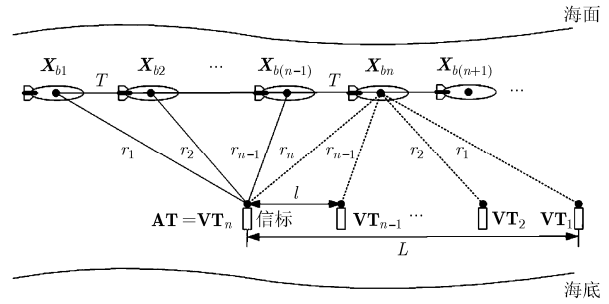


图 1 直线航迹示意图

的,载体坐标系随着水下载体一起运动,载体坐标系与大地坐标系之间的关系由载体姿态参数确定,从大地坐标系到载体坐标系共经历了 3 次坐标旋转,如图 2 所示。第 1 次旋转,大地坐标系  $NEU$  绕  $U$  轴顺时针旋转  $\psi$ , 得到  $N'E'U$  坐标系,旋转矩阵记为  ${}^{NEU}_{N'E'U} \mathbf{R}_U(\psi)$ ; 第 2 次旋转,  $N'E'U$  坐标系绕  $E'$  轴逆时针旋转  $\theta$ , 得到  $N''E''U''$  坐标系,旋转矩阵记为  ${}^{N'E'U}_{N''E''U''} \mathbf{R}_{E'}(-\theta)$ ; 第 3 次旋转,  $N''E''U''$  坐标系绕  $N''$  轴顺时针旋转  $\varphi$ , 得到  $X_b Y_b Z_b$  坐标系,旋转矩阵记为  ${}^{N''E''U''}_{X_b Y_b Z_b} \mathbf{R}_{N''}(\varphi)$ 。其中,航向角为  $\psi$ , 俯仰角为  $\theta$ , 横滚角为  $\varphi$ , 旋转角度  $\varphi' = \arcsin(\sin \varphi / \cos \theta)$ 。

坐标的旋转变换公式可由向量法<sup>[15]</sup>求得,坐标转换公式为  $\mathbf{r}_i = {}^j \mathbf{R}_z(\theta) \cdot \mathbf{r}_j$ , 其中  $\mathbf{r}_i$  为空间中一点在坐标系  $\{i\}$  中的矢量表示,  ${}^j \mathbf{R}_z(\theta)$  为坐标系  $\{j\}$  变换到坐标系  $\{i\}$  的旋转变换矩阵,也称为方向余弦矩阵。 ${}^j \mathbf{R}_z(\theta)$  是一个  $3 \times 3$  的矩阵,表示绕  $z$  轴顺时针旋转  $\theta$ , 其中的每个元素就是坐标系  $\{i\}$  和坐标系  $\{j\}$  相应坐标轴夹角的余弦值,它表明坐标系  $\{j\}$  相对于坐标系  $\{i\}$  的姿态(方向)<sup>[16]</sup>。 ${}^i \mathbf{R}_z(\theta)$  的矩阵表示形式为

$${}^i \mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(x_i, x_j) & \cos(x_i, y_j) & \cos(x_i, z_j) \\ \cos(y_i, x_j) & \cos(y_i, y_j) & \cos(y_i, z_j) \\ \cos(z_i, x_j) & \cos(z_i, y_j) & \cos(z_i, z_j) \end{bmatrix} \quad (1)$$

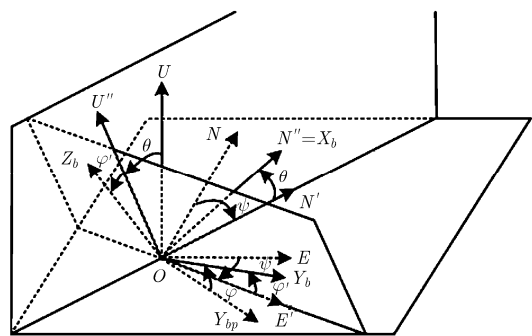


图 2 坐标系间转换

第2次旋转是相对于第1次旋转之后做的, 则第2次的旋转矩阵右乘第1次的旋转矩阵, 依此类

$$\begin{aligned} {}^L\mathbf{R} &= {}^{NEU}_{X_b Y_b Z_b} \mathbf{R} = {}^{NEU}_{N'E'U'} \mathbf{R}_U(\psi) \cdot {}^{N'E'U'}_{N''E''U''} \mathbf{R}_{E'}(-\theta) \cdot {}^{N''E''U''}_{X_b Y_b Z_b} \mathbf{R}_{N''}(\varphi') \\ &= \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\theta & -\sin\psi \cos\varphi' - \cos\psi \sin\theta \sin\varphi' & \sin\psi \sin\varphi' - \cos\psi \sin\theta \cos\varphi' \\ \sin\psi \cos\theta & \cos\psi \cos\varphi' - \sin\psi \sin\theta \sin\varphi' & -\cos\psi \sin\varphi' - \sin\psi \sin\theta \cos\varphi' \\ \sin\theta & \cos\theta \sin\varphi' & \cos\theta \cos\varphi' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

根据单信标定位原理和坐标系旋转, 得到虚拟信标  $\mathbf{VT}_n$  与实际布放的单只信标  $\mathbf{AT}$  的关系满足:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{VT}_n &= \mathbf{AT} \\ \mathbf{VT}_i &= \mathbf{AT} + \sum_{k=i}^{n-1} {}^L\mathbf{v}_{bk} \cdot T \\ &= \mathbf{AT} + \sum_{k=i}^{n-1} ({}^L\mathbf{R} \cdot {}^B\mathbf{v}_b) \cdot T, \quad i < n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中,  ${}^L\mathbf{v}_b$  表示大地坐标系下水下载体的速度,  ${}^B\mathbf{v}_b$  表示载体坐标系下水下载体的速度。

利用虚拟信标的位置, 第  $i$  个测量点对应的观测方程为

$$(x_{bm} - x_{ti})^2 + (y_{bm} - y_{ti})^2 + (z_{bm} - z_{ti})^2 = r_i^2 \quad (4)$$

其中, 虚拟信标  $\mathbf{VT}_i$  的坐标为  $(x_{ti}, y_{ti}, z_{ti})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 水下载体要定位的位置  $\mathbf{X}_{bm}$  的坐标为  $(x_{bm}, y_{bm}, z_{bm})$ ,  $r_i$  为水下载体与第  $i$  个虚拟信标之间的距离。 $r_i$  不是直接测量得到,  $r_i = t_i c$ 。其中  $t_i$  为水下载体与第  $i$  个虚拟信标之间的单程传播时延, 通过测距仪接收声信标发射的定位回复信号测得;  $c$  为水下声速, 通过高精度声速剖面仪测得。

根据上述观测方程可以得到一组二次非线性方程, 采用两两方程相减二次项转换成线性方程的方法来求解。采用常规最小二乘解算得到水下载体的位置:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{B} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{A} = [x_{ti} - x_{t(i-1)}, y_{ti} - y_{t(i-1)}, z_{ti} - z_{t(i-1)}]$ ;  $\mathbf{B} = (r_{(i-1)}^2 - r_i^2 + d_i^2 - d_{(i-1)}^2)/2$ 。

要使方程有解, 必须满足系数矩阵  $\mathbf{A}$  中的载体位移不能都相同或者成线性比例关系, 也就是说当航行轨迹为直线时, 矩阵  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  奇异, 方程无解。

为了解决方程无解的问题, 利用泰勒级数展开进行线性化, 将观测方程写为

$$f_i = \sqrt{(x_{bm} - x_{ti})^2 + (y_{bm} - y_{ti})^2 + (z_{bm} - z_{ti})^2} - r_i = 0 \quad (6)$$

用最小二乘法求得的水下载体的位置为

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \Delta \mathbf{X}, \quad \Delta \mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{F} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{A} = \left( \frac{\partial (f_1, f_2, \dots, f_N)}{\partial (x, y, z)} \right)_{\mathbf{X}_0}$ ,  $\mathbf{F} = [f_1, f_2, \dots, f_N]^T_{\mathbf{X}_0}$ ,

$\mathbf{X}$  为水下载体的估计值,  $\mathbf{X}_0$  为水下载体的解算初

推。由此可得载体坐标系  $\{B\}$  变换到大地坐标系  $\{L\}$  的旋转矩阵  ${}^L\mathbf{R}$ :

值,  $\Delta \mathbf{X}$  为解算初值的修正量。这种使用泰勒级数展开式去近似地代替非线性回归模型的线性化迭代方法, 也被称作高斯-牛顿迭代法。

水下载体的直线航迹或者直线航迹的延长线经过信标时, 矩阵  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  奇异, 方程无解。另外当  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  几乎奇异或者坏条件时, 方程的解算结果误差会明显增大。

### 3 改进的单信标测距定位算法

从上述分析可知, 使用常规的直接降阶求解算法, 不能够解算直线航迹。使用线性化迭代求解算法, 不能够解算直线航迹或者直线航迹的延长线经过信标的导航路径。解算结果受系数矩阵影响比较大, 当系数矩阵几乎奇异或者坏条件时, 方程的解算结果误差会明显增大。本文针对此问题, 提出了一种改进的单信标测距定位求解算法。

将公式对应的观测方程写为观测方程组  $F(\mathbf{X}) = \mathbf{R}$ 。其中  $\mathbf{X}$  为需要解算的位置向量, 测量距离  $\mathbf{R}$  是接近于真实值的观测向量。位置向量的求解就变为求解如式(8)的最小化问题:

$$\mathbf{X}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{R} - F(\mathbf{X})\| \quad (8)$$

给定一个初始解  $\mathbf{X}_k$ , 考虑  $F(\mathbf{X})$  在  $\mathbf{X}_k$  附近的一阶近似  $F(\mathbf{X}_k + \delta_k) = F(\mathbf{X}_k) + \mathbf{J}_k \delta_k$ , 其中  $\mathbf{J}_k$  是雅克比矩阵在  $\mathbf{X}_k$  点的值。寻求下一个迭代点  $\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \delta_k$  使得

$$\|\mathbf{R} - F(\mathbf{X}_{k+1})\| = \min_{\delta_k} \|\mathbf{J}_k \delta_k - (\mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k))\| \quad (9)$$

该最小化问题本质上就是已知  $\mathbf{J}_k$  和  $\varepsilon_k = \mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k)$ , 求解超定线性方程  $\mathbf{J}_k \delta_k = \varepsilon_k$ , 其最小二乘解为

$$(\delta_k)_{\text{opt}} = \mathbf{J}_k^+ \varepsilon_k = (\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k)^{-1} \mathbf{J}_k^T \varepsilon_k \quad (10)$$

为了克服  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$  奇异或者坏条件时所带来的影响, 采用适当增加对角元的措施使得迭代继续, 即增加一个正的参数  $\lambda$  乘上单位矩阵, 求解方程得到:

$$(\delta_k)_{\text{opt}} = (\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_k^T \varepsilon_k \quad (11)$$

其中,  $\lambda$  不是固定不变的, 它的值是实时调整的, 它在迭代的过程中不断调整, 使得  $\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \lambda \mathbf{I}$  为正定。迭代的过程中会出现如下两种情况:

情况 1: 如果估计误差满足  $\|\mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k + \delta_k)\| < \|\mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k)\|$ , 则说明修正量能使误差降低, 下面便减小参数  $\lambda$ , 利用类似于二阶导数的信息, 可以快速收敛到最优解。特别地, 当参数  $\lambda$  非常小时, 其求解过程相当于高斯牛顿法。

情况 2: 如果估计误差满足  $\|\mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k + \delta_k)\| \geq \|\mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k)\|$ , 则说明修正量反而使误差增大, 下面便增大参数  $\lambda$ , 继续求解方程直到估计误差满足条件  $\|\mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k + \delta_k)\| < \|\mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k)\|$ 。特别地, 当参数  $\lambda$  非常大时, 其求解过程相当于梯度下降法。

综上所述, 本文提出的改进的单信标测距定位算法详细流程如表 1 所示。

表 1 改进的单信标测距定位算法流程

步骤 1	取初始值 $\mathbf{X}_0$ , 终止控制常数 $\varepsilon$ , $\lambda_0 = 10^{-3}$ , $k > 0$ , $\xi = 10$ (也可以是其他大于 1 的数);
步骤 2	计算雅克比矩阵 $\mathbf{J}_k$ 和 $\varepsilon_k = \mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k)$ ;
步骤 3	构造增量正规方程 $(\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \lambda_k \mathbf{I})\delta_k = \mathbf{J}_k^T \varepsilon_k$ ;
步骤 4	求解增量正规方程得到 $\delta_k$ ;
步骤 5	判断 $\ \mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k + \delta_k)\ $ 与 $\ \mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k)\ $ 的大小; (1) 若 $\ \mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k + \delta_k)\  < \ \mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k)\ $ , 则说明求得的搜索梯度能使误差函数降低。令 $\mathbf{X}_{(k+1)} = \mathbf{X}_k + \delta_k$ 。转到步骤 6。 (2) 若 $\ \mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k + \delta_k)\  \geq \ \mathbf{R} - F(\mathbf{X}_k)\ $ , 则说明求得的搜索梯度反而使误差函数增大。令 $\mathbf{X}_{(k+1)} = \mathbf{X}_k$ ; 并且增加修正参数, 令 $\lambda_{(k+1)} = \lambda_k \cdot \xi$ 。重新求解正规方程得到 $\delta_k$ 。返回步骤 1;
步骤 6	若 $\ \delta_k\  < \varepsilon$ , 则停止迭代, 输出结果。否则减小修正参数, 令 $\lambda_{(k+1)} = \lambda_k / \xi$ , 转到步骤 2。

## 4 仿真分析

为了分析提出的改进的单信标测距定位解算方法的性能, 并对不同定位解算方式对定位结果的影响, 我们引入测速误差, 它对系数矩阵的影响比较大, 使系数矩阵奇异或者坏条件。当载体坐标系下的载体速度  ${}^B \mathbf{v}_b$  存在误差  $\Delta^B \mathbf{v}_b$  时, 即载体前向速度  $v_f$  存在误差  $\Delta v_f$ , 载体右向速度  $v_r$  存在误差  $\Delta v_r$ , 载体垂向速度  $v_t$  存在误差  $\Delta v_t$ , 带有误差的虚拟信标的位置为:

$$(\mathbf{VT}_i)_{er} = \mathbf{AT} + \sum_{k=i}^{n-1} \left( {}^L \mathbf{R} \cdot ({}^B \mathbf{v}_b + \Delta^B \mathbf{v}_b) \right) \cdot T \quad (12)$$

则虚拟信标的位置偏差为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{VT}_i &= (\mathbf{VT}_i)_{er} - \mathbf{VT}_i \\ &= \sum_{k=i}^{n-1} {}^L \mathbf{R} \cdot \Delta^B \mathbf{v}_b \cdot T = \sum_{k=i}^{n-1} \Delta^L \mathbf{v}_b \cdot T \end{aligned} \quad (13)$$

从式(13)可以看出, 虚拟阵列的虚拟信标存在位置偏差, 且后构建虚拟信标的位置偏差按照  $\Delta^L \mathbf{v}_b$  逐渐累加。此表达式十分复杂, 从中看不到明显的关系。一般而言, 水下载体姿态的俯仰角和横滚角都比较小, 故为了简化分析过程, 假设旋转矩阵  ${}^L \mathbf{R}$  中有

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \sin \varphi = 0 \\ \cos \theta &= \cos \varphi = 1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

则得到大地坐标系下, 载体北向速度误差  $\Delta^L v_{bn}$ 、东向速度误差  $\Delta^L v_{be}$  和天向速度  $\Delta^L v_{bu}$ :

$$\left. \begin{aligned} \Delta^L v_{bn} &= \Delta v_f \cdot \cos \psi - \Delta v_r \cdot \sin \psi \\ \Delta^L v_{be} &= \Delta v_f \cdot \sin \psi + \Delta v_r \cdot \cos \psi \\ \Delta^L v_{bu} &= \Delta v_t \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

为了定量分析误差对定位结果造成的影响, 下面的仿真都按照误差的精度范围选取最大的固定误差值。多普勒测速仪是应用多普勒效应进行测速的声学设备<sup>[17,18]</sup>, 其测得的速度是载体相对于海底的绝对速度。影响多普勒测速精度的因素主要有公式简化、声速影响、载体姿态误差、声波束倾角、声波束宽度和载体运动不均匀性<sup>[19,20]</sup>。RDI 公司的 ADCP/DVL 声学多普勒测速仪, 600 kHz 工作主频的情况下作用高程为 0.7~90 m, 载体航行速度  $v$  的情况下, 测量的对水底速度的精度大概为  $\pm 3\% \cdot v \pm 0.002$  m/s。

仿真参数为: 海底布放的单只声信标的坐标为  $AT = (0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 4000 \text{ m})$ 。载体在恒定深度为 4100 m 的深度作匀速直线运动, 前向运动速度恒定为 1 m/s, 水下载体按照图 1 所示的直线航迹运动, 航向为  $90^\circ$ , 载体要定位的位置位于  $6000 \text{ m} \times 6000 \text{ m}$  工作范围的不同处。

前向速度存在  $3\% \times 1 + 0.002$  m/s 的固定误差, 定位精度分布如图 3 所示, 等高图的单位为 m。图 3(a)使用的是高斯牛顿法, 从图中可以看出, 水平定位误差的分布规律类似于双曲线, 定位误差是对称分布的, 对称轴是航向为方向经过信标的直线。对称轴上不能够进行定位解算, 而且对称轴两端水平定位误差特别大, 达到 100~200 m。图 3(b)使用的是本文改进的算法, 从图中可以看出, 定位误差也是对称分布的, 对称轴也是航向为方向经过信标的直线。使用本文的解算方法后, 东向坐标 -1000~1000 m 的范围内定位精度和高斯牛顿法一样, 对称轴上也能够进行定位解算, 对称轴两端水平定位误差改进得特别明显, 在 30 m 的范围内。

仍然按照上述仿真参数，假设载体右向速度存在 0.002 m/s 的固定误差，定位精度分布如图 4 所示，等高图的单位为 m。图 4(a)使用的是高斯牛顿法，从图中可以看出，水平定位误差近似呈圆环分布，信标处定位误差最小，以信标为中心向外辐射，距离信标越远的区域定位误差越大。图 4(b)使用的是本文改进的算法，从图中可以看出，使用本文的解算方法后，大部分的范围内定位精度和高斯牛顿法一样，对称轴上也能够进行定位解算，对称轴两端水平定位误差改进得特别明显，在 4 m 的范围内。

仍然按照上述仿真参数，假设载体垂向速度存在 0.002 m/s 的固定误差，定位精度分布如图 5 所示，等高图的单位为 m。图 5(a)使用的是高斯牛顿法，从图中可以看出，水平定位误差是对称分布的，对称轴是航向为方向经过信标的直线。对称轴上不能够进行定位解算，而且对称轴两端水平定位误差特别大，达到 10 m 左右。图 5(b)使用的是本文改进的算法，从图中可以看出，定位误差也是对称分布的，对称轴也是航向为方向经过信标的直线。使用本文的解算方法后，大部分范围内定位精度和高斯牛顿法一样，对称轴上也能够进行定位解算，对称轴两端水平定位误差改进得特别明显，在 3 m 的范围内。

### 5 海上试验

2015 年 7 月在中国南海进行了单信标测距定位

的外场海试试验。试验位置为东经 115° 35′、北纬 19° 13′，如图 6 所示，试验区域水深约为 2600 m。试验平台为中国科学院沈阳自动化研究所研制的某型 AUV。AUV 上搭载的试验设备包括：法国 IXBLUE 公司的 RAMSES 声学测距系统；法国 IXBLUE 公司的 PHINS 高精度惯性导航系统；中国科学院声学所研制的 DVL。试验中，将本文算法的定位结果与组合导航结果进行比较来评价定位精度。在深海应用条件下，RAMSES 的标称定位精度达到 5 m，将 RAMSES 和 PHINS 配合使用时，定位结果比 RAMSES 提高 3 倍，即使用 PHINS 的组合导航结果的精度达到 1.6 m 的水平。

声信标为法国 IXBLUE 公司的 RT 系列，声信标为一体式结构，声信标通过锚系结构布放于海底，锚系结构如图 7 所示。声信标的释放机构朝下，释放机构卡住 O 型释放环，释放环通过软绳与沉块相连，绳长 100 m；声信标的换能器头朝上，通过软绳与浮球相连，绳长 50 m；4 组浮球之间绳长 20 m，2 组浮球提供的浮力就能使声信标保持向上的正浮力，另外 2 组浮球用作备份，防止浮球被海水压力压碎或者碰撞压碎后仍能够提供正浮力回收声信标；浮球最上方通过 20 m 长的软绳连接示位装置，示位装置用于释放沉块回收声信标时指引水面试验船找寻声信标。

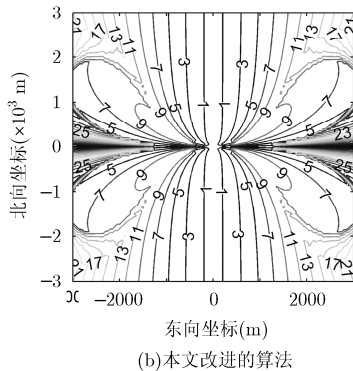
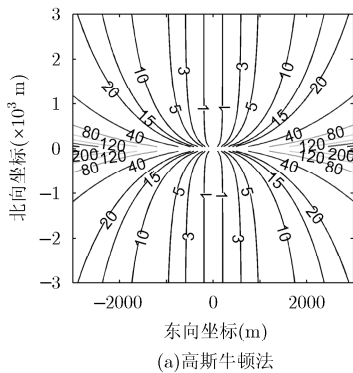


图 3 前向速度误差对水平定位结果的影响

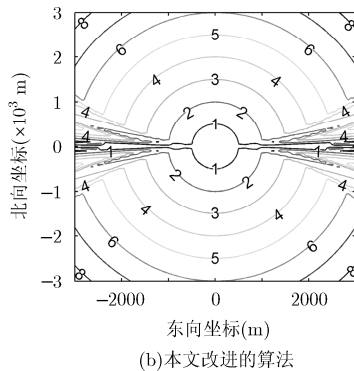
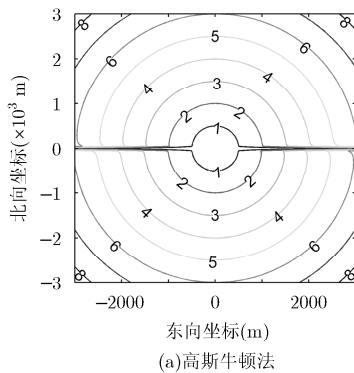


图 4 右向速度误差对水平定位结果的影响

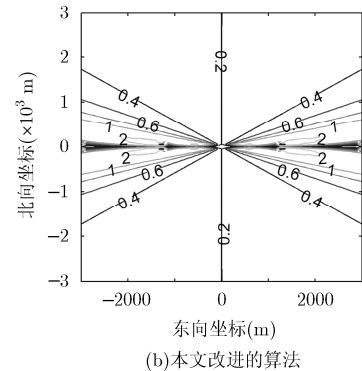
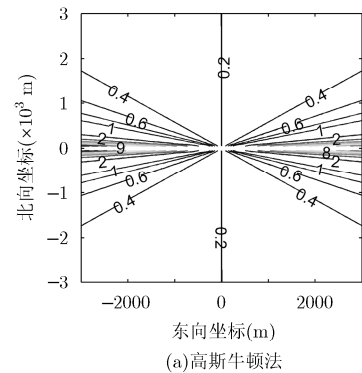


图 5 垂向速度误差对水平定位结果的影响

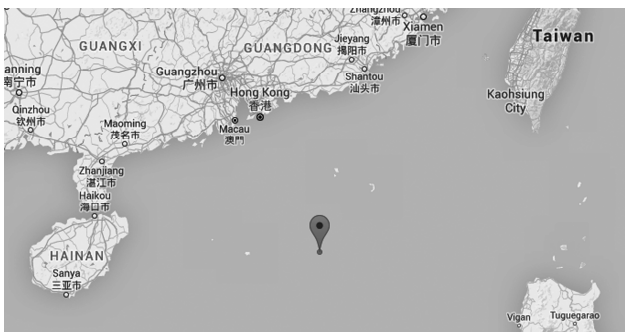


图 6 海上试验位置

图 8(a)为利用不同定位解算方式对 AUV 的定位结果,点“•”为 AUV 组合导航的结果,圆圈“○”为利用高斯牛顿法解算的结果,星号“\*”为利用改进算法解算的结果,实心圆“●”为实际布放的声信标。从图中可以看出,高斯牛顿法不能够进行定位解算,改进的算法仍然能够进行定位解算。图 8(b)为改进算法的定位结果与组合导航偏差,星号为东向误差,点为北向误差,圆圈为水平误差。从图中可以看出,改进算法的定位结果随着与信标距离的增加而增大,距离声信标最近处定位误差最小为 10 m,定位误差变化规律与仿真分析的定位误差变化趋势一致。

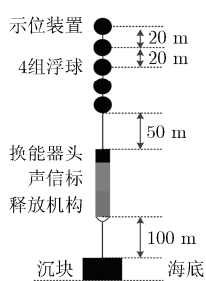
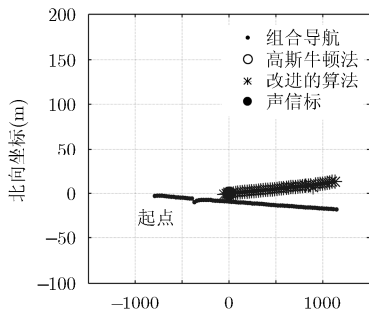
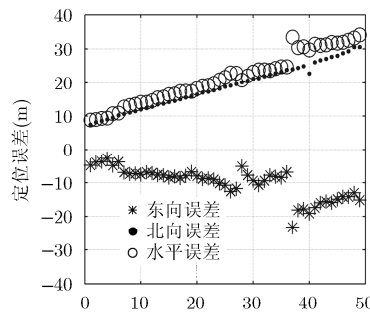


图 7 声信标锚系结构

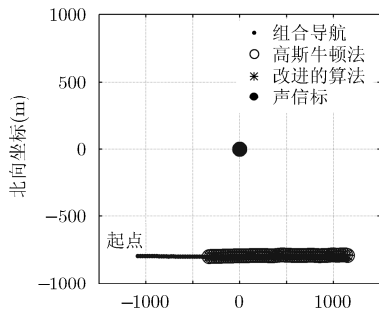


(a)定位结果

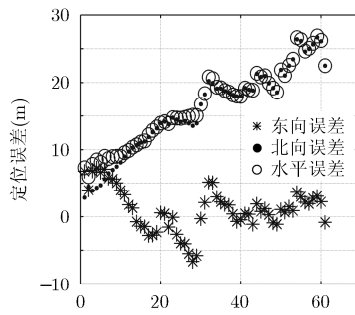


(b)本文改进的算法与组合导航偏差

图 8 AUV 航行轨迹经过声信标时的定位结果



(a)定位结果



(b)本文改进的算法与组合导航偏差

图 9 AUV 航行轨迹与声信标垂直距离 800m 时的定位结果

图 9(a)为利用不同定位解算方式对 AUV 的定位结果, AUV 航行轨迹由西向东且与声信标的垂直距离 800 m。从图中可以看出,改进的算法的定位结果与高斯牛顿法的定位结果相同。图 9(b)为改进的算法的定位结果与组合导航偏差。从图中可以看出,改进的算法的定位结果随着与信标距离的增加而增大,距离声信标最近处定位误差最小为 5 m,且定位误差整体小于图 8 的定位误差大概 5 m,这与仿真分析的定位误差变化趋势一致。

### 6 结论

针对系数矩阵奇异或者坏条件时所带来的影响,本文提出了一种改进的单信标测距定位解算方法。算法采用适当增加对角元的措施使得迭代继续,系数矩阵的修正参数不是固定不变的,它的值是实时调整的,它在迭代的过程中不断调整,使得系数矩阵为正定。仿真结果表明:本文算法大部分的情况下定位精度和高斯牛顿法一样;水下载体的直线航迹或者直线航迹的延长线经过信标时,本文算法同样能够实现定位解算;在线性化迭代的低精度区,本文算法能非常明显地提高定位精度。通过海上试验,进一步验证了本文算法的有效性。

## 参考文献

- [1] VALLICROSA G, RIDAO P, and RIBAS D. AUV single beacon range-only SLAM with a SOG filter[C]. IFAC Symposium on Information Control in Manufacturing, Sozopol, Bulgaria, 2015: 26-31.
- [2] GAURAV C, ARPITA S, TWINKLE T, *et al.* Conditions for target tracking with range-only information[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2016, 75: 176-186.
- [3] 郭雅静, 李春雨, 张东升, 等. 基于航位推算/水声定位系统的水下拖体组合导航方法[J]. *海洋地质前沿*, 2015, 31(6): 63-67. doi: 10.16028/j.1009-2722.2015.06010.
- GUO Yajing, LI Chunyu, ZHANG Dongsheng, *et al.* The integrated navigation method by underwater towing body based on dead reckoning/hydroacoustic positioning system[J]. *Marine Geology Frontiers*, 2015, 31(6): 63-67. doi: 10.16028/j.1009-2722.2015.06010.
- [4] 孙大军, 郑翠娥. 水声导航、定位技术发展趋势探讨[J]. *海洋技术学报*, 2015, 34(3): 64-65.
- SUN Dajun and ZHENG Cuie. Discussion on development trend of underwater acoustic navigation and positioning technology[J]. *Journal of Ocean Technology*, 2015, 34(3): 64-65.
- [5] ALEXANDER P S. The AUV positioning using ranges from one transponder LBL [C]. Proceedings of the 1995 MTS/IEEE Oceans Conference, San Diego, CA, USA, 1995: 1620-1623.
- [6] VAGANAY J, BACCOU P, and JOUVENCEL B. Homing by acoustic ranging to a single beacon [C]. Proceedings of the 2000 MTS/IEEE Oceans Conference, Providence, RI, USA, 2000: 1457-1462.
- [7] LARSEN M B. Synthetic long baseline navigation of underwater vehicles [C]. Proceedings of the 2000 MTS/IEEE Oceans Conference, Providence, RI, USA, 2000: 2043-2050.
- [8] CARE E. Virtual long baseline (VLBL) autonomous underwater vehicle navigation using a single transponder [D]. [Master dissertation], Massachusetts Institute of Technology, 2006: 29-38.
- [9] 刘明雍, 李闯白, 刘富樯, 等. 基于单信标测距的水下导航系统可观测性分析[J]. *西北工业大学学报*, 2011, 29(1): 87-92. doi: 10.3969/j.issn.1000-2758.2011.01.016.
- LIU Mingyong, LI Wenbai, LIU Fuqiang, *et al.* Observability analysis of underwater navigation system based on single beacon ranging[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2011, 29(1): 87-92. doi: 10.3969/j.issn.1000-2758.2011.01.016.
- [10] 严卫生, 房新鹏, 崔荣鑫. 单信标测距 AUV 水下定位系统观测性分析[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2012, 43(8): 3085-3090.
- YAN Weisheng, FANG Xinpeng, and CUI Rongxin. Observability analysis of single-beacon underwater localization of autonomous underwater vehicle[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2012, 43(8): 3085-3090.
- [11] 王久光. 基于 UTP 的 UUV 远程航海水下位置校准及控制方法研究[D]. [硕士论文]. 哈尔滨工程大学, 2012: 38-52.
- WANG Jiuguang. Underwater position calibration and control for UUV long-distance navigation based on UTP [D]. [Master dissertation]. Harbin Engineering University, 2012: 38-52.
- [12] 严浙平, 邓超, 李本银, 等. UTP/DR 组合导航算法研究[J]. *计算机工程与应用*, 2014, 50(19): 7-10. doi: 10.3778/j.issn.1002-8331.1312-0345.
- YAN Zheping, DENG Chao, LI Benyin, *et al.* Research on UTP/DR integrated navigation system [J]. *Computer Engineering and Application*, 2014, 50(19): 7-10. doi: 10.3778/j.issn.1002-8331.1312-0345.
- [13] BJERM J, KENNETH G, and OVE K. A toolbox of aiding techniques for the HUGIN AUV integrated inertial navigation system[C]. Proceedings of the 2003 MTS/IEEE Oceans Conference, San Diego, CA, USA, 2003: 1146-1153.
- [14] HEGRENAS O, GADE K, and HAGEN O K. Underwater transponder positioning and navigation of autonomous underwater vehicles[C]. MTS/IEEE Biloxi-Marine Technology for Our Future: Global and Local Challenges, OCEANS 2009, Biloxi, MS, USA, 2009: 1-7.
- [15] 刘山洪, 邓彩群. 坐标转换与坐标变换研究[J]. *吉林建筑大学学报*, 2016, 33(1): 43-47.
- LIU Shan hong and DENG Caiqun. Transformation of coordinate system[J]. *Journal of Jilin Jianzhu University*, 2016, 33(1): 43-47.
- [16] 潘国荣, 汪大超, 周跃寅. 两种大转角空间坐标转换模型研究[J]. *山东科技大学学报*, 2015, 34(1): 61-67. doi: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.20150317.010.
- PAN Guorong, WANG Dachao, and ZHOU Yueyin. Two spatial coordinate transformation model of large angle[J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology*, 2015, 34(1): 61-67. doi: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.20150317.010.
- [17] 王彪, 支志福, 戴跃伟. 移动水声通信多径传输非一致多普勒估计方法研究[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(3): 733-738. doi: 10.11999/JEIT140665.
- WANG Biao, ZHI Zhifu, and DAI Yuewei. Study on non-uniform doppler estimation for underwater acoustic mobile communication with multilath transmission[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(3): 733-738. doi: 10.11999/JEIT140665.
- [18] 袁兆凯, 隋天宇, 李宇, 等. 水声扩频通信中多普勒估计与补偿算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(1): 51-56. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00528

- YUAN Zhaokai, SUI Tianyu, LI Yu, *et al.* The estimation and compensation of Doppler effect on underwater acoustic spread spectrum communication[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(1): 51-56. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00528.
- [19] 严浙平, 陈焯, 朱慧龙, 等. UUV 导航测速信息的灰色自适应滤波方法研究[J]. *传感技术学报*, 2016, 29(2): 237-241. doi: 10.3969/j.issn.1004-1699.2016.02.015.
- YAN Zheping, CHEN Ye, ZHU Huilong, *et al.* Research on grey adaptive filtering method of velocity information for UUV navigation[J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2016, 29(2): 237-241. doi: 10.3969/j.issn.1004-1699.2016.02.015.
- [20] 郑为, 邹启明, 倪文玺. 水下无人潜航器避障与导航仿真系统设计与应用[J]. *系统仿真学报*, 2016, 28(1): 91-98. doi: 10.16182/j.cnki.joss.2016.01.013.
- ZHENG Wei, ZOU Qiming, and NI Wenxi. Design and application of underwater unmanned vehicle simulation system for navigation and obstacle avoidance[J]. *Journal of System Simulation*, 2016, 28(1): 91-98. doi: 10.16182/j.cnki.joss.2016.01.013.
- 曹俊: 男, 1987 年生, 博士生, 研究方向为信号与信息处理、水下定位与导航.
- 郑翠娥: 女, 1982 年生, 讲师, 研究方向为信号与信息处理、水下定位与导航、水声工程.
- 孙大军: 男, 1972 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信号与信息处理、水下定位与导航、水声通信、水声工程.
- 张殿伦: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信号与信息处理、水下定位与导航、水声工程.