# 基于循环前缀的相位编码 OFDM 雷达多普勒频移估计和补偿

赵晶晶 霍 凯 刘永祥\* 杨小琪 (国防科学技术大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘 要:相位编码正交频分复用(PC-OFDM)雷达是近年来新体制雷达研究热点之一。该雷达信号对正交多载频进 行相位调制,同时具有距离、多普勒高分辨。然而,PC-OFDM 雷达对多普勒频偏较为敏感,该文研究了 PC-OFDM 雷达基于循环前缀(CP)对多普勒频偏进行估计,并基于估计值对频偏进行补偿,再进行脉冲压缩。仿真实验证明, 该文方法能有效改善多普勒频偏所带来的1维距离像结构破坏和旁瓣抬升。 关键词:相位编码 OFDM 雷达;多载频;多普勒频偏估计;循环前缀 中图分类号: TN958 文献标识码: A 文章编号:1009-5896(2017)04-0938-07 DOI: 10.11999/JEIT160549

# Cyclic Prefix Based Phase-coded OFDM Radar Doppler Offset Estimation and Compensation

ZHAO Jingjing HUO Kai LIU Yongxiang YANG Xiaoqi

(Department of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract**: Phase-Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing (PC-OFDM) radar has drawn wide attention in high resolution radar application. This kind of radar signal transmits orthogonal sub-carriers phase-modulated by specific sequences and has range and Doppler high resolution at the same time. Considering its sensitivity to Doppler offset, this paper derives the pulse compression method of PC-OFDM radar, and based on Cyclic Prefix (CP), a Doppler offset estimation and compensation algorithm is proposed. Several simulations verify the effectiveness of the method in improving High Resolution Range Profile (HRRP) with Doppler offset. **Key words**: Phase-coded OFDM radar; Multi-carrier; Doppler offset estimation; Cyclic prefix

# 1 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术于1998年由Jankiraman 等人[1]由通信领域引入雷达应用中,并设计了名为"PANDORA"的雷达系统。随后,文献[2,3]分析了OFDM 雷达信号特性,特别对相位编码OFDM (Phase-Coded OFDM, PC-OFDM)雷达信号的研究尤为深入。Fink等人<sup>[4]</sup>比较了PC-OFDM 信号和线性调频脉冲串(Chirp Sequence, CS)的参数及性能,PC-OFDM 信号在OFDM 体制天然的频率分集基础上添加了编码分集,具有波形设计灵活,抗干扰能力强,以及实现雷达通信一体化的潜力。PC-OFDM 雷达信号具有图钉型模糊函数,通过选

择合适的波形参数,该信号可同时具备距离和多普 勒高分辨,且两者之间不存在耦合,这是传统的线 性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)信号 和步进频(Stepped Frequency, SF)信号所不具备的。 PC-OFDM 信号是一种多功能一体化信号,通过信 号处理,可实现窄带测速、宽带高分辨成像等功能。 然而,该信号对多普勒频移极为敏感的特点也成为 了其应用中的一大缺点,脉冲压缩中细微的多普勒 失配就会导致滤波器性能的大幅下降<sup>[5,6]</sup>。从另一角 度来看,这是由于多普勒频偏破坏了 PC-OFDM 雷 达信号各子载频严格的正交关系,因此导致子载频 间串扰(Inter-Carrier Interference, ICI),从而引起 脉冲压缩峰值降低。因此,多普勒频偏估计与补 偿<sup>[7-13]</sup>是 PC-OFDM 雷达回波处理的重要环节。

现有文献中,基于多载频互补相位编码(Multicarrier Complementary Phase Code, MCPC)脉冲 串信号,文献[7]提出了一种基于子载频分离的多普 勒频偏估计方法,该方法基于各子载频上多普勒频 偏间的线性关系对目标速度进行最小二乘估计,并 针对高速运动目标提出了相应的解多普勒模糊方

收稿日期: 2016-05-28; 改回日期: 2016-12-13; 网络出版: 2017-02-09 \*通信作者: 刘永祥 lyx bible@sina.com

基金项目:国家自然科学基金(61501481,61422114),湖南省杰出青年基金(2015JJ1003)

Foundation Items: The National Natural Science Fundation of China (61501481, 61422114), The Natural Science Fundation for Distinguished Yong Scholars of Hunan Province (2015JJ1003)

法,该方法中最大不模糊速度为1/T<sub>r</sub>,T<sub>r</sub>为脉冲重 复周期(Pulse Repetition Interval, PRI),目标的最 大不模糊速度相对较小,对解模糊算法要求较高, 且目标易在多个脉冲间发生跨距离单元走动,需要 进行距离单元走动补偿。韩国的 Lim 等人<sup>18</sup>先利用 相关性能良好的序列对各子载频进行加权得到 OFDM 信号,并对单脉冲回波信号通过时域补零的 方法先进行频域过采样,对多普勒频偏进行粗估计 得到整数倍频偏,以整数倍频偏对信号进行补偿后 进行第2次估计得到多普勒频偏的精确估计值,该 方法扩大了多普勒频偏估计的最大不模糊范围,提 高了速度估计精度,然而频域过采样加大了载频分 离的难度,并且算法精度受速度大小影响明显。文 献[9]提出了一种距离、速度联合非线性最小二乘估 计算法,该方法针对加权 OFDM(Weighted-OFDM, WOFDM)脉冲串,他们还进一步推导了该算法的克 拉美罗下限(Cramer-Rao Lower Band, CRLB), 该 方法提高了距离估计精度,然而对速度估计精度并 无明显改善。多载频信号回波采样点可近似认为是 一组独立同分布的随机变量,本文通过在 PC-OFDM 雷达信号各码元内添加循环前缀(Cyclic Prefix, CP), 引入码元内采样点间相关性, 基于 PC-OFDM 单脉冲对多普勒频偏进行最大似然估计。因 此,无需对回波信号进行载频分离,算法复杂度大 大降低,且频偏引起的载频间串扰对算法精度无影 响。

本文从 PC-OFDM 雷达单散射点单脉冲回波信 号模型入手,为解决码元分段错位带来的码元间串 扰(Inter-Symbol Interference, ISI),在各码元前添 加 CP,并且基于 CP,对多普勒频偏进行最大似然 估计,利用估计结果进行频偏补偿,以改善多普勒 失配所引起的脉冲压缩性能下降的问题。

## 2 相位编码 OFDM 雷达信号模型

PC-OFDM 雷达同时发射多个子载频,子载频 间相互正交,且各子载频上均进行相位编码调制, 以获得较大的时间带宽积,发射信号复包络*s*(*t*)定 义为

$$s(t) = \exp\left(j2\pi f_0 t\right) x(t)$$
  
=  $\exp\left(j2\pi f_0 t\right) \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} w_n a_{n,k} \exp\left(j2\pi n\Delta f t\right)$   
 $\cdot \operatorname{rect}\left(\frac{t-kt_{\rm b}}{t_{\rm b}} - \frac{1}{2}\right)$  (1)

其中, $f_0$ 为发射中心频率,x(t)表示基带发射信号, N为子载频数,K为相位编码长度, $w_n$ 为子载频加 权系数, $a_{n,k}$ 为相位编码, $\Delta f$ 为相邻两子载频间的 间隔,信号带宽  $B = N\Delta f$ ,距离分辨率  $\Delta R = c/2B$ ,  $c = 3 \times 10^8$  m/s为光速, $t_b$ 为码元宽度,信号脉冲宽度相应地为  $T_p = Kt_b$ 。为满足 OFDM 条件,应当有  $\Delta f = 1/t_b$ ,因此时间带宽积 TB = NK。

对 PC-OFDM 雷达回波进行分码元处理,由于 目标具体位置未知,码元分段会出现错位,从而产 生码元间的串扰,这类似于通信系统中由于多径传 输而引起的 ISI<sup>[14,15]</sup>,这一问题通过在符号间添加 CP 得以解决, CP 为符号内采样点的循环重复,其 点数一般不能低于多径信道个数;在雷达系统中, CP 的时长  $t_{\rm G}$  则由系统所要达到的最大不模糊测量 距离  $R_{\rm max}$  决定<sup>[4]</sup>,  $t_{\rm G} \ge 2R_{\rm max}/{\rm c}$ 。设置  $R_{\rm max} = {\rm c}t_{\rm b}$ /2,则 $t_{\rm G} = t_{\rm b}$ ,添加的循环前缀为相应码元信号所 有采样点的循环重复,发射脉冲脉冲宽度  $T_{\rm p} = K(t_{\rm G}$ + $t_{\rm b}) = 2Kt_{\rm b}$ ,单个脉冲所能达到的速度分辨率  $\Delta v = {\rm c}/2f_{\rm b}T_{\rm p}$ ,为了防止在一个脉冲内目标发生跨 距离单元走动,假设有 $v \le \Delta R/(2T_{\rm p}) = {\rm c}/(8NK)$ 。

假设雷达天线收发共用,单散射点目标雷达径 向匀速直线运动,其散射系数为 $\sigma_0$ ,瞬时径向距离 为 $R(t) = R_0 + v_0 t$ ,  $R_0 = R(0)$ 为初始时刻径向距 离, $v_0$ 为目标径向速度,为正表示远离雷达匀速运 动,反之亦然,则目标双程延迟为 $\tau(t) = 2R(t)/c$ = $\tau_0 + 2v_0 t/c$ ,  $\tau_0 = 2R_0/c$ 。以采样间隔 $T_s = t_b/LN$ 对基带回波信号进行采样,有 $\tau_0 \approx p_0 T_p$ + $k_0 t_b + l_0 t_b / LN$ ,  $p_0 = [\tau_0 / T_p], k_0 = [(\tau_0 - p_0 T_p) / t_b],$  $l_0 = [(\tau_0 - p_0 T_p - k_0 t_b) / T_s]$ , [•]和[•]分别表示上、下 取整, $l_0 \in [0, LN - 1]$ 。距离窗设置为 [ $R_{sta}, R_{sta}$ + $cT_p / 2$ ],其中 $2R_{sta}/c = p_0 T_p + k_0 t_b$ ,则采样时刻  $t = p_0 T_p + k_0 t_b + 2k t_b + lt_b / LN$ ,  $k=0,1,\cdots,K-1, l = 0,1,\cdots,2L-1$ 。采样信号结构示意图如图 1 所示,表 达式为

$$y_{\rm CP}\left(k,l\right)$$

$$\approx n(k,l) + \xi_0 \exp\left(-j2\pi\beta_0 \left(p_0 K + k_0 + 2k + \frac{l}{LN}\right)\right) \\ \cdot \sum_{n=0}^{N-1} w_n \exp\left(j2\pi n \frac{l-l_0}{LN}\right) \left\{a_{n,k} \operatorname{rect}\left(\frac{l-l_{0,k}}{2LN} - \frac{1}{2}\right) \\ + a_{n,k-1} \operatorname{rect}\left(\frac{l-l_{0,k-1}}{2LN} + \frac{1}{2}\right)\right\}$$
(2)

其中, n(k,l)为加性白噪声,  $\xi_0 = \sigma_0 \exp(-j2\pi f_0 \tau_0)$ 表示对应于初始距离  $R_0$ 的雷达散射截面; 一般情况 下,发射波形参数满足窄带假设( $B \ll f_0$ ),各子载 频上多普勒偏移间的差值可忽略不计,且单个码元 内的包络延迟差可以忽略不计,因此以 $\beta_0$ 表示一个 码元间隔内的多普勒频偏, $\beta_0 = 2v_0 f_0 t_0 / c_0$ 。当 $|\beta_0|$ 

(4)



图 1 PC-OFDM 雷达接收机采样信号分码元示意图

 $\leq 0.5$ 时,即 $|v_0| \leq cB/(4Nf_0)$ 时,测速不存在模糊, 因此最大不模糊速度 $v_{max} = min \{c/(8NK), cB/(4Nf_0)\}$ ;各码元对应的延迟点数 $l_{0,k} = l_0 + LN(p_0K + k_0/2 + k)4v_0/c$ ,当 $v_0 \leq v_{max}$ ,目标不会发生跨距离单元走动,始终有 $l_{0,k} \in [0, LN - 1]$ ,满足目标运动始终在一个不模糊距离区间内,不再有 ISI 的影响。

### 3 Doppler 频偏估计及补偿

#### 3.1 基于循环前缀的 Doppler 频偏估计

以 { $wa_k$ } = { $w_0a_{0,k}, w_1a_{1,k}, \dots, w_{N-1}a_{N-1,k}$ } 表示第 k 个码元内子载频加权系数与相位编码乘积的序 列。{ $wa_k$ } 各元素间独立同分布,基带发射信号x(t)可视为这些随机变量的线性组合,当子载频数 N足 够大时,根据中心极限定理,每个 PC-OFDM 码元 可近似视为复高斯随机信号,且实部虚部相互独立。

如图 1 中所示,由于添加 CP,第 0 个分段码元 中区域  $I_{0,0}$  及  $I_{1,0}$  两区域内相距 LN 的对应采样点间 具有极强的相关性<sup>[16]</sup>,并有  $\exp(-j2\pi\beta_0)$  的相差,区 域位置由第 0 个码元对应时延  $l_{0,0}$  所决定;以后各码 元分段也以此类推,相关区域为  $I_{0,k} = [l_{0,k}, LN - 1]$ 及  $I_{1,k} = [l_{0,k} + LN, 2LN - 1] 。利用这种相关性和其余$  $区域内采样点的随机性,可对 <math>l_{0,k}$  和  $\beta_0$  进行联合最大 似然估计。

由时刻  $p_0T_p + k_0t_b$  开始, 取第 k 个分段码元内的 2LN 个采样点作为一个观测总体  $\mathbf{R}_k = \{y_{CP}(k,0), \cdots, y_{CP}(k,2LN-1)\} \triangleq \{r_k(0), \cdots, r_k(2LN-1)\}$ 。由于添加 CP,  $\mathbf{R}_k$  内各元素间存在式(3)所示的相关性。

$$E(r_{k}(l)r_{k}^{*}(l+m))$$

$$=\begin{cases} \sigma_{r_{k}}^{2}, & m=0\\ |\xi_{0}|^{2}\sigma_{s}^{2}\exp(-j2\pi\beta_{0}), & l\in I_{0,k}, \ m=LN \ (3)\\ 0, & \nexists \dot{\Xi} \end{cases}$$

其中,  $\sigma_{\eta_{k}}^{2} = E\{|r_{k}|^{2}\}, \sigma_{s}^{2} = E\{|s|^{2}\}, \sigma_{n}^{2} = E\{|n|^{2}\},$ 分别表示接收回波、发射信号和加性白噪声的功率,  $\sigma_{s}^{2}$ 可以根据发射信号求得,通过归一化 OFDM 各 子载频加权系数,可归一化 $\sigma_s^2 = 1$ 。当m = 0时有  $E\{|r|^2\} \triangleq \sigma_{r_k}^2, \sigma_{r_k}^2$ 可通过对整段雷达采样数据计算 均值 $\sigma_{r_k}^2 \approx \sigma_y^2 = E\{|y_{CP}|^2\}$ 近似求得。

进一步地,我们可以根据雷达信噪比 $\rho = (\sigma_y^2 - \sigma_n^2) / \sigma_n^2$ 近似估计出 $|\hat{\xi}_0|^2 = \rho \sigma_y^2 / (1+\rho) = \rho_1 \sigma_y^2$ ,其中, $\rho_1 = \rho / (1+\rho)$ 。代入式(3)中得到

$$E(r_{k}(l)r_{k}^{*}(l+m)) = \begin{cases} \sigma_{y}^{2}, & m = 0\\ \rho_{1}\sigma_{y}^{2}\exp(-j2\pi\beta_{0}), & l \in I_{0,k}, \ m = LN\\ 0 & \text{If } \vec{E} \end{cases}$$

设 $\varphi_{k} = \left[l_{0,k}, \beta_{0}\right]^{\mathrm{T}}$ 为待估计量,似然函数 $L_{k}(\varphi_{k})$ =  $\ln f\left(\mathbf{R}_{k} | \varphi_{k}\right), f\left(\mathbf{R}_{k} | \varphi_{k}\right)$ 为给定 $\varphi_{k}$ 条件下,观测总体  $\mathbf{R}_{k}$ 的联合条件概率密度函数。经推导, $L_{k}(\varphi_{k})$ 与待估计量 $\varphi_{k}$ 相关的部分可表达为

$$L_{k}^{'}\left(\left|\boldsymbol{\varphi}_{k}\right.\right) = \alpha_{1}\left[\left|\gamma_{k}\left(l_{0,k}\right)\right|\cos\left(\arg\left(\gamma_{k}\left(l_{0,k}\right)\right) - 2\pi\beta_{0}\right)\right.\\\left.\left.-\frac{\rho_{1}}{2}\eta_{k}\left(l_{0,k}\right)\right] + \left(LN - l_{0,k}\right)\alpha_{2}\right.$$
(5)

其中,

$$\gamma_{k}\left(l_{0,k}\right) = \sum_{l=l_{0,k}}^{LN-1} r_{k}\left(l\right) r_{k}^{*}\left(l+LN\right)$$
$$\eta_{k}\left(l_{0,k}\right) = \sum_{l=l_{0,k}}^{LN-1} \left(\left|r_{k}\left(l\right)\right|^{2} + \left|r_{k}\left(l+LN\right)\right|^{2}\right)$$

$$\alpha_{1} = \frac{2\rho_{1}}{\sigma_{y}^{2}(1-\rho_{1}^{2})}, \ \alpha_{2} = -\ln(1-\rho_{1}^{2}) \, \text{为两个常数量}.$$

下面,对待估计量 $\varphi_k = \left[ l_{0,k}, \beta_0 \right]^{\mathrm{T}}$ 逐项进行估计, 首先式(5)对 $\beta_0$ 求偏导并令其等于 0,得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{k}^{'}\left(\boldsymbol{\varphi}_{k}\right)}{\partial\beta_{0}} &= -2\pi \left|\gamma_{k}\left(l_{0,k}\right)\right| \\ &\cdot \sin\left(\arg\left(\gamma_{k}\left(l_{0,k}\right)\right) - 2\pi\beta_{0}\right) = 0 \qquad (6) \end{aligned}$$

因此, 
$$\beta_0$$
的最大似然估计值 $\hat{\beta}_{0,k}$ 为 $l_{0,k}$ 的函数  
$$\hat{\beta}_{0,k} = n + \frac{1}{2\pi} \arg\left(\gamma_k\left(l_{0,k}\right)\right)$$
(7)

其中,  $n \in \mathbb{Z}$ 。在不产生模糊的前提下,  $\mathbb{Q} n = 0$ ,  $\hat{\beta}_{0,k} = \arg(\gamma_k(l_{0,k}))/2\pi$ , 将 $\hat{\beta}_{0,k}$ 代入式(5), 有

$$L'_{k}\left(l_{0,k},\widehat{\beta}_{0,k}\right) = \alpha_{1}\left[\left|\gamma_{k}\left(l_{0,k}\right)\right| - \frac{\rho_{1}}{2}\eta_{k}\left(l_{0,k}\right)\right] - \left(LN - l_{0,k}\right)\alpha_{2}$$

$$(8)$$

式(8)仅与 $l_{0,k}$ 有关。对式(8)寻找峰值位置,即得 $l_{0,k}$ 的最大似然估计:

$$\hat{l}_{0,k} = \arg_{l_{0,k}} \left\{ \max L'_k \left( l_{0,k}, \hat{\beta}_{0,k} \right) \right\}$$
(9)

再将 $\hat{l}_{0,k}$ 代入式(7)得到 $\hat{\beta}_{0,k}$ ,并对K个观测总体求均值,最终的多普勒频偏估计值 $\hat{\beta}_0$ 为

$$\widehat{\beta}_{0} = E_{k} \left( \frac{1}{2\pi} \arg \left( \gamma_{k} \left( \widehat{l}_{0,k} \right) \right) \right)$$
(10)

下面对算法复杂度进行分析,对每一个观测总体 **R**<sub>k</sub> 而言,式(8)共须 3LN 次乘法及 2LN 次加法,因此 K个观测总体共需 3KLN 次乘法,整个多普勒频偏估计算法的计算复杂度为 O(KLN),远远低于传统的基于 FFT 子载频分离的多普勒频偏估计算法。

# 3.2 Doppler 频偏补偿及相位编码 OFDM 雷达脉冲 压缩

采样信号第 k 个分段码元去除 CP 内的 LN 个采 样点后,剩余有效采样点表达式为

$$y_{\text{eff}}(k,l) = \xi_0 \exp\left(-j2\pi\beta_0 \left(p_0 K + k_0 + 2k + \frac{l}{LN}\right)\right) \\ \cdot \sum_{n=0}^{N-1} w_n a_{n,k} \exp\left(j2\pi n \frac{l-l_0}{LN}\right) + n(k,l) \quad (11)$$

其中,  $k = 0, 1, \dots, K - 1, l = LN, LN + 1, \dots, 2LN - 1$ 。 设置补偿系数 $\lambda(k, l)$ 为

$$\lambda(k,l) = \exp\left(j2\pi\widehat{\beta}_0\left(p_0K + k_0 + 2k + \frac{l}{LN}\right)\right) \quad (12)$$

 $y_{\text{eff}}(k,l)$ 各采样点分别乘上补偿系数 $\lambda(k,l)$ ,则剩余的多普勒频偏项为

$$\exp\left(-j2\pi\left(\beta_{0}-\widehat{\beta}_{0}\right)\left(p_{0}K+k_{0}+2k+\frac{l}{LN}\right)\right)$$
$$\approx\exp\left(-j2\pi\Delta\beta_{0}\left(p_{0}K+k_{0}+2k+1\right)\right)\triangleq\mu\left(k\right)\left(13\right)$$

其中, $\Delta\beta_0 = \beta_0 - \hat{\beta}_0$ ,并且忽略了补偿后多普勒频 率在一个码元内的差异。

补偿后的采样信号表达式为

$$y_{\text{eff}}^{'}(k,l) = \xi_{0}\mu(k)\sum_{n=0}^{N-1} w_{n}a_{n,k} \exp\left(j2\pi n\frac{l-l_{0}}{LN}\right) + n(k,l) = \xi_{0}\mu(k)x(k,l-l_{0}) + n(k,l) (14)$$

式(14)为发射信号第 k个码元的  $l_0$ 点位移,因此式(14)对 l 作 LN点 DFT 并取前 N个点得到

$$Y(k,q) = \xi_0 \mu(k) w_q a_{q,k} \exp\left(-j2\pi q \frac{l_0}{LN}\right) + N(k,q) (15)$$

其中, N(k,q) 为n(k,l)的 LN 点 DFT 的前 N 个点, 各子载频回波信号得以分离。将各子载频上回波信 号Y(k,q)与对应编码序列 $\{w_q a_{q,k}\}_{1\times K}$ 作互相关,做 一级脉冲压缩得到窄带脉冲压缩结果。

$$\operatorname{CRRP}(m,q) = \xi_0 \left| w_q \right|^2 R_\mu(m,q)$$
$$\cdot \exp\left(-j2\pi q \, \frac{l_0}{LN}\right) + R_N(m,q) \quad (16)$$

其中,  $R_{\mu}(m,q)$ 表示 $\mu(k)\{a_{q,k}\}$ 与原始相位编码序列  $\{a_{q,k}\}_{1\times K}$ 的互相关函数,  $R_N(m,q)$ 表示 N(k,q)与  $\{w_q a_{q,k}\}_{1\times K}$ 的互相关, m为时延, 表示 CRRP 所在 粗分辨距离单元序号。在每个粗分辨距离单元内, 对式(16)中参数 q 作 LN 点 IDFT, 综合各子载频上 窄带脉冲压缩结果, 进行 2 级脉冲压缩得到 1 维距 离像

 $\operatorname{HRRP}(mLN+l)$ 

$$= \xi_0 \sum_{q=0}^{N-1} |w_q|^2 R_\mu(m,q) \exp\left(j2\pi q \frac{l-l_0}{LN}\right) + \sum_{q=0}^{N-1} R_N(m,q) \exp\left(j2\pi q \frac{l}{LN}\right)$$
(17)

一个高分辨距离单元为 $R_{\rm h} = ct_b / 2LN$ 。上述基于 CP的PC-OFDM 雷达多普勒频移估计和补偿算法 流程图如图 2 所示。

## 4 数值仿真实验及分析

#### 4.1 基于循环前缀的 Doppler 频偏估计

仿真采用的 PC-OFDM 信号,相位编码集采用 Logistic 混沌量化四相编码,Logistic 混沌迭代表达 式为

$$l_{k+1} = \lambda \left(\frac{1}{4} - l_k^2\right) - \frac{1}{2}$$
(18)

为达到混沌状态,分岔参数 $\lambda$ 应在[3.569946…, 4]之间,这里我们选取 $\lambda = 4$ ,混沌吸引域为 [-0.5,0.5],迭代初始值为[-0.5,0.5]间的随机数。经 过量化编码<sup>[17]</sup>,编码相位 $\theta_k$ 的表达式为



图 2 基于循环前缀的相位编码 OFDM 雷达多普勒频移估计和补偿算法流程图

$$\theta_{k} = P(l_{k}) = \begin{cases} 2\pi \frac{\text{mod}_{4}\left\{\left[4\left(l_{k}+0.5\right)\right]\right\}}{4}, & -0.5 \le l_{k} < 0\\ 2\pi \frac{\text{mod}_{4}\left\{\left[4\left(-l_{k}+1\right)\right]\right\}}{4}, & 0 \le l_{k} < 0.5 \end{cases}$$
(19)

其中, mod<sub>4</sub> {•} 表示对 4 取余。经蒙特卡洛仿真, 量化四相编码概率分布如图 3 所示,图 3(a)为一随 机初始条件进行 10<sup>6</sup> 次迭代得到混沌序列量化编码 4 个相位频数直方图,图 3(b)为10<sup>6</sup> 个随机产生的初 始条件经过 100 次迭代,混沌序列数值量化编码 4 个相位频数直方图,综合图 3(a),图 3(b),我们发 现,经过式(19)所示的量化编码,差值为π的两个相 位概率相等,这意味着 Logistic 混沌量化四相编码 集的实部、虚部均值均为零。图 3(c)为两个初始条 件随机(不相等)、迭代次数为10<sup>6</sup> 的混沌量化序列的 联合分布直方图,由图 3(c)可知,两个不同初始条 件形成的量化编码独立同分布,2 维联合概率分布 为1维概率分布的乘积。

假设各子载频加权系数为 $w_n = 1/\sqrt{N}$ ,利用 Logistic 混沌量化四相编码集对各子载频进行调制, 第k个发射码元信号采样点实部、虚部分别为

$$\Re \left\{ x(k,l) \right\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \Re \left\{ a_{n,k} \right\} \cos \left( 2\pi n \frac{l}{LN} \right) \right] - \Im \left\{ a_{n,k} \right\} \sin \left( 2\pi n \frac{l}{LN} \right) \right] \Im \left\{ x(k,l) \right\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \Re \left\{ a_{n,k} \right\} \sin \left( 2\pi n \frac{l}{LN} \right) \right]$$
(20)  
$$+ \Im \left\{ a_{n,k} \right\} \cos \left( 2\pi n \frac{l}{LN} \right) \right]$$

其中,  $\{a_{0,k}, a_{1,k}, \dots, a_{N-1,k}\}_{N \times 1}$  可被视为一组独立同分 布的随机变量, 当 N 足够大时, 认为 x(k,l) 服从零 均值复高斯分布。

#### 4.2 速度估计精度

仿真实验中,发射载频  $f_0 = 10$  GHz,固定信号

带宽 B = 100 MHz,对应的距离分辨率  $\Delta R$ =1.5 m; 子载频数 N 设置为 64,128 和 256,则对应的子载频 间隔  $\Delta f$  分别为 1562500 Hz, 781250 Hz 和 390625 Hz,码元宽度 t<sub>b</sub> 分别为 0.64 μs, 1.28 μs 和 2.56 μs,最大不模糊距离为 96 m, 192 m 和 384 m; 编 码长度 K 设置为 8 和 32;过采样率 L 设置为 1 和 4, 一个高分辨距离单元  $R_{\rm h}$  分别为 1.500 m 和 0.375 m; 子载频加权系数为归一化系数  $w_n = 1/\sqrt{N}$ ,相位编 码采用 4.1 节中的 Logistic 混沌四相编码。

单散射点目标后向散射系数  $\sigma_0 = 1$ ,与雷达间 初始径向距离为  $R_0 = 50$  km,径向速度为  $v_0 = 2250$  m/s,则对应一个码元间隔内的多普勒偏移  $\beta_0 = 2v_0 f_0 t_b / c$ ,分别为 $\beta_0 = 0.0962$ , $\beta_0 = 0.1924$ ,  $\beta_0 = 0.3848$ 。定义均方误差为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\text{mean} \left[ \left( \hat{v} - v_0 \right)^2 \right]}$$
(21)

下面分别研究信噪比ρ及目标径向速度 v<sub>0</sub> 对速度估计 RMSE 的影响。

图 4 所示为固定目标径向速度  $v_0$ ,不同 PC-OFDM 雷达参数下,速度估计 RMSE 随信噪比 $\rho$ 变化的曲线。随着 $\rho$ 提高,估计精度均有所提高;增加子载频数N,在固定带宽条件下, $\Delta f$ 减小,相对应 $t_0$ 增大,则 $\beta_0$ 值提高,且随着N增加,各码元更近似于高斯白噪声信号,因此 RMSE 随之降低;增加编码长度K,混沌编码的随机性随之提高,且随着观测样本的增多,噪声对估计的影响降低,RMSE 有所降低;提高采样频率 $f_s$ ,采样误差减小,RMSE 进一步降低。

固定  $\rho = 5$  dB 不变, 径向速度  $v_0$  在 [-3000, 3000] m/s 区间内变化, PC-OFDM 雷达参数设置不 变,得到速度估计 RMSE 随着  $v_0$  变化的曲线如图 5 所示。在不产生模糊的情况下,  $v_0$  对估计精度几乎 没有影响, RMSE 随着 N, K, L 的增大而降低; 最大不模糊速度  $|v_{\text{max}}| = \min \{c/8(NK), cB/(4Nf_0)\},$ 而 N = 256 时,  $v_{\text{max}} = 2929.7$  m/s, 因此  $v_0$  为 -3000 m/s 或 3000 m/s 时,多普勒频移  $|\beta_0| > 0.5$ ,



图 3 Logistic 混沌量化四相编码概率分布

频偏估计产生模糊,速度估计精度大幅度下降,则 需要进一步的解模糊算法进行处理。

现有文献中一类算法利用 PC-OFDM 单脉冲进 行多普勒频偏估计,一般而言,目标的多普勒频移 大大小于载频间的间隔,因此为了能够在频谱上体 现这种频移量,必须通过后端补零的方式等效延长 信号时宽,进行频域过采样,这种方法加大了载频 分离的难度,并且算法精度受速度大小影响明显。 而本文算法基于添加 CP 带来的码元内部分采样点 间特殊的相关性对频偏进行最大似然估计,无需对 回波信号进行载频分离,一方面降低了计算量,另 一方面,在不产生模糊的前提下,速度大小(即多普 勒频偏的大小)对估计精度的影响较小;本文方法的 缺点在于忽略了各个子载频上的多普勒频偏差异, 而近似认为一个码元内各子载频上的多普勒频偏  $\beta_n \approx \beta_0 = 2v_0 f_0 f_o/c$ ,算法精度相较于载频分离频偏 估计算法有所降低。

现有文献中另一类基于脉冲串进行频偏估计的 算法,由于相对较大的脉冲重复周期(Pulse Repetition Interval, PRI),导致目标易在多个脉冲 间发生跨距离单元走动,首先需要进行跨距离单元 走动补偿,且目标的最大不模糊速度相对较小,对 相应的解模糊算法要求较高。本文算法一般目标运 动速度情况下,只会在编码长度较大时,由于采样 误差,导致目标在不同码元分段间产生一位跨距离 单元走动,而多普勒频偏估计先分别对各个码元分 段进行,再求取均值,因此跨距离单元走动对最终 的估计精度影响较小。

## 4.3 多普勒频偏补偿效果

图 6 中,分别为径向速度 $v_0 = 255$  m/s, $v_0 = 2250$  m/s的目标,比较未补偿和经过 Doppler 频偏补偿 1 维距离像与静止目标 1 维距离像。设置子载频数 N = 256,编码长度 K = 32。未经补偿的 1 维距离像中,目标径向速度引起的多普勒频偏引起解码过程中的 ICI,进而影响脉冲压缩性能。当径向速度较低时,会抬高 1 维距离像旁瓣;而当径向速度较高时,则完全改变了 1 维距离像结构。经过多普勒频偏补偿后,ICI 在很大程度上被消除,补偿后的目标 1 维距离像与静止目标 1 维距离像旁瓣水平相近。

#### 5 结束语

本文将通信中循环前缀的概念引入 PC-OFDM 雷达领域,提出了一种基于循环前缀的多普勒频偏 估计和补偿算法。该方法通过添加循环前缀引入观 测信号采样点间的相关性,对多普勒频偏进行最大 似然估计,并利用估计值先对各码元回波信号进行 频偏补偿,再进行解码和两级脉冲压缩。算法具有



较高的估计精度和较低的算法复杂度,大大改善了 目标运动所引起的 PC-OFDM 雷达1维距离像旁瓣 抬高和结构改变。计算机仿真实验子载频数、编码 长度和过采样率对算法精度的影响。本文算法仅仅 考虑单散射点目标回波情况,如何适用于多散射点 场景是下一步研究重点。

#### 参考文献

- JANKIRAMAN M, WESSELS B J, and VAN GENDEREN P. Design of a multifrequency FMCW radar[C]. The 28th European Microwave Conference, Amsterdam, 1998: 548–589. doi: 10.1109/EUMA.1998.338053.
- LEVANON N. Multifrequency complementary phase-coded radar signal[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 2000, 147(6): 276–284. doi: 10.1049/ip-rsn 20000734.
- [3] LEVANON N. Train of diverse multifrequency radar pulses
   [C]. Proceedings of the IEEE International Radar Conference, Atlanta, GA, 2001: 93–98. doi: 10.1109/NRC.2001.922958.
- [4] FINK J and JONDRAL F K. Comparison of OFDM radar and chirp sequence radar[C]. 16th International Radar Symposium, Dresden, Germany, 2015: 315–320. doi: 10.1109/ IRS.2015.7226369.
- [5] 赵志欣,万显荣,谢锐,等.载波频偏对正交频分复用波形外 辐射源雷达性能的研究[J].电子与信息学报,2013,35(4): 871-876.doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01011.
  ZHAO Zhixin, WAN Xianrong, XIE Rui, et al. Impact of carrier frequency offset on passive bistatic radar with orthogonal frequency division multiplexing waveform[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(4): 871-876. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01011.
- [6] LELLOUCH G, MISHRA A, and INGGS M. Impact of the Doppler modulation on the range and Doppler processing in OFDM radar[C]. IEEE Radar Conference, Cincinnati, 2014: 803–808. doi: 10.1109/GEMCCON.2015.7386829.
- [7] DENG Bin, SUN Bin, WEI Xizhang, et al. A velocity estimation method for multi carrier phase-coded radar[C].
   2nd International Conference on Information Management and Engineering, Chengdu, China, 2010, 4: 227–230. doi: 10.1109/ICIME.2010.5478067.
- [8] LIM Jinsoo, KIM Sungrae, and SHIN Dongjoon. Two-step Doppler estimation based on intercarrier interference mitigation for OFDM radar[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2015, 14: 1726–1729. doi: 10.1109/ LAWP.2015.2421054.
- [9] TURLAPATY Anish, JIN Yuanwei, and XU Yang. Range and velocity estimation of radar targets by weighted OFDM modulation[C]. IEEE Radar Conference, Cincimnati, 2014: 1358–1362.

- KASHIN V A and MAVRYCHEV E A. Target velocity estimation in OFDM radar based on subspace approaches[C].
   14th International Radar Symposium, Dresden, 2013: 1061–1066.
- [11] GU Wenkun, WANG Dangwei, and MA Xiaoyan. High speed moving target detection using distributed OFDM-MIMO phased radar[C]. 12th International Conference on Signal Processing, Hangzhou, China, 2014: 2087–2091. doi: 10.1109/ ICOSP.2014.7015362.
- [12] 王杰,梁兴东,丁赤飚,等. OFDM SAR 多普勒补偿方法研究
  [J]. 电子与信息学报, 2013, 35(12): 3037-3040. doi: 10.3724/ SP.J.1146.2012.01547.
  WANG Jie, LIANG Xingdong, DING Chibiao, *et al.* Investigation on the Doppler compensation in OFDM SAR[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(12): 3037-3040. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01547.
- [13] LIU Yongxiang, ZHANG Shuanghui, ZHU Dekang, et al. A novel speed compensation method for ISAR imaging with low SNR[J]. Sensor, 2015, 15(8): 18402–18415. doi: 10.3390/ s150818402.
- [14] ZHANG Tianxian and XIA Xianggen. OFDM synthetic aperture radar imaging with sufficient cyclic prefix[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 53(1): 394-404. doi: 10.1109/TGRS.2014.2322813.
- [15] CAO Yunhe and XIA Xianggen. IRCI-free MIMO-OFDM SAR using circularly shifted Zadoff- Chu sequences[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(5): 1126–1130. doi: 10.1109/LGRS.2014.2385693.
- BEEK VAN DE J J, SANDELL M, ISAKSSON M, et al. Low complex frame synchronization in OFDM systems[C].
   Proceedings of the IEEE International Coference on Universal Personal Communications, 1995: 982–986. doi: 10.1109/ICUPC.1995.497156.
- [17] 霍凯,赵晶晶. 一种基于 Bernoulli 混沌的四相 OFDM 雷达信 号设计方法[J]. 雷达学报, 2016, 5(4): 361-372. doi: 10.12000/ JR16050.

HUO Kai and ZHAO Jingjing. A design method of fourphase-coded OFDM radar signal based on Bernoulli chaos[J]. *Journal of Radars*, 2016, 5(4): 361–372. doi: 10.12000/ JR16050.

- 赵晶晶: 女,1990年生,博士生,研究方向为空间信息获取与处理技术.
- 霍 凯: 男,1983年生,讲师,研究方向为雷达波形设计与信号 处理.
- 刘永祥: 男,1976年生,教授,博士生导师,研究方向为空间目 标探测与识别、微动特性、雷达成像等.