

基于稀疏重构的共形阵列稳健自适应波束形成算法

陈沛* 赵拥军 刘成城

(解放军信息工程大学导航与空天目标工程学院 郑州 450001)

摘要: 针对共形阵列天线自适应波束形成中存在的通用性差、主瓣保形困难、计算复杂度高等问题, 该文提出一种基于稀疏重构的稳健自适应波束形成算法。该算法通过引入渐进最小方差准则, 实现了干扰加噪声协方差矩阵的稀疏重构, 并得到期望方向上的导向矢量估计, 进而求得波束形成器的最优权矢量。该算法无需复杂的子阵分解或虚拟映射变换, 适用于任意阵列形状。仿真实验验证了该算法不仅保证了期望的主瓣响应, 同时对指向误差有较好的稳健性。与现有算法相比, 该算法所需采样快拍数少, 计算复杂度低, 收敛速度快, 在较大的输入信噪比范围内达到了较好的阵列输出性能。

关键词: 稳健自适应波束形成; 共形阵列; 渐进最小方差准则; 稀疏重构

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)02-0301-08

DOI: 10.11999/JEIT160436

Robust Adaptive Beamforming Algorithm for Conformal Arrays Based on Sparse Reconstruction

CHEN Pei ZHAO Yongjun LIU Chengcheng

(The PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Adaptive beamforming techniques for conformal arrays suffer from poor universality, difficulty to maintain the main beam and high computational cost. A novel robust adaptive beamforming algorithm for conformal arrays based on sparse reconstruction is proposed to alleviate the existing problems. Firstly, by introducing the Asymptotic Minimum Variance (AMV) criterion, the Interference-Plus-Noise (IPN) covariance matrix reconstruction is realized in a sparse way. Secondly, the Steering Vector (SV) of the Signal Of Interest (SOI) is estimated. Finally, the optimal weight coefficients are achieved. Simulation results demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed algorithm and prove that this algorithm can achieve superior output performance over the existing adaptive beamforming methods for conformal arrays in a large range of Signal to Noise Ratio (SNR) of the SOI. Moreover, the proposed algorithm needs fewer snapshots with a lower computational cost and has a faster convergence rate.

Key words: Robust adaptive beamforming; Conformal arrays; Asymptotic minimum variance; Sparse reconstruction

1 引言

共形阵列是指与载体外形保持一致的天线单元构成的阵列^[1], 它的出现极大地节约了载体上的布阵空间, 降低了天线对载体运动产生的附加气动阻力, 提高了空域扫描范围, 增强了隐蔽性, 具有广阔的应用前景^[2,3]。但共形阵列导向矢量的建模较传统平面阵列更加复杂^[4], 自适应波束形成方法的实现难度增大。

共形阵列阵元一般不具有全向辐射方向图, 阵列方向图不满足方向图乘积原理^[5], 传统自适应波束形成算法的应用性能不佳。限制于共形阵列的复杂性, 当前的研究主要集中于固定波束形成^[6,7]。为数不多的共形阵列自适应波束形成算法主要分为两类, 其中一类基于子阵划分的思想, 将完整的共形阵列天线拆分成若干个子阵, 再结合传统平面阵的处理方法, 实现各子阵覆盖空域内的波束形成。如文献[8]利用改进的最小方差无畸变(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)算法, 解决了规则圆柱阵列在柱面母线方向上的波束形成, 但该类方法受到阵列布阵形状限制。另一类方法基于虚拟阵列思想, 将共形阵列向传统平面阵列进行

收稿日期: 2016-04-29; 改回日期: 2016-11-10; 网络出版: 2016-12-29

*通信作者: 陈沛 cleverpei@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61401469)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61401469)

映射。如文献[9]利用空间内插变换,将有向阵元组成的共形阵变换成阵元为全向的均匀直线阵,降低了方向图不一致带来的影响,但变换矩阵的选取需要求解复杂的优化问题,实现难度较大。文献[10]采用阵列流型分离技术(Manifold Separation Technique, MST),将共形阵列的阵列流型表示为一个阵列采样算子作用在一个仅与信号来波方向有关的矢量上的形式,使得变换后的虚拟阵列具有均匀直线阵的特性。该算法对可用于任意阵列结构,但需要精确的校准测量以及理想的采样数据。

近年来,稀疏重构技术在阵列信号处理中的应用受到了研究者的重视^[11,12],其对任意阵列形状的适应性更好,需求数据量更少。而共形阵列由于空域覆盖范围广,接收信号在空域更容易满足稀疏性条件。另一方面,基于干扰加噪声协方差矩阵重构的自适应波束形成算法^[13,14]能够在采样数据中含有期望信号且期望信号输入信噪比较高的情况下,显著改善阵列的输出信干噪比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR),并提高算法对于阵列误差的稳健性,但该类算法计算复杂度较高,且需要大量的采样数据。

本文根据信号在空域的稀疏性,将稀疏优化与干扰加噪声协方差矩阵重构算法相结合,有效解决了共形阵列对远场窄带信号的自适应波束形成问题。首先通过对目标空域进行网格划分,利用导向矢量构造完备基。然后根据干扰加噪声协方差矩阵的结构特点,将信号和噪声功率作为稀疏系数,从渐进最小方差准则的角度出发,将稀疏系数的求解问题转化为无约束优化问题,并设计迭代求解方案。最后利用稀疏系数中的非零值及其位置,实现干扰加噪声协方差矩阵的重构,以及期望信号方向上导向矢量的估计,进而得到波束形成器的最优权系数。仿真实验和结果分析将证明本文算法的有效性和稳健性。

2 共形阵列接收数据模型

考虑任意几何结构的 M 元共形阵列,有 L 个互不相关的窄带独立点源(一个期望信号和 $L-1$ 个干扰信号)从远场空间以平面波形式入射,波长为 λ ,阵元间距大于半波长 $\lambda/2$ 。 θ_0 表示期望信号在全局坐标系中的俯仰角, ϕ_0 表示方位角, θ_l 和 ϕ_l , $l=1,2,\dots,L-1$,分别表示第 l 个干扰信号在全局坐标系中的俯仰角和方位角。则阵列第 n 次采样快拍得到的接收数据可表示为

$$\mathbf{s}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{e}(n), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中, $\mathbf{s}(n) = [s_0(n), s_1(n), \dots, s_{L-1}(n)]^T$ 为信号波形矩

阵, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0, \phi_0), \mathbf{a}(\theta_1, \phi_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_{L-1}, \phi_{L-1})]$ 为阵列流型矩阵, $\mathbf{a}(\theta_l, \phi_l)$ 为第 l 个入射信号的导向矢量。 $\mathbf{e}(n)$ 表示噪声项,假设为加性高斯白噪声环境,噪声功率为 σ^2 。

由于载体曲率的影响,共形阵列的单元方向图存在不一致性,对导向矢量 $\mathbf{a}(\theta, \phi)$ 进行建模得到

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} g_1(\theta, \phi) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{u}}, g_2(\theta, \phi) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{u}}, \dots, \\ g_M(\theta, \phi) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{r}_M \cdot \mathbf{u}} \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

其中, $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]$, $i = 1, 2, \dots, M$, 为阵元 i 在全局坐标系下的位置矢量, $\mathbf{u} = [\sin(\theta)\cos(\phi), \sin(\theta)\sin(\phi), \cos(\theta)]^T$ 为入射信源空间方位矢量,“ \cdot ”表示矢量点积。 $g_i(\theta, \phi)$ 表示阵元 i 在全局坐标系下 (θ, ϕ) 处的单元方向图,可根据阵元在局部坐标系下的方向图,通过欧拉旋转变换法得到^[4]。

阵列接收数据的协方差矩阵定义为 $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_e$ 。其中, \mathbf{R}_s 为信源协方差矩阵, \mathbf{R}_e 为噪声协方差矩阵。阵列接收数据经波束形成器后的输出可表示为 $\mathbf{y}(n) = \mathbf{w}^H\mathbf{x}(n)$, 式中, $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 为波束形成器的权矢量。Capon波束形成器求解式(3)所示优化问题获得最优权矢量^[10]。

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{s_i+e} \mathbf{w}, \quad \text{s.t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, \phi) = 1 \quad (3)$$

其中, \mathbf{R}_{s_i+e} 为干扰加噪声的协方差矩阵。采用Lagrange乘数法求解式(3)可得最优解为^[10]

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_{s_i+e}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \phi)}{\mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{R}_{s_i+e}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \phi)} \quad (4)$$

实际系统中,由于快拍数有限,常利用采样数据得到协方差矩阵 \mathbf{R} 的统计一致估计,即 $\mathbf{R}_N = (1/N)\mathbf{x}\mathbf{x}^H$ 。式中, N 表示快拍数。

3 基于干扰加噪声协方差矩阵稀疏重构的自适应波束形成算法

3.1 干扰加噪声协方差矩阵重构波束形成算法

文献[13]针对均匀直线阵,提出了基于干扰和噪声协方差矩阵重构的解决方案。首先假设期望信号分布在目标区间 Φ , 干扰信号分布在目标区间的补空间 $\bar{\Phi}$ 。然后对干扰区间进行Capon空间谱估计,在整个干扰区间内利用所得Capon谱^[15]进行积分,则可重构出干扰和噪声协方差矩阵的估计值:

$$\hat{\mathbf{R}}_{s_i+e} = \int_{\bar{\Phi}} \frac{\mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\phi)}{\mathbf{a}^H(\phi) \mathbf{R}_N^{-1} \mathbf{a}(\phi)} d\phi \quad (5)$$

该方法对整个干扰区间的谱估计和积分运算将消耗大量的运算资源,由于通常假设信号数目小于

阵元数目，信号在共形阵列空域观测范围内是稀疏分布的，考虑利用稀疏信号处理的方法对上述算法进行改进。

3.2 基于渐进最小方差准则的协方差矩阵稀疏重构

实际环境下，信号的数目和来向一般未知，基于能量的信号方位估计算法通常将整个空间进行网格划分，每个方位网格上均存在出现信号的可能性。网格的密集程度将远远大于实际信号存在的数目，即仅有极少方位网格上的能量是非零值，而其他均接近零值。因此，当前的稀疏重构类算法可以被应用到对接收信号能量和位置的估计中^[16]。要利用采样数据获取对接收信号功率和噪声功率的估计，当满足稀疏优化的可行性条件时，稀疏系数的求解可以转化为优化问题，在此考虑根据渐进最小方差准则(Asymptotic Minimum Variance, AMV)，推导迭代计算公式，实现问题的求解^[17]。

假设期望信号与干扰信号之间，信号与噪声之间均相互独立，则令 $E(\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(\bar{n})) = \mathbf{P}\delta_{n,\bar{n}}$ ， $E(\mathbf{e}(n)\mathbf{e}^H(\bar{n})) = \sigma^2\mathbf{I}_M\delta_{n,\bar{n}}$ ，其中， \mathbf{I}_M 为 $M \times M$ 单位阵； $\delta_{n,\bar{n}}$ 为 Kronecker 函数； $\mathbf{P} = \text{Diag}(p_0, p_1, \dots, p_{L-1})$ ，对角线元素 p_l 为第 l 个入射信号的功率， p_l 和 σ^2 为待求参数。协方差矩阵可改写为 $\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}_M$ 。若构造向量 $\mathbf{p} = [p_0, p_1, \dots, p_{L-1}, \sigma^2]^T$ ，对矩阵 \mathbf{R} 矢量化，等价于未知参数向量 \mathbf{p} 中元素的线性组合，即 $\mathbf{r}(\mathbf{p}) = \text{vec}(\mathbf{R}) = \mathbf{S}\mathbf{p}$ ，其中， $\text{vec}(\bullet)$ 为矢量化运算符， \mathbf{S} 为系数矩阵。

$$\begin{aligned} \mathbf{S} = & \left[\mathbf{a}^*(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0), \dots, \mathbf{a}^*(\theta_l, \phi_l) \right. \\ & \left. \otimes \mathbf{a}(\theta_l, \phi_l), \dots, \mathbf{a}^*(\theta_{L-1}, \phi_{L-1}) \right. \\ & \left. \otimes \mathbf{a}(\theta_{L-1}, \phi_{L-1}), \text{vec}(\mathbf{I}) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

式中，“ \otimes ”表示 Kronecker 积， $l = 0, 1, \dots, L-1$ 。同样地，对于采样协方差矩阵 \mathbf{R}_N ，定义其矢量化表示为 $\mathbf{r}_N \triangleq \text{vec}(\mathbf{R}_N)$ 。由文献^[17]， \mathbf{r}_N 的渐近圆型高斯分布的协方差矩阵可定义为 $\mathbf{C}_r = \mathbf{R}^* \otimes \mathbf{R}$ 。则根据 AMV 准则，对未知信号功率和噪声功率的估计值向量 $\hat{\mathbf{p}} = [\hat{p}_0, \hat{p}_1, \dots, \hat{p}_{L-1}, \hat{\sigma}^2]^T$ 的求解，可转换为求解式(7)所示无约束优化问题。

$$\hat{\mathbf{p}} = \arg \min_{\mathbf{p}} f(\mathbf{p}) \quad (7)$$

其中，

$$f(\mathbf{p}) = [\mathbf{r}_N - \mathbf{r}(\mathbf{p})]^H \mathbf{C}_r^{-1} [\mathbf{r}_N - \mathbf{r}(\mathbf{p})] \quad (8)$$

将整个空域范围划分为 K 个网格，即信号来向可能来自于 K 个方向， $K \gg L$ ，将 $\mathbf{a}(\theta_k, \phi_k)$ 简记为 \mathbf{a}_k ， $k = 1, 2, \dots, K$ 。阵列实际接收信号的协方差矩阵与离散化空域稀疏重构信号的协方差矩阵之间的残差定义为

$$\mathbf{Q}_k \triangleq \mathbf{R} - \hat{p}_k \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I}_M, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (9)$$

为方便推导，令 $\hat{p}_{K+1} = \hat{\sigma}^2$ ，则式(9)的矢量化形式为

$$\mathbf{r}'_k = \mathbf{r} - p_k \bar{\mathbf{a}}_k, \quad k = 1, 2, \dots, K+1 \quad (10)$$

其中， $\bar{\mathbf{a}}_k \triangleq \mathbf{a}_k^* \otimes \mathbf{a}_k$ ， $k = 1, 2, \dots, K$ ， $\bar{\mathbf{a}}_{K+1} \triangleq \text{vec}(\mathbf{I}_M)$ 。

那么， $\mathbf{r} = \mathbf{r}'_k + p_k \bar{\mathbf{a}}_k$ ，代入式(8)，可以得到

$$\begin{aligned} f(p_k) = & [\mathbf{r}_N - p_k \bar{\mathbf{a}}_k]^H \mathbf{C}_r^{-1} [\mathbf{r}_N - p_k \bar{\mathbf{a}}_k] \\ & - [\mathbf{r}_N - p_k \bar{\mathbf{a}}_k]^H \mathbf{C}_r^{-1} \mathbf{r}'_k \\ & - \mathbf{r}'_k{}^H \mathbf{C}_r^{-1} [\mathbf{r}_N - p_k \bar{\mathbf{a}}_k] + \mathbf{r}'_k{}^H \mathbf{C}_r^{-1} \mathbf{r}'_k \end{aligned} \quad (11)$$

求式(7)的最优解，等价于求解令代价函数 $f(p_k)$ 最小的 \hat{p}_k 。将式(11)对 p_k 求导并令其导数为 0，可以得到

$$\hat{p}_k = \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}_k^H \mathbf{C}_r^{-1} \bar{\mathbf{a}}_k} (\bar{\mathbf{a}}_k^H \mathbf{C}_r^{-1} \mathbf{r}_N - \bar{\mathbf{a}}_k^H \mathbf{C}_r^{-1} \mathbf{r}'_k), \quad k = 1, 2, \dots, K+1 \quad (12)$$

再将式(10)代入式(12)，得

$$\hat{p}_k = \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}_k^H \mathbf{C}_r^{-1} \bar{\mathbf{a}}_k} (\bar{\mathbf{a}}_k^H \mathbf{C}_r^{-1} \mathbf{r}_N + p_k \bar{\mathbf{a}}_k^H \mathbf{C}_r^{-1} \bar{\mathbf{a}}_k - \bar{\mathbf{a}}_k^H \mathbf{C}_r^{-1} \mathbf{r}), \quad k = 1, 2, \dots, K+1 \quad (13)$$

根据矩阵理论可知 $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B})$ ， $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = \mathbf{AC} \otimes \mathbf{BD}$ ，对式(13)进行化简可得

$$\hat{p}_k = \frac{\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_N \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_k}{(\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_k)^2} + p_k - \frac{1}{\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_k}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{p}_{K+1} = \frac{\text{Tr}(\mathbf{R}^{-2} \mathbf{R}_N) + \sigma^2 \text{Tr}(\mathbf{R}^{-2}) - \text{Tr}(\mathbf{R}^{-1})}{\text{Tr}(\mathbf{R}^{-2})} \quad (15)$$

设计迭代算法求解 \hat{p}_k 和 $\hat{\sigma}^2$ ，令 $\{\hat{p}_k^{(i)}\}_{k=1}^K$ 和 $\hat{\sigma}^{2(i)}$ 分别为第 i 次迭代后的信号功率估计值和噪声功率估计值，则第 i 次迭代后，接收信号协方差矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}^{(i)} = \mathbf{A}\mathbf{P}^{(i)}\mathbf{A}^H + \sigma^{2(i)}\mathbf{I} \quad (16)$$

其中， $\mathbf{P}^{(i)} = \text{Diag}(\hat{p}_1^{(i)}, \hat{p}_2^{(i)}, \dots, \hat{p}_K^{(i)})$ 。那么， $\mathbf{C}_r^{(i)} = \mathbf{R}^{*(i)} \otimes \mathbf{R}^{(i)}$ ，第 $i+1$ 次迭代的信号和噪声功率估计为

$$\begin{aligned} \hat{p}_k^{(i+1)} = & \frac{\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1(i)} \mathbf{R}_N \mathbf{R}^{-1(i)} \mathbf{a}_k}{(\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1(i)} \mathbf{a}_k)^2} + \hat{p}_k^{(i)} \\ & - \frac{1}{\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1(i)} \mathbf{a}_k}, \quad k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (17)$$

$$\hat{\sigma}^{2(i+1)} = \frac{\text{Tr}(\mathbf{R}^{-2(i)} \mathbf{R}_N)}{\text{Tr}(\mathbf{R}^{-2(i)})} + \hat{\sigma}^{2(i)} - \frac{\text{Tr}(\mathbf{R}^{-1(i)})}{\text{Tr}(\mathbf{R}^{-2(i)})} \quad (18)$$

在 $K \gg L$ 满足稀疏性条件的前提下，阵列流型矩阵 \mathbf{A} 将可以视作接收向量 $\mathbf{X}(n)$ 的过完备基，那

么, 稀疏系数的重构值 $\{\hat{p}_k^{(i)}\}_{k=1}^K$ 中仅有少量非零值, 根据文献[16], 可对式(17), 式(18)进一步简化。由于非零值处表征的信号真实功率可由标准的 Capon 谱估计法实现估计, 即 $p_k = 1/\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_k$ 。因此, 式(17)可写为

$$\hat{p}_k^{(i+1)} = \hat{p}_k^{(i)} \frac{\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1(i)} \mathbf{R}_N \mathbf{R}^{-1(i)} \mathbf{a}_k}{\mathbf{a}_k^H \mathbf{R}^{-1(i)} \mathbf{a}_k}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (19)$$

式(19)将不再出现负值, 且兼顾迭代收敛性与标准 Capon 谱估计的准确性。噪声功率的估计也可简化为

$$\hat{\sigma}^{2(i+1)} = \frac{\text{Tr}(\mathbf{R}^{-2(i)} \mathbf{R}_N)}{\text{Tr}(\mathbf{R}^{-2(i)})} \quad (20)$$

$\{\hat{p}_k^{(i)}\}_{k=1}^K$ 的初始值可简单地由周期图法获得^[15], 即 $\hat{p}_k^{(0)} = \mathbf{a}_k^H \mathbf{R}_N \mathbf{a}_k / \|\mathbf{a}_k\|^4$ 。噪声功率估计的初始值可由阵元接收数据直接估计得到 $\hat{\sigma}^{2(0)} = \frac{1}{MN} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{x}(n)\|^2$ 。

3.3 稳健的自适应波束形成算法

利用基于 AMV 准则的稀疏重构算法进行迭代, 设置终止条件为达到预设最大迭代次数。去除接收采样协方差矩阵中的期望信号成分, 仅利用干扰方向附近的非零值和噪声估计值, 重构出干扰加噪声协方差矩阵:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{s_i+e} = \sum_{k \in \tilde{K}} \hat{p}_k \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H + \hat{\sigma}^2 \mathbf{I}_M \quad (21)$$

其中, $\tilde{K} = \{\tilde{k} | (\theta_{\tilde{k}}, \phi_{\tilde{k}}) \in (\bar{\Theta}, \bar{\Phi}), \hat{p}_{\tilde{k}} \neq 0\}$ 。

将 $\tilde{\mathbf{R}}_{s_i+e}$ 代入式(4)中, 则所得自适应波束形成器的最优权系数为

$$\mathbf{w} = \frac{\tilde{\mathbf{R}}_{s_i+e}^{-1} \tilde{\mathbf{a}}_0}{\tilde{\mathbf{a}}_0^H \tilde{\mathbf{R}}_{s_i+e}^{-1} \tilde{\mathbf{a}}_0} \quad (22)$$

其中, $\tilde{\mathbf{a}}_0$ 表示期望信号方向上的阵列导向矢量估计值。由于本文算法在求解稀疏系数的同时能够得到各非零解在空域网格上的位置, 因此, 可利用所得位置信息实现期望信号来向的估计 $(\tilde{\theta}_0, \tilde{\phi}_0)$, 代入式(2)从而得到 $\mathbf{a}(\tilde{\theta}_0, \tilde{\phi}_0)$, 即 $\tilde{\mathbf{a}}_0$ 。

算法的具体步骤可总结为表 1。

3.4 计算复杂度分析

与文献[13]方法相比, 本文算法大幅减小了协方差矩阵重构步骤中的数值积分运算量, 仅需少量非零值点的简单求和即可重构干扰和噪声协方差矩阵的估计值。在本文算法的迭代求解步骤中, 每步迭

表 1 基于 AMV 准则稀疏重构干扰加噪声协方差矩阵的自适应波束形成算法步骤

初始化:	对目标空域范围进行网格划分, 编号共 K 个, 初始化 $\{\hat{p}_k^{(0)}\}_{k=1}^K$ 和 $\hat{\sigma}^{2(0)}$;
步骤 1	利用式(16)计算 $\mathbf{R}^{(i)}$;
步骤 2	利用式(19)计算 $\hat{p}_k^{(i+1)}$, 利用式(20)计算 $\hat{\sigma}^{2(i+1)}$;
步骤 3	重复执行步骤 1 和步骤 2 达到预设的迭代次数;
步骤 4	利用式(21)重构 $\tilde{\mathbf{R}}_{s_i+e}$, 利用 $\{\hat{p}_k\}_{k=1}^K$ 的非零解位置估计 $\tilde{\mathbf{a}}_0$;
步骤 5	利用式(22)得到波束形成器的最优权系数。

代只需进行一次协方差矩阵求逆运算, 且每步迭代后, 估计值 $\{\hat{p}_k\}_{k=1}^K$ 中将产生大量的零值, 在下步迭代中无需重复运算。与基于协方差准则迭代的稀疏估计算法 (SParse Iterative Covariance-based Estimation, SPICE) 相比^[18], 本文算法在每步迭代中的计算量也有效降低。具体地, 假设各算法空域网格划分相同, 本文算法迭代次数为 S , \tilde{K}_s 为每步迭代中非零值的数目, K_I 和 K_L 为文献[14]中的离散化取值点数, 分析本文算法、MVDR 算法与文献[13]算法、文献[14]算法、SPICE 算法的计算量, 对比结果如表 2 所示。通过表 2 可以看出, 当迭代次数和空间信号数目不大时, 本文算法计算量低于文献[13]算法、文献[14]算法和 SPICE 算法。

另一方面, 通过分析迭代计算式可以发现, 本文算法不要求阵列流型矩阵具备特定结构, 只需根据不同的阵列布阵形状和阵元的单元方向图特性得到相应的阵列流型矩阵, 如式(2)所示, 即可执行迭代运算, 且该阵列流型矩阵无需随迭代式更新。因此, 迭代算法本身不受阵列形状的影响, 且既不需要对共形阵列进行分解, 也无需复杂的阵型映射, 对于任意形状的共形阵列具有较强的通用性。

4 仿真结果及分析

为便于验证本文算法的有效性, 考虑一个 18 阵

表 2 计算复杂度分析

算法类型	计算复杂度
本文算法	$O\left(\sum_{s=1}^S \tilde{K}_s M^2\right)$
MVDR 算法	$O(KM^2)$
文献[13]算法	$O(\bar{\Theta} / \bar{\Theta} \cup \Theta KM^2)$
文献[14]算法	$O(\max(K_I K_L M^2, M^{3.5}))$
SPICE 算法	$O\left(\sum_{s=1}^S (\tilde{K}_s M^2 + KM^2)\right)$

元圆柱形共形阵，假设圆柱半径为 2λ ，阵元在圆周上均匀排布，相邻阵元夹角为 20° ，各阵元在局部坐标系下的单元方向图设置为^[19]

$$g_i(\tilde{\theta}, \tilde{\phi}) = \frac{1}{3} \sin(\tilde{\theta}) \left[1 + 2 \max(\cos(\tilde{\phi}), -0.5) \right] \quad (23)$$

为表述简单，仅分析其在空间方位角域的波束形成性能(假设俯仰角 $\theta = 90^\circ$)。需要强调的是，对于其他阵型设置，同时考虑方位角和俯仰角的2维波束形成也有类似结果。期望信号来波方位角为 $\phi_0 = 180^\circ$ ，4个干扰信号分别从 $\phi_1 = 60^\circ$ ， $\phi_2 = 120^\circ$ ， $\phi_3 = 220^\circ$ ， $\phi_4 = 300^\circ$ 方向入射，干扰噪声比均为30 dB，空间噪声为零均值加性高斯白噪声。期望信号和干扰信号都为窄带随机信号，并且极化方向都沿圆柱轴向。将本文所提算法与MVDR算法^[8]，对角加载算法(Diagonal Loading, DL)^[20]，MST算法^[10]、SPICE算法以及文献[13]所提干扰加噪声协方差矩阵重构算法进行比较。期望信号所在角域区间假定为 $[\phi_0 - 6^\circ, \phi_0 + 6^\circ]$ ，空域以间隔 1° 均匀划分网格，即 $K = 360$ 。对角加载算法中的对角加载因子设置为噪声功率的两倍^[20]。MST算法中的模式数取为20^[10]。仿真结果均由500次Monte-Carlo实验统计得到。

实验1 算法阵列响应性能分析 假设期望信号输入SNR为20 dB，采样快拍数设置为10，本文算法的迭代次数取为20次。考虑不存在指向误差的条件下，对本文算法、MVDR算法、DL算法、MST算法和文献[13]算法得到的波束形成方向图进行仿真，所得结果如图1所示。

通过仿真结果可以看到，由于共形阵列的阵列流型结构复杂，且采样快拍数较少，采样数据中包含期望信号污染且功率较大，对于直接利用采样协方差矩阵的传统平面阵波束形成算法，包括MVDR算法，DL算法，均无法形成可靠的主瓣，MST算法虽然解决了共形阵列的阵列流型结构的转换问

题，但仍受采样数据非理想情况的影响，在期望方向上也形成了零陷。本文算法不仅使得主波束准确指向期望信号方向，且在每个干扰信号的位置均形成了较深的零陷，零陷较文献[13]算法更低，对于干扰信号的抑制能力更强，且主瓣更窄，旁瓣水平也与文献[13]算法接近。

实验2 算法稳健性分析 为验证本文自适应波束形成算法对指向误差的稳健性，分析存在指向误差条件下的波束形成方向图。假设期望信号的指向误差为 $+3^\circ$ ，其他实验条件与实验1相同。对本文算法、MVDR算法、DL算法、MST算法和文献[13]算法进行仿真，所得结果如图2所示。

仿真结果显示，本文算法在存在指向误差的情况下，仍然可以将主瓣对准真实的期望信号方向，文献[13]算法由于无法估计期望信号来向信息，出现了一定的偏移。而MVDR算法、DL算法、MST算法均将期望信号当作干扰而形成零陷，无法实现无失真接收。这是由于本文算法进行稀疏信号功率估计的同时，利用网格位置可具备一定的方位角估计功能。估计误差主要受到网格疏密程度的影响，因此，在网格划分较密集的情况下，本文算法可以较准确地估计期望信号来向，较好地克服先验信息中指向误差对波束形成算法性能的影响。

其他条件不变，令指向误差从 -4° 变换到 $+4^\circ$ ，比较各算法的输出SINR变化情况，仿真结果如图3所示。通过仿真结果可以看出，本文算法在较大的指向误差变化区间内，均可以保持稳定的输出性能，稳健性优于MVDR算法、DL算法和MST算法，且相比于文献[13]算法更接近于最优输出SINR。然而在任意类型的阵元校正误差等复杂失配的情况下，本文算法由于依赖于对空域信号能量分布的准确恢复，尚不能达到文献[14]中对任意类型失配误差具有的稳健性。

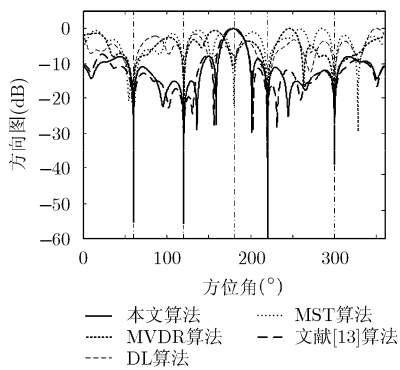


图1 无指向误差时各波束形成算法所得方向图对比

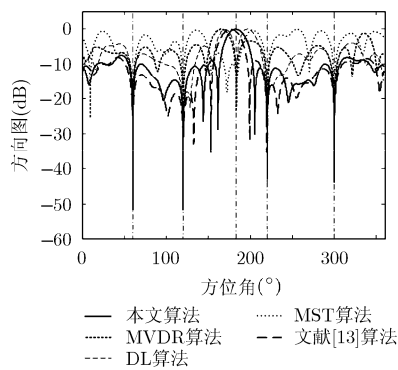


图2 指向误差 $+3^\circ$ 时各波束形成算法方向图对比

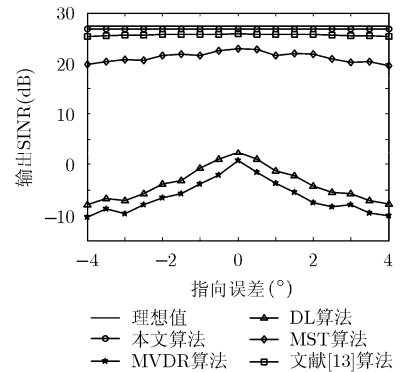


图3 各算法输出SINR与指向误差的变化关系

实验 3 算法输出 SINR 随期望信号 SNR 变化情况 分别考虑无期望信号指向误差和存在指向误差条件下的算法输出性能。存在指向误差时,假设每次 Monte-Carlo 实验中期望信号的指向误差在 $[-4^\circ, 4^\circ]$ 的角域内服从均匀分布。采样快拍数设置为 10, 本文算法的迭代次数取为 10 次, 期望信号 SNR 变化范围为 $-10 \sim 50$ dB。比较各算法输出 SINR 随期望信号 SNR 的变化关系, 仿真结果如图 4 所示。

通过图 4 可以看出, 本文算法的输出 SINR 在整个 SNR 变化区间内, 均更接近于阵列的最优输出 SINR 性能, 相对于文献[13]算法输出性能提升了近 1 dB, 且受指向误差影响很小。而 MVDR 算法、DL 算法和 MST 算法在期望信号较强的情况下, 均出现了性能的下降, 这是由于当输入 SNR 较高时, 其自适应算法将期望信号误视为干扰信号, 且更容易受到指向误差的影响而在期望方向上形成零陷, 无法保持无失真接收所造成的。SPICE 算法由于对空间谱的估计精度不及本文算法, 尤其在共形阵列空域覆盖广和低信噪比条件下, 协方差矩阵重构误差所造成的性能损失更大。

实验 4 算法输出 SINR 随采样快拍数变化情况 期望信号 SNR 分别设置为 0 dB 和 20 dB,

采样快拍数变化范围设置为 $1 \sim 80$, 其他实验条件与实验 3 相同。比较算法输出 SINR 随采样快拍数的变化关系, 仿真结果如图 5 所示。

从图 5 可以得出结论, 在输入信噪比为 0 dB 和 20 dB 的情况下, 随采样快拍数的增加, 各算法输出性能均得到提高。当采样快拍数大于 5 时, 本文算法即可达到接近于阵列最优输出 SINR 的性能。与现有算法相比, 本文算法在实际应用中有着更大的优势, 这是稀疏信号处理技术本身的特性决定的, 算法对数据量的需求更低, 更适用于接收信号变化较快而采样速率不足的实际场景, 且较 SPICE 算法输出 SINR 更优。

实验 5 算法输出 SINR 随迭代次数变化情况 设置期望信号 SNR 为 20 dB, 采样快拍数为 10, 迭代次数变化范围为 $1 \sim 50$, 讨论本文算法与 SPICE 算法输出 SINR 随迭代次数的变化关系, 仿真结果如图 6 所示。

由图 6 的变化曲线可以得到, 本文算法的输出 SINR 随迭代次数的增加而升高, 与 SPICE 算法相比, 本文算法收敛速度更快, 输出 SINR 更优。当迭代次数高于 10 次时, 本文算法即可达到收敛, 输出性能不再有明显改善, 这是由于空域网格的划分限制了信号功率估计精度的进一步提高。实际应用

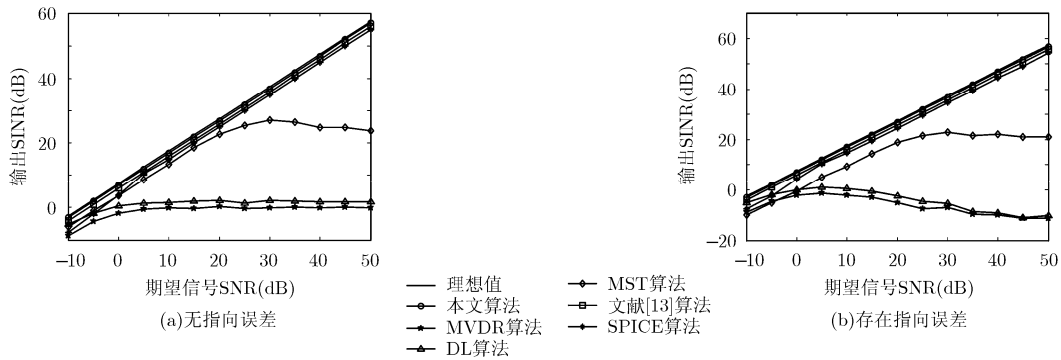


图 4 各算法输出 SINR 随期望信号 SNR 的变化关系

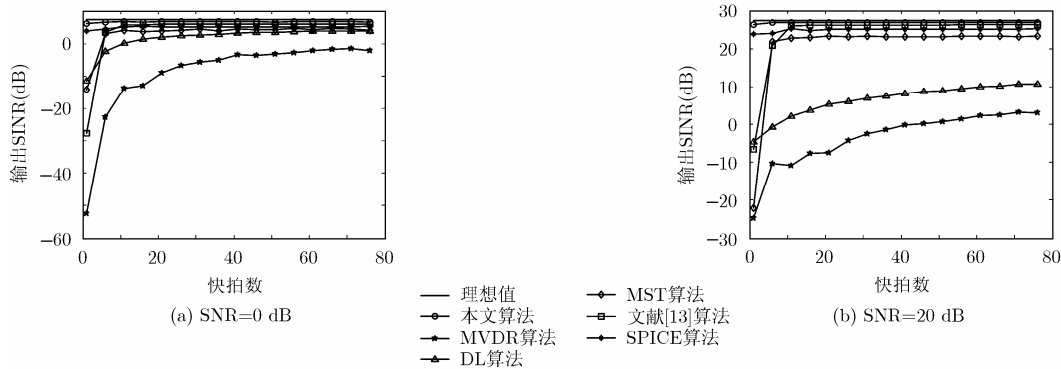


图 5 各算法输出 SINR 随采样快拍数的变化关系

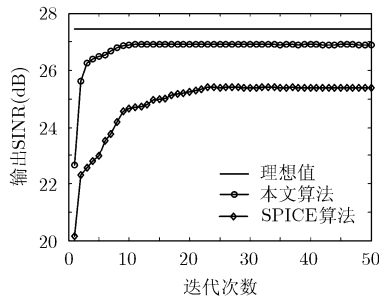


图 6 输出 SINR 随迭代次数的变化关系

中可结合具体要求，通过对迭代次数的适当选取，实现输出性能与计算复杂度的折中，使得本文算法的应用更加灵活，适用范围更加广泛。

5 结论

本文针对共形阵列提出了一种基于干扰加噪声协方差矩阵稀疏重构的稳健自适应波束形成算法。该算法考虑到基本的干扰加噪声协方差矩阵重构算法存在计算量大的问题，引入渐进最小方差准则，通过对目标空域进行网格划分，建立稀疏重构问题的过完备基，推导得到求解稀疏系数即信号和噪声功率值的迭代算法，仅利用稀疏系数中的非零值即可实现对干扰加噪声协方差矩阵的准确重构，降低了计算量。同时，根据期望信号功率对应的非零值位置估计期望信号方向上的导向矢量，无需额外求解优化问题。最后利用重构的干扰加噪声协方差矩阵和估计的导向矢量实现自适应波束形成。仿真实验表明，本文算法与现有方法相比能够达到更好的输出性能，尤其在较高的输入信噪比和采样快拍数较少的情况下，优势更加明显。本文算法对指向误差有较好的稳健性，需要的先验信息更少，仅需已知阵列布阵形式与单元方向图特性，迭代收敛速度快，较传统方法适用范围更广。

参 考 文 献

- [1] JOSEFSSON L and PERSSON P. Conformal Array Antenna Theory and Design[M]. New York: John Wiley & Sons, 2006: 1-2.
- [2] SEMKIN V, FERRERO F, BISOGNIN A, *et al.* Beam switching conformal antenna array for mm-wave communications[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 28-31. doi: 10.1109/LAWP.2015.2426510.
- [3] YANG Hu, JIN Zusheng, MONTISCI G, *et al.* Design equations for cylindrically conformal arrays of longitudinal slots[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(1): 80-88. doi: 10.1109/TAP.2015.2496965.
- [4] ORAIZI H and SOLEIMANI H. Optimum pattern synthesis of non-uniform spherical arrays using the Euler rotation[J]. *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, 2015, 9(9): 898-904. doi: 10.1049/iet-map.2014.0460.
- [5] HU Wanqiu, WANG Xuesong, LI Yongzhen, *et al.* Synthesis of conformal arrays with matched dual-polarized patterns[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 1341-1344. doi: 10.1109/LAWP.2015.2508438.
- [6] DORSEY W M, COLEMAN J O, and PICKLES W R. Uniform circular array pattern synthesis using second-order cone programming[J]. *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, 2015, 9(8): 723-727. doi: 10.1049/iet-map.2014.0418.
- [7] HUANG Zhijiang, ZHOU Jie, and ZHANG Haiping. Full polarimetric sum and difference patterns synthesis for conformal array[J]. *Electronics Letters*, 2015, 51(8): 602-604. doi: 10.1049/el.2014.4428.
- [8] 邹麟. 基于几何代数的共形阵列空域信号处理研究[D]. [博士学位论文], 电子科技大学, 2012: 54-60.
ZOU Lin. Research on spatial signal processing of conformal array based on geometric algebra[D]. [Ph.D. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2012: 54-60.
- [9] YANG Peng, YANG Feng, NIE Zaiping, *et al.* Robust adaptive beamformer using interpolation technique for conformal antenna array[J]. *Progress in Electromagnetics Research B*, 2010, 23: 215-228. doi: 10.2528/PIERB10061504.
- [10] YANG Peng, YANG Feng, NIE Zaiping, *et al.* Robust beamformer using manifold separation technique for semispherical conformal array[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2011, 10(10): 1035-1038. doi: 10.1109/LAWP.2011.2168936.
- [11] 吕志丰, 雷宏. 基于差值映射的压缩感知 MUSIC 算法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(8): 1874-1878. doi: 10.11999/JEIT141542.
LÜ Zhifeng and LEI Hong. Compressive sensing MUSIC algorithm based on difference map[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(8): 1874-1878. doi: 10.11999/JEIT141542.
- [12] WANG Jian, SHENG Weixing, HAN Yubing, *et al.* Adaptive beamforming with compressed sensing for sparse receiving array[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(2): 823-833. doi: 10.1109/TAES.2014.120532.
- [13] GU Yujie and LESHEM A. Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(7): 3881-3885. doi: 10.1109/TSP.2012.2194289.
- [14] HUANG Lei, ZHANG Jing, XU Xu, *et al.* Robust adaptive

- beamforming with a novel interference-plus-noise covariance matrix reconstruction method[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(7): 1643–1650. doi: 10.1109/TSP.2015.2396002.
- [15] STOICA P and MOSES R. Spectral Analysis of Signals [M]. New Jersey: Prentice Hall, 2005: 273–281.
- [16] ABEIDA H, ZHANG Qilin, LI Jian, *et al.* Iterative sparse asymptotic minimum variance based approaches for array processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(4): 933–944. doi: 10.1109/TSP.2012.2231676.
- [17] DELMAS J P. Asymptotically minimum variance second-order estimation for noncircular signals with application to DOA estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(5): 1235–1241. doi: 10.1109/TSP.2006.873505.
- [18] STOICA P, BABU P, and LI J. SPICE: A sparse covariance-based estimation method for array processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(2): 629–638. doi: 10.1109/TSP.2010.2090525.
- [19] RASEKH M and SEYDNEJAD S R. Design of an adaptive wideband beamforming algorithm for conformal arrays[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(11): 1955–1958. doi: 10.1109/LCOMM.2014.2357417.
- [20] ELNASHAR A, ELNOUBI S M, and EL-MIKATI H A. Further study on robust adaptive beamforming with optimum diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006, 54(12): 3647–3658. doi: 10.1109/TAP.2006.886473.
- 陈 沛: 男, 1989 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理.
- 赵拥军: 男, 1964 年生, 教授, 研究方向为新体制雷达系统、阵列信号处理.
- 刘成城: 男, 1986 年生, 讲师, 研究方向为数字波束形成技术.