

# 基于能效优化的大规模 MIMO FDD 下行系统导频和功率资源分配算法

王毅\* 林艳 李春国 黄永明 杨绿溪

(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

**摘要:** 该文针对大规模MIMO FDD下行系统, 联合考虑信道估计与数据传输两个阶段的资源分配问题, 提出一种能效资源分配算法。该方法以最大化能效为目标, 以导频时长、导频功率和数据功率为参量, 在指定发射功率和频谱效率约束的条件下建立优化模型。由于目标函数无精确解析形式, 借助确定性等价原理对其近似并求得闭合表达式。进而, 利用分数规划将原分式形式目标函数等价转换为减式形式, 再利用目标函数的下界将非凸优化问题逐步释放在相对容易求解的等效问题, 最终获得一种3层迭代能效资源优化算法。仿真结果验证了所提算法的有效性, 且具有较快的收敛速度。

**关键词:** 大规模多输入多输出; 频分双工; 能效; 导频时长

**中图分类号:** TN92

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2017)01-0016-08

**DOI:** 10.11999/JEIT160226

## Energy-efficiency Optimization of Pilot Duration and Power Allocation for Downlink Massive MIMO FDD Systems

WANG Yi LIN Yan LI Chunguo HUANG Yongming YANG Luxi

(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** An energy-efficient resource allocation method is provided for the downlink massive Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Frequency Division Duplexing (FDD) system, which jointly evaluates the channel estimation stage and data transmission stage. The optimization problem is established based on the Energy Efficiency (EE) maximization by adjusting the pilot duration, pilot power and data power under the constraint of total transmit energy and spectral efficiency requirement. Since the analytical expression of the involved objective function is intractable, a closed-form expression is deduced using deterministic equivalent approximation technology. Based on this, the original non-convex fractional optimization problem is transformed into an equivalent problem in subtractive form by the means of fraction programming. Then, a lower bound of the transformed objective function is employed, which induces a relatively easy-to-solve equivalent problem. Finally, a three-layer iterative algorithm is developed. Numerical results validate the effectiveness and relatively fast convergence speed of the proposed algorithm.

**Key words:** Massive MIMO; Frequency Division Duplexing (FDD); Energy efficiency; Pilot duration

### 1 引言

近几年来, 大规模多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)技术受到无线通信界的广泛关注<sup>[1-3]</sup>, 通过在基站部署比现有多天线

系统中天线数高若干数量级的天线阵列, 将会带来许多较之传统 MIMO 系统完全不同的物理特性和性能优势<sup>[4,5]</sup>。诸如, 不同用户间的信道向量满足渐进正交性; 信道快衰落系数和热噪声被有效地平均; 巨大阵列增益使得每根天线以极低发射功率工作, 从而系统能效可提升若干数量级等等。因此, 大规模 MIMO 技术也被认为是第 5 代移动通信系统中的关键技术之一<sup>[6]</sup>。

最初对大规模 MIMO 的研究集中在时分双工(Time Division Duplexing, TDD)系统, 这主要由于 TDD 下可利用信道互易性, 通过上行信道估计获取下行信道状态信息(Channel State Information, CSI)<sup>[1,2]</sup>。而上行信道估计所需导频长度仅与用户数

收稿日期: 2016-03-11; 改回日期: 2016-07-28; 网络出版: 2016-10-09

\*通信作者: 王毅 yiwang@seu.edu.cn

基金项目: 国家863计划项目(2015AA01A703), 国家自然科学基金(61372101, 61271018, 61671144), 江苏省科技计划项目(BE2015156), 江苏省高校自然科学研究面上项目(16KJB510008)  
Foundation Items: The National 863 Program of China (2015AA01A703), The National Natural Science Foundation of China (61372101, 61271018, 61671144), Research Project of Jiangsu Province (BE2015156), The Natural Science Research Project of Jiangsu Province for Colleges and Universities (16KJB510008)

成比例，与基站天线数无关，从而可用较少的导频开销获得较为精确的 CSI<sup>[3-5]</sup>。而对于大规模 MIMO FDD 系统的研究则起步较晚，这是因为在 FDD 下信道互易性不再成立，下行 CSI 只能通过下行信道估计和反馈方式获得。因此，所需导频长度将与基站天线数成比例增长<sup>[2,4]</sup>，这会对有限的时频资源造成巨大的开销。另外，如文献[7]所述，FDD 系统多用户场景下导频设计仍是一个开放性难点问题，因而大规模 MIMO FDD 系统目前主要关注单用户和具有特殊属性的多用户场景。

针对大规模 MIMO FDD 系统的研究，目前主要包括预编码设计、导频开销影响、最优导频设计等。文献[8]通过放松导频正交性约束，利用信道反馈来序贯优化导频信号。文献[9]则通过利用时间相关性信道特性并结合信道预测技术，提出一种低开销的开环和闭环信道估计方案。文献[10,11]则在空间相关性信道基础上，分别研究了导频长度随天线数在不同的变化规律下对系统遍历容量的影响和最优的导频结构。以上研究都是针对单用户场景下，而文献[12]则在特殊的多用户场景下提出一种基于块迫零的双层预编码方案。该方案将具有相同信道协方差阵的用户进行分组，组间干扰由于各组的协方差阵互相正交而消除，从而降低了组内导频开销并简化预编码设计。

然而，上述研究内容都是独立研究信道估计和数据传输两阶段的问题，并未将二者同时考虑。显然，通信系统的主要目的是发送有效数据信息，这是通信所追求的最终意义。若给予信道估计过多的资源(如导频长度与功率)，虽然可以获得较好的估计精度，但在一定的时频资源和功率下，可用于发送数据的时长与功率将会减少，进而直接影响着系统的有效频谱效率。除此之外，导频长度，导频功率和数据功率还直接关系到系统的总能量消耗。所以，在绿色通信的主流趋势下，考虑到无线通信设备的能量消耗急剧增加对全球变暖问题的影响，以能效为目标的传输方案或资源分配具有更重要的实际意义<sup>[13-16]</sup>。而目前，尚未有大规模 MIMO FDD 系统中高效传输和资源分配方案的研究内容。

基于上述分析，本文就大规模 MIMO FDD 下行系统中信道估计和数据传输阶段的能效资源分配问题进行研究。以系统能效为目标，以导频长度、导频功率和数据功率为变量，并考虑一定时长内的能量负载和频谱效率约束来建立数学优化模型。由于优化问题的目标函数精确解析表达式难于获得且目标函数为非凸的分式形式，因此，首先采用大维矩阵理论中的确定性等价近似原理，获得目标函数

的近似解析表达式。基于此，利用分式规划与参数规划的关系，将原优化问题转换为带有参数的减式形式，再利用下界对目标函数放缩，从而得到一种 3 层迭代的能效资源分配优化算法，通过联合优化导频时长和功率分配来优化能效函数。最后，通过数值仿真对本文算法的性能进行了验证和比较分析。

## 2 系统模型与问题描述

### 2.1 系统模型

考虑如图 1 所示的大规模 MIMO FDD 下行系统，该系统由一个配置大规模天线阵列的基站和一个单天线用户组成，基站天线数为  $M$ 。假设信道服从平坦块衰落，即在  $T_c$  (以符号长度计)相干时长内信道近似保持不变。令  $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  表示基站到用户的下行信道向量，且  $\mathbf{h} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ 。  $\mathbf{R} = \mathbb{E}\{\mathbf{h}\mathbf{h}^H\}$  为半正定的信道相关阵，表征信道空间相关性<sup>[12,17]</sup>。  $\mathbf{R}$  的特征值分解可表示为  $\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$ ，其中，  $\mathbf{U}$  为特征向量矩阵，  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_M\}$  为特征值组成的对角阵，且特征值降序排列，即  $\lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_M$ <sup>[9]</sup>。

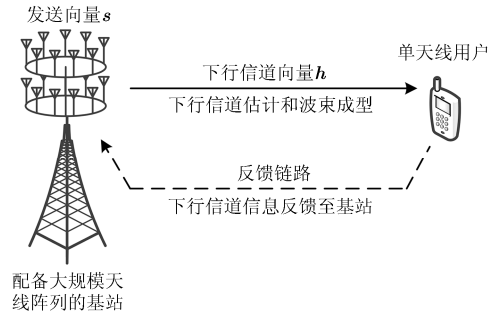


图 1 大规模 MIMO FDD 下行系统示意图

FDD 制式下一个信道相关时长  $T_c$  内，完整的下行数据发送包括如下 3 个阶段<sup>[9]</sup>：

(1) 下行信道估计。基站使用前  $L$  个符号用于发送导频，则导频矩阵表示为  $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 。此处采用大规模 MIMO 中常用的具有列正交性的等功率分配导频序列<sup>[9]</sup>，即  $\Phi^H \Phi = \mathbf{I}_L$ ，则用户接收到的导频信号为

$$\mathbf{y}_p = \sqrt{\rho_p} \Phi^H \mathbf{h} + \mathbf{n}_p \quad (1)$$

其中，  $\rho_p$  表示每一列导频序列的平均发射功率，  $\mathbf{n}_p \in \mathbb{C}^{L \times 1}$  表示服从  $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_p^2 \mathbf{I}_L)$  分布的加性高斯白噪声。用户采用最小均方误差(MMSE)准则对信道  $\mathbf{h}$  进行估计<sup>[3,5]</sup>，得到估计向量  $\hat{\mathbf{h}}$ ：

$$\hat{\mathbf{h}} = \sqrt{\rho_p} \mathbf{R} \Phi (\rho_p \Phi^H \mathbf{R} \Phi + \sigma_p^2 \mathbf{I}_L)^{-1} \mathbf{y}_p \quad (2)$$

其中，  $\hat{\mathbf{h}} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \Psi)$  且  $\Psi$  具有式(3)形式：

$$\Psi = \mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}\hat{\mathbf{h}}^H\} = \mathbf{R}\Phi(\Phi^H\mathbf{R}\Phi + \sigma_p^2/\rho_p\mathbf{I}_L)^{-1}\Phi^H\mathbf{R} \quad (3)$$

根据 MMSE 估计的正交性原理<sup>[3,5]</sup>,  $\mathbf{h}$  可分解为  $\mathbf{h} = \hat{\mathbf{h}} + \tilde{\mathbf{h}}$ , 其中,  $\tilde{\mathbf{h}} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R} - \Psi)$  为误差向量, 且  $\tilde{\mathbf{h}}$  与  $\hat{\mathbf{h}}$  统计独立<sup>[3,5]</sup>。此时, 信道估计的均方误差量(MSE)为

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\Phi) &= \mathbb{E}\left\{\|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}\|_F^2\right\}/M \\ &= \text{tr}\left\{\mathbf{R} - \mathbf{R}\Phi(\Phi^H\mathbf{R}\Phi + \sigma_p^2/\rho_p\mathbf{I}_L)^{-1}\Phi^H\mathbf{R}\right\}/M \quad (4) \end{aligned}$$

从式(4)看到, MSE 性能受到导频矩阵  $\Phi$  和导频功率的直接影响。根据文献[9]引理 1, 最优导频矩阵满足  $\Phi^{\text{opt}} = \mathbf{U}_{(1:L)}$  时, 可获得最小的  $\text{MSE}(\Phi)$ , 其中,  $\mathbf{U}_{(1:L)}$  表示矩阵  $\mathbf{U}$  的第 1 列到第  $L$  列所组成的子矩阵, 即  $\Phi^{\text{opt}}$  的列向量对应于  $\mathbf{R}$  的前  $L$  个特征向量。此时, 可得到最优 MSE 性能如式(5):

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\Phi^{\text{opt}}) &= (\text{tr}\mathbf{R} - \text{tr}\Psi)/M \\ &= \text{tr}\mathbf{R}/M - \sum_{l=1}^L \rho_p \lambda_l^2 / M(\rho_p \lambda_l + \sigma_p^2) \quad (5) \end{aligned}$$

其中,  $\text{tr}\mathbf{R}/M$  表示归一化平均信道增益,  $\Psi = \mathbf{U}_{(1:L)}\mathbf{Q}\mathbf{U}_{(1:L)}^H$ ,  $\mathbf{Q} = \Lambda_L^2(\Lambda_L + \sigma_p^2/\rho_p\mathbf{I}_L)^{-1}$ ,  $\Lambda_L$  表示由信道相关阵  $\mathbf{R}$  的前  $L$  个特征值所组成的对角阵。从式(5)中明显看到, 信道估计的 MSE 性能随导频长度  $L$  增加而减小, 即  $L$  越大, 信道估计越精确。由文献[9]可知, 强相关信道下, 信道特征值集中在少数几个特征分量上, 因而相比弱相关信道, 同样的导频长度下, 强相关信道可以获得更精确的信道估计。

(2)上行 CSI 反馈。如文献[9]和文献[12]所述, 当反馈信道具有较高信噪比时, 反馈造成误差相对于信道估计误差可忽略不计。因此, 本文也考虑理想反馈信道条件, 从而基站可以获得准确的信道估计向量。

(3)下行数据波束成型。基于下行 CSI, 基站将数据信号  $x$  进行 MRT 波束成型, 生成发送向量  $\mathbf{s}$ , 即  $\mathbf{s} = \sqrt{\kappa}\hat{\mathbf{h}}x$ , 其中,  $x$  满足功率归一化  $\mathbb{E}\{|x|^2\} = 1$ ,  $\kappa$  表示平均功率归一化因子, 即  $\mathbb{E}\{\|\mathbf{s}\|_F^2\} = 1$ , 因此  $\kappa = 1/\text{tr}\Psi$ 。基于上述 3 阶段, 最终在用户端收到的数据信号  $y_d$  为

$$y_d = \sqrt{\rho_d\kappa}\mathbf{h}^H\hat{\mathbf{h}}x + n_d \quad (6)$$

其中,  $\rho_d$  为平均数据发送功率,  $n_d \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_d^2)$  为高斯白噪声。由此得到系统的下行平均频谱效率为<sup>[18]</sup>

$$\begin{aligned} R &= \mathbb{E}\{\log_2(1 + \gamma)\} \\ &= \mathbb{E}\left\{\log_2\left(1 + \rho_d\kappa\left|\mathbf{h}^H\hat{\mathbf{h}}\right|^2/\sigma_d^2\right)\right\} \quad (7) \end{aligned}$$

其中,  $\gamma$  为接收端信噪比。考虑到信道估计开销, 需将  $R$  乘以资源维度损失因子, 即  $(1 - L/T_c)R$ 。

## 2.2 问题描述

系统的总能耗主要包括发射能耗和电路能耗两部分<sup>[14,15]</sup>, 发射功耗表示达到一定频谱效率时所需的功率消耗, 电路功耗表示维持系统运转时的各电路模块功耗。因此, 在一定时间内的能量消耗模型如下<sup>[15,16]</sup>:

$$J = \alpha\rho_p L + \alpha\rho_d(T_c - L) + T_c(MP_{\text{ant}} + P_{\text{sta}}) \quad (8)$$

其中,  $\alpha \geq 1$  为功放的转换损失因子,  $P_{\text{ant}}$  为基站每根天线的射频电路功耗,  $P_{\text{sta}}$  为系统的固定电路功耗。

综上可以看到, 导频长度、导频功率和数据功率不仅仅影响着系统有效频谱效率, 还直接关系到系统的总能量消耗。如何在传输过程中以尽量少的能源消耗保证最大化的传输速率, 是绿色通信的主要目标。基于此, 定义能效函数为平均频谱效率与平均功率消耗之比<sup>[15-17]</sup>。

$$\text{EE} = \frac{T_c(1 - L/T_c)R}{J} \quad (9)$$

因此, 以能效为目标函数, 以导频长度、导频功率和数据功率为变量, 建立如式(10)所示的优化模型:

$$\begin{aligned} \max_{\rho_d, \rho_p, L} \text{EE}(\rho_d, \rho_p, L) &= \frac{(T_c - L)\mathbb{E}\{\log_2(1 + \gamma)\}}{\alpha\rho_p L + \alpha\rho_d(T_c - L) + P_{\text{cir}}T_c} \\ \text{s.t.} &\left\{ \begin{array}{l} \text{C1: } \alpha\rho_p L + \alpha\rho_d(T_c - L) \leq T_c P \\ \text{C2: } (1 - L/T_c)R \geq R_0 \\ \text{C3: } 0 < L < T_c, L \in \mathbb{Z}^+ \\ \text{C4: } \rho_p \geq 0, \rho_d \geq 0 \end{array} \right. \quad (10) \end{aligned}$$

约束条件 C1 表示一定时间内的系统总能耗约束,  $P$  表示发射总功率, C2 表示系统的频谱效率要求。

## 3 能效资源优化

### 3.1 能效闭合表达式

利用大维度矩阵中确定性等价近似原理<sup>[3,19]</sup>, 首先获得频谱效率的近似解析表达式, 有定理 1。

**定理 1** 当基站采用最优导频  $\Phi^{\text{opt}}$  和 MRT 波束成型方案时, 接收信噪比和频谱效率为

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \rho_d \text{tr}\mathbf{Q}/\sigma_d^2 \\ \bar{R} &= \log_2(1 + \bar{\gamma}) \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $\text{tr}\mathbf{Q} = \sum_{l=1}^L \rho_p \lambda_l^2 / (\rho_p \lambda_l + \sigma_p^2)$ , 且  $\bar{\gamma}$  和  $\bar{R}$  满足  $\gamma - \bar{\gamma} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0$  和  $R - \bar{R} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0$ 。

**证明** 如文献[3]和文献[17]所述, 设信道相关阵  $\mathbf{R}$  具有一致有界谱范数,  $\mathbf{R}$  的迹与天线数同比例增

长, 即  $\psi M \leq \text{rank}(\mathbf{R}) \leq M$ , 且  $\psi \in (0, 1]$ 。将  $\mathbf{h} = \hat{\mathbf{h}} + \tilde{\mathbf{h}}$  代入瞬时信噪比  $\gamma$  的表达式并化简得到

$$\gamma = \rho_d \kappa \left( \left| \hat{\mathbf{h}}^H \hat{\mathbf{h}} \right|^2 + \left| \tilde{\mathbf{h}}^H \tilde{\mathbf{h}} \right|^2 + \tilde{\mathbf{h}}^H \hat{\mathbf{h}} \hat{\mathbf{h}}^H \tilde{\mathbf{h}} + \hat{\mathbf{h}}^H \tilde{\mathbf{h}} \tilde{\mathbf{h}}^H \hat{\mathbf{h}} \right) / \sigma_d^2 \quad (12)$$

根据文献[19]中引理1的确定性等价原理, 并利用  $\hat{\mathbf{h}}$  与  $\tilde{\mathbf{h}}$  独立条件, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} \left| \hat{\mathbf{h}}^H \hat{\mathbf{h}} \right|^2 / M^2 - |\text{tr} \Psi|^2 / M^2 &\xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \\ \left| \tilde{\mathbf{h}}^H \tilde{\mathbf{h}} \right|^2 / M^2 - \text{tr}(\mathbf{R} - \Psi) \Psi / M^2 &\xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \\ \tilde{\mathbf{h}}^H \hat{\mathbf{h}} \hat{\mathbf{h}}^H \tilde{\mathbf{h}} / M^2 &\xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

利用  $\mathbf{R}$  的最大和最小非零特征值, 可以得到  $|\text{tr} \Psi|^2 / M^2$  和  $\text{tr}(\mathbf{R} - \Psi) \Psi / M^2$  在  $M \rightarrow \infty$  时的极限:

$$\left. \begin{aligned} 0 < \psi^2 \rho_p \lambda_s^2 / (\rho_p \lambda_s + \sigma_p^2) &\leq \lim_{M \rightarrow \infty} |\text{tr} \Psi|^2 / M^2 \\ &\leq \rho_p \lambda_1^2 / (\rho_p \lambda_1 + \sigma_p^2) < \infty \\ \lim_{M \rightarrow \infty} \psi \rho_p \lambda_s^3 / M (\rho_p \lambda_s + \sigma_p^2)^2 \\ &\leq \lim_{M \rightarrow \infty} \text{tr}(\mathbf{R} - \Psi) \Psi / M^2 \\ &\leq \lim_{M \rightarrow \infty} \rho_p \lambda_1^3 / M (\rho_p \lambda_1 + \sigma_p^2)^2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中,  $\lambda_s$  表示  $\mathbf{R}$  的最小非零特征值。由式(14)可以得到  $|\text{tr} \Psi|^2$  的数量级为  $o(M^2)$ ,  $\text{tr}(\mathbf{R} - \Psi) \Psi$  数量级  $o(M)$ , 即当  $M$  很大时,  $\text{tr}(\mathbf{R} - \Psi) \Psi$  与  $|\text{tr} \Psi|^2$  相比可忽略不计。因此, 可以得到瞬时信噪比  $\gamma$  的确定性等价表达式为  $\bar{\gamma} = \rho_d \text{tr} \mathbf{Q} / \sigma_d^2$ 。由于  $\gamma$  趋于确定值  $\bar{\gamma}$ , 因此,  $R$  也将趋于定值  $\bar{R} = \log_2(1 + \bar{\gamma})$ 。证毕

值得注意的是, 定理 1 所给出的频谱效率和信噪比近似值虽然在天线数趋于无穷大时才能保证误差为零, 但是确定性等价原理却可以在有限维系统中提供精确的近似<sup>[3,12]</sup>。

利用式(11), 可将优化模型式(10)近似转化为

$$\left. \begin{aligned} \max_{\rho_d, \rho_p, L} \text{EE}(\rho_d, \rho_p, L) &= \frac{(T_c - L) \bar{R}}{\alpha \rho_p L + \alpha \rho_d (T_c - L) + P_{\text{cir}} T_c} \\ \text{s.t.} \quad & \text{C1, C2, C3, C4} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中, 约束条件 C2 中所用到的平均频谱效率也需要用式(11)中的平均频谱效率近似值代换。

### 3.2 优化问题求解和算法描述

由于式(15)中目标函数为非凸的分式形式, 则借助分式规划性质<sup>[14,20,21]</sup>, 可以对优化问题式(15)进行等价转换。首先, 定义关于  $\xi$  的函数  $F(\xi)$ :

$$\left. \begin{aligned} F(\xi) &= \max_{(\rho_d, \rho_p, L) \in \mathcal{D}} (T_c - L) \bar{R} \\ &\quad - \xi [\alpha \rho_p L + \alpha \rho_d (T_c - L) + T_c P_{\text{cir}}] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中,  $\mathcal{D} = \{(\rho_d, \rho_p, L) | \text{C1, C2, C3, C4}\}$ 。根据参考文献[21]中定理 1 可知,  $F(\xi) = 0$  有且仅有一个零根  $\xi^*$ , 且  $F(\xi^*)$  与优化问题式(15)具有相同的最优解,  $\xi^*$  即对应于式(15)中的最优能效值。对于  $\xi^*$  的求解, 可以通过 Dinkelbach 方法<sup>[14,20]</sup>等, 进行内外分层交替迭代。因此, 对于给定  $\xi$ , 只需求解如式(17)优化问题

$$\begin{aligned} \max_{(\rho_d, \rho_p, L) \in \mathcal{D}} (T_c - L) \bar{R} \\ - \xi [\alpha \rho_p L + \alpha \rho_d (T_c - L) + T_c P_{\text{cir}}] \end{aligned} \quad (17)$$

由于优化模型式(17)中的两个功率变量耦合, 且含有整数变量  $L$ , 因此其仍为非凸问题。对于变量  $L$ , 其作用于求和号上限不易松弛或放缩, 此处遍历  $L$  的有效范围进行搜索。该方式在小区规划时采用离线方式计算是合理的, 且通常情况下信道相关时间长度有限。对于变量耦合, 利用频谱效率下界<sup>[14]</sup>, 可以得到

$$\bar{R} = \log_2(1 + \rho_d \text{tr} \mathbf{Q} / \sigma_d^2) > \log_2(\rho_d \text{tr} \mathbf{Q} / \sigma_d^2) \quad (18)$$

对于式(18)中的频谱效率下界, 也可以看成是接收信噪比的取值在中高区间时的近似。换句话说, 当接收信噪比  $\bar{\gamma} \gg 1$  时, 式(18)所示的频谱效率下界将具有良好的紧致性。

将式(18)中的下界代入式(17)中的目标函数, 转化为

$$\begin{aligned} \max_{(\rho_d, \rho_p, L) \in \mathcal{D}} (T_c - L) \log_2(\rho_d \text{tr} \mathbf{Q} / \sigma_d^2) \\ - \xi [\alpha \rho_p L + \alpha \rho_d (T_c - L) + T_c P_{\text{cir}}] \end{aligned} \quad (19)$$

其中, 约束条件 C2 等价转换为

$$\begin{aligned} \text{C2}: (1 - L / T_c) \log_2(1 + \rho_d \text{tr} \mathbf{Q} / \sigma_d^2) &\geq R_0 \\ \Rightarrow \log_2(\rho_d \text{tr} \mathbf{Q} / \sigma_d^2) &\geq \log_2(2^{R_0 / (1 - L / T_c)} - 1) \end{aligned} \quad (20)$$

值得注意的是, 这里采用目标函数的下界进行优化, 从而最终求得的最优解对应于最优能效的下界。特别是当接收信噪比在较高的区间时, 最优能效的下界将非常逼近于实际的最优能效值, 从而使原问题最优解与能效下界对应的最优解保持一致性。对于优化问题式(19)中目标函数关于两个功率变量的凹凸性, 通过直接计算其海森矩阵, 可以判断其为负定阵, 即式(19)中目标函数是凹函数。证明过程略。

对于优化问题式(19)的求解, 利用拉格朗日对偶问题来获得最优解<sup>[22]</sup>。

$$\min_{\mu, \nu \geq 0} \max_{\rho_d, \rho_p} \mathcal{L}(\mu, \nu, \rho_d, \rho_p) \quad (21)$$

其中,  $\mathcal{L}(\mu, \nu, \rho_d, \rho_p)$  为朗格朗日对偶函数。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mu, \nu, \rho_d, \rho_p) = & (T_c - L) \log_2 \left( \rho_d \text{tr} \mathbf{Q} / \sigma_d^2 \right) \\ & - \xi \left[ \alpha \rho_p L + \alpha \rho_d (T_c - L) + T_c P_{\text{cir}} \right] \\ & + \nu \left[ T_c P - \alpha \rho_p L - \alpha \rho_d (T_c - L) \right] \\ & + \mu \left[ \log_2 \left( \rho_d \text{tr} \mathbf{Q} / \sigma_d^2 \right) \right. \\ & \left. - \log_2 \left( 2^{R_0 / (1-L/T_c)} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

其中,  $\mu$  和  $\nu$  为对应于约束条件 C1 和 C2 的非负朗格朗日乘子。

利用 KKT 条件可知<sup>[22]</sup>, 给定  $\mu$  和  $\nu$  时, 最优数据发射功率和导频功率满足如下条件:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{\rho_d} = & (T_c - L + \mu) / \left( \rho_d \sigma_d^2 \ln 2 \right) \\ & - \alpha(\nu + \xi)(T_c - L) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{\rho_p} = & \left( (T_c - L + \mu) \sum_{l=1}^L \lambda_l^2 / (\rho_p \lambda_l + \sigma_p^2)^2 \right) \\ & \cdot \left( \ln 2 \sum_{l=1}^L \rho_p \lambda_l^2 / (\rho_p \lambda_l + \sigma_p^2) \right)^{-1} \\ & - \alpha L(\nu + \xi) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

因为式(19)中目标函数关于功率变量为凹函数, 则采用式(21)所示的拉格朗日对偶问题以及 KKT 条件来求解最优, 可以获得与原问题一致的最优解<sup>[22]</sup>, 也即此时对偶间隙为 0。

化简式(23)可以得到最优数据功率闭合表达式:

$$\rho_d^* = (T_c - L + \mu) / \left( \ln 2 \sigma_d^2 \alpha(\nu + \xi)(T_c - L) \right) \quad (25)$$

然而, 最优导频发射功率却很难从式(24)中求得闭合解, 这是由于高次方程通常不具有闭合解。同时, 高次方程存在多个解或无解的情况。然而, 化简式(24)可以得到

$$\begin{aligned} f(\rho_p) \triangleq & \sum_{l=1}^L (c \lambda_l^3 \rho_p^2 + c \lambda_l^2 \sigma_p^2 \rho_p - \lambda_l^2) / (\lambda_l \rho_p + \sigma_p^2)^2 \\ = & 0, \quad L \in (0, T_c) \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $c = \ln 2(\xi + \nu) L \alpha / (T_c - L + \mu) > 0$ 。容易证明式(26)等号左边定义的函数  $f(\rho_p)$  为连续单调增函数, 且  $\lim_{\rho_p \rightarrow +\infty} f(\rho_p) > 0$  和  $\lim_{\rho_p \rightarrow 0} f(\rho_p) < 0$ , 从而可以

保证式(26)中的高次方程有且仅有一个正数解  $\rho_p^*$ 。对于  $\rho_p^*$  的求解, 则可通过高效的数值求解方法获得, 如二分法<sup>[16]</sup>。

对于朗格朗日乘子的求解, 可通过子梯度法进行迭代更新, 则第  $n+1$  次迭代值如式(27)和式(28)所示。

$$\nu^{(n+1)} = \left[ \nu^{(n)} - t_1^{(n)} (T_c P - \alpha \rho_p^* L - \alpha \rho_d^* (T_c - L)) \right]^+ \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \mu^{(n+1)} = & \left[ \mu^{(n)} - t_2^{(n)} \left( \log_2 \sum_{l=1}^L \rho_d^* \rho_p^* \lambda_l^2 / \sigma_d^2 (\rho_p^* \lambda_l + \sigma_p^2) \right) \right. \\ & \left. - \log_2 \left( 2^{R_0 / (1-L/T_c)} - 1 \right) \right]^+ \end{aligned} \quad (28)$$

其中,  $[x]^+ = \max\{0, x\}$ ,  $t_1^{(n)}$  和  $t_2^{(n)}$  为迭代步长。只要步长足够小, 总能保证乘子  $\mu$  和  $\nu$  收敛到最优值。

通过对原优化问题的逐步释放与变换, 最终得到一种 3 层交替迭代优化算法, 具体流程总结如下:

步骤 1 初始化参数:  $L = 1$ ,  $\xi_0 > 0$ ,  $\nu_0 > 0$ ,  $\mu_0 > 0$ ,  $\varepsilon_1 > 0$ ,  $t_1$  和  $t_2$ ;

步骤 2 **While**  $L \leq T_c - 1$ ;

步骤 3 令  $m = 0$ ,  $\xi^{(0)} = \xi_0$ ;

步骤 4 **While**  $\left| (T_c - L) \bar{R}(\rho_d^*, \rho_p^*, L) - \xi^{(m)} \left[ \rho_p^* L + \rho_d^* (T_c - L) + T_c P_{\text{cir}} \right] \right| > \varepsilon_1$ ;

步骤 5 在给定  $L$  和  $\xi^{(m)}$  的情况下, 利用式(24)和式(25)求解最优导频功率和数据功率;

步骤 6 利用式(27)和式(28)更新拉格朗日乘子直至收敛到最优值;

步骤 7 计算  $\xi^{(m+1)} = \frac{(T_c - L) \bar{R}(\rho_d^*, \rho_p^*, L)}{\rho_p^* L + \rho_d^* (T_c - L) + P_{\text{cir}} T_c}$ ,

$m = m + 1$ ;

**End While**

步骤 8 令  $\xi^* = \xi^{(m)}$ , 将最优能效值和最优资源组合值  $(\xi^*, \rho_d^*, \rho_p^*, L)$  放入集合  $\mathcal{U}$ ;

步骤 9  $L = L + 1$ ;

**End While**

步骤 10  $(\xi^{\text{opt}}, \rho_d^{\text{opt}}, \rho_p^{\text{opt}}, L^{\text{opt}}) = \arg \max_{(\rho_d^*, \rho_p^*, L) \in \mathcal{U}} \xi^*$ 。

### 3.3 收敛性及复杂度分析

本节将对所提出的 3 层交替迭代优化算法的收敛性和复杂度进行分析说明。对于最内层优化, 由于其是凹问题, 因而对于给定的  $\xi$  和  $L$ , 通过标准最优化方法总能收敛。对于第 2 层优化, 对于每一个给定的  $L$ , 根据文献[14]定理 1, 通过 Dinkelbach 算法  $\xi$  总能收敛到其最优解  $\xi^*$ 。最后, 由于  $L$  是离散变量且取值区间有限, 每一个  $L$  取值总能找到对应的最优能效值和功率组合值。因此, 所提算法总可以保证收敛。

所提算法中主要运算量均为标量计算, 最大的运算量在于二分法求解导频功率  $\rho_p^*$ 。令  $\varepsilon$  表示二分法迭代收敛精度<sup>[15,16]</sup>, 则本文算法的最终复杂度为  $\mathcal{O}\left( (T_c - 1) \omega \beta \left\lceil \log_2 (\rho_{p,\text{max}} - \rho_{p,\text{min}}) / \varepsilon \right\rceil \right)$ , 其中,  $T_c - 1$  表示最外层变量搜索次数,  $\omega$  表示迭代收敛次数,  $\beta$  则表示对偶变量迭代次数,  $\rho_p \in [\rho_{p,\text{min}}, \rho_{p,\text{max}}]$ 。

### 4 仿真结果与分析

本节将给出所提最优能效资源分配算法在不同参数设置条件的性能结果。假设大尺度衰落因子归一化为 1, 系统各阶段所受到的加性高斯白噪声功

率归一化为 1 dBm，天线数  $M = 100$ 。相关阵  $\mathbf{R}$  采用符合均匀线性天线阵列特性的指数衰减型模型，即  $\mathbf{R}$  的第  $i$  行第  $j$  列元素由  $r^{|i-j|}$  表征 ( $i, j = 1, 2, \dots, M$ )，其中， $r \in (0, 1]$  表明信道相关性强弱<sup>[17]</sup>。 $r$  越大表示相关性越强，反之则越弱。取强相关信道典型值  $r = 0.8$  和弱相关信道典型值  $r = 0.3$ ，对应两种信道下的最小频谱效率要求分别为： $R_0 = 2$  bit/(s.Hz) 和  $R_0 = 1$  bit/(s.Hz)。基站端每根天线上的电路功耗为  $P_{\text{ant}} = 20$  dBm，基本电路功耗为  $P_{\text{sta}} = 40$  dBm，功率损耗因子  $\alpha = 1$ 。准静态平衰落信道块长度  $T_c = 20$ 。为了便于对比，给出两种常用准则下的资源分配算法：

(1) 最大化频谱效率资源分配算法：

$$\max_{(\rho_d, \rho_p, L) \in \mathcal{D}} \text{SE}(\rho_d, \rho_p, L) = (T_c - L) \bar{R} \quad (29)$$

(2) 最小化功耗资源分配算法：

$$\min_{(\rho_d, \rho_p, L) \in \mathcal{D}} J(\rho_d, \rho_p, L) = \alpha \rho_p L + \alpha \rho_d (T_c - L) + P_{\text{cir}} T_c \quad (30)$$

图 2 给出了当发射信噪比  $\rho_p / \sigma_p^2 = \rho_d / \sigma_d^2 = 10$  dB 时，不同信道相关性强度下，本文所给出的频谱效率推导值与真实值之间的近似效果。可以看到，频谱效率解析表达式所给出的近似值具有良好的逼近效果。特别是随着天线数的增加，两条曲线几乎重合。

图 3 给出了强弱相关信道下，不同发射功率约束时各算法的能效性能。在两种信道相关性条件下，所提出的能效最大化算法都具有最优的能效性能。特别是在较高的发射功率区间时，本文算法具有明显的性能优势，这是由于最大化频谱效率算法持续增加功率消耗所带来的频谱效率增益远无法补偿能量消耗的快速增长，从而导致了能效下降。在较低发射功率区间，能效最大化算法与频谱最大化算法达到了相同的能效性能，这表明了低发射功率区间下，满功率发射可以同时达到最优能效和最优频

谱效率。

图 4 给出了强弱相关信道下，不同发射功率约束时各算法的频谱效率性能。可以看到，最大化频谱效率算法在 3 种算法中具有最好的频谱效率性能。特别是在高发射功率区间，最大化频谱效率算法明显优于最大化能效算法。这是由于最大化能效算法为了保证能效最优，并非一直满功率发射。在此区间时，实际发射功率将小于最大功率。而最大化频谱效率算法则一直追求频谱效率最大化，持续满功率发射。结合图 3 和图 4 可以发现，在弱相关信道下系统的频谱效率和能效都会低于强相关信道，这主要是由于弱相关信道下的导频开销以及信道估计精度的影响所导致的。

图 5 给出了不同发射功率约束下，最优导频率和最优数据功率的比值变化趋势以及最优导频长度。随着发射总功率的增加，最大化能效算法中导频功率与数据功率比值逐渐降低并最终趋于恒定。最大化频谱效率算法中为了保证频谱效率最大，而持续加大数据功率的分配比重。同时还可以发现，随着发射总功率的增加，导频长度逐渐减小，这是由于额外的发射功率分配给信道估计，补偿了所需的导频长度需求。从这一图中也可以清晰地看到，弱相关信道需要相对更多的导频长度来达到一定的信道估计精度。

图 6 给出了本文算法的收敛轨迹。从图 6(a) 中可以看到，当给定  $L$  时，第 2 层优化变量  $\xi$  可以在 4 次迭代之后收敛到最优值。从图 6(b) 和 6(c) 可以看到，在第 3 层优化中，拉格朗日乘子  $\Delta\nu$  经过约 12 次迭代收敛到最优值，拉格朗日乘子  $\Delta\mu$  经过约 5 次迭代收敛到最优值，这说明本文算法经过较少的迭代次数即可收敛到稳定点。

### 5 结束语

本文针对大规模 MIMO FDD 下行系统，联合

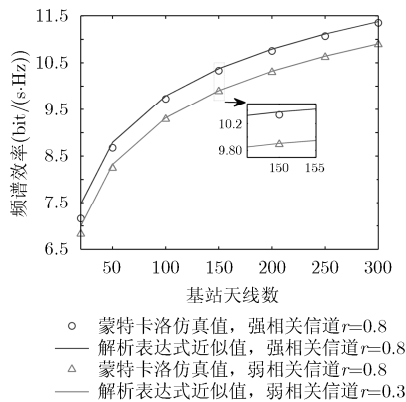


图 2 解析表达式所给出的频谱效率值与理论频谱效率值的性能比较

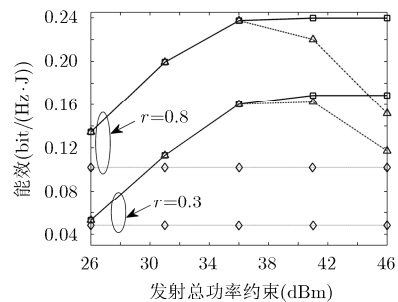


图 3 强弱相关信道下 3 种最优算法的能效性能比较

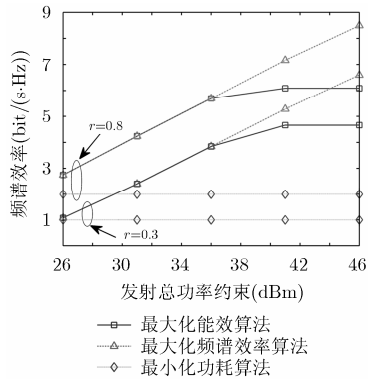


图 4 强弱相关信道下 3 种最优  
化算法的频谱效率性能比较

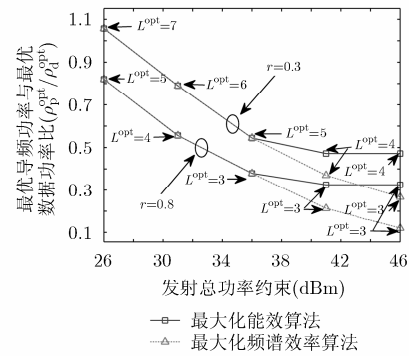


图 5 最优导频功率与最优数据功率  
比值变化以及最优导频长度值

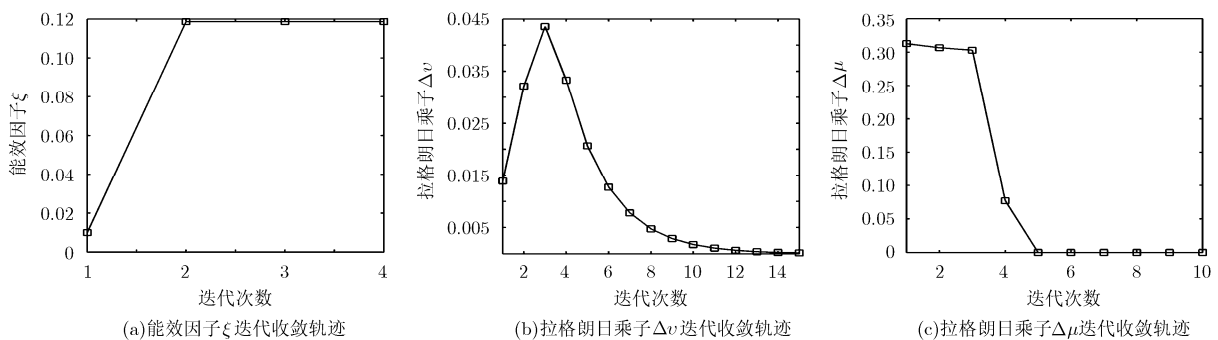


图 6 能效最大化算法的各层迭代收敛轨迹

考虑信道估计和数据传输之间的资源分配问题。通过优化导频时长、导频功率和数据功率 3 个参量，并考虑发射功耗和频谱效率约束条件来建立数学模型，从而获得最大能效。首先，利用确定性等价原理求得目标函数的解析表达式。由此，通过分式规划将原问题转换为减式形式，进而利用目标函数下界放缩，逐步将原问题变换为凸问题。最终，提出一种 3 层迭代资源分配算法。仿真分析表明，所提出的能效资源分配算法相对于传统资源分配算法达到了最佳的能效性能。

### 参考文献

- [1] MARZETTA T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(11): 3590–3600. doi: 10.1109/TWC.2010.092810.091092.
- [2] RUSEK F, PERSSON D, LAU B K, *et al.* Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(1): 40–60. doi: 10.1109/MSP.2011.2178495.
- [3] HOYDIS J, BRINK S T, and DEBBAH M. Massive MIMO in the UL/DL of cellular networks: how many antennas do we need?[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(2): 160–171. doi: 10.1109/JSAC.2013.130205.
- [4] LARSSON E, EDFORS O, TUFVESSON F, *et al.* Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(2): 186–195. doi: 10.1109/MCOM.2014.6736761.
- [5] NGO H Q, LARSSON E G, and MARZETTA T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(4): 1436–1449. doi: 10.1109/TCOMM.2013.020413.110848.
- [6] BOCCARDI F, HEATH R W, LOZANO A, *et al.* Five disruptive technology directions for 5G[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(2): 74–80. doi: 10.1109/MCOM.2014.6736746.
- [7] JIANG Z, A MOLISCH F, CAIRE G, *et al.* Achievable rates of FDD massive MIMO systems with spatial channel correlation[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14((5)): 2868–2882. doi: 10.1109/TWC.2015.2396058
- [8] DULY A, KIM T, LOVE D J, *et al.* Closed-loop beam alignment for massive MIMO channel estimation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(8): 1439–1442. doi: 10.1109/LCOMM.2014.2316157
- [9] CHOI J, LOVE D J, and BIDIGARE P. Downlink training techniques for FDD massive MIMO systems: Open-loop and closed-loop training with memory[J]. *IEEE Journal of*

- Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(5): 802–814. doi: 10.1109/JSTSP.2014.2313020.
- [10] WANG Y, SONG W, HUANG Y, *et al.* Effects of the training duration in massive MIMO FDD System over spatially correlated channel[C]. IEEE Vehicular Technology Conference, Boston, MA, USA, 2015: 1–5.
- [11] WANG D, WANG X, YANG H, *et al.* Design of downlink training sequences for FDD massive MIMO systems[C]. IEEE International Conference on Communications, London, UK, 2015: 4570–4575.
- [12] ADHIKARY A, NAM J, AHN J Y, *et al.* Joint spatial division and multiplexing: The large-scale array regime[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(10): 6441–6463. doi: 10.1109/TIT.2013.2269476.
- [13] LI G Y, XU Z K, XIONG C, *et al.* Energy-efficient wireless communications: Tutorial, survey, and open issues[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2011, 18(6): 28–35. 10.1109/MWC.2011.6108331.
- [14] NG D, LO E, and SCHOBER R. Energy-efficient resource allocation in OFDMA systems with large numbers of base station antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(9): 3292–3304. doi: 10.1109/TWC.2012.072512.111850.
- [15] ZHAO L, ZHAO H, HU F, *et al.* Energy efficient power allocation algorithm for downlink massive MIMO with MRT precoding[C]. IEEE Vehicular Technology Conference, Las Vegas, NV, USA, 2013: 1–5.
- [16] KIM Y, MIAO G, and T HWANG. Energy efficient pilot and link adaptation for mobile users in TDD multi-user MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(1): 382–393. doi: 10.1109/TWC.2013.120113.130677.
- [17] BJORNSON E, HOYDIS J, KOUNTOURIS M, *et al.* Massive MIMO systems with non-ideal hardware: energy efficiency, estimation, and capacity limits[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2014, 60(11): 7112–7139. doi: 10.1109/TIT.2014.2354403.
- [18] SANTIPACH W and HONIG M. Optimization of training and feedback overhead for beamforming over block fading channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(12): 6103–6115. doi: 10.1109/TIT.2010.2081150.
- [19] TRUONG K T and HEATH R W. Effects of channel aging in massive MIMO systems[J]. *Journal of Communications and Networks*, 2013, 15(4): 338–351. doi: 10.1109/JCN.2013.000065.
- [20] DINKELBACH W. On nonlinear fractional programming[J]. *Management Science*, 1967, 13(7): 492–498. doi: 10.1287/mnsc.13.7.492.
- [21] HE S, HUANG Y, JIN S, *et al.* Coordinated beamforming for energy efficient transmission in multicell multiuser systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(12): 4961–4971. doi: 10.1109/TCOMM.2013.110313.130350.
- [22] BOYD S and VANDENBERGHE L. *Convex Optimization* [M]. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2004: 143–289.
- 王 毅： 男，1984 年生，博士生，研究方向为中继协作通信、大规模 MIMO 技术、多用户信号处理。
- 林 艳： 女，1990 年生，博士生，研究方向为大规模 MIMO 系统、异构网络、能效资源优化。
- 李春国： 男，1983 年生，副教授、硕士生导师，主要研究方向为多天线上中继传输技术、短距离宽带极高速无线传输技术。
- 黄永明： 男，1977 年生，教授、博士生导师，主要研究方向为 MIMO 通信信号处理、多用户通信信号处理和协作通信。
- 杨绿溪： 男，1964 年生，教授、博士生导师，主要研究方向为移动通信空时信号处理、协作通信和网络编码。