

基于混合稀疏基字典学习的微波辐射图像重构方法

朱 路* 宋 超 刘媛媛 黄志群 王 杨

(华东交通大学信息工程学院 南昌 330013)

摘 要: 目前的微波辐射测量成像系统在一次观测中所采集的数据量大, 基于奈奎斯特空间采样及常规微波辐射图像重构方法难以实现高分辨率要求。该文针对微波辐射干涉测量在频域中进行, 采用傅里叶最优随机抽取的超稀疏干涉测量(低于奈奎斯特采样)对微波辐射图像进行线性压缩投影, 降低数据采样。考虑微波辐射图像在总体差分域和小波中都具有可压缩特性, 提出总体差分和小波混合正交基的 K-SVD 字典学习微波辐射图像重构模型, 利用 Bregman 和交替迭代算法求解该模型, 重构线性压缩投影信息从而获得微波辐射图像。仿真实验表明, 该文提出的算法在微波辐射图像重构效果、噪声稳定性上优于 DLMRI 算法和 GradDLRec 算法。

关键词: 微波辐射图像; 超稀疏干涉测量; 混合正交基字典学习; 交替迭代方法

中图分类号: TP751

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)11-2724-07

DOI: 10.11999/JEIT160104

Microwave Radiation Image Reconstruction Method Based on the Mixed Sparse Basis Dictionary Learning

ZHU Lu SONG Chao LIU Yuanyuan HUANG Zhiqun WANG Yang

(School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: At present, the amount of data collection of microwave radiometric imaging system in one snapshot is massive, so it is difficult to achieve the high spatial resolution by conventional microwave radiation imaging method based on the Nyquist sampling. According to the situations of microwave radiation interferometry conducted in the frequency domain, super sparse interferometry is adopted based on the optimal random Fourier sampling to sparsely project microwave radiation image, reducing the amount of data collection. Considering that the microwave radiation image has the character of compressibility in the total variation and microwave domain, the model of microwave radiation image reconstruction method is proposed based on the learning dictionary of mixed sparse basis of total variation and the wavelet, and the microwave radiation image is reconstructed by the Bregman and alternate direction method. The simulation results show that the proposed algorithm is better than the DLMRI algorithm and GradDLRec algorithm from two aspects of image reconstruction and noise sensitivity.

Key words: Microwave Radiation Image (MRI); Super sparse interferometry; Mixed orthogonal basis learning dictionary; Alternate direction method

1 引言

微波辐射计是微波遥感的手段之一, 它通过测量目标的微波辐射特性, 反映目标内在的物理特征信息, 但对目标表面粗糙度等宏观结构特征不敏感。研究表明, 土壤微波辐射基本上是由土壤的复介电常数决定, 水的复介电常数实部约为 80 左右, 而干燥土壤的复介电常数为 3~5, 土壤的微波辐射几乎

依赖于它的湿度含量(土壤湿度)。因此, 利用微波辐射计获得土壤微波辐射图像的特征主要取决于土壤湿度。通过获取的微波辐射图像可以反演土壤湿度数据, 进而对土壤湿度数据分析可以提高气象预报的准确度, 有效监测干旱及洪涝等地质灾害。干涉测量综合孔径微波辐射计(Interferometric Synthetic Aperture Microwave Radiometry, ISAMR)^[1]把小口径阵列综合成大的观测口径, 不需要机械扫描可以成像, 解决实孔径微波辐射计的缺点。同时, ISAMR 在基于奈奎斯特空间采样的基础上, 采用最小冗余阵列稀疏排列, 可以减少观测天线的数量。但是, L-Band 的星载 ISAMR 要实现 50 km 的空间分辨率, 仍需要直径达 9 m 左右的天线阵列^[2]。并且, 随着图

收稿日期: 2016-01-21; 改回日期: 2016-08-03; 网络出版: 2016-10-09

*通信作者: 朱路 huyuanwanwan@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(31101081, 61162015), 江西省自然科学基金(20161BAB202061)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (31101081, 61162015), The Natural Science Foundation of Jiangxi Province (20161BAB202061)

像向精细化和结构化方向的发展，为了获得高分辨率的微波辐射图像，需增加系统的复杂度。对此，基于奈奎斯特采样和常规微波辐射成像方法难以实现。

压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论是近几年信息处理领域的重大突破^[3]，CS 理论是将信号的稀疏先验信息引入到信号重构过程中，利用远小于奈奎斯特抽样率重构原始信号，从而有效降低传感器和抽样系统的复杂性。信号的稀疏表示是重构的先决条件，即信号在字典下的表示系数越稀疏则重构质量越高，选择最优字典是信号重构的关键。图像通常包含多种结构信息，如分段平滑性、变换域的稀疏性、低秩等^[4]，对于复杂场景的微波辐射图像，单一的正交基难以最优稀疏表示。文献[5]提出了级联字典与 OMP 的图像重构方法，即利用全变差和小波的级联字典对微波辐射图像进行稀疏表示，然后用 OMP 算法重构高分辨率的微波辐射图像，但该方法缺乏自适应性。K-SVD 字典学习(Dictionary Learning, DL)方法^[6]能够自适应稀疏表示信号，其基本思路是利用奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)方式代替逆矩阵对字典中的原子进行逐个更新以减少表示误差，简化计算过程，并同步更新当前迭代原子所对应的稀疏系数以加快算法的收敛速度^[6,7]。文献[8]提出了基于自适应学习稀疏字典的 DLMRI 算法(MR Image reconstruction by Dictionary Learning)，该算法利用高度欠采样的 k 空间数据，在图像域中自适应学习字典，通过非线性重构算法获得较高质量的 MRI。文献[9]提出 GradDLRec 算法(Gradient based Dictionary Learning method for image Recovery)，结合 TV (Total Variation)和字典学习，分别对横向差分图像和纵向差分图像进行字典训练，然后重构 MRI 图像；文献[10]通过在图像梯度和稀疏域中进行字典学习，训练出的字典稀疏表示能力更强，从而重构分辨率更高的 MRI。文献[11-13]根据图像具有的层次化特征，提出多层字典的训练方法，该方法能够处理大尺度图像分类问题。文献[14]根据信号稀疏表示的余量具有不同的几何结构这个特征，提出多结构字典学习方法，从训练数据中提取信号的本质结构。因此，深入挖掘图像的多种结构信息训练字典是复杂场景微波辐射图像稀疏表示的有效手段。

考虑相同的稀疏采样，信号在字典下的表示系数越稀疏则重构质量越高，本文将总体差分和小波变换同时引入到信号重构模型，提出基于混合基字典学习的微波辐射图像重构方法。该方法根据微波

辐射图像通常具有多种结构信息，利用傅里叶随机抽取对微波辐射图像进行稀疏采样，通过混合基字典训练学习(K-SVD)稀疏表示微波辐射图像，采用交替迭代算法(Alternating Direction Method, ADM)求解图像重构模型中的各个凸优化子问题，获得高分辨的微波辐射图像。

2 基于压缩感知的微波辐射成像模型

2.1 压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论

压缩感知是指利用线性压缩投影从观测信号 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{M \times 1}$ 中重构未知的原始信号 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ ， $M \ll N$ ，相当于求解一个欠定的线性方程组 $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}$ ， $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 表示稀疏干涉测量。考虑信号的稀疏特性，求解最小 l_0 范数问题，可以获得适应解：

$$\min \|\mathbf{x}\|_0, \text{ s.t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

其中， $\|\mathbf{x}\|_0$ 为 l_0 范数，表示向量 \mathbf{x} 中非零元素的个数。最小 l_0 范数问题是一个 NP-hard 问题，需要穷举 \mathbf{x} 中非零值的所有 C_N^K 种排列可能，因而无法求解。此类问题通常采用贪婪算法(比如 OMP 算法和 OOMP 算法)近似求解。在满足一定条件下， l_1 范数可以替代 l_0 范数，表示为

$$\min \|\mathbf{x}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (2)$$

由于 l_1 范数是凸问题，可以采用内点法、梯度投影法以及同伦算法等凸优化方法求解。

2.2 微波辐射稀疏干涉测量成像模型

根据微波辐射测量和综合孔径干涉测量理论^[1,15]，建立微波辐射阵列信号相关输出 $\mathbf{V}_{1,2}(\tau)$ 与谱亮度 $B_f(l, m, f)$ 之间的关系：

$$\mathbf{V}_{1,2}(\tau) = \text{FT}^{-1} \left\{ \frac{Z A_e}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{B_f(l, m, f)}{\sqrt{1-l^2-m^2}} \cdot \mathbf{F}_n(l, m) e^{-j2\pi f(D_x l + D_y m)/\lambda} dl dm \right\} \quad (3)$$

其中， A_e 为接收天线的有效面积， $\mathbf{F}_n(l, m)$ 为天线归一化功率方向图； $l = \sin\theta \cos\varphi$ ， $m = \sin\theta \sin\varphi$ 表示空间方位变量， Z 表示特性阻抗。

对式(3)进行简化和整理，建立微波辐射图像与理想空间干涉测量的傅里叶关系：

$$\mathbf{V}(u_{kl}, v_{kl}) \propto \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{T}_B(\theta, \varphi) \cdot e^{-j2\pi(u_{kl} \sin\theta \cos\varphi + v_{kl} \sin\theta \sin\varphi)} \sin\theta d\theta d\varphi \quad (4)$$

考虑微波辐射计接收机的随机噪声，对空间频率进行离散化，然后随机选择空间傅里叶频率分量，建立微波辐射离散的随机稀疏干涉测量模型：

$$\mathbf{V} = \mathbf{F}_\Delta \mathbf{T} + \mathbf{e} \quad (5)$$

其中， $\mathbf{F}_\Delta \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 表示稀疏干涉测量算子，在理想

的干涉测量中, F_\wedge 为随机抽取傅里叶频率分量; $T \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 表示亮度温度分布; $V \in \mathbf{R}^{M \times 1}$ 表示输出微波辐射图像; e 是接收机的随机噪声。由于微波辐射图像在空间频域不具备稀疏性, 利用 $T = D\alpha$ 变换对微波辐射图像进行稀疏表示, 离散的随机稀疏干涉测量模型表示为

$$V = F_\wedge D\alpha + e \quad (6)$$

其中, α 的数据量远小于微波辐射图像的数据量, D 是稀疏字典, 随机稀疏干涉测量矩阵 F_\wedge 与稀疏变换基 D 之间需满足限制等容条件(RIP)。式(6)是一个欠定的线性方程组, 目前, DLMRI 算法和 GradDLRec 算法是解决此问题的主流方法。DLMRI 算法是在图像域中进行分块, 利用图像块作为训练样本自适应学习字典, 然后把高度欠采样的 k 空间数据(傅里叶随机抽取)重构出高分辨率的图像。GradDLRec 算法是在图像差分域中进行分块, 分别对横向差分图像和纵向差分图像块进行字典训练, 然后对高度欠采样的 k 空间数据进行重构。GradDLRec 算法性能优于 DLMRI 算法, 其原因是训练样本越稀疏, 学习的字典稀疏表示能力越强。

3 基于混合基字典学习的微波辐射图像重构方法

文献[5]指出微波辐射图像在总体差分和小波中都具有可压缩特性, 在 DLMRI 算法和 GradDLRec 算法的基础上, 本文引入 TV 和 Daubechies (Db4) 小波, 建立总体差分和小波混合正交基稀疏表示的字典学习微波辐射图像重构模型:

$$\min_{T, D, \Gamma^{(i)}} \left\{ \sum_l \left\| D\alpha_l - R_l \left(\sum_{i=1}^2 \lambda_1 \nabla^{(i)} T + \lambda_2 \Psi T \right) \right\|_2^2 + \frac{v_1}{2} \|F_\wedge T - V\|_2^2 \right\}, \text{ s.t. } \|\alpha_l\|_0 \leq T_0, \forall l, i \quad (7)$$

其中, D 表示稀疏字典, α_l 表示所有图像块稀疏系数的集合, R_l 表示图像块的抽取操作, λ_1 和 λ_2 是权重因子, $\nabla^{(i)}$, $i=1,2$ 表示图像的行、列差分变换, Ψ 表示小波变换, v_1 为正则因子。考虑微波辐射图像 T 与训练字典 D 之间相互耦合, 式(7)难以求解。

令 $\omega = \sum_{i=1}^2 \lambda_1 \nabla^{(i)} T + \lambda_2 \Psi T$, $M_1 = \sum_{i=1}^2 \lambda_1 \nabla^{(i)}$, $M_2 = \lambda_2 \Psi$, 采用 Bregman 迭代方法^[16], 式(7)可以表示为

$$\left\{ T^{k+1}, \omega^{k+1}, (D)^{k+1}, (\alpha_l)^{k+1} \right\} = \arg \min_{T, \omega, D, \alpha_l} \left\{ \sum_l \left\| D\alpha_l - R_l \omega \right\|_2^2 + v_1 \|F_\wedge T - V\|_2^2 + v_2 \left\| b^k + \sum_{j=1}^J M_j T - \omega \right\|_2^2 \right\}, \text{ s.t. } \|\alpha_l\|_0 \leq T_0, \forall l \quad (8)$$

$$b^{k+1} = b^k + \sum_{i=1}^2 \lambda_1 \nabla^{(i)} T^{k+1} + \lambda_2 \Psi T^{k+1} - \omega^{k+1} \quad (9)$$

其中, v_2 表示正惩罚参数。采用交替迭代方法(Alternating Direction Method, ADM)对式(8)进行去耦合获得 P1, P2, P3 3 个子问题, 分别求解 3 个子问题可以获得式(8)的解析解。

$$(P1) \quad T^{k+1} = \arg \min_T \left\{ v_1 \|F_\wedge T - V\|_2^2 + v_2 \left\| b^k + \sum_{j=1}^J M_j T - \omega^k \right\|_2^2 \right\}$$

$$(P2) \quad \omega^{k+1} = \arg \min_\omega \left\{ \sum_l \|D\alpha_l - R_l \omega\|_2^2 + v_2 \left\| b^k + \sum_{j=1}^J (M_j T)^{k+1} - \omega \right\|_2^2 \right\}$$

$$(P3) \quad \{D^{k+1}, \alpha_l^{k+1}\} = \arg \min_{D, \Gamma} \left\{ \sum_l \|D\alpha_l - R_l \omega^{k+1}\|_2^2 \right\}, \text{ s.t. } \|\alpha_l\|_0 \leq T_0, \forall l$$

(1) P1 求解: 更新亮温图像 T , 在第 k 次迭代中, 设定 ω , D , α_l , 并分别赋值 ω^k , D^k , α_l^k , 得到关于 T 的最优化问题 P1。

采用最小二乘法求 P1 问题, 求导 P1 并令其导数为零, 得

$$\left[v_1 F_\wedge^T F_\wedge + v_2 \sum_{j=1}^J M_j^T M_j \right] T^{k+1} = v_1 F_\wedge^T V + v_2 (\omega^k - b^k) \sum_{j=1}^J M_j \quad (10)$$

由于 $F_\wedge^T F_\wedge$ 与 $M_j^T M_j$ 是快循环矩阵, 可以通过 2 维傅里叶矩阵转换成对角矩阵, 因此对式(10)两边做傅里叶变换, 式(10)化简为

$$\left[v_1 F F_\wedge^T F_\wedge F^T + v_2 F \sum_{j=1}^J M_j^T M_j F^T \right] F T^{k+1} = F \left[v_1 F_\wedge^T V + v_2 (\omega^k - b^k) \sum_{j=1}^J M_j \right] \quad (11)$$

$F F_\wedge^T F_\wedge F^T$ 矩阵是一个对角矩阵, 元素值只有 1 和 0, 对角线上元素值为 1 的元素位置对应着 k 空间采样的位置, 所以 $F F_\wedge^T F_\wedge F^T = I_N$, 令 $\rho = v_2 / v_1$, 式(11)可以表示为

$$\left[I_N + \rho F \sum_{j=1}^J M_j^T M_j F^T \right] F T^{k+1} = F F_\wedge^T V + \rho F (\omega^k - b^k) \sum_{j=1}^J M_j \quad (12)$$

令 $S = \rho F (\omega^k - b^k) \sum_{j=1}^J M_j$, $S_0 = F F_\wedge^T V$, 则

T^{k+1} 为

$$T^{k+1} = \begin{cases} F^{-1} \frac{S}{\rho F \sum_{j=1}^J M_j^T M_j F^T}, & i, j \notin \Omega \\ F^{-1} \frac{S + S_0}{1 + \rho F \sum_{j=1}^J M_j^T M_j F^T}, & i, j \in \Omega \end{cases}$$

Ω 表示被采样的 k 空间的子集。

(2) P2 求解：更新横向差分 and 纵向差分图像变量 ω 。

采用最小二乘法求 P2 问题，对其求导并令其导数为零，结果为

$$\left(v_2 + \sum_l R_l^T R_l \right) \omega = v_2 \left[b^k + \sum_{j=1}^J (M_j T)^{k+1} \right] + \sum_l R_l^T D^k \alpha_l^k \quad (13)$$

根据式(13)求解 ω^{k+1} ：

$$\omega^{k+1} = \frac{v_2 \left[b^k + \sum_{j=1}^J (M_j T)^{k+1} \right] + \sum_l R_l^T D^k \alpha_l^k}{v_2 + \sum_l R_l^T R_l} \quad (14)$$

对于图像块的大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ ， $\sum_l R_l^T R_l = \beta I$ 情况，当滑动重叠抽取图像块的重叠数为 1 时， $\beta = n$ 。因此，式(14)右边分子分母分别除以 β ，那么权重 v_2 更新为 $v_2 = v_2 / \beta$ 。式(14)简化为

$$\omega^{k+1} = \frac{v_2 \left[b^k + \sum_{j=1}^J (M_j T)^{k+1} \right] + \sum_l R_l^T D^k \alpha_l^k / \beta}{v_2 + 1} \quad (15)$$

(3) P3 求解：更新字典 D 和稀疏表示系数矩阵 $\alpha_l, l = 1, 2, \dots, L$ 。

利用 K-SVD 字典训练算法可以实现更新稀疏字典 D 和稀疏表示系数矩阵 α_l ：首先，固定稀疏字典 D ，通过 OMP 算法求取稀疏表示系数矩阵 α_l ；然后固定稀疏表示系数矩阵 α_l ，采用奇异值分解 (SVD) 更新稀疏字典 D 。基于本文算法的具体步骤如表 1 所示。

4 实验仿真及分析

这部分内容主要通过仿真实验分析本文算法的性能。考虑文献[5]采用的观测矩阵是高斯随机矩阵，微波辐射成像 (MRI) 和微波辐射测量通常在频域中观测，本文利用傅里叶随机抽取采样微波辐射图像。因此，本文主要与 DLMRI 算法、GradDLRec 算法

表 1 本文算法的步骤

输入：随机傅里叶采样得到的观测值 y ，循环次数 $K, k=1$ 。

输出：重构微波辐射图像 T^K 。

(1) 初始化： $(\Gamma)^0 = 0, D, b^0 = 0, T^0 = F_\wedge^T V$ ；

(2) 重复以下步骤直到终止条件：

$$(a) \quad T^{k+1} = \begin{cases} F^{-1} \frac{S}{\rho F \sum_{j=1}^J M_j^T M_j F^T}, & i, j \notin \Omega \\ F^{-1} \frac{S + S_0}{1 + \rho F \sum_{j=1}^J M_j^T M_j F^T}, & i, j \in \Omega \end{cases}$$

$$(b) \quad \omega^{k+1} = \frac{v_2 \left[b^k + \sum_{j=1}^J (M_j T)^{k+1} \right] + \sum_l R_l^T D^k \alpha_l^k / \beta}{v_2 + 1}$$

(c) 根据 P3，更新稀疏字典 D 和稀疏表示系数 α_l

$$(d) \quad b^{k+1} = b^k + \sum_{j=1}^J (M_j T)^{k+1} - \omega^{k+1}$$

(e) 令 $k=k+1$ ，若 $k < K$ ，则返回(a)步，否则迭代终止；

(3) 输出 T^K 。

进行比较。在实验仿真中，采用如图 1 所示的月球微波辐射图像作为测试对象，图像大小为 256×256 ，其频谱图如图 1(b)所示。从频谱图中可以看出，低频信息主要分布在中间区域，高频信息则分布在边缘区域。根据低频信息和高频信息分布比较集中的特点，利用不同采样概率的随机傅里叶抽取对块图像进行最优观测，如图 1(c)采样方式所示。该采样方式在总采样率不变的情况下，实现对采样资源的优化处理。然后分别通过 DLMRI 算法、GradDLRec 算法和本文算法重构微波辐射图像。其中，DLMRI 算法参数设置如下：图像块大小为 6，稀疏字典大小 $K=n=36$ ，图像块重叠抽取步长 $r=1$ ， $\beta=36$ ， $\lambda=140$ ，K-SVD 字典学习算法采用 10 次循环迭代， $200 \times K$ 个图像块，稀疏度 $T_0=5$ ；GradDLRec 算法参数设置同 DLMRI 算法，添加参数 $\lambda_1=140$ ， $v_2=3$ ；本文算法参数设置也同 DLMRI 算法，增加参数 $\lambda_1=0.5$ ， $\lambda_2=0.5$ 。设置 6 个不同的采样率 $Ra=0.25, 0.35, 0.47, 0.58, 0.70, 0.85$ ，依次仿真。其中，采样率 Ra 定义为采集信号的长度 M 与实际信号的长度 N 之比，即 $Ra=M/N$ 。本文将对压缩采样的重构效果 (PSNR, MSE)、噪声稳定性和计算复杂度进行分析。

4.1 PSNR 和 MSE 仿真分析

PSNR 为峰值信噪比 (Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)，是一种常用的重构图像客观评价标准。PSNR 的定义式为： $PSNR=10 \lg((2^n - 1)^2 / MSE)$ ，其中 n 表示图像亮度的位数，MSE 为均方误差。图 2 是在采样率为 0.58 的条件下，采用 DLMRI 算法、

GradDLRec算法和本文算法重构月球微波辐射图像的仿真结果。表 2, 图 3(a)是 3 种重构算法重构月球微波辐射图像的 PSNR 结果, 表 3, 图 3(b)是 3 种重构算法重构月球微波辐射图像的 MSE 结果。

通过分析表 2, 表 3, 图 3(a)和图 3(b)的仿真结果, 本文算法的重构图像效果(主观视觉和客观 PSNR 值以及 MSE 值)优于 DLMRI 算法和 GradDLRec 算法, 而且本文算法保留了图像的大部分细节信息, 获得了更加清晰的微波辐射图像。

图 4 是在采样率为 0.58 的条件下, 采用 DLMRI 算法、GradDLRec 算法和本文算法重构地球微波辐射图像的仿真结果。表 4, 图 5(a)是 3 种重构算法重构地球微波辐射图像的 PSNR 结果, 表 5, 图 5(b)是 3 种重构算法重构地球微波辐射图像的 MSE 结果。

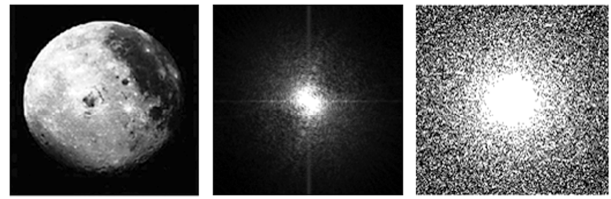


图 1 测试图像以及采样模式



图 2 月球微波辐射重构图像

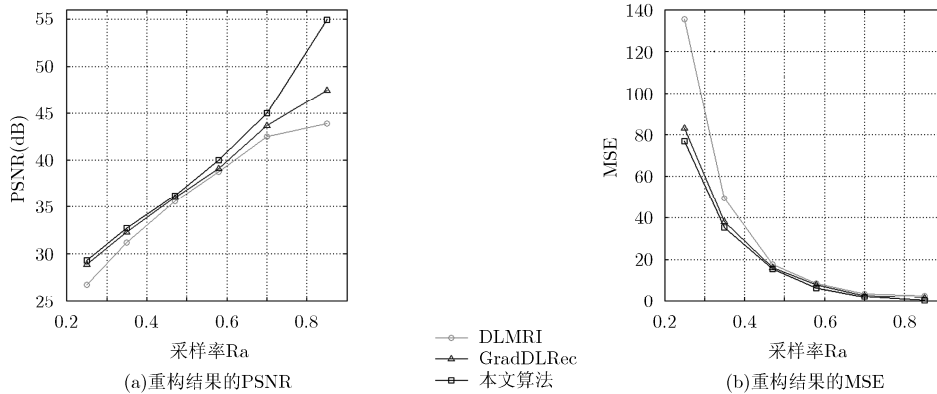


图 3 3 种算法重构月球微波辐射图像的 PSNR 和 MSE 结果

通过分析表 4, 表 5, 图 5(a)和图 5(b)的实验结果可知, 对于重构的地球微波辐射图像, 无论从主观视觉和客观 PSNR 值以及 MSE 值来看, 本文算法比 DLMRI 算法和 GradDLRec 算法在重构图像效果上都有显著提高, 而且本文算法保留了图像的大部分细节信息, 获得了更加清晰的微波辐射图像。由图 5(b)可知: 相对应的 MSE 变化曲线趋势和 PSNR 变化曲线趋势恰恰相反。因此, 由上述结论可知: 本文算法在重构图像质量上优于 DLMRI 算法和 GradDLRec 算法, 能够得到更高分辨率的微波辐射图像。

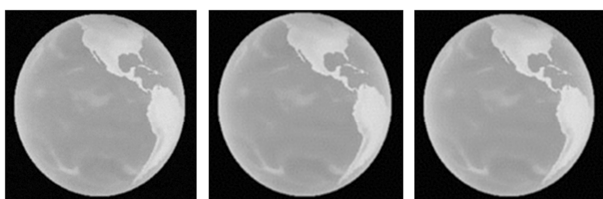


图 4 地球微波辐射重构图像

表 2 重构月球图像中, 3 种算法在 6 个采样率下的 PSNR 值(dB)

算法	采样率 Ra					
	0.25	0.35	0.47	0.58	0.70	0.85
DLMRI	26.8	31.2	35.6	38.8	42.5	43.9
GradDLRec	28.9	32.3	36.0	39.1	43.7	47.5
本文算法	29.3	32.7	36.2	40.0	45.0	54.9

表 3 重构月球图像中, 3 种算法在 6 个采样率下的 MSE 值

算法	采样率 Ra					
	0.25	0.35	0.47	0.58	0.70	0.85
DLMRI	135.5	49.3	17.8	8.5	3.7	2.7
GradDLRec	83.2	37.9	16.2	7.9	2.8	1.7
本文算法	76.9	35.1	15.5	6.4	2.0	0.2

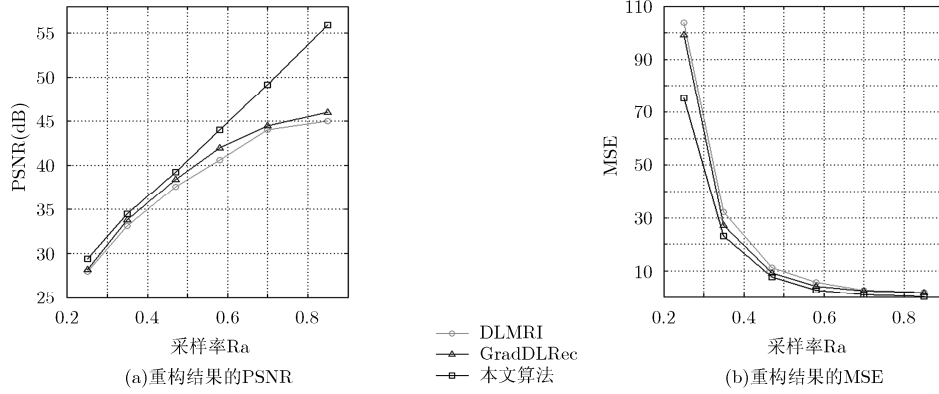


图 5 3 种算法重构地球微波辐射图像的 PSNR 和 MSE 结果

表 4 重构地球图像中，3 种算法在 6 个采样率下的 PSNR 值(dB)

算法	采样率 Ra					
	0.25	0.35	0.47	0.58	0.70	0.85
DLMRI	28.0	33.1	37.6	40.6	44.0	45.0
GradDLRec	28.2	33.8	38.4	42.0	44.5	46.0
本文算法	29.4	34.5	39.3	44.0	49.2	55.9

表 5 重构地球图像中，3 种算法在 6 个采样率下的 MSE 值

算法	采样率 Ra					
	0.25	0.35	0.47	0.58	0.70	0.90
DLMRI	103.8	32.1	11.3	5.7	2.6	2.0
GradDLRec	99.4	27.0	9.3	4.1	2.3	1.6
本文算法	75.3	23.2	7.7	2.7	0.8	0.2

在采样率为 0.58 时，本文算法重构月球和地球微波辐射图像的 PSNR 分别为：40.0 dB, 44.0 dB, 与文献[5](高斯随机观测)采用级联字典与 OMP 重构月球和地球微波辐射图像的结果：35.72 dB, 44.53 dB 接近。压缩感知理论指出，在相同条件下，傅里叶随机抽取比高斯随机观测需要更高的采样率，因此本文提出的多稀疏基字典学习方法优于文献[5]的方法。

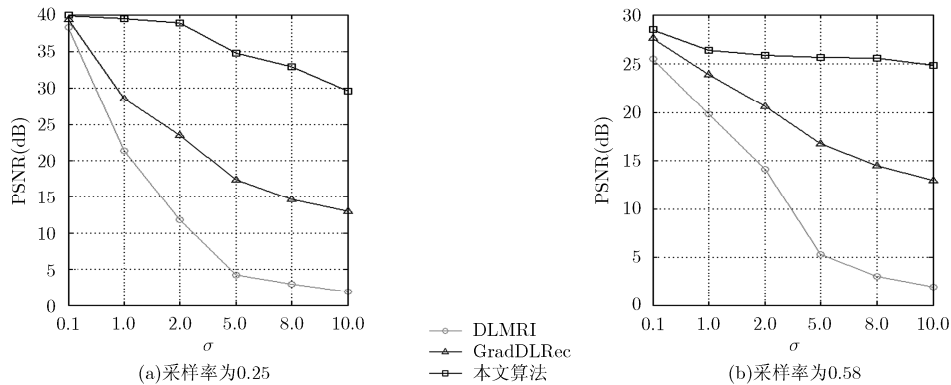


图 6 3 种算法随噪声权重 σ 值变化重构结果的 PSNR

4.2 噪声灵敏度仿真分析

为了测试噪声灵敏度，在稀疏采样中增加零均值的高斯噪声。通过控制高斯随机噪声的方差 σ 值，仿真 3 种算法(DLMRI 算法、GradDLRec 算法和本文算法)的 PSNR 与噪声方差 σ 值的关系，从而分析不同方法的噪声灵敏度。本文实验方差 σ 值分别设置为：0.1, 1.0, 2.0, 5.0, 8.0, 10.0。

图 6(a)和图 6(b)分别表示采样率为 0.25 和 0.58 时，DLMRI, GradDLRec 和本文算法的 PSNR 随噪声方差 σ 值变化的趋势图。从仿真结果中，我们可以看出本文算法的 PSNR 随噪声变化的幅度最小，且在相同采样率和相同噪声方差下 PSNR 的值最大，因此，本文算法的噪声稳定性好，受噪声干扰小。

4.3 计算复杂度分析

DLMRI 算法包括稀疏表示和图像重构两个阶段，其计算复杂度为 $O(nKNT_0)$ ；GradDLRec 算法主要包括稀疏表示、图像重构，计算复杂度分别为 $O(nKNT_0)$, $O(Mg(N))$ ，其中，算法总体的计算复杂度取决于稀疏表示复杂度 $O(nKNT_0)$ 。本文算法是在 GradDLRec 算法的稀疏基字典上增加了小波基，构成差分与小波基的级联字典，仅对 GradDLRec 算法的稀疏基字典长度做了线性扩展，因此，本文算法的计算复杂度近似为 $O(nKNT_0)$ 。为验证本文

算法的计算复杂度,对 GradDLRec 算法和本文算法的运行时间进行了仿真。仿真实验是在 Matlab 8.0 版本(R2012b)中运行,计算机配置为 Intel Core i7 CPU, 2.70 GHz 主频, 8 G 内存, 64 位 Windows 7 操作系统。为了消除随机的影响,仿真实验对两种算法的运行时间进行 10 次统计平均, GradDLRec 算法与本文算法平均运算时间分别为 151 s 和 167 s,从而验证了本文算法的计算复杂度近似为 $O(nKNT_0)$ 。

5 结束语

考虑微波辐射图像在总体差分域和小波中都具有可压缩特性,本文提出混合正交基的字典学习微波辐射图像重构方法。通过级联总体差分和小波稀疏表示微波辐射图像,建立混合稀疏基的字典学习微波辐射图像模型,利用 Bregman 和交替迭代算法分解为 3 个子问题,通过分别求解 3 个子问题有效重构微波辐射图像。仿真实验结果表明,本文提出的算法相比 DLMRI 和 GradDLRec 算法具有更好的重构图像效果,获得了更加清晰、分辨率更高的微波辐射图像;同时在噪声稳定性上也要优于 DLMRI 和 GradDLRec 两种算法,具有很好的抗噪声干扰性。同时,在重构性能方面,本文算法优于级联字典与 OMP 重构方法。由于采用了多稀疏基的 K-SVD 算法训练字典,本文算法运行时间较长。后续工作将优化本文算法的重构时间和参数设置,进一步推向实际工程应用。

参考文献

- [1] SWIFT C T, LEVINE D M, and RUF C S. Aperture synthesis concepts in microwave remote sensing of the Earth[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1991, 39(12): 1931–1935. doi: 10.1109/22.106530.
 - [2] KERR Y H, WALDTEUFEL P, WIGNERON J, et al. The SMOS mission: New tool for monitoring key elements of the global water cycle[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(5): 666–687. doi: 10.1109/JPROC.2010.2043032.
 - [3] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306. doi: 10.1109/TIT.2006.871582.
 - [4] LIU Y DE, DE VOS M, GLIGORIJEVIC I, et al. Multi-structural signal recovery for biomedical compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2013, 60(10): 2794–2805. doi: 10.1109/TBME.2013.2264772.
 - [5] 朱路, 刘江锋, 刘媛媛, 等. 基于稀疏采样与级联字典的微波辐射图像重构方法[J]. *微波学报*, 2014, 30(6): 41–45.
ZHU Lu, LIU Jiangfeng, LIU Yuanyuan, et al. Microwave radiation image reconstruction method based on the sparse sampling and combined dictionary[J]. *Journal of Microwaves*, 2014, 30(6): 41–45.
 - [6] AHARON M, ELAD M, and BRUCKSTEIN A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4311–4322. doi: 10.1109/TSP.2006.881199.
 - [7] 练秋生, 石保顺, 陈书贞. 字典学习模型、算法及其应用研究进展[J]. *自动化学报*, 2015, 41(2): 240–260. doi: 10.16383/j.aas.2015.c140252.
LIAN Qiusheng, SHI Baoshun, and CHEN Shuzhen. Research advances on dictionary learning models, algorithms and applications[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(2): 240–260. doi: 10.16383/j.aas.2015.c140252.
 - [8] RAVISHANKAR S and BRESLER Y. MR image reconstruction from highly undersampled k-space data by dictionary learning[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2011, 30(5): 1028–1041. doi: 10.1109/TMI.2010.2090538.
 - [9] LIU Q, WANG S, YING L, et al. Adaptive dictionary learning in sparse gradient domain for image recovery[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(12): 4652–4663. doi: 10.1109/TIP.2013.2277798.
 - [10] HUANG Y, PAISLEY J, LIN Q, et al. Bayesian nonparametric dictionary learning for compressed sensing MRI[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2014, 23(12): 5007–5019. doi: 10.1109/TIP.2014.2360122.
 - [11] THIAGARAJAN J J, RAMAMURTHY K N, and SPANIAS A. Learning stable multilevel dictionaries for space representations[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems*, 2015, 26(9): 1913–1926. doi: 10.1109/TNNLS.2014.2361052.
 - [12] SHEN L, SUN G, HUANG Q, et al. Multi-level discriminative dictionary learning with application to large scale image classification[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, 24(10): 3109–3123. doi: 10.1109/TIP.2015.2438548.
 - [13] LU C, SHI J, and JIA J. Scale adaptive dictionary learning[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2014, 23(2): 837–847. doi: 10.1109/TIP.2013.2287602.
 - [14] MAHMOUD N, FAEZEH Y, and HUSEYIN O. A strategy for residual component-based multiple structured dictionary learning[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(11): 2059–2063. doi: 10.1109/LSP.2015.2456071.
 - [15] 朱路, 陈素华, 刘江锋, 等. 基于变密度稀疏采样的微波辐射干涉测量反演成像方法[J]. *计算机应用研究*, 2015, 32(4): 1236–1239. doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2015.04.066.
ZHU Lu, CHEN Suhua, LIU Jiangfeng, et al. Microwave radiation interferometry inversion imaging method based on variable density sparse sampling[J]. *Application Research of Computers*, 2015, 32(4): 1236–1239. doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2015.04.066.
 - [16] YIN W, OSHER S, GOLDFARB D, et al. Bregman iterative algorithms for l_1 -minimization with applications to compressed sensing[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2008, 1(1): 143–168. doi: 10.1137/070703983.
- 朱路: 男, 1976 年生, 副教授, 博士, 硕士生导师, 研究方向为无线传感器网络、压缩感知、图像处理。
宋超: 男, 1988 年生, 硕士生, 研究方向为压缩感知、图像处理。
刘媛媛: 女, 1978 年生, 副教授, 硕士, 硕士生导师, 研究方向为无线传感器网络、压缩感知。