

一种基于最大化 Rayleigh 熵的稳健干扰对齐算法

谢显中 李丹* 张森林 雷维嘉
(重庆邮电大学个人通信研究所 重庆 400065)

摘要: 干扰对齐在消除干扰方面具有独到的优势,但需要完美的信道状态信息(CSI),这在实际中很难实现。该文分析了传统稳健干扰对齐方案的优缺点,在此基础上,提出一种最大化 Rayleigh 熵的稳健干扰对齐算法,并对收敛性,自由度和频谱效率等进行了分析。不同于 MAX-SINR 算法,该文通过最大化信号的 Rayleigh 熵,求得干扰抑制矩阵。在正向通信中,考虑到数据流之间的相关性取干扰抑制矩阵为原始干扰抑制矩阵的酉矩阵形式,并采用注水功率分配实现用户数据流间的最佳功率分配;基于信道的互惠性,在反向通信时,做类似的处理。通过迭代计算,逐渐将干扰压缩。最后,在完美 CSI 和误差 CSI 时,仿真表明该算法显著地提高了系统的性能。

关键词: 无线通信; 稳健干扰对齐; 最大化 Rayleigh 熵; 注水功率分配; 系统性能

中图分类号: TN929.53

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)09-2241-07

DOI: 10.11999/JEIT160103

A Robust Interference Alignment Algorithm Based on Maximizing the Rayleigh Entropy

XIE Xianzhong LI Dan ZHANG Senlin LEI Weijia

(Institute of Personal Communications, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Interference alignment has the advantage of eliminating interference, but it needs the perfect Channel State Information (CSI) which is difficult to achieve in practical systems. The advantages and disadvantages of robust interference alignment algorithms are analyzed in this paper. And then a robust interference alignment algorithm based on maximizing the Rayleigh entropy is proposed. The convergence, the degree of freedom and spectrum efficiency are analyzed at the same time. Unlike MAX-SINR algorithm, interference suppression matrix is obtained through maximizing the signal Rayleigh entropy. The unitary form of original interference suppression matrix is regarded as the optimal interference suppression matrix considering the correlation among the data flows. And then, the water-filling power allocation scheme is used to realize the optimal power allocation among user data flows. Meanwhile, the similar process is carried out in reverse communication link based on channel reciprocity. The interference is reduced gradually through alternately computing. Finally, under the conditions of perfect CSI and error CSI, the simulation results verify that the proposed algorithm improves the performance of the system.

Key words: Wireless communication; Robust interference alignment; Maximizing the Rayleigh entropy; Water-filling power allocation; Performance of system

1 引言

干扰对齐(Interference Alignment, IA)^[1,2]在消除干扰方面具有极大的优势,但目前绝大多数 IA 都

需要完美的信道状态信息(Channel State Information, CSI)^[3,4]。而在实际通信中,得到的 CSI 常常是有误差的,使得接收端不能完全消除自身受到的干扰,造成系统性能恶化。

近年来,学者们对误差 CSI 下的稳健 IA 方案(Robust Interference Alignment, RIA)进行了研究^[5-14]。文献[5]给出了基于最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)的稳健 IA 算法,文献[6]分析了对应的误码率性能。文献[7]给出了有噪 CSI 时系统平均互信息量的上下限。在已知有噪 CSI 时,文献[8]给出了含有功率控制的迭代 IA 算法。文献[9]采用重构的格型码将干扰进行重组,给出了稳健的格型 IA 算法,但需要两步译码。文献[10]提出

收稿日期: 2016-01-21; 改回日期: 2016-06-08; 网络出版: 2016-08-09

*通信作者: 李丹 1160872086@qq.com

基金项目: 国家自然科学基金(61271259, 61471076), 重庆市教委科学技术研究项目(KJ120501, KJ130536), 长江学者和创新团队发展计划(IRT1299), 重庆市科委重点实验室专项经费(CSTC)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61271259, 61471076), The Research Project of Chongqing Education Commission (KJ120501, KJ130536), The Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University (IRT1299), The Special Fund of Chongqing Key Laboratory (CSTC)

了一种稳健的最小干扰泄露算法。文献[11]给出了一种基于正交三角分解的稳健 IA 算法,在等效信道下通过最小化干扰泄露设计预编码,并基于 MMSE 准则设计干扰抑制矩阵。文献[12]分析了信道估计误差对 IA 算法误比特率(Bit Error Rate, BER)的影响。此外,文献[13]在 IA 算法中,通过对齐发送端和接收端信号的相位,将符号间的干扰旋转到期望接收符号的信号空间中,增强了期望符号的能量;文献[14]给出了相应的单小区 MIMO 下行链路的稳健干扰相位联合对齐算法。

综上所述,文献[5-8]通过最小化期望信号和接收信号的差异来优化数据流传输,但没有考虑数据流相关性和功率分配。文献[9]的处理过于繁琐,文献[10]没有考虑信号的传输质量,文献[11]中信号泄露到干扰空间成为限制信道容量的主要因素,文献[12]并没有提出实用的稳健 IA 算法,文献[13,14]中的联合干扰和相位对齐方案对误差 CSI 的灵敏度过高且没有考虑信号的传输质量。

进一步发现,误差 CSI 与信干噪比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR)具有非常强的关联性,对文献[15]的最大信干噪比算法(Maximum SINR, MAX-SINR)分析可知,在多数数据流情形时该算法采取独立计算策略设计波束成型矩阵,忽略了数据流间的相关性,会带来性能的损失。此外,文献[16]在误差 CSI 时,导出了稳健的 MAX-SINR (MAX-SINR with Stochastic CSI Error Knowledge, Max-SINR-SCEK)算法,但受信道误差参数的影响很大。

基于上述分析,本文对文献[15,16]的算法进行了改进,提出了一种最大化 Rayleigh 熵的稳健 IA(Robust RE IA)算法。不同于 MAX-SINR 算法和 Max-SINR-SCEK 算法,本文算法在接收端最大化信号的 Rayleigh 熵求得干扰抑制矩阵。在正向通信中,考虑到数据流间的相关性,取最优干扰抑制矩阵为原始干扰抑制矩阵的酉矩阵形式,并采用注水功率分配方案实现用户数据流间的最佳功率分配;基于信道的互惠性,在反向通信时做类似的处理。通过正向和反向通信的迭代计算,逐渐将干扰压缩。最后,通过仿真表明相对于其他稳健算法而言,无论是在完美 CSI 还是有误差 CSI 时,本文算法都具有一定的性能优势。

2 系统模型

类似文献[11],本文考虑 K 用户 MIMO 干扰信道,发射天线数为 N_t ,接收端天线数为 N_r ,用户对应的自由度分别为 $[d_1, d_2, \dots, d_K]$ 。为了使系统的自由

度最大化,即 $K \min(N_r, N_t)/2$,那么每个用户信号空间的维数应该相同,不妨设 $d_1 = d_2 = \dots = d_K$,假定各个收发对之间是信道平坦衰落的。在特定的时频资源上,接收端 i 收到的信号为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{H}_{ji} \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{n}_i \quad (1)$$

其中, \mathbf{H}_{ii} 和 \mathbf{H}_{ji} 分别表示发送端 i 和发送端 j 到接收端 i 的信道。 \mathbf{V}_i 和 \mathbf{V}_j 分别表示发送端 i 和发送端 j 的预编码,且 $\mathbf{V}_i^H \mathbf{V}_i = \mathbf{I}_{d_i}$, $\mathbf{V}_j^H \mathbf{V}_j = \mathbf{I}_{d_j}$ 。维度为 $d_i \times 1$ 的 \mathbf{s}_i 是发送端 i 的发送信号,且 $E[\mathbf{s}_i^H \mathbf{s}_i] = P_i$ 。维度为 $N_r \times 1$ 的 \mathbf{n}_i 表示均值为 0,方差为 1 的加性高斯白噪声,且 $E[\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H] = \mathbf{I}_{N_r}$ 。

在经过干扰抑制矩阵 \mathbf{U}_i 处理之后,接收端 i 的信号为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ji} \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{U}_i^H \mathbf{n}_i \quad (2)$$

其中, $\mathbf{U}_i^H \mathbf{U}_i = \mathbf{I}_{d_i}$, $\mathbf{U}_j^H \mathbf{U}_j = \mathbf{I}_{d_j}$, 且满足

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ji} \mathbf{V}_j &= \mathbf{0}, \quad \forall j \neq i \\ \text{rank}(\mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i) &= d_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

为了构建稳健的 IA 算法,此处引入信道误差矩阵 $\mathbf{E} = \overline{\mathbf{H}} - \mathbf{H}$, \mathbf{H} 表示真实的信道矩阵, $\overline{\mathbf{H}}$ 表示含有误差的信道矩阵,假设 \mathbf{E} 的元素服从均值为 0,方差为 δ_e^2 的循环对称复高斯分布。故式(2)可以转化为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i &= \mathbf{U}_i^H (\overline{\mathbf{H}}_{ii} - \mathbf{E}_{ii}) \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i \\ &+ \mathbf{U}_i^H \sum_{j=1, j \neq i}^K (\overline{\mathbf{H}}_{ji} - \mathbf{E}_{ji}) \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{U}_i^H \mathbf{n}_i \end{aligned} \quad (4)$$

相应的约束条件为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_i^H \overline{\mathbf{H}}_{ji} \mathbf{V}_j &= \mathbf{0}, \quad \mathbf{U}_i^H \mathbf{E}_{ji} \mathbf{V}_j = \mathbf{0}, \quad \forall j \neq i \\ \text{rank}(\mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i) &= d_i \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

在高信噪比条件下,理想的干扰对齐技术处理后,接收机 i 的信号变为

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i \quad (6)$$

由于信道存在误差,理想的干扰对齐很难实现,下面给出一种最大化 Rayleigh 熵的稳健 IA (Robust RE IA)算法,来求解近似最优干扰对齐矩阵 \mathbf{V}_j 和 \mathbf{U}_j 。

3 稳健的干扰对齐算法

3.1 Robust RE IA 算法描述

对 MAX-SINR 算法仔细分析可以知道,在多数数据流情形时该算法在计算干扰抑制矩阵 \mathbf{U}_i 的列向量时采取的是独立计算策略,忽略了数据流间的相关性,会带来性能的损失。进一步,文献[16]导出了

稳健的 Max-SINR-SCEK 算法, 但受信道误差参数 α 和 β 的影响很大。

为此, 本文从最大化接收端 SINR 的 Rayleigh 熵的角度, 给出一种稳健 IA 算法。在 K 用户 MIMO 干扰信道下, 对于非理想 CSI 的干扰安排, 为了求取收发对 i 的最优干扰安排矩阵 \mathbf{V}_i 和 \mathbf{U}_i , 我们做如下处理。

在正向(发送端至接收端)通信时, 对于接收端 i 而言, 假设每个用户的功率相同, 且在 d_i 个数据流之间均匀分布, 用户 i 的 SINR _{i} 可以表示为

$$\text{SINR}_i = \text{tr}(\mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ii}^H \mathbf{U}_i) / \left\{ \text{tr} \left(\mathbf{U}_i^H \left[\sum_{j=1, j \neq i}^K \mathbf{H}_{ji} \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{V}_j^H \mathbf{H}_{ji}^H + \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H \right] \mathbf{U}_i \right) \right\} \quad (7)$$

其中, $\text{tr}(\bullet)$ 表示求取矩阵的迹。

将 $\mathbf{H} = \overline{\mathbf{H}} - \mathbf{E}$ 代入式(7)可得

$$\left. \begin{aligned} \text{SINR}_i &= \text{tr} \left(\mathbf{U}_i^H (\overline{\mathbf{H}}_{ii} - \mathbf{E}_{ii}) \right. \\ &\quad \cdot \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \mathbf{V}_i^H (\overline{\mathbf{H}}_{ii}^H - \mathbf{E}_{ii}^H) \mathbf{U}_i \left. \right) \\ &\quad / \left\{ \text{tr} \left(\mathbf{U}_i^H \left[\sum_{j=1, j \neq i}^K (\overline{\mathbf{H}}_{ji} - \mathbf{E}_{ji}) \right. \right. \right. \\ &\quad \cdot \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{V}_j^H (\overline{\mathbf{H}}_{ji}^H - \mathbf{E}_{ji}^H) + \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H \left. \right] \mathbf{U}_i \left. \right) \left. \right\} \quad (8) \\ \text{s.t.} \quad &\text{rank}(\mathbf{U}_i^H \overline{\mathbf{H}}_{ii} \mathbf{V}_i) = d_i, \mathbf{U}_i^H \mathbf{U}_i = \mathbf{I}_{d_i} \\ &\text{E}(\|\mathbf{s}_j^H \mathbf{s}_j\|) = P_j, \text{E}(\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H) = \mathbf{I}_{N_r} \\ &\text{E}(\mathbf{E}_{ji} \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{V}_j^H \mathbf{E}_{ji}^H) = P_j \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \end{aligned} \right\}$$

由前边的分析可知, 需要寻找最优的干扰消除矩阵 \mathbf{U}_i , 使得用户 i 的 SINR _{i} 达到最大, 对式(8)进一步推导可以得到, 需要求解的优化问题为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_i^{\text{opt}} &= \arg \max_{\mathbf{U}_i \in \mathbb{C}^{N_r \times d_i}} \left\{ \text{tr} \left(\mathbf{U}_i^H \left[\overline{\mathbf{H}}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \mathbf{V}_i^H \overline{\mathbf{H}}_{ii}^H \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + P_i \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \right] \mathbf{U}_i \right) \right\} \\ &\quad / \left\{ \text{tr} \left(\mathbf{U}_i^H \left[\sum_{j=1, j \neq i}^K \left[\overline{\mathbf{H}}_{ji} \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{V}_j^H \overline{\mathbf{H}}_{ji}^H \right. \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + P_j \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \right] + \mathbf{I}_{N_r} \right] \mathbf{U}_i \right) \right\} \quad (9) \\ \text{s.t.} \quad &\mathbf{U}_i^H \mathbf{U}_i = \mathbf{I}_{d_i} \end{aligned} \right\}$$

由矩阵理论^[17]可以知道, 矩阵 $\overline{\mathbf{H}}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \mathbf{V}_i^H \overline{\mathbf{H}}_{ii}^H + P_i \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r}$ 是 Hermite 矩阵且半正定; 矩阵

$$\left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \left(\overline{\mathbf{H}}_{ji} \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{V}_j^H \overline{\mathbf{H}}_{ji}^H + P_j \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \right) + \mathbf{I}_{N_r} \right)$$

是 Hermite 矩阵且正定。

由 Rayleigh 熵的定义^[17]可以知道, 最大化 SINR _{i} 的最优干扰抑制矩阵 \mathbf{U}_i 为

$$\mathbf{U}_i = \nu_{\max}^{d_i} \left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \left(\overline{\mathbf{H}}_{ji} \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{V}_j^H \overline{\mathbf{H}}_{ji}^H + P_j \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \right) + \mathbf{I}_{N_r} \right)^{-1} \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \mathbf{V}_i^H \overline{\mathbf{H}}_{ii}^H + P_i \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \right) \quad (10)$$

其中, $\nu_{\max}^{d_i}(\bullet)$ 表示求取矩阵的 d_i 个最大特征值所对应的单位特征向量。

当把干扰安排矩阵设计成次酉矩阵时, 每个用户的信息速率可以得到提升^[2], 我们通过 QR 分解来获取

$$\mathbf{U}_i = \mathbf{Q}_i \mathbf{R}_i \quad (11)$$

其中, \mathbf{Q}_i 是 $N_r \times d_i$ 的次酉矩阵, \mathbf{R}_i 是 $d_i \times d_i$ 的矩阵。此时, 干扰抑制矩阵 \mathbf{U}_i 可以被优化为

$$\mathbf{U}_i^{\text{opt}} = \mathbf{Q}_i \quad (12)$$

类似地, 基于信道互惠性, 在反向(接收端至发送端)通信时, 对于接收端 i 而言, 假设每个用户的功率相同, 且在 d_i 个数据流之间均匀分布, 用户 i 的 SINR _{i} 如下:

$$\left. \begin{aligned} \text{SINR}_i &= \text{tr} \left(\mathbf{V}_i^H (\overline{\mathbf{H}}_{ii}^H - \mathbf{E}_{ii}^H) \right. \\ &\quad \cdot \mathbf{U}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \mathbf{U}_i^H (\overline{\mathbf{H}}_{ii} - \mathbf{E}_{ii}) \mathbf{V}_i \left. \right) \\ &\quad / \left\{ \text{tr} \left(\mathbf{V}_i^H \left[\sum_{j=1, j \neq i}^K (\overline{\mathbf{H}}_{ij}^H - \mathbf{E}_{ij}^H) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. \cdot \mathbf{U}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{U}_j^H (\overline{\mathbf{H}}_{ij} - \mathbf{E}_{ij}) + \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H \right] \mathbf{V}_i \right) \right\} \quad (13) \\ \text{s.t.} \quad &\text{rank}(\mathbf{V}_i^H \overline{\mathbf{H}}_{ii}^H \mathbf{U}_i) = d_i, \mathbf{V}_i^H \mathbf{V}_i = \mathbf{I}_{d_i} \\ &\text{E}(\|\mathbf{s}_j^H \mathbf{s}_j\|) = P_j, \text{E}(\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H) = \mathbf{I}_{N_t} \\ &\text{E}(\mathbf{E}_{ij}^H \mathbf{U}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{U}_j^H \mathbf{E}_{ij}) = P_j \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_t} \end{aligned} \right\}$$

进一步, 式(13)对应的优化问题可以描述为式(14)最大化 Rayleigh 熵的形式:

$$\mathbf{V}_i^{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{V}_i \in \mathbb{C}^{N_t \times d_i}} \left\{ \begin{aligned} & \text{tr} \left(\mathbf{V}_i^{\text{H}} \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii}^{\text{H}} \mathbf{U}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^{\text{H}} \mathbf{U}_i^{\text{H}} \overline{\mathbf{H}}_{ii} \right. \right. \\ & \left. \left. + P_i \delta_{\text{E}}^2 \mathbf{I}_{N_t} \right) \mathbf{V}_i \right) \\ & \left/ \left[\text{tr} \left(\mathbf{V}_i^{\text{H}} \left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \left(\overline{\mathbf{H}}_{ij}^{\text{H}} \mathbf{U}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^{\text{H}} \mathbf{U}_j^{\text{H}} \overline{\mathbf{H}}_{ij} \right. \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + P_j \delta_{\text{E}}^2 \mathbf{I}_{N_t} \right) + \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^{\text{H}} \right) \mathbf{V}_i \right] \right] \end{aligned} \right. \quad (14)$$

s.t. $\mathbf{V}_i^{\text{H}} \mathbf{V}_i = \mathbf{I}_{d_i}$

所以, 在反向通信时最大化 SINR_i 的干扰抑制矩阵 \mathbf{V}_i 为

$$\mathbf{V}_i = \nu_{\max}^{d_i} \left(\left(\sum_{j=1, j \neq i}^K \left(\overline{\mathbf{H}}_{ij}^{\text{H}} \mathbf{U}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^{\text{H}} \mathbf{U}_j^{\text{H}} \overline{\mathbf{H}}_{ij} + P_j \delta_{\text{E}}^2 \mathbf{I}_{N_t} \right) + \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^{\text{H}} \right)^{-1} \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii}^{\text{H}} \mathbf{U}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^{\text{H}} \mathbf{U}_i^{\text{H}} \overline{\mathbf{H}}_{ii} + P_i \delta_{\text{E}}^2 \mathbf{I}_{N_t} \right) \right) \quad (15)$$

取干扰安排矩阵 \mathbf{V}_i 为对应的酉矩阵形式, 我们通过 QR 分解来实现

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{Q}_i \mathbf{R}_i \quad (16)$$

其中, \mathbf{Q}_i 是一个 $N_t \times d_i$ 的次酉矩阵, \mathbf{R}_i 是一个 $d_i \times d_i$ 的矩阵。最后, 反向通信时干扰抑制矩阵 \mathbf{V}_i 可以被优化为

$$\mathbf{V}_i^{\text{opt}} = \mathbf{Q}_i \quad (17)$$

3.2 功率分配方案

注水功率分配可以提高 MIMO 的信道容量^[18], 根据矩阵奇异值的定义, 在误差 CSI 时, 第 i 对收发端之间的信道矩阵(正向和反向通信)对应的奇异值分别为

$$\left. \begin{aligned} \overline{\varphi}_i^m &= \sqrt{\text{eig}_m^{\text{ds}} \left(\left(\overline{\mathbf{H}}_{ii} - \mathbf{E}_{ii} \right) \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii} - \mathbf{E}_{ii} \right)^{\text{H}} \right)} \\ &= \sqrt{\text{eig}_m^{\text{ds}} \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii} \overline{\mathbf{H}}_{ii}^{\text{H}} + N_t \delta_{\text{E}}^2 \mathbf{I}_{N_t} \right)} \\ \underline{\varphi}_i^m &= \sqrt{\text{eig}_m^{\text{ds}} \left(\left(\overline{\mathbf{H}}_{ii}^{\text{H}} - \mathbf{E}_{ii}^{\text{H}} \right) \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii}^{\text{H}} - \mathbf{E}_{ii}^{\text{H}} \right) \right)} \\ &= \sqrt{\text{eig}_m^{\text{ds}} \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii}^{\text{H}} \overline{\mathbf{H}}_{ii} + N_r \delta_{\text{E}}^2 \mathbf{I}_{N_t} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中, $\text{eig}_m^{\text{ds}}(\bullet)$ 表示求取矩阵的第 m 个最大特征值, $\overline{\varphi}_i^m$ 和 $\underline{\varphi}_i^m$ 分别表示第 i 对收发端之间的信道矩阵(正向和反向通信)的第 m 个最大奇异值。

在给定用户 i 的功率 P_i 的情况下, 其最优解是 MIMO 信道的注水法功率分配^[18]。

$$\frac{P_i^m}{P_i} = \begin{cases} 1/\gamma_0 - 1/\gamma_m, & \gamma_m > \gamma_0 \\ 0, & \gamma_m \leq \gamma_0 \end{cases} \quad (19)$$

其中, γ_0 为某个门限值, P_i^m 表示用户 i 的第 m 个数据流应该分配的功率。

以正向通信时用户 i 为例, 具体的实现过程如下:

(1) 在正向通信中, 用户对 i 的信道矩阵对应的前 d_i 个最大的奇异值分别为 $\overline{\varphi}_i^1, \overline{\varphi}_i^2, \dots, \overline{\varphi}_i^{d_i}$, 且按降序排列, 在满功率时每一个子信道对应的信噪比分别为 $\gamma_1 = P_i (\overline{\varphi}_i^1)^2, \gamma_2 = P_i (\overline{\varphi}_i^2)^2, \dots, \gamma_{d_i} = P_i (\overline{\varphi}_i^{d_i})^2$ 。

(2) 按式(20)计算门限值 γ_0 。

$$\sum_{m=1}^{d_i} \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_m} \right) = 1 \longrightarrow \gamma_0 = \frac{d_i}{1 + \sum_{m=1}^{d_i} \frac{1}{\gamma_m}} \quad (20)$$

(3) 比较 γ_0 与 γ_{d_i} , 如果 $\gamma_0 < \gamma_{d_i}$, 此时, 获得最优的功率分配 $P_i^m = P_i \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_m} \right)$; 否则, 令 $d_i = d_i - 1$, 重复执行步骤(1), 步骤(2), 步骤(3)。

在反向通信时, 做类似地处理, 此处不再赘述。

3.3 算法总结

将第 3.1 节和 3.2 节描述的算法总结如下:

首先求取功率分配矩阵:

(1) 正向通信时, 按照 3.2 节功率分配的方法为每个用户数据流分配功率, 对应的功率分配矩阵如下:

$$\mathbf{E}(\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^{\text{H}}) = \text{diag}(P_i^1, P_i^2, \dots, P_i^{d_i}), \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (21)$$

(2) 反向通信时, 按照 3.2 节的注水功率分配算法求得功率分配矩阵:

$$\mathbf{E}(\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^{\text{H}}) = \text{diag}(P_i^1, P_i^2, \dots, P_i^{d_i}), \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (22)$$

其次, 求解最优干扰对齐矩阵 $\mathbf{U}_i^{\text{opt}}$ 和 $\mathbf{V}_i^{\text{opt}}$:

(1) 随机初始化 \mathbf{V}_j ($j = 1, 2, \dots, K$) 为均值为 0, 方差为 1 且维度为 $N_t \times d_j$ 的次酉矩阵, 即满足 $\mathbf{V}_j^{\text{H}} \mathbf{V}_j = \mathbf{I}_{d_j}$ 。

(2) 正向通信时, 将式(21)得到的功率分配矩阵代入式(10), 式(11), 式(12), 求得对应的最优干扰抑制矩阵 $\mathbf{U}_i^{\text{opt}}$ 。

(3) 反向通信时, 将式(22)得到的功率分配矩阵代入式(15), 式(16), 式(17), 求得反向通信时对应的最优干扰抑制矩阵 $\mathbf{V}_i^{\text{opt}}$ 。

(4) 重复执行步骤(2)和步骤(3), 直到收敛。

4 算法性能分析

4.1 算法收敛性分析

经过干扰抑制矩阵处理后, 接收端 i 的信干噪比 SINR 为

$$\text{SINR}_i = \frac{\text{tr}\left(\mathbf{U}_i^H \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \mathbf{V}_i^H \overline{\mathbf{H}}_{ii}^H + P_i \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r}\right) \mathbf{U}_i\right)}{\text{tr}\left(\mathbf{U}_i^H \mathbf{B}_i^T \mathbf{U}_i\right)} \quad (23)$$

其中，接收端 i 的干扰和噪声的协方差矩阵为

$$\mathbf{B}_i^T = \left[\sum_{j=1, j \neq i}^K \left(\overline{\mathbf{H}}_{ji} \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j \mathbf{s}_j^H \mathbf{V}_j^H \overline{\mathbf{H}}_{ji}^H + P_j \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \right) + \mathbf{I}_{N_r} \right] \quad (24)$$

为了使发送端 i 的信干噪比 SINR 最大，一方面，通过 3.2 节的注水功率分配提高信号质量，另一方面，通过式(10)，式(11)，式(12)求得最优的干扰抑制矩阵 \mathbf{U}_i 。可见 \mathbf{U}_i 可以最小化干扰空间并提高信号质量。在反向通信时，做类似的处理。通过迭代计算，逐步压缩干扰，并通过注水功率分配提高了信干噪比。

在本文 5.5 节中给出了用户平均信道容量与迭代次数关系的仿真图，进一步验证本文算法的收敛性及可行性。

4.2 误差 CSI 情况下的自由度分析

在完美 CSI 时，对接收端 i 而言，要使其收到的干扰被对齐在干扰抑制矩阵 \mathbf{U}_i 的零空间上，即 $\text{span}[\mathbf{H}_{1i} \mathbf{V}_1, \mathbf{H}_{2i} \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{H}_{ji} \mathbf{V}_j, \dots, \mathbf{H}_{Ki} \mathbf{V}_K] \in \text{null}[\mathbf{U}_i^H]$, $\forall j \neq i$ (25)

要使总自由度达到最大值 $K \min(N_r, N_t)/2$ ，式(25)相应变化为

$$\text{span}[\mathbf{H}_{1i} \mathbf{V}_1] = \text{span}[\mathbf{H}_{2i} \mathbf{V}_2] = \dots = \text{span}[\mathbf{H}_{ji} \mathbf{V}_j] = \dots = \text{span}[\mathbf{H}_{Ki} \mathbf{V}_K], \forall j \neq i \quad (26)$$

在误差 CSI 时干扰对齐的目标约束式为

$$\text{span}\left[\left(\overline{\mathbf{H}}_{1i} + \mathbf{E}_{1i}\right) \mathbf{V}_1, \dots, \left(\overline{\mathbf{H}}_{ji} + \mathbf{E}_{ji}\right) \mathbf{V}_j, \dots, \left(\overline{\mathbf{H}}_{Ki} + \mathbf{E}_{Ki}\right) \mathbf{V}_K\right] \in \text{null}[\mathbf{U}_i^H], \quad \forall i \in 1, 2, \dots, K, \quad j \neq i \quad (27)$$

由矩阵理论可知，式(27)的左边项所占的空间维度大于或者等于式(25)的左边项所占的空间维度，所以在误差 CSI 时每个用户所能达到的信息传输速率将变小。

4.3 误差 CSI 情况下的频谱效率分析

由式(4)和第3节分析可知，经过干扰安排处理后，接收端 i 的信号为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{U}_i^H \left(\overline{\mathbf{H}}_{ii} - \mathbf{E}_{ii} \right) \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i + \mathbf{U}_i^H \sum_{j=1, j \neq i}^K \left(\overline{\mathbf{H}}_{ji} - \mathbf{E}_{ji} \right) \mathbf{V}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{U}_i^H \mathbf{n}_i \quad (28)$$

且 $E(\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H) = \text{diag}(P_i^1, P_i^2, \dots, P_i^{d_i})$, $i = 1, 2, \dots, K$, $E(\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H) = \mathbf{I}_{N_r}$ 。

于是，误差 CSI 时系统的频谱效率为

$$R_{\text{sum}} = \sum_{i=1}^K \log_2 \left\{ \det \left[\mathbf{I}_{d_i} + \frac{\mathbf{Q}_{y_i y_i}}{\mathbf{Q}_{I_i I_i}} \right] \right\} \quad (29)$$

式中， $\det(\cdot)$ 表示求取方阵行列式， $\mathbf{Q}_{y_i y_i}$ 为用户 i 收到的期望信号的协方差矩阵，表示为

$$\mathbf{Q}_{y_i y_i} = \overline{\mathbf{H}}_{ii} \mathbf{V}_i \text{diag}(P_i^1, P_i^2, \dots, P_i^{d_i}) \mathbf{V}_i^H \overline{\mathbf{H}}_{ii}^H \mathbf{U}_i + \mathbf{U}_i^H P_i \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \mathbf{U}_i \quad (30)$$

$\mathbf{Q}_{I_i I_i}$ 为用户 i 收到的来自其他发射端干扰与噪声之和的协方差矩阵，表示为

$$\mathbf{Q}_{I_i I_i} = \mathbf{U}_i^H \sum_{j=1, j \neq i}^K \left(\overline{\mathbf{H}}_{ji} \mathbf{V}_j \text{diag}(P_j^1, P_j^2, \dots, P_j^{d_j}) \cdot \mathbf{V}_j^H \overline{\mathbf{H}}_{ji}^H + P_j \delta_E^2 \mathbf{I}_{N_r} \right) \mathbf{U}_i + \mathbf{I}_{d_i} \quad (31)$$

5 仿真结果及分析

考虑 $K=3$, $N_t=4$, $N_r=4$ ，每个用户的自由度为 2，收发天线间是平坦瑞利衰落信道，其元素服从均值为 0，方差为 1 的循环对称复高斯分布，信道误差的方差 σ_E^2 为 0.05。

接下来，将本文算法与 MAX-SINR IA^[15], Max-SINR-SCEK 算法^[16]进行比较。为更加全面地分析，我们还与 Robust MMSE IA^[6], Robust Min-IL IA^[10] 等进行了仿真比较。

5.1 完美 CSI 下的平均频谱效率

在完美 CSI 时对比了几种算法的平均频谱效率，如图 1 所示。不同于忽略数据流相关性的 MAX-SINR 算法，本文算法(平均功率分配)考虑了数据流间的相关性，从最大化 Rayleigh 熵的角度来设计干扰安排矩阵，并取最优干扰安排矩阵为原始干扰安排矩阵的酉形式，使得算法收敛加快且性能更优。所以本文算法(平均功率分配)较 MAX-SINR IA^[15]好；为了进一步减小干扰的影响并提高信号质量，本文算法(注水功率分配)采用简单的注水功率分配使功率分配更加合理，从图中可以看出，注水功率分配相比平均功率分配算法有一定的容量提升，这是因为有更多的信号功率分配在较好的子信道上传输。Robust MMSE IA^[6]和 MAX-SINR IA^[15]，都是以最大化信干噪比为优化目标，所以性能相近。而 Robust Min-IL IA^[10]侧重于减少干扰，并没有考虑信号的传输质量，所以性能最差。

5.2 误差 CSI 下的平均频谱效率

在误差 CSI 时对比了几种算法的平均频谱效率，如图 2 所示。本文算法从最大化 Rayleigh 熵的角度，在设计干扰安排矩阵时，压缩含有误差的干扰项和误差项所占的空间维度，并考虑提高信号的传输质量(包括功率分配等)，使更多的信号功率分配在较好的子信道上传输，从而提高信号质量。而文献[16]中 Max-SINR-SCEK 算法，其本质是一种稳健的 MAX-SINR 算法，并没考虑数据流相关性和功率分配，所以性能较本文算法差。而 Robust

MMSE IA 算法^[6]没有考虑每个数据流的信干噪比如何最大化,其性能不及 Max-SINR-SCEK 算法^[16]。而 Robust Min-IL IA 算法^[10]没有考虑提高信号本身的传输质量,所以其性能不及 Robust MMSE IA^[6]。

5.3 误差 CSI 下的平均能量效率

定义平均能量效率为 $\log_2 \{ \det(\mathbf{I}_{d_i} + \text{SINR}_i) \} / P_i$, 其单位为 bit/(Hz·J), 其中 P_i 表示发射端 i 的总发射功率。从图 3 可知, 在误差 CSI 时, 本文算法在平均能量效率上较 Robust Min-IL IA 算法^[10]、Robust MMSE IA 算法^[6]、Max-SINR-SCEK^[16]都有较大的提高。

5.4 具有信道误差时的误比特率(BER)

在误差 CSI 时, 采用 BPSK 调制下几种算法的 BER 性能如图 4 所示。由图可知, 本文算法相对于 Robust Min-IL IA 算法^[10]和 Robust MMSE IA 算法^[6]以及 Max-SINR-SCEK 算法^[16]而言, 系统的 BER 得到了改善。

5.5 误差 CSI 下的迭代次数与平均频谱效率

图 5(a)和图 5(b)分别为几种算法在每个用户发

射功率为 5 dB, 15 dB 时, 平均频谱效率与迭代次数关系的仿真。从图中可以看出, 在误差 CSI 时, 本文算法(注水功率分配), 本文算法(平均功率分配), Robust MMSE IA^[6]算法以及 Max-SINR-SCEK^[16]算法大概在 20 次左右趋于饱和, 而 Robust Min-IL IA^[10]的收敛速度要快一些, 大致在 12 次左右的迭代达到饱和。由图可知, 本文算法在迭代次数没有增加时, 提高了系统的性能。

6 结束语

本文研究了在实际 MIMO 系统中, 误差 CSI 使得性能恶化的情况, 提出了最大化信号 Rayleigh 熵的稳健干扰对齐算法。在处理干扰和误差项时, 充分考虑数据流间的相关性和数据流间的功率分配, 从最大化 Rayleigh 熵的角度来设计干扰安排矩阵。由仿真结果可知, 本文算法提高了频谱效率, 优化了 BER 性能, 有效地降低了误差 CSI 对系统的影响, 增强了系统的稳健性。

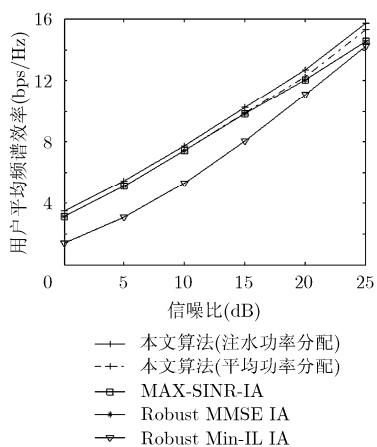


图 1 完美 CSI 时用户平均频谱效率

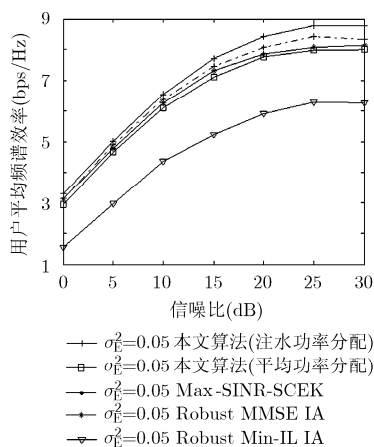


图 2 误差 CSI 时用户平均频谱效率

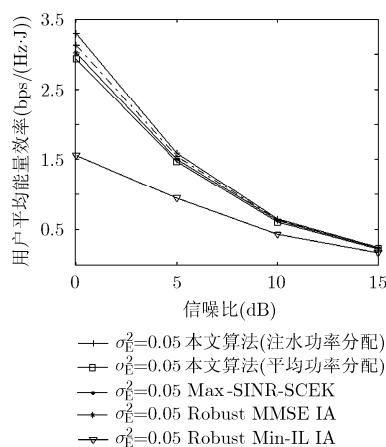


图 3 误差 CSI 时算法的能量效率

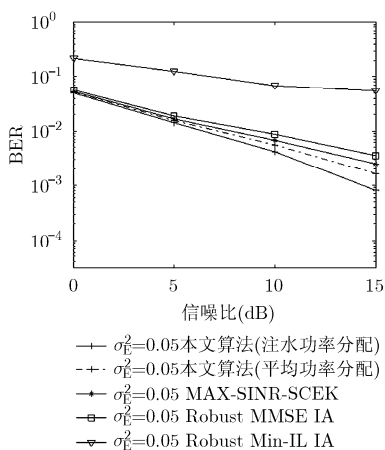
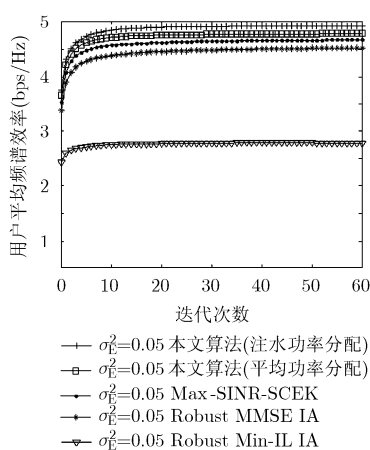
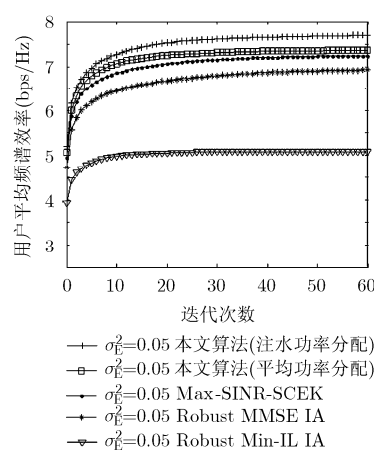


图 4 误差 CSI 时算法的 BER



(a) 在 5 dB 时



(b) 在 15 dB 时

图 5 用户平均频谱效率与迭代次数的关系

参考文献

- [1] NAURYZBAYEV G and ALSUSA E. Enhanced multiplexing gain using interference alignment cancellation in multi-cell MIMO networks[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(1): 357-369. doi: 10.1109/TIT.2015.2500583.
- [2] KIM Myeongjin, LEE Hyunho, and KO Youngchai. Limited feedback design for interference alignment on two-cell interfering MIMO-MAC[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015, 64(9): 4019-4030. doi: 10.1109/TVT.2014.2366470.
- [3] FARHADI H, WANG C, and SKOGLUND M. Ergodic interference alignment with limited feedback: power control and rate adaptation[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(12): 6679-6694. doi: 10.1109/TWC.2015.2457925.
- [4] 赵睿, 杨绿溪. 基于泊松点过程分布的多蜂窝协作系统中干扰对齐技术研究[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(5): 1194-1199. doi: 10.11999/JEIT140986.
- ZHAO Rui and YANG Luxi. Research on interference alignment technique in multi-cell cooperative systems based on Poisson point process[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(5): 1194-1199. doi: 10.11999/JEIT140986.
- [5] SCHMIDT D, SHI C, BERRY R, *et al.* Minimum mean squared error interference alignment[C]. Proceedings of the IEEE 43th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Asilomar, America, 2009: 1106-1110. doi: 10.1109/ACSSC.2009.5470055.
- [6] SHEN Hui, LI Bin, TAO Meixia, *et al.* MSE-based transceiver designs for the MIMO interference channel[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(11): 3480-3489. doi: 10.1109/TWC.2010.091510.091836.
- [7] TRESCH R and GUILLAUD M. Cellular interference alignment with imperfect channel knowledge[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Communications(ICC), Dresden, Germany, 2009: 1-5. doi: 10.1109/ICCW.2009.5208018.
- [8] FARHADI H, ZAIDI A A, FISCHIONE C, *et al.* Distributed interference alignment and power control for wireless MIMO interference networks with noisy channel state information[C]. Proceedings of the IEEE 11th International Black Sea Conference on Communications and Networking, Black Sea, Turkey, 2013: 23-27. doi: 10.1109/BlackSeaCom.2013.6623375.
- [9] HUANG Huang, LAU V K N, DU Yinggang, *et al.* Robust lattice alignment for K user MIMO interference channels with imperfect channel knowledge[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3315-3325. doi: 10.1109/TSP.2011.2135855.
- [10] 谢显中, 邵奇, 周志栋, 等. 非理想信道状态信息下的稳健干扰安排设计[J]. *北京邮电大学学报*, 2012, 35(3): 6-10.
- XIE Xianzhong, SHAO Qi, ZHOU Zhidong, *et al.* A robust interference alignment scheme with imperfect CSI used in multi-cell System[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2012, 35(3): 6-10.
- [11] 谢显中, 张森林, 肖正瑛. 一种基于 QR 分解的稳健干扰对齐算法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(8): 1957-1963. doi: 10.11999/JEIT141585.
- XIE Xianzhong, ZHANG Senlin, and XIAO Zhengying. A robust interference alignment algorithm based on QR decomposition[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(8): 1957-1963. doi: 10.11999/JEIT141585.
- [12] MAHMOUD A, EL Khamy M, and ELSAYED K. Interference alignment performance on MIMO X channels with imperfect channel knowledge[C]. Proceedings of the IEEE 13th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), Istanbul, Turkey, 2012: 239-243. doi: 10.1109/SPAWC.2012.6292901.
- [13] Razavi S M, Ratnarajah T, Masouros C, *et al.* Joint interference and phase alignment in multiuser MIMO interference channels[C]. Proceedings of the IEEE 2012 Conference Record of the Forty Sixth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR), Pacific Grove, CA, 2012: 1137-1141. doi: 10.1109/ACSSC.2012.6489198.
- [14] RAZAVI S M and RATNARAJAH T. Adaptively regularized phase alignment precoding for multiuser multi-antenna downlink[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015, 64(10): 4863-4869. doi: 10.1109/TVT.2014.2372754.
- [15] GOMADAM K, CADAMBE V R, and JAFAR S A. Distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(6): 3309-3322. doi: 10.1109/TIT.2011.2142270.
- [16] AQUILINA P and RATNARAJAH T. Performance analysis of IA techniques in the MIMO IBC with imperfect CSI[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2015, 63(4): 1259-1270. doi: 10.1109/TCOMM.2015.2408336.
- [17] 张贤达. 矩阵分析及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 71-73.
- ZHANG Xianda. *Matrix Analysis and Application*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 71-73.
- [18] GOLDSMITH A. *Wireless Communications*[M]. England, UK, Cambridge University Press, 2005: 303-305.
- 谢显中: 男, 1966年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为认知无线电、干扰对齐、预编码技术、通信信号处理、通信应用软件研究等。
- 李丹: 女, 1989年生, 硕士生, 研究方向为干扰对齐技术。
- 张森林: 男, 1987年生, 硕士生, 研究方向为干扰对齐技术。
- 雷维嘉: 男, 1969年生, 教授, 硕士生导师, 研究方向为无线通信技术、嵌入式系统的研究及开发。