

单快拍数据的分布式阵列 DOA 估计

向 洪^{*①} 王 俊^① 魏少明^① 高 越^② 毛士艺^①

^①(北京航空航天大学电子信息工程学院 北京 100191)

^②(航天恒星科技有限公司 北京 100086)

摘 要: 该文针对分布式阵列相干信号单次快拍波达方向估计问题, 提出一种基于状态空间平衡法的 1 维波达角估计算法。该算法首先直接利用单快拍数据以分布式阵列每个子阵单元进行 Hankle 矩阵构造, 然后采用状态空间平衡法, 分别获得低精度无模糊的子阵单元内 DOA 估计和高精度有模糊的子阵单元间 DOA 估计, 最后结合配对和解模糊算法获得高精度无模糊 DOA 估计。该算法不受信号形式限制, 可同时对相干信号和非相干信号进行处理, 能充分利用分布式阵列扩展阵列物理孔径特性, 获得较高的 DOA 估计精度。计算机仿真结果验证了所提算法的有效性。

关键词: DOA 估计; 分布式阵列; Hankle 矩阵; 解模糊

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)11-2767-07

DOI: 10.11999/JEIT160093

DOA Estimation of Distributed Array with Single Snapshot

XIANG Hong^① WANG Jun^① WEI Shaoming^① GAO Yue^② MAO Shiyi^①

^①(School of Electronics and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

^②(Space Star Technology Corporation, LTD, Beijing 100086, China)

Abstract: An algorithm of Directions Of Arrival (DOA) estimation based on the state-space method is proposed to deal with the problem of estimating DOA of multiple source signals from a single observation vector of distributed array. Hankle matrixes are firstly constructed by using the single snapshot of every subarray element. Then low accuracy and unambiguous DOA estimations are obtained by the single subarray, while high accuracy and ambiguous DOA estimations are obtained by the distributed array. Finally, high accuracy and unambiguous DOA estimations are obtained by using automatic pairing decorrelating. This algorithm has no relations with the correlation signals and can fully take advantage of the large aperture to acquire high DOA estimation. Computer simulation results confirm the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: DOA estimation; Distributed array; Hankle matrix; Decorrelating

1 引言

波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计是当前阵列信号处理领域的研究热点, 其原理是利用阵列传感器组接收到的回波信号估计信源位置和方位^[1]。早期的 DOA 估计算法如常规波束形成法(Conventional Beam-Forming, CBF)^[2]直接利用空域各阵元的接收数据替代传统时域处理中的时域数

据, 但是其无法突破瑞利限。为了突破瑞利限, 基于空间谱估计技术的超分辨算法得到发展。其中的典型算法包括多重信号分类(MULTIPLE SIGNAL CLASSIFICATION, MUSIC)^[3,4]算法和旋转不变子空间(Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)^[5,6]算法。MUSIC 算法易于实现精度高且对任意阵列都能适用, 但是其计算量巨大, 需要进行谱峰搜索。ESPRIT 算法对阵列要求较高, 需要两个子阵满足旋转不变性, 但是其计算量相对较少。两者都需要利用多次快拍数据构造协方差矩阵, 在处理相关或相干信号时, 需要进行空间平滑^[7]、矩阵重构^[8]等解相干预处理, 进而进行 DOA 估计。然而在实际信号环境中, 多径效应和复杂的电磁干扰会产生大量的相关或相干信号, 同时高速运动目标对系统的实时性要求高,

收稿日期: 2016-01-19; 改回日期: 2016-06-08; 网络出版: 2016-09-01

*通信作者: 向洪 xianghong926@gmail.com

基金项目: 国家自然科学基金(61471019, 61501011, 61501012), 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-15-GJSYS-0068), 重点实验室基金(9140C800101140C80331)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61471019, 61501011, 61501012), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-15-GJSYS-0068), The Key Laboratory Foundation (9140C800101140C80331)

接收到的有效数据仅有几次快拍数据, 基于大量快拍数据的 DOA 估计算法在现有硬件系统情况下无法满足实际需要, 为此利用单快拍数据进行 DOA 估计^[9-12]成为一种解决方案。文献[9]直接利用接收的快拍数据构造 Hankle 矩阵作为伪协方差矩阵, 进而利用空间谱估计的方法进行 DOA 估计, 但是该方法类似于 MUSIC 算法, 仍然需要进行谱峰搜索, 因此计算量较大。文献[10]则在文献[9]的基础上为了不损失阵列自由度, 提出了采用 Toeplitz 矩阵作为伪协方差矩阵, 但其矩阵重构机理需要入射信号类型是初始相位为零的非圆信号, 在实际情况下, 该约束条件几乎不可实现, 因此很难推广应用^[11]。而文献[12]则在文献[10]的基础上提出了一种基于加权求和的方式构造伪协方差矩阵, 该算法可充分利用单快拍数据, 更具一般性。

但是上述算法仅在单个阵列的基础上进行研究, 而以分布式阵列作为平台的研究则相对较少。文献[13-15]提出了基于 ESPRIT 的双尺度分布式阵列 DOA 估计方法, 首先通过子阵列获得无模糊精度较低的子阵单元内 DOA 估计, 再利用阵列间的旋转不变性获得有模糊但精度高的子阵单元间 DOA 估计, 最后通过解模糊获得无模糊精度高的 DOA 估计, 但是在低信噪比条件下, 算法的 DOA 估计性能将明显下降。文献[16]则提出了基于 ESPRIT 算法的多尺度的 DOA 估计方法, 在不增加阵元数的情况下, 可降低信噪比门限。但是这些方法都针对的是多快拍数据, 且无法直接对相干信号源进行处理, 因此本文提出了针对相干信号源的单快拍数据分布式阵列 DOA 估计方法。该方法首先利用接收的单快拍数据构造 Hankle 矩阵作为伪协方差矩阵, 然后利用分布式阵列子阵单元内和子阵单元间的空间旋转不变性, 采用状态空间平衡法分别获得无模糊精度低的子阵单元内 DOA 估计和有模糊精度高的子阵单元间 DOA 估计, 最后通过配对和解模糊算法, 采用逐次递推的方式, 获得分布式阵列的 DOA 高精度估计。

2 分布式阵列回波建模

构造如图 1 所示的分布式均匀线性阵列, 阵列由单元子阵 S_0, S_1, \dots, S_n 构成, 单元子阵阵列由各向同性且均匀分布的线阵构成, 每个单元子阵阵元数为 M , 单元子阵相邻阵元间距 $d \leq \lambda/2$, λ 为接收信号波长; 其中 S_0 为基准单元阵, $S_i (i \geq 0)$ 表示第 i 个子阵单元, 基准单元阵 S_0 与子阵单元 S_i 间距为 $B_i = l_i d (i = 1, 2, \dots, n)$, B_1 表示基准单元阵与子阵单元间最短基线间距; B_n 表示基准单元阵与子阵单元

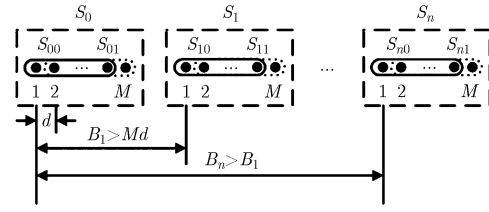


图 1 分布式均匀线性阵列示意图

间最长基线间距, l_i 称为空域分辨增益^[14], 满足 $l_n > l_{n-1} > \dots > l_2 > l_1 > M$; S_{n0} 表示第 n 个单元基准阵子阵前 $M-1$ 个阵元所组成的阵列, S_{n1} 表示第 n 个单元基准阵子阵后 $M-1$ 个阵元所组成的阵列。

假设 K 个远场窄带点源信号入射到分布式阵列上, $s_i(t) (i = 1, 2, \dots, K)$ 为入射信号, $\theta_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 为信号入射方向; 噪声为零均值加性高斯白噪声, 其方差为 σ_n^2 ; 不考虑通道不一致、互耦等因素影响, 以基准单元阵 S_0 第 1 个阵元作为参考阵元, 可得到第 i 个入射信号到第 $m (m \leq M)$ 个阵元的延时为

$$\tau_{mi} = \frac{(m-1)d \sin \theta_i}{c}, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

对于远场窄带信号, 有式(2)成立。

$$s_i(t - \tau_{mi}) \approx s_i(t) \exp(-j\omega_0 \tau_{mi}) \quad (2)$$

$\omega_0 = 2\pi f = 2\pi c / \lambda$ 为接收信号的频率, 令 $\mu_{ci} = -\omega_0 d \sin \theta_i / c$, 代入式(1)和式(2), 可得 S_0 中第 m 个阵元的接收信号为

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^K g_{mi} (e^{j\mu_{ci}})^{m-1} s_i(t) + n_m(t) \quad (3)$$

将式(3)推广至分布式阵列中可得第 n 个子阵单元第 m 个阵元的接收信号为

$$x_{n,m}(t) = \sum_{i=1}^K g_{n,mi} (e^{j\mu_{ci}})^{m-1} (e^{j\mu_{ci}})^{l_n} s_i(t) + n_{n,m}(t) \quad (4)$$

式中, g_{nmi} 表示第 n 个子阵单元第 m 个阵元对第 i 个信号的增益; 将式(4)写为矩阵形式, 可得

$$x_{n,m}(t) = \mathbf{G} \mathbf{Q}^{m-1} \mathbf{F}_n \mathbf{S} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{G} = [g_{nm1} \ g_{nm2} \ \dots \ g_{nmK}]$ 为增益矩阵; $\mathbf{S} = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_K(t)]^T$ 为信号矢量。

\mathbf{Q} 为对角矩阵, 称为子阵单元内估计算子^[5], 其表示式如式(6)所示。

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(e^{j\mu_{c1}} \ e^{j\mu_{c2}} \ \dots \ e^{j\mu_{cK}}) \quad (6)$$

\mathbf{F}_n 为对角矩阵, 称为子阵单元间估计算子^[5], 令 $\mu_{fni} = \mu_{ci} l_n$, 则 $\mu_{fni} = -\omega_0 B_n \sin \theta_i / c$, \mathbf{F}_n 可表示为

$$\mathbf{F}_n = \begin{cases} \mathbf{I}, & n = 0 \\ \text{diag}(e^{j\mu_{fn1}} \ e^{j\mu_{fn2}} \ \dots \ e^{j\mu_{fnK}}), & n > 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中, \mathbf{I} 表示单位矩阵, 若能估计 \mathbf{Q} 矩阵的对角线

元素相位, 则可得信号的入射方向 θ_i 的无模糊精度低的子阵单元内 DOA 估计, 若能估计 \mathbf{F}_n , 则可得信号入射方向 θ_i 的有模糊精度高的子阵单元间 DOA 估计。

3 分布式阵列 DOA 估计方法

3.1 Hankle 矩阵构造

将子阵单元 S_n 划分为两个子阵单元 S_{n0} 和 S_{n1} , 其中 S_{n0} 由子阵单元 S_n 的前 $M-1$ 个阵元构成, S_{n1} 由子阵单元 S_n 的后 $M-1$ 个阵元构成, 因此子阵单元 S_{n0} 和子阵单元 S_{n1} 的接收数据分别为

$$\mathbf{X}_{n0} = [x_{n,1} \ x_{n,2} \ \cdots \ x_{n,M-1}]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_{n1} = [x_{n,2} \ x_{n,3} \ \cdots \ x_{n,M}]^T \quad (9)$$

利用子阵单元 S_{n0} 的单快拍数据 \mathbf{X}_{n0} 构造 Hankle 矩阵 \mathbf{H}_{n0} , 如式(10)所示。

$$\mathbf{H}_{n0} = \begin{bmatrix} x_{n,1}(t) & x_{n,2}(t) & \cdots & x_{n,M-M_R}(t) \\ x_{n,2}(t) & x_{n,3}(t) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ x_{n,M_R}(t) & \cdots & & x_{n,M-1}(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

再利用阵列 S_{n1} 上的单快拍数据 \mathbf{X}_{n1} 构造 Hankle 矩阵 \mathbf{H}_{n1} , 如式(11)所示。

$$\mathbf{H}_{n1} = \begin{bmatrix} x_{n,2}(t) & x_{n,3}(t) & \cdots & x_{n,M-M_R+1}(t) \\ x_{n,3}(t) & x_{n,4}(t) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ x_{n,M_R+1}(t) & \cdots & & x_{n,M}(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

由文献[16], Hankle 矩阵 \mathbf{H}_{n0} 和 \mathbf{H}_{n1} 可表示为式(12)形式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_{n0} &= \mathbf{A}_1 \mathbf{R} \mathbf{s} \mathbf{A}_2^T \\ \mathbf{H}_{n1} &= \mathbf{A}_1 \mathbf{R} \mathbf{s} \mathbf{A}_3^T \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{A}_1 \in \mathbb{C}^{M_R \times K}$, $\mathbf{A}_2 \in \mathbb{C}^{(M-M_R) \times K}$, $\mathbf{A}_3 \in \mathbb{C}^{(M-M_R) \times K}$ 为范德蒙矩阵, 且 $\mathbf{R} \mathbf{s} = \text{diag}[s_1(t) \ s_2(t) \ \cdots \ s_K(t)]$, 若 $M_R \geq K$, $M-M_R \geq K$, 且 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)$ 不为零, 则矩阵 \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 , \mathbf{A}_3 , $\mathbf{R} \mathbf{s}$ 的秩等于入射信号个数 K , 进而可得本文构造的 Hankle 矩阵的秩为入射信号个数 K , 与入射信号之间的相关性无关。因此本文算法可不受信号形式限制, 可同时对待相干信号和非相干信号进行处理。同时可说明本文利用单快拍数据构造的 Hankle 矩阵 \mathbf{H}_{n0} 和 \mathbf{H}_{n1} 包含了入射信号的全部信息, 从而为利用单快拍数据进行高精度 DOA 估计提供了可能。对于单个子阵, 当 $M_R = \lfloor M/2 \rfloor$ 时, 可得最大波达角个数 $K_R = \lfloor M/2 \rfloor$; 对于整个分布式阵列, 在后续算法分析中可知其受限于单个子阵阵元个数, 因此分布式阵列的最大可估计波达角个数等于单个子阵的最大可估计波达角

个数, 为 $K_R = \lfloor M/2 \rfloor$ 。若为获得最佳估计精度, 可调整 M_R 的值。虽然可获得更高的精度, 但是由于 M_R 的值改变会导致可估计的最大波达角个数会相应减少, 且算法的估计性能对噪声的鲁棒性会降低, 因此再根据实际需求调整 M_R 的值。

3.2 子阵单元内 DOA 估计

考虑基准单元阵 S_0 的两个内部子阵单元 S_{00} 和 S_{01} , 将 $x_{0,m}(t) = \mathbf{G} \mathbf{Q}^{m-1} \mathbf{F}_0 \mathbf{S} + n_m(t)$ 代入式(10), 由于 $\mathbf{F}_0 = \mathbf{I}$, 因此可将矩阵 \mathbf{H}_{00} 因式分解为观察矩阵 \mathbf{O} 和控制矩阵 \mathbf{C} [17,18], 如式(13)所示。

$$\mathbf{H}_{00} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} \mathbf{Q}^0 \\ \mathbf{G} \mathbf{Q}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{G} \mathbf{Q}^{M_R-1} \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}^0 \mathbf{S} & \mathbf{G}^1 \mathbf{S} & \cdots & \mathbf{G}^{M-M_R-1} \mathbf{S} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \quad (13)$$

矩阵 \mathbf{H}_{01} 可分解为观察矩阵 \mathbf{O} 、控制矩阵 \mathbf{C} 以及子阵单元内估计算子 \mathbf{Q} , 如式(14)所示。

$$\mathbf{H}_{01} = \mathbf{O} \mathbf{Q} \mathbf{C} \quad (14)$$

为了得到观察矩阵 \mathbf{O} 和控制矩阵 \mathbf{C} , 对 \mathbf{H}_{00} 矩阵进行奇异值分解, 如式(15)所示。

$$\mathbf{H}_{00} = \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s^H & \mathbf{V}_n^H \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中, \mathbf{W} 矩阵包含了 \mathbf{H}_{00} 矩阵的所有奇异值, \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 矩阵包含了相应的特征向量。 \mathbf{W} 矩阵中的奇异值可利用 AIC 准则[19]或 MDL 准则[20]估计出入射信号个数, 其中大的奇异值对应于信号 \mathbf{W}_s , 小的奇异值对应于噪声 \mathbf{W}_n 。利用估计的入射信号个数 K , 可以将 \mathbf{U} , \mathbf{W} 和 \mathbf{V}^H 中的噪声部分截断, 从而获得秩为 K 的 Hankle 矩阵。

$$\widehat{\mathbf{H}}_{00} = \mathbf{U}_{1:K} \mathbf{W}_{1:K,1:K} \mathbf{V}_{1:K}^H = \widehat{\mathbf{O}} \widehat{\mathbf{C}} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{U}_{1:K}$ 为 \mathbf{U} 矩阵的前 K 列, $\mathbf{W}_{1:K,1:K}$ 为 \mathbf{W} 阵的前 K 个特征值, $\mathbf{V}_{1:K}$ 为 \mathbf{V} 阵的前 K 列。同时, 可得到观察矩阵 $\widehat{\mathbf{O}}$ 和控制矩阵 $\widehat{\mathbf{C}}$:

$$\widehat{\mathbf{O}} = \mathbf{U}_{1:K} \sqrt{\mathbf{W}_{1:K,1:K}} \triangleq \mathbf{O} \mathbf{T}_q^{-1} \quad (17)$$

$$\widehat{\mathbf{C}} = \sqrt{\mathbf{W}_{1:K,1:K}} \mathbf{V}_{1:K}^H \triangleq \mathbf{T}_q \mathbf{C} \quad (18)$$

由于 $\mathbf{H}_{01} = \mathbf{O} \mathbf{Q} \mathbf{C}$, 采用最小二乘法求解, 可提取出 $\widehat{\mathbf{Q}}$:

$$\widehat{\mathbf{Q}} = \widehat{\mathbf{O}}^+ \mathbf{H}_{01} \widehat{\mathbf{C}}^+ \triangleq \mathbf{T}_q^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{T}_q \quad (19)$$

其中, \mathbf{T}_q 为非奇异矩阵, 可使矩阵 $\widehat{\mathbf{Q}}$ 对角化。令 λ_{ci} 为矩阵 $\widehat{\mathbf{Q}}$ 的特征值, 可得阵列内 DOA 估计为

$$\mu_{ci} = \arg(\lambda_{ci}), i = 1, 2, \dots, K \quad (20)$$

$$\widehat{\theta}_{ci} = \arcsin \left[\frac{c}{-j\omega_0 d} \mu_{ci} \right], i = 1, 2, \dots, K \quad (21)$$

3.3 子阵单元间 DOA 估计

由于分布式阵列子阵间存在空域旋转不变性, 可选择基准单元阵 S_0 与子阵 S_n 进行子阵单元间 DOA 估计, 为了后续计算方便以及解模糊, 本文利用分布式阵列子阵单元 S_{00} 与 S_{n0} 之间存在的空域旋转不变性, 将式(5)代入式(10)和式(11)中, 类似于子阵单元内分解, 虽然子阵阵元数减少 1, 但存在式(22):

$$\mathbf{H}_{n0} = \mathbf{O}\mathbf{F}_n\mathbf{C} \quad (22)$$

由于式(22)与式(14)具有相同的形式, 因此可采用状态空间平衡法获取子阵单元间估计算子为

$$\widehat{\mathbf{F}}_n = \widehat{\mathbf{O}}^+ \mathbf{H}_{n0} \widehat{\mathbf{C}}^+ \triangleq \mathbf{T}_{fn}^{-1} \mathbf{F}_n \mathbf{T}_{fn} \quad (23)$$

令 λ_{fni} 为矩阵 $\widehat{\mathbf{F}}_n$ 的特征值, 则可获得子阵单元间 DOA 估计为

$$\mu_{fni} = \arg(\lambda_{fni}), i = 1, 2, \dots, K \quad (24)$$

由于基准单元阵 S_{00} 与子阵单元 S_{n0} 之间基线距离 $B_n = l_n d \gg \lambda/2$, μ_{fni} 会出现以 2π 为周期的相位模糊, 因此需要对式(24)进行相位解模糊, 求出相位缠绕次数 n_k [14]。

3.4 配对和解模糊

由于 λ_{ci} 为矩阵 $\widehat{\mathbf{Q}}$ 的特征值, λ_{fni} 为矩阵 $\widehat{\mathbf{F}}_n$ 的特征值, 但是对矩阵 $\widehat{\mathbf{Q}}$ 和矩阵 $\widehat{\mathbf{F}}_n$ 分别进行特征值分解, 则在多个入射信号入射条件下, 得到的特征值矩阵的特征值顺序是随机的, 因此在进行相位解缠绕时需要将特征值 λ_{ci} 和特征值 λ_{fni} 进行配对。配对方法可采用文献[21]的方法进行, 但是通过对式(19)和式(23)进行分析, 当 $n > 0$ 时, $\mu_{fni} = \mu_{ci} l_n$, 可得 $\mathbf{F}_n = \mathbf{Q}^{l_n}$ 。式(19)中的非奇异矩阵 \mathbf{T}_q , 同样能够使式(23)中的 $\widehat{\mathbf{F}}_n$ 对角化。因此可利用矩阵 $\widehat{\mathbf{Q}}$ 特征向量 \mathbf{T}_q 作为矩阵 $\widehat{\mathbf{F}}_n$ 的特征向量 \mathbf{T}_{fn} , 可直接对矩阵 $\widehat{\mathbf{F}}_n$ 进行对角化处理。而矩阵 $\widehat{\mathbf{Q}}$ 和矩阵 $\widehat{\mathbf{F}}_n$ 由于进行了相同的矩阵变换, 因此两者得到的特征值将一一对应。同时利用该方法不再需要对矩阵 $\widehat{\mathbf{F}}_n$ 进行特征值分解, 从而可降低计算量。

由于 $B_n \gg \lambda/2$, $\mu_{fni} \in [-\pi, \pi]$, 因此 μ_{fni} 是模糊的, 可能是以 2π 为周期模糊的, 因此需要解模糊, 这里我们可以通过式(20)的结果进行解模糊计算。由于 μ_{fni} 是以 2π 为周期模糊的, μ_{ci} 为无模糊的, 而 μ_{fni} 和 μ_{ci} 分别存在式(25)和式(26):

$$2\pi n_k + \mu_{fni} = -\frac{c}{j\omega_0 B_n} \sin \theta_{fni}, i = 1, 2, \dots, K \quad (25)$$

$$\mu_{ci} = -\frac{c}{j\omega_0 d} \sin \theta_{ci}, i = 1, 2, \dots, K \quad (26)$$

由于 $\theta_{fni} \approx \theta_{ci}$, 结合式(25)和式(26), 可得

$$n_i = \text{round} \left[\frac{1}{2\pi} \left(-\frac{B_n}{d} \frac{c}{j\omega_0 d} \sin \theta_{ci} - \mu_{fni} \right) \right], \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (27)$$

其中, $\text{round}[\cdot]$ 表示取整运算符。进而可得无模糊的角度估计:

$$\widehat{\theta}_{fni} = \arcsin \left(\frac{c}{-j\omega_0 d} (2\pi n_i + \mu_{fni}) \right), i = 1, 2, \dots, K \quad (28)$$

由于式(28)中基于多基线的方法在解缠绕过程中, 只利用了基准单元阵 S_0 , 而分布式子阵之间相互利用的信息较少。所以本文采用首先利用基准单元阵 S_0 获得的精度低无模糊的子阵单元内 DOA 估计与最短基线子阵单元 S_1 进行解模糊, 获得精度较高无模糊的子阵单元间 DOA 估计 θ_{f1i} ; 然后再利用上一步获得的精度较高无模糊的阵列间 DOA 估计值 θ_{f1i} 作为新的基准值与后续较长基线子阵 S_i 进行解模糊, 逐次递推, 最终获得最长基线子阵 S_n 的高精度无模糊 DOA 估计 θ_{fni} 。

综上所述, 本文提出的单快拍数据分布式阵列 DOA 估计算法步骤如下:

(1) 获取每个子阵单元 S_0, S_1, \dots, S_n 接收的单快拍数据;

(2) 根据获得的单快拍数据构造 Hankle 矩阵 $H_{00}, H_{01}, H_{10}, H_{11}, \dots, H_{n0}, H_{n1}$;

(3) 通过 Hankle 矩阵 H_{00} 进行奇异值分解, 进而获取观察矩阵 $\widehat{\mathbf{O}}$ 和控制矩阵 $\widehat{\mathbf{C}}$;

(4) 通过观察矩阵 $\widehat{\mathbf{O}}$ 和控制矩阵 $\widehat{\mathbf{C}}$, 采用最小二乘法求解, 获取子阵单元内估计值 $\widehat{\mathbf{Q}}$ 和子阵单元间估计值 $\widehat{\mathbf{F}}_1, \widehat{\mathbf{F}}_2, \dots, \widehat{\mathbf{F}}_n$;

(5) 通过对矩阵 $\widehat{\mathbf{Q}}$ 进行特征值分解, 获取非奇异阵 \mathbf{T}_q 及子阵单元内估计值 μ_{ci} , 并进一步获得 DOA 估计值 $\widehat{\theta}_{ci}$;

(6) 通过非奇异阵 \mathbf{T}_q 及矩阵 $\widehat{\mathbf{F}}_1, \widehat{\mathbf{F}}_2, \dots, \widehat{\mathbf{F}}_n$, 分别获得 $\mu_{f1i}, \mu_{f2i}, \dots, \mu_{fni}$;

(7) 利用阵列间估计值 $\widehat{\theta}_{ci}$ 及 $\mu_{f1i}, \mu_{f2i}, \dots, \mu_{fni}$, 采用逐次递推方式, 获得高精度无模糊 DOA 估计值 $\widehat{\theta}_{fni}$ 。

4 仿真及分析

为验证本文提出的单快拍数据的分布式阵列 DOA 估计方法, 本文从如下 3 个方面进行算法仿真和分析。

仿真 1 验证算法对相关信号的解相关能力 4 个完全相干的远场窄带信号入射角分别为 -25° , 0° , 15° 和 35° 。分布式阵列布阵方式按照图 2 所示阵列结构模型的多基线方式进行布阵。其中总阵元数为 48, 由 3 个子阵组成, 每个单元子阵阵元数为 16, 阵元间距设置为 $d = \lambda/2$, 子阵单元 S_0 与子阵单元 S_1 间距设置为 $32d$, 子阵单元 S_0 与子阵单元 S_2 间距设置为 $144d$, 处理数据为单快拍数据。

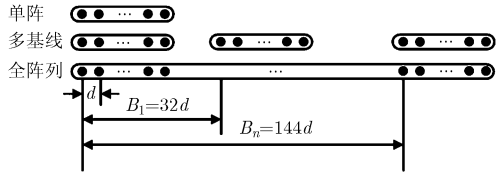


图 2 阵列结构模型

在信噪比 SNR=20 dB 情况下进行 10000 次 Monte-Carlo 仿真实验。图 3 给出了分布式阵列估计值的分布柱状图，其中图 3(a)为分布式阵列子阵内估计值分布柱状图，图 3(b)为分布式阵列子阵单元间估计值分布柱状图。对比图 3(a)和图 3(b)，可看出多相干入射信号条件下，子阵单元内 DOA 估计值柱状分布图相对分散，以 -25° 入射信号为例，其在 10000 次 Monte-Carlo 实验估计值在区间 $[-28^\circ -22^\circ]$ 呈高斯分布，在真实值 -25° 最高峰值不超过 70 次，方差较大；而子阵间 DOA 估计值柱状分布图则相对集中，其在 10000 次 Monte-Carlo 实验估计值在区间 $[-26.5^\circ -23.5^\circ]$ 呈高斯分布，在真实值 -25° 最高峰值接近 400 次，方差相对较小。显然，在多相关信号入射条件下，本文算法一方面较好地实现了子阵单元内 DOA 估计与子阵单元间 DOA 估计的解相关，都获得了较为准确的 DOA 估计值；另一方面相比于较低精度的子阵单元内 DOA 估计，获得了更高精度的子阵单元间 DOA 估计，说明本文算法较好地解决了子阵单元内 DOA 估计与子阵单元间 DOA 估计的配对和解模糊问题，同时由于分布式子阵单元间估计利用的阵列的物理孔径明显大于单个子阵单元的阵列物理孔径，因此子阵单元间 DOA 估计值精度明显高于子阵单元内 DOA 估计值。

仿真 2 验证单快拍数据分布式阵列扩展孔径的有效性 2 个远场窄带信号入射角分别为 5° 、 35° 。分布式阵列布阵方式选择图 2 阵列结构模型的多基线分布式阵列布阵方式；与单阵和相同孔径的全阵列进行对比。处理数据均为单快拍数据，其中 SNR 范围设置为 $0 \sim 20$ dB，步长为 2 dB，在每个 SNR 条件下进行 1000 次 Monte-Carlo 仿真实验。算法的均方根误差 (Root-Mean-Square Error, RMSE) 定义如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MK} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_{mk} - \theta_k)^2} \quad (29)$$

式中， M 为独立试验次数， K 为入射信号个数， $\hat{\theta}_{mk}$ 为第 k 个入射信号 DOA 的第 m 次估计值， θ_k 为第 k 个入射信号的真实值。图 4 给出了单阵，多基线分

布式阵列，以及全孔径阵列的 RMSE 随 SNR 的变化图。单阵-本文算法和全阵列-本文算法采用的算法为本文提出的子阵单元内 DOA 估计算法，直接利用单个子阵数据进行 DOA 估计；多基线-本文算法采用的算法为本文提出的分布式阵列 DOA 估计方法，利用子阵单元内 DOA 估计算法和子阵单元间 DOA 估计算法，经过配对和解模糊获得高精度 DOA 估计。同时将本文算法与文献[13,15]的单站-ESPRIT，多基线-ESPRIT，全阵列-ESPRIT 算法(快拍次数为 100 次)分别从相干入射信号和非相干信号进行比较。从图 4(a)可看出，在非相干信号入射条件下，本文算法和基于 ESPRIT 的多快拍算法均达到了较好的估计性能。在高信噪比(SNR>10 dB)下，本文算法相比于多基线-ESPRIT 算法略有不足，其主要原因为本文算法仅适用地单快拍数据，而多基线-ESPRIT 则使用了 100 次快拍数据；但是在低信噪比(SNR<10 dB)条件下，本文算法的性能优于多基线-ESPRIT 算法，其主要原因为本文算法对子阵单元内矩阵变换和子阵单元间矩阵变换采用了相同的矩阵变换方法，在低信噪比仍然能较好地实现子阵单元内 DOA 估计与子阵单元间 DOA 估计的配对，而多基线-ESPRIT 算法则是利用特征值对应的特征向量包含信源信息，同一信源对应的列向量内积为 1，不同为 0，其在低信噪比条件下获得的配对矩阵是不准确的。从图 4(a)中，可发现多基线-ESPRIT 性能比全阵列-ESPRIT 性能好，是因为该算法在平移量为一个半波长时，性能并不能达到最优，不能逼近均匀阵理论值，而多基线-ESPRIT 的精估计则可很好地逼近理论值^[22]。从图 4(b)可看出，本文的算法仍能较好地实现较高精度 DOA 估计性能，但是基于 ESPRIT 的多快拍数据算法则失效，必须经过解相关算法，才能进行下一步处理。对比图 4(a)和图 4(b)，可发现信号的相关性会影响本文算法的性能，对于相干信号，本文算法需要在较高的信噪比条件下，才能得到较为精确的 DOA 估计值；对于非相干信号，本文算法可在较低信噪比条件下，实现精确的 DOA 估计。

仿真 3 仿真基线间距和信噪比对多基线分布式阵列估计精度的影响 多基线分布式阵列首先利用两个子阵单元间的较短基线距离，获得了在低信噪比条件下较高 DOA 估计值，然后利用其对长基线分布式阵列估计值进行解模糊，最终获得了在低信噪比条件下的高精度估计性能。布阵方式分别选择图 2 阵列结构模型的多基线分布式阵列，单元子阵阵元数为 16；2 个远场窄带信号入射角分别为 5° 、 35° ；子阵单元 S_0 与子阵单元 S_1 间距设置为 $32d$ ，

子阵单元 S_0 与子阵单元 S_2 间距设置为 $32d \sim 320d$ 变化, 步长为 $16d$, 其中 $d = \lambda/2$; 非相干信号入射时, SNR 分别设置为 3 dB, 6 dB 和 9 dB; 相干信号入射时, SNR 分别设置为 12 dB, 15 dB 和 18 dB。从图 5 可看出, 在相同的信噪比条件下, 多基线分布式阵列的 RMSE 随着基线距离的增大存在基线距离门限效应, 在小于基线距离门限条件下, 其 RMSE 随着基线距离增大而变小, 在大于基线距离门限条件下, 其 RMSE 随着基线距离增大而变大; 当信噪比不同, 分布式阵列的基线门限也不同, 信噪比越低, 基线距离门限越小, 信噪比越高, 基线距离门限越大。同时对比图 5(a)和图 5(b), 当入射信号为相干信号源时, 分布式阵列需要更高的信噪比才能获得与非相干信号源相同的 DOA 估计性能

5 结论

针对分布式阵列相干信号单次快拍波达方向估计问题, 本文基于状态空间平衡法的 1 维波达角估计算法实现了分布式阵列 DOA 估计。通过对仿真分析可知, 相比于传统的单阵列 DOA 估计, 本文算法通过对多个单元子阵进行分布式优化布阵, 实现了阵列物理孔径扩展, 可在较低信噪比条件基本达到一个大孔径天线的相当的 DOA 估计性能, 特别适用于一些雷达为了战场机动性以及当前硬件水平限制, 无法直接制造大孔径雷达的情况; 同时本文算法不受信号形式限制, 可同时对待相干信号和非相干信号进行处理。因此本文算法对于解决单快拍数据分布式阵列 DOA 估计方法提供了一种较好的解决方案。

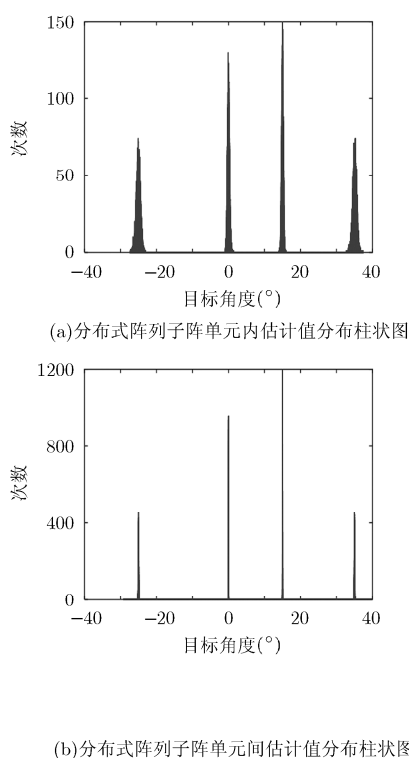


图 3 分布式阵列估计值分布柱状图

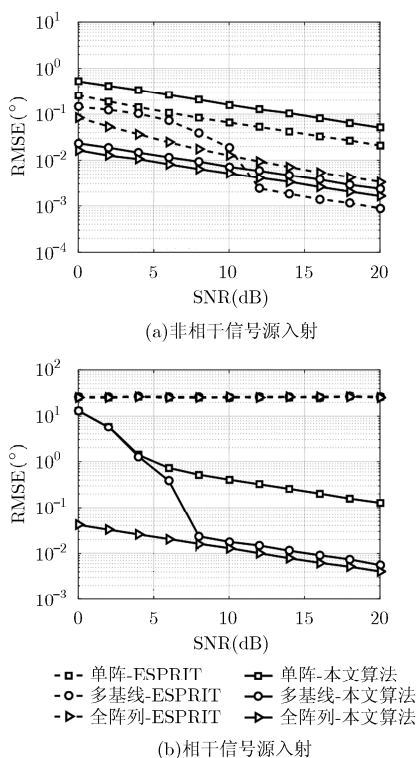


图 4 分布式阵列 DOA 估计 RMSE 随 SNR 变化

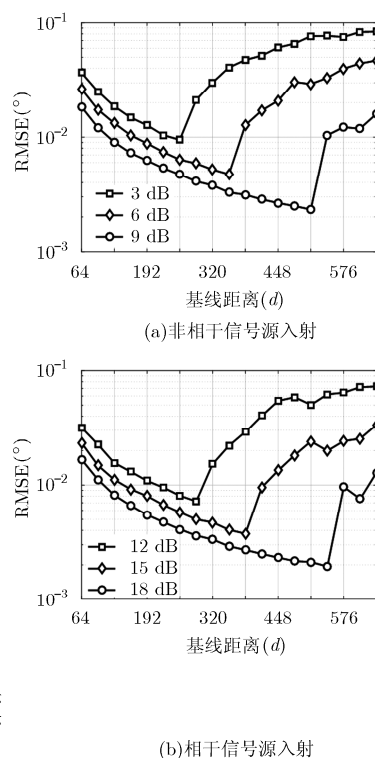


图 5 分布式阵列 RMSE 随基线距离变化

参考文献

- [1] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276-280. doi: 10.1109/TAP.1986.1143830.
- [2] KRIM H and VIBERG M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 67-94. doi: 10.1109/79.526899.
- [3] 王伟, 王晓萌, 李欣, 等. 基于 MUSIC 算法的 L 型阵列

- MIMO 雷达降维 DOA 估计[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(8): 1954-1959. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01281.
- WANG Wei, WANG Xiaomeng, LI Xin, *et al.* Reduced-dimensional DOA estimation based on MUSIC algorithm in MIMO radar with L-shaped array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(8): 1954-1959. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01281.
- ROY R and KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*,

- 1989, 37(7): 984–995. doi: 10.1109/29.32276.
- [5] 梁浩, 崔琛, 代林, 等. 基于 ESPRIT 算法的 L 型阵列 MIMO 雷达降维 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(8): 1828–1835. doi: 10.11999/JEIT141295.
- LIANG Hao, CUI Chen, DAI Lin, *et al.* Reduced-dimensional DOA estimation based on ESPRIT algorithm in MIMO radar with L-shaped array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(8): 1828–1835. doi: 10.11999/JEIT141295.
- [6] SHAN T J, WAX M, and KAILATH T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(4): 806–811. doi: 10.1109/TASSP.1985.1164649.
- [7] CHEN Y M, LEE J H, YEH C C, *et al.* Bearing estimation without calibration for randomly perturbed arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(1): 194–197. doi: 10.1109/78.80780.
- [8] KIM J T, MOON S H, HAN D S, *et al.* Fast DOA estimation algorithm using pseudocovariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(4): 1346–1351. doi: 10.1109/TAP.2005.844459.
- [9] 谢鑫, 李国林, 刘华文. 采用单次快拍数据实现相干信号 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(3): 604–608. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00321.
- XIE Xin, LI Guolin, and LIU Huawen. DOA estimation of coherent signals using one snapshot[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(3): 604–608. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00321.
- [10] 蒋柏峰, 吕晓德, 向茂生. 一种基于阵列接收信号重排的单快拍 DOA 估计方法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(6): 1334–1339. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01242.
- JIANG Baifeng, LU Xiaode, and XIANG Maosheng. Single snapshot DOA estimation method based on rearrangement of array receiving signal[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(6): 1334–1339. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01242.
- [11] WONG K T and ZOLTOWSKI M D. Direction-finding with sparse rectangular dual-size spatial invariance array[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(4): 1320–1336. doi: 10.1109/7.722717.
- [12] 毛维平, 李国林, 谢鑫. 单快拍数据预处理的相干信号波达方向估计[J]. 上海交通大学学报, 2014, 48(10): 1362–1367.
- MAO Weiping, LI Guolin, and XIE Xin. DOA estimation of coherent signals with preprocessed single snapshot[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2014, 48(10): 1362–1367.
- [13] LEMMA A N, VEEN A J, and DEPRETTERE E F. Multiresolution ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(6): 1722–1726. doi: 10.1109/78.765149.
- [14] 陈根华, 陈伯孝, 杨明磊. 分布式相参阵列及其二维高精度方向估计[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(11): 2621–2627. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00043.
- CHEN Genhua, CHEN Baixiao, and YANG Minglei. High accuracy 2-D estimation using distributed coherent arrays[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(11): 2621–2627. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00043.
- [15] 马严, 陈伯孝, 杨明磊, 等. 基于 ESPRIT 的多基线分布式阵列 DOA 估计方法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(8): 1453–1459. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.08.01.
- MA Yan, CHEN Baixiao, YANG Minglei, *et al.* Multi-baseline distributed array DOA estimation using ESPRIT algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(8): 1453–1459. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2014.08.01.
- [16] 高世伟, 保铮. 利用数据矩阵分解实现对空间相关信号源的超分辨处理[J]. 通信学报, 1988, 9(1): 4–13.
- GAO Shiwei and BAO Zheng. A family of data-based matrix decomposition for high-resolution array processing of coherent signals[J]. *Journal of China Institute of Communications*, 1988, 9(1): 4–13.
- [17] DAVID J H. State-space approaches to ultra-wideband Doppler processing[D]. [Ph.D. dissertation], Worcester Polytechnic Institute, 2007.
- [18] WANG J, WEI S M, SUN J P, *et al.* A GTD model and state space approach based method for extracting the UWB scattering center of moving target[J]. *Science China (Information Sciences)*, 2011, 54(1): 182–196. doi: 10.1007/s11432-010-4137-z.
- [19] AKAIKE H. A new look at the statistical model identification[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(6): 716–723. doi: 10.1109/TAC.1974.1100705.
- [20] RISSANEN J. Modeling by shortest data description[J]. *Automatica*, 1978, 14(5): 465–471. doi: 10.1016/0005-1098(78)90005-5.
- [21] WONG K T and ZOLTOWSKI M D. Self-initiating MUSIC-based direction finding and polarization estimation in spatio-polarizational beamspace[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2000, 48(8): 1235–1245. doi: 10.1109/8.884492.
- [22] MA Y, CHEN B, YANG M, *et al.* A novel ESPRIT-based algorithm for DOA estimation with distributed subarray antenna[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2015, 34(9): 2951–2972. doi: 10.1007/s00034-015-9987-6.
- 向 洪: 男, 1988 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、分布式雷达等.
- 王 俊: 男, 1972 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、实时信号处理等.
- 魏少明: 男, 1985 年生, 博士, 研究方向为超宽带目标散射参数高精度提取、数据关联、目标三维重构等.
- 高 越: 男, 1987 年生, 硕士, 工程师, 研究方向为模式识别、卫星任务规划、地面站接收方向等.
- 毛士艺: 男, 1935 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为目标跟踪、信息融合、高分辨率雷达信号处理等.