

基于稀疏贝叶斯学习的低空测角算法

张永顺^{①②} 葛启超^{*①} 丁姗姗^① 郭艺夺^①

^①(空军工程大学防空反导学院 西安 710051)

^②(信息感知技术协同创新中心 西安 710077)

摘要: 为解决米波雷达低空测角的精度问题, 该文结合稀疏贝叶斯学习方法, 利用相邻快拍稀疏结构的相似性, 将多观测向量模型通过 Kronecker 积变换成具有块稀疏结构的单观测向量模型, 同时通过矩阵变换解决了贝叶斯准则在复数域中的应用。通过稀疏贝叶斯学习的不断迭代恢复出了信号在感知矩阵下的系数矩阵, 得到了信源的角度信息。仿真实验验证了该方法相对于广义 MUSIC 和 M-FOCUSS 算法具有更好的性能, 并且分析了快拍数变化对算法性能的影响。

关键词: 米波雷达; 多径; 压缩感知; 稀疏贝叶斯学习; 多观测向量

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)09-2309-05

DOI: 10.11999/JEIT151319

Low-angle Estimation Method via Sparse Bayesian Learning

ZHANG Yongshun^{①②} GE Qichao^① DING Shanshan^① GUO Yiduo^①

^①(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

^②(Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xi'an 710077, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of low-angle estimation in meter-wave radars, combined with sparse Bayesian learning, this paper makes use of the Kronecker product and the similarity of the sparse structure between adjacent snapshots to transform the multiple measurement vector model into a single measurement vector model. The angle of the source is obtained by the coefficient matrix of the sensing matrix related to signal and the coefficient matrix is recovered by the continuous iteration in sparse Bayesian learning. Simulation experiments show that the proposed method has better performance than the generalized MUSIC algorithm and M-FOCUSS algorithm, the influence on algorithm performance caused by the snapshot change is obtained.

Key words: Meter-wave radars; Multipath; Compressive sensing; Sparse Bayesian learning; Multiple measurement vector

1 引言

由于米波雷达在探测隐身目标方面具有独特的效果, 在现代战场中米波雷达越来越多地应用于对隐身飞机的探测和跟踪。但是在米波雷达接收低空目标反射回波信号的同时, 还会接收到地面反射的多径回波信号, 由于米波雷达的波束宽度普遍较宽, 两个信号会出现在同一个探测波束中, 传统的测角方法如单脉冲测角等将不能有效地分辨出目标角度, 如何解决米波雷达对低空目标的精确测角成为了亟需解决的问题。

目前针对米波雷达的低空测角算法主要分为 3

类: 一是子空间类算法如多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法及其改进算法^[1-3], 此类算法虽然可以处理相干信号, 但是需要进行空间搜索, 运算量大; 二是利用米波雷达自身波束特性的波瓣分裂法^[4], 虽然运算量较小, 但是地面环境的起伏对测量性能影响较大, 对雷达架设位置有一定的要求; 三是最大似然(Maximum Likelihood, ML)及子空间拟合算法^[5], 此类算法的估计性能在高信噪比情况下接近克拉美罗界, 但是计算过程过于复杂, 限制了在实际中的应用。

文献[6]于 2006 年正式提出的压缩感知(Compressive Sensing, CS)理论突破了奈奎斯特采样定律的限制, 利用信号的稀疏性在远低于奈奎斯特采样率的速率下采集信号, 在非线性的重构算法的运算下可近乎无损地恢复出原始信号。在 CS 理论提出的同年, 文献[7]将 CS 理论引入了波达方向

收稿日期: 2015-11-25; 改回日期: 2016-04-18; 网络出版: 2016-06-12

*通信作者: 葛启超 geqichao927@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61372033, 61501501)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61372033, 61501501)

(Direction Of Arrival, DOA)估计领域,利用CS理论削弱了DOA估计时信号相干性对角度估计性能的影响,并且降低了运算量。随着CS理论正交匹配追踪^[8](Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法、欠定系统聚焦解法^[9](FOCAL Underdetermined System Solver, FOCUSS)、贝叶斯压缩感知^[10](Bayesian Compressive Sensing, BCS)算法等成熟算法的提出,为进一步提高DOA估计的精度提供了可能。本文将稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)方法应用于估计多径环境下的低空目标的角度,将多观测向量(Multiple Measurement Vector, MMV)模型引入BCS算法中,通过引入块稀疏的思想,将MMV模型转化为单观测向量(Single Measurement Vector, SMV)模型,减少了算法运算量的同时,提高了估计精度,仿真实验验证了算法性能。

2 米波雷达低空测角基本理论

2.1 多径信号模型

由于米波雷达波束宽度较宽,存在严重的多径效应,因此,在估计低空目标角度信息时不得不考虑多径信号的影响。多径反射信号根据反射地面的粗糙程度分为漫反射和镜面反射两种形式,如果在第1费涅尔区满足瑞利准则,可认为反射面是光滑的^[11]。由于米波雷达波长较长,因此,认为反射信号主要是镜面反射信号,而漫反射信号通常作为噪声来处理。镜面反射模型如图1所示。

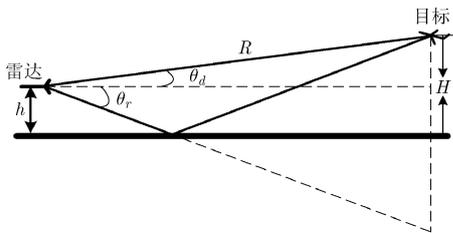


图1 米波雷达多径反射镜面模型

其中, h 为雷达高度, H 为目标高度, R 为目标与雷达的直线距离, θ_d 为直达波信号入射角, θ_r 为镜面反射信号的入射角。

假设天线是以半波长为间距的均匀线阵,阵元数为 L ,信源为远场窄带目标,则天线阵元接收到的数据 \mathbf{y} 为

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}_d s_d + \mathbf{A}_r s_r + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{A}_d = [1, \exp(-j\pi \sin(\theta_d)), \dots, \exp(-j(L-1)\pi \sin(\theta_d))]^T$, 为直达波信号的导向矢量; $\mathbf{A}_r = [1, \exp(-j\pi \sin(\theta_r)), \dots, \exp(-j(L-1)\pi \sin(\theta_r))]^T$ 为多径反射信号的导向矢量; s_d 和 s_r 分别为阵元接收

到的直达波信号和多径反射信号的幅度; \mathbf{n} 为互不相关的空时加性高斯白噪声。

根据镜面反射模型可知直达波信号和镜面反射信号满足

$$s_r = \beta s_d \quad (2)$$

其中, β 为多径衰减复系数。

由式(2)可改写式(1)为

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} s_d + \mathbf{n} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_d, \mathbf{A}_r]$ 为 θ_d, θ_r 的导向矢量流形矩阵, $\mathbf{p} = [1, \beta]^T$; θ_d, θ_r 满足 $\theta_r = -a \tan \frac{R \sin \theta_d + 2(H-h)}{R \cos \theta_d}$ 。

2.2 米波雷达低空测角的经典算法

2.2.1 广义 MUSIC 算法 在直达波角度较小时,由于受到反射波这一相干信号的影响,传统的 MUSIC 算法无法准确估计和分辨出直达波角度,广义 MUSIC 算法的提出解决了相干信号的影响。广义 MUSIC 算法通过对两个信号的联合处理,解决了反射波这一相干信号的影响,利用 θ_d, θ_r 的几何关系将对空域的 2 维搜索转化为 1 维搜索,大大降低了运算量。

2.2.2 M-FOCUSS 算法 M-FOCUSS 算法是一种求解 MMV 情况下压缩感知问题的经典算法。该算法利用信号的后验知识对优化的目标函数进行不断迭代,使得能量不断集中,最终求解出最优稀疏解,获得了精确的角度信息。

3 基于块稀疏贝叶斯学习的低空测角算法

3.1 算法分析

在 DOA 估计中,单次快拍难以准确估计出信源目标的角度,在估计中需要多次快拍数据,这就变成了一个 MMV 问题。传统的基于 SBL 的压缩感知算法在处理 MMV 问题时没有考虑到 MMV 带来的时间相关性^[12],导致算法性能不太理想。由于采样频率比较快,相邻的多次快拍通常具有相同的稀疏度和稀疏结构,因此,可以利用块稀疏的思想将 MMV 问题转化为 SMV 问题进行求解。

设共有 M 个观测向量,则接收数据矩阵 $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M]$, 改写式(3)为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{N} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{s} = [s_{d1}, s_{d2}, \dots, s_{dM}]$, 在一段时间内相邻快拍的采样数据可以认为 $s_{d1} = \dots = s_{dM} = s_d$; $\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_M]$ 。

由于 DOA 估计的空域稀疏性,可构建一个冗余的感知矩阵 $\Phi = [\mathbf{A}(\theta_1), \mathbf{A}(\theta_2), \dots, \mathbf{A}(\theta_N)]$, 其中 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]$ 包含了所有可能信源的角度信息。则接收数据 \mathbf{Y} 可表示为

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X} + \mathbf{N}' \quad (5)$$

其中, \mathbf{N}' 仍为空时加性的高斯白噪声; \mathbf{X} 为稀疏系数矩阵, 其元素满足

$$\mathbf{X}(n,:) = \begin{cases} \mathbf{s}_k, & \theta_n = \theta_k \in \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{0}, & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

其中 k 为第 k 个信源。

由式(6)可知非零向量 $\mathbf{X}(n,:)$ 对应着信源的真实方位角角度信息。

由文献[13]可知贝叶斯准则仅适用于实数域, 贝叶斯准则处理复数域数据时应将式(5)改写为

$$\begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{Y}) \\ \text{Im}(\mathbf{Y}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\Phi) & -\text{Im}(\Phi) \\ \text{Im}(\Phi) & \text{Re}(\Phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{X}) \\ \text{Im}(\mathbf{X}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{N}') \\ \text{Im}(\mathbf{N}') \end{bmatrix} \quad (7)$$

令

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_e &= \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{Y}) & \text{Im}(\mathbf{Y}) \end{bmatrix}^T \\ \Phi_e &= \begin{bmatrix} \text{Re}(\Phi) & -\text{Im}(\Phi) \\ \text{Im}(\Phi) & \text{Re}(\Phi) \end{bmatrix} \\ \mathbf{X}_e &= \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{X}) & \text{Im}(\mathbf{X}) \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{N}'_e &= \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{N}') & \text{Im}(\mathbf{N}') \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

其中, $\text{Re}(\bullet)$ 为求取复数实部运算, $\text{Im}(\bullet)$ 为求取复数虚部运算。

可重写式(7)为

$$\mathbf{Y}_e = \Phi_e \mathbf{X}_e + \mathbf{N}'_e \quad (8)$$

假设稀疏矩阵每一行相互独立且服从高斯分布, 有

$$p(\mathbf{X}_{en}; \gamma_n, \mathbf{R}_n) \sim N(\mathbf{0}, \gamma_n \mathbf{R}_n), \quad n = 1, 2, \dots, 2N \quad (9)$$

其中, γ_n 为控制 \mathbf{X}_e 行稀疏性的非负超参数, 若 $\gamma_n = 0$, 则其对应的行 \mathbf{X}_{en} 将变成全零行; \mathbf{R}_n 是 \mathbf{X}_{en} 的协方差矩阵, 反映 \mathbf{X}_{en} 的结构特性。

令 $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y}_e^T) \in \mathbb{R}^{2LM \times 1}$, $\Psi = \Phi_e \otimes \mathbf{I}_M$, $\mathbf{x} = \text{vec}(\mathbf{X}_e^T) \in \mathbb{R}^{2NM \times 1}$, $\mathbf{v} = \text{vec}(\mathbf{N}'_e^T)$ 则有

$$\mathbf{y} = \Psi \mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (10)$$

具体表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= [\phi_{e1} \otimes \mathbf{I}_M, \phi_{e2} \otimes \mathbf{I}_M, \dots, \phi_{e2N} \otimes \mathbf{I}_M] \\ &\quad \cdot [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_{2N}^T]^T + \mathbf{v} \\ &= \sum_{n=1}^{2N} (\phi_{en} \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{x}_n + \mathbf{v} \end{aligned}$$

其中, \otimes 为 Kronecker 积运算; ϕ_{en} 为 Φ_e 的第 n 列; \mathbf{x}_n 为 \mathbf{x} 的第 n 个块, 有 $\mathbf{x}_n = \mathbf{X}_{en}^T$, \mathbf{X}_{en} 为 \mathbf{X}_e 的第 n 行, 因此 \mathbf{x} 是块稀疏的。

假设 λ 为 \mathbf{v} 的方差, 由块稀疏模型式(10)可知 \mathbf{y} 的似然函数为

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \lambda) \sim N_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\Psi \mathbf{x}, \lambda \mathbf{I}) \quad (11)$$

由于假设式(9)成立, 因此可知 \mathbf{x} 的先验分布为

$$p(\mathbf{x}; \gamma_n, \mathbf{R}_n) \sim N_{\mathbf{x}}(\mathbf{0}, \Sigma_0) \quad (12)$$

其中,

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} \gamma_1 \mathbf{R}_1 & & \\ & \gamma_2 \mathbf{R}_2 & \\ & & \ddots \\ & & & \gamma_{2N} \mathbf{R}_{2N} \end{bmatrix} \quad (13)$$

根据贝叶斯准则可知 \mathbf{x} 的后验概率分布仍为高斯分布, 满足

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \lambda, \gamma_n, \mathbf{R}_n) \sim N_{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\Sigma}_x)$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_x = \boldsymbol{\Sigma}_x \Psi^T \mathbf{y} / \lambda$, $\boldsymbol{\Sigma}_x = (\boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} + \Psi^T \Psi / \lambda)^{-1}$ 。

由文献[14]可知, γ_n 控制着 \mathbf{x} 的稀疏性, 若 $\gamma_n = 0$, 则感知矩阵 Ψ 对应第 n 块 \mathbf{x} 的列将被删除。

假设 \mathbf{X}_{en} 具有相同的结构特性, 即 $\mathbf{R}_1 = \dots = \mathbf{R}_{2N} = \mathbf{R}$, 可知式(13)变为 $\Sigma_0 = \Gamma \otimes \mathbf{R}$, $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{2N})$ 。因此, SBL 的过程只对 λ , γ_n 和 \mathbf{R} 进行估计就可解出稀疏矩阵的非零系数。由文献[14, 15]可构造目标函数:

$$L(\boldsymbol{\Theta}) = \mathbf{y}^T \boldsymbol{\Sigma}_y^{-1} \mathbf{y} + \lg |\boldsymbol{\Sigma}_y| \quad (14)$$

其中, $\boldsymbol{\Sigma}_y \triangleq \lambda \mathbf{I} + \Psi \boldsymbol{\Sigma}_0 \Psi^T$ 。

通过期望最大化 (Expectation Maximization, EM) 方法得到每次更新的参数为^[14]

$$\gamma_n \leftarrow \frac{1}{M} (\mathbf{X}_{en}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}_{en} + (\boldsymbol{\Xi}_x)_{nn}) \quad (15)$$

$$\mathbf{x} \leftarrow \boldsymbol{\mu}_x \approx \text{vec}(\mathbf{X}_e^T) \quad (16)$$

$$\mathbf{X}_e \leftarrow \Gamma \Phi_e^T (\lambda \mathbf{I} + \Phi_e \Gamma \Phi_e^T)^{-1} \mathbf{Y}_e \quad (17)$$

$$\lambda \leftarrow \frac{\|\mathbf{Y}_e - \Phi_e \mathbf{X}_e\|_F^2}{2LM} + \frac{\lambda \text{Tr}[\Phi_e \Gamma \Phi_e^T (\lambda \mathbf{I} + \Phi_e \Gamma \Phi_e^T)^{-1}]}{2L} \quad (18)$$

$$\mathbf{R} \leftarrow \frac{\tilde{\mathbf{R}}}{\|\tilde{\mathbf{R}}\|_F} \quad (19)$$

其中, $\|\bullet\|_F$ 为求取矩阵的 Frobenius 范数; $\boldsymbol{\Xi}_x = (\Gamma^{-1} + \Phi_e^T \Phi_e / \lambda)^{-1}$; $\tilde{\mathbf{R}} = \sum_{n=1}^{2N} \frac{\mathbf{X}_{en}^T \mathbf{X}_{en}}{\gamma_n}$ 。

当达到循环迭代学习次数或者相邻两次结果 \mathbf{x} 误差达到门限值停止迭代。由 \mathbf{x} 的非零元素的位置可找到稀疏系数矩阵 \mathbf{X} 非零元素的位置, 获取角度的估计值。

3.2 算法复杂度分析

由文献[12, 14, 16]可知本文算法的计算复杂度主要集中在计算 $\Phi_e^T \Phi_e$ 和更新 γ_n 两个过程中, 由此可得算法一次迭代的计算复杂度近似为 $O(8L^2N) + O(M^5)$ 。同时 M-FOCUSS 算法一次迭代的运算复杂度^[12]近似为 $O(L^2N)$; 通过利用 θ_d , θ_r 的

几何关系, 广义 MUSIC 算法的运算复杂度和 1 维搜索的 MUSIC 算法类似, 近似为 $O(aM^3) + O(2M^2b)$ [17], 其中 a 为进行特征值分解需要的步数, b 为进行谱峰搜索时搜索的步数。不难发现, 当快拍数减少时, 本文算法运算复杂度降低, 但高于其余两种算法, 考虑到现有硬件条件, 通过增加运算复杂度来提高精度是可以接受的。

4 仿真与分析

仿真条件设置为: 天线阵元数 $L = 20$, 波长 λ 为 2 m, 阵元间距为半波长, 多径衰减系数为 -0.9, 根据相邻快拍的近似性可设快拍数为 5, 此时天线的半功率波束宽度约为 5° 。雷达天线高度 10 m, 雷达距信源直线距离 20 km, 信源高度 500 m, 地面反射高度为 0 m, 可知直达波入射角度约为 1.4° , 地面发射波入射角度约为 -1.46° , 不难发现两个信号在同一个波束内。蒙特卡罗实验次数为 100。

仿真 1 为考虑信噪比的变化对估计性能的影响, 在估计中设信噪比以 3 dB 为间隔、在区间 [6 dB, 21 dB] 内变化。对比分析了广义 MUSIC 算法和 M-FOCUSS 算法以及阵列角度估计的克拉美罗界 [18] (Cramer-Rao Bound, CRB), 用蒙特卡罗实验得出的直达波角度的均方根误差 [19] 做比较, 仿真结果如图 2 所示。

由图 2 可知, 对于低空目标, 本文提到的基于稀疏贝叶斯学习的算法、M-FOCUSS 算法、广义 MUSIC 算法的角度估计均方根误差以及角度估计的 CRB 均随着信噪比的增大而减小; 与另外两者相比, 本文算法性能明显优于广义 MUSIC 算法和

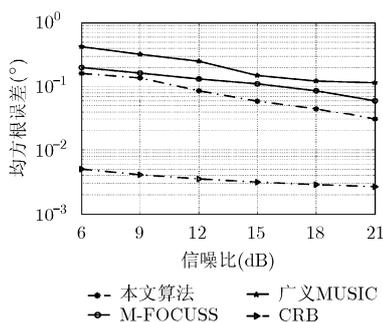


图 2 角度估计均方根误差曲线

M-FOCUSS 算法; 尤其在信噪比较低时, 算法性能明显优于广义 MUSIC 算法; 当 SNR 较大时, 算法不断逼近角度估计的 CRB。

仿真 2 为考虑快拍数的变化对算法估计性能的影响, 假设快拍数从 1 到 10 变化, 信噪比固定为 10 dB, 通过多次蒙特卡罗实验得到角度估计的均方根误差和 CRB 如图 3 所示。

由图 3 可看出, 3 种算法在进行多次快拍处理时, 快拍数越多算法精度越高, 越接近于系统角度估计的 CRB; 在单快拍处理时由于快拍数据信息不足, 本文算法性能下降严重, 较 M-FOCUSS 算法性能有所下降, 但仍优于广义 MUSIC 算法; 随着快拍数的增加, 算法估计角度的性能提升有限, 反而增加了运算的复杂度。因此, 在实际应用中应该在精度和复杂度之间做折中处理, 例如当前仿真所设条件下选取快拍数为 5 较为合适。

5 结束语

本文提出了一种基于块稀疏贝叶斯学习的压缩感知多径测角算法, 算法通过 Kronecker 积运算将 MMV 模型变为具有块稀疏结构的 SMV 模型, 通过稀疏贝叶斯学习不断地循环迭代求解出算法的参数, 获得了信源的角度信息。仿真实验验证了本文算法相对于广义 MUSIC 算法和 M-FOCUSS 算法的优势, 同时分析了观测快拍数变化对算法估计性能的影响。本文算法解决了稀疏贝叶斯学习的压缩感知类算法在单目标情况下低空测角领域的应用, 如何解决算法在多目标情况下的应用是下一步需要解决的问题。

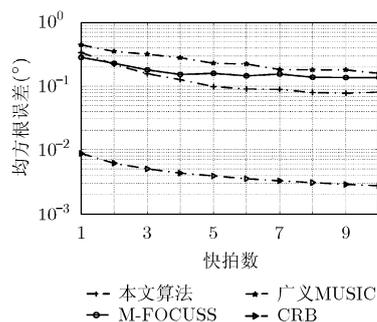


图 3 快拍数变化时角度估计的均方根误差图

参考文献

- [1] 王圆圆, 刘铮, 曹运合. 基于压缩感知的米波雷达低空测角算法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(4): 667-671. doi: 10.3669/j.issn.1001-506X.2014.04.10. WANG Yuanyuan, LIU Zheng, and CAO Yunhe. Low angle estimation method based on compressed sensing for

- meter-wave radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(4): 667-671. doi: 10.3669/j.issn.1001-506X.2014.04.10.
[2] 张文俊, 赵永波, 张守宏. 广义 MUSIC 算法在米波雷达测高中的应用及其改进[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(2): 387-390. ZHANG Wenjun, ZHAO Yongbo, and ZHANG Shouhong.

- Altitude measurement of meter-wave radar using the general MUSIC algorithm and its improvement[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(2): 387-390.
- [3] WAN Liangtian, HAN Guangjie, RODRIGUES J, *et al.* An energy efficient DOA estimation algorithm for uncorrelated and coherent signals in virtual MIMO systems[J]. *Telecommunication Systems*, 2015, 59(1): 93-110. doi: 10.1007/s11235-014-9886-3.
- [4] CHEN Baixiao, ZHAO Guanghui, and ZHANG Shouhong. Altitude measurement based on beam split and frequency diversity in VHF radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 2010, 46(1): 3-13.
- [5] 单泽涛, 单泽彪, 朱兰香, 等. SQP 优化的最大似然波达方向角估计[J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2015, 33(4): 356-360. SHAN Zetao, SHAN Zebiao, ZHU Lanxiang, *et al.* Application of SQP optimization to maximum likelihood DOA estimation[J]. *Journal of Jilin University (Information Science Edition)*, 2015, 33(4): 356-360.
- [6] DONOHO D. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306. doi: 10.1109/TIT.2006.871582.
- [7] MODEL D and ZIBULEVSKY M. Signal reconstruction in sensor arrays using sparse representation[J]. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 624-638. doi: 10.1016/j.sigpro.2005.05.033.
- [8] TROPP J A and GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4665. doi: 10.1109/TIT.2007.909108.
- [9] XIE Kan, HE Zhaoshui, and CICHOCI A. Coverage analysis FOCUSS algorithm[J]. *IEEE Transactions on Neural Network & Learning Systems*, 2015, 26(3): 601-613. doi: 10.1109/TNN LS.2014.2323985.
- [10] JI Shihao, XUE Ya, and CARIN L. Bayesian compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2346-2356. doi: 10.1109/TSP.2007.914345.
- [11] HO K. C, TAN K. C, and NEHORAI A. Estimating directions of arrival of completely and incompletely polarized signals with electromagnetic vector sensors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(10): 2845-2852.
- [12] WIPF D P and RAO B D. An empirical Bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7): 3704-3716. doi: 10.1109/TSP.2007.894265.
- [13] CARLIN M, ROCCA P, OLIVERI G, *et al.* Directions-of-arrival estimation through Bayesian compressive sensing strategies[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2013, 61(7): 3828-3838. doi: 10.1109/TAP.2013.2256093.
- [14] ZHANG Zhilin and RAO B D. Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2011, 5(5): 912-926. doi: 10.1109/JSTSP.2011.2159773.
- [15] 文方青, 张弓, 贲德. 基于块稀疏贝叶斯学习的多任务压缩感知重构算法[J]. 物理学报, 2015, 64(7): 070201(1-7). doi: 10.7498/aps.64.070201.
- WEN Fangqing, ZHANG Gong, and BEN De. A recovery algorithm for multitask compressive sensing based on block sparse Bayesian learning[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(7): 070201(1-7). doi: 10.7498/aps.64.070201.
- [16] 孙磊, 王华力, 许广杰, 等. 基于稀疏贝叶斯学习的高效 DOA 估计方法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(5): 1196-1201. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01429.
- SUN Lei, WANG Huali, XU Guangjie, *et al.* Efficient direction-of-arrival estimation via sparse Bayesian learning[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(5): 1196-1201. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01429.
- [17] 位寅生, 谭久彬, 郭荣. MUSIC 空间谱估计并行运算算法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(1): 12-16. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.01.03.
- WEI Yinsheng, TAN Jiubin, and GUO Rong. Parallel computing algorithm for MUSIC spatial spectrum estimation[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(1): 12-16. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.01.03.
- [18] 张小飞, 汪飞, 陈伟华. 阵列信号处理的理论 and 应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013: 80-82.
- ZHANG Xiaofei, WANG Fei, and CHEN Weihua. *The Theory and Application of Array Signal Processing*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013: 80-82.
- [19] 葛启超, 张永顺, 丁姗姗. 用于二维角度估计的新型阵列结构及性能分析[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2016, 17(1): 60-65.
- GE Qichao, ZHANG Yongshun, and DING Shanshan. Novel array structure and performance analysis for 2D angle estimation[J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2016, 17(1): 60-65.
- 张永顺: 男, 1961 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为雷达阵列信号处理和雷达综合电子技术。
- 葛启超: 男, 1993 年生, 硕士生, 研究方向为雷达阵列信号处理。
- 丁姗姗: 女, 1992 年生, 硕士生, 研究方向为雷达阵列信号处理。
- 郭艺夺: 男, 1982 年生, 讲师, 博士, 主要研究方向为时空自适应处理和 MIMO 雷达技术。