

## 基于非圆信号的局部最大功效不变检验频谱感知方法

贾琼\* 李兵兵

(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 频谱感知是认知无线网络中关键的一个环节, 为了保证主用户不受干扰, 要求感知算法必须具有较高的检测效率和检测精度。该文主要研究 MIMO 场景下的频谱感知问题, 利用非圆信号的特性, 提出一种基于局部最大功效不变检验(LMPIT)的频谱感知方法。根据渐近分布理论, 推导了所述方法的理论检测门限。最后, 采用蒙特卡洛仿真方法, 分别分析了不同信道环境下该方法的检测性能, 并与相关的感知算法进行对比。结果表明: 在相同的环境下, 文中提出的方法相比其他方法检测性能更高, 且所需的采样点数更小, 能够实现快速且精确的检测。

**关键词:** 认知无线电; 频谱感知; 非圆信号; 局部最大功效不变检验

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)06-1391-07

DOI: 10.11999/JEIT150974

## A Novel Local Most Powerful Invariant Test Spectrum Sensing Method for Non-circular Signals

JIA Qiong LI Bingbing

(State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Spectrum sensing is a key technology in the cognitive radio network, in order to protect the primary user, the sensing algorithms must have a high detection efficiency and detection accuracy. This paper mainly focuses on the spectrum sensing in MIMO environment. Considering that the non-circular signal is usually used in the communication system, a novel spectrum sensing method is proposed for non-circular signals based on the Locally Most Powerful Invariant Test (LMPIT). The theoretical threshold is derived according to the asymptotic distribution theorem. Finally, the detection performance comparisons with other methods in various channels are simulated respectively. The results show that the proposed method outperforms other algorithms and only need small sample numbers, thus having higher sensing accuracy and efficiency.

**Key words:** Cognitive radio; Spectrum sensing; Non-circular signal; Locally Most Powerful Invariant Test (LMPIT)

### 1 引言

作为认知无线网络<sup>[1]</sup>中非常重要的一个环节, 频谱感知技术已经受到国内外学者的广泛关注。通过频谱感知技术, 认知用户可以在不干扰主用户的前提下, 发现频谱空洞, 从而利用未被占用的频谱资源, 大大提高频谱利用率。然而, 在感知过程中往往存在虚警和漏检的情况, 虚警的发生导致频谱利用率的降低, 而漏检的发生则会给主用户带来干扰。另一方面, 由于主用户的接入情况是随时变化的, 所以必须保证在尽可能短的时间内完成感知。因此研究检测精度和感知效率较高, 且易于实现的频谱感知算法具有非常重要的意义。

传统的频谱感知算法包括匹配滤波检测<sup>[2]</sup>、循环平稳特征检测<sup>[3-5]</sup>和能量检测<sup>[6-8]</sup>等。匹配滤波由于需要已知主用户的全部先验信息因而在实际应用中受到诸多限制, 而循环平稳特征检测则计算复杂度太高, 能量检测由于简单易实现, 是实际应用中最为常用的一种, 但是受噪声功率影响严重。多天线技术由于具有良好的抗衰落特性和分集增益等, 近年来受到了国内外学者的关注, 也已经被广泛应用到频谱感知领域。其基本思想是, 在主用户占用频段的情况下, 认知用户接收端各个天线接收到的信号来源于同一个认知用户, 因此彼此之间有着很强的相关性; 而在频段空闲的情况下, 由于接收到的是噪声, 所以不存在相关性。利用这个相关结构, 不需要已知噪声功率便可以设计出很好的检测器。文献[9]利用接收信号采样协方差矩阵的最大特征值与最小特征值比构造检验统计量, 提出了 MME (Maximum-Minimum Eigenvalue)检测方法。随后,

收稿日期: 2015-09-06; 改回日期: 2016-03-03; 网络出版: 2016-04-07

\*通信作者: 贾琼 joanjiaqiong@hotmail.com

基金项目: 国家自然科学基金(61271299), 高等学校学科创新引智计划项目(B08038)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61271299), 111 Project (B08038)

在广义最大似然比检验(GLRT)的构架下,文献[10]提出了AGM(Arithmetic to Geometric Mean)算法。实际应用中,由于天线非标定等原因,导致接收端各天线处噪声功率不一致(非均匀噪声),在这种场景下,GLRT的检验统计量可以通过计算采样协方差矩阵的Hadamard比来实现,称为Hadamard算法<sup>[1]</sup>。同样为了克服非均匀噪声的影响,文献[12]通过采样协方差矩阵的行列式构造检验统计量,提出了VD(Volume-based Detection)算法。不难发现,上述方法均是利用信号的采样协方差矩阵构造检验统计量来设计相应的检测算法。事实上对复信号而言,其完整的二阶统计特性包括协方差矩阵和共轭协方差矩阵,而一般研究中默认信号为圆信号,对于圆信号,其共轭协方差矩阵等于零,因此只需考察其协方差矩阵。但是对于通信系统中非常常见的非圆信号而言,共轭协方差矩阵不为零,只利用信号的协方差矩阵,便丢失了部分统计特性,因此检测性能并不高。基于此,文献[13]在传统Hadamard算法的基础上,利用GLRT思想,提出了针对非圆信号的NC-HDM算法。但是,由于GLRT需要利用未知参数的最大似然估计来计算似然比,从而构造检验统计量,因此在采样点数较小,信道环境较差的情况下,估计误差会大大影响其检测性能。为了解决这一问题,本文利用局部最大功效不变检测(LMPIT),提出了一种基于非圆信号的NC-LMPIT检测算法,该方法不仅可以很有效地克服非均匀噪声带来的影响,还可以在采样点数非常小,信噪比较低的情况下达到比其他方法更优的检测性能。由于在检测过程中,无需已知主用户信号,噪声以及信道的先验信息,因此可以广泛用于非圆信号检测的实际应用中。

## 2 系统模型

### 2.1 非圆信号

如果信号 $x$ 与其对应的经过任意旋转的信号 $xe^{j\varphi}$ 具有相同的一阶矩和二阶矩,即信号 $x$ 具有矩旋转不变性:

$$E[xe^{j\varphi}] = E[x] \quad (1)$$

$$E[xe^{j\varphi}(xe^{j\varphi})^*] = E[xx^*] \quad (2)$$

$$E[xe^{j\varphi} \cdot xe^{j\varphi}] = E[x^2] \quad (3)$$

则称信号 $x$ 为圆信号,否则为非圆信号。

具体地,对于均值为零的复随机向量 $\mathbf{x}$ ,其相应的协方差矩阵和共轭协方差矩阵分别可以定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} \\ \tilde{\mathbf{R}}_x &= E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} \end{aligned} \quad (4)$$

当信号的共轭协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_x$ 不等于零时,称 $\mathbf{x}$ 为二阶非圆信号,否则为二阶圆信号。

对于复随机向量 $\mathbf{x}$ ,对应的增广向量定义为

$$\underline{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

相应的增广均值向量 $\underline{\boldsymbol{\mu}}_x$ 和增广协方差矩阵 $\underline{\mathbf{R}}_{xx}$ 分别为

$$\underline{\boldsymbol{\mu}}_x = E\underline{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_x \\ \boldsymbol{\mu}_x^* \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\underline{\mathbf{R}}_{xx} = E(\underline{\mathbf{x}} - \underline{\boldsymbol{\mu}}_x)(\underline{\mathbf{x}} - \underline{\boldsymbol{\mu}}_x)^H = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx} & \tilde{\mathbf{R}}_{xx} \\ \tilde{\mathbf{R}}_{xx}^* & \mathbf{R}_{xx}^* \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{R}}_{xx}^H \quad (7)$$

显然,对于圆信号,其增广协方差矩阵为块对角矩阵,而非圆信号则不满足该特性。

### 2.2 基于非圆信号的MIMO频谱感知模型

考虑由单个主用户和单个认知用户所构成的MIMO频谱感知系统,假设主用户的发射端配置的发送天线数为 $M$ ,而认知用户所配置的接收天线数为 $N$ 。则在第 $k$ 个采样时刻认知用户接收端的接收信号可以表示为

$$\begin{cases} H_0: \mathbf{x}(k) = \mathbf{w}(k) \\ H_1: \mathbf{x}(k) = \mathbf{H}\mathbf{s}(k) + \mathbf{w}(k) \end{cases} \quad (8)$$

其中, $k = 0, 1, \dots, K-1$ ,  $K$ 为采样点数;

$$\mathbf{x}(k) = [x_1(k), \dots, x_n(k), \dots, x_N(k)]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{w}(k) = [w_1(k), \dots, w_n(k), \dots, w_N(k)]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{s}(k) = [s_1(k), \dots, s_m(k), \dots, s_M(k)]^T \quad (11)$$

$x_n(k)$ 和 $w_n(k)$ 分别表示认知用户第 $n$ 根接收天线收到的信号和噪声; $s_m(k)$ 表示第 $m$ 根天线处发射的信号; $\mathbf{H}$ 为 $N \times M$ 维衰落信道矩阵。假设主用户信号 $s_m(k)$ 为非圆信号,其中, $\sigma_{s_m}^2 = E[|s_m|^2]$ 为未知的信号功率。此外, $E[s_m^2] = \rho_m e^{j\phi_m} \sigma_{s_m}^2$ ,其中 $\rho_m \in [0, 1]$ 为信号的非圆率,而 $\phi_m \in [-\pi, \pi]$ 为信号的非圆相位。假设噪声为圆高斯噪声,即 $w_n(k) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{w_n}^2)$ ,其中 $\sigma_{w_n}^2 = E[|w_n|^2]$ 为第 $n$ 根接收天线处未知的噪声功率,在实际中,由于天线非标定等原因,不同接收天线处的噪声功率可能不一致。同时,假设噪声之间彼此统计独立,且与主用户信号相互独立。

### 2.3 NC-HDM方法

对于接收信号 $\mathbf{x}(k)$ ,对应的增广向量为 $\underline{\mathbf{x}}(k) = [\mathbf{x}(k)^T, \mathbf{x}(k)^H]^T$ ,根据文献[14]中对复高斯随机向量的概率密度函数的推导,可以得到 $\underline{\mathbf{x}}(k)$ 的概率密度函数满足

$$p(\underline{\mathbf{x}}) = \frac{1}{\pi^N \det^{1/2}(\underline{\mathbf{R}})} \exp\left\{-\frac{1}{2} \underline{\mathbf{x}}^H \underline{\mathbf{R}}^{-1} \underline{\mathbf{x}}\right\} \quad (12)$$

其中,  $\underline{\mathbf{R}}$  为增广协方差矩阵。

$$\underline{\mathbf{R}} = E[\underline{\mathbf{x}}\underline{\mathbf{x}}^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \tilde{\mathbf{R}} \\ \tilde{\mathbf{R}}^* & \mathbf{R}^* \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2N \times 2N} \quad (13)$$

这里  $\mathbf{R}$  为协方差矩阵,  $\tilde{\mathbf{R}}$  为共轭协方差矩阵。可见, 在假设  $H_0$  下, 接收信号中只包含圆噪声, 因此  $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{0}$ , 且  $\mathbf{R} = \text{diag}[\sigma_{w_1}^2, \sigma_{w_2}^2, \dots, \sigma_{w_N}^2]$ , 因此  $\underline{\mathbf{R}}$  为对角矩阵, 而在假设  $H_1$  下, 由于主用户信号是非圆信号, 所以  $\tilde{\mathbf{R}} \neq \mathbf{0}$ , 且  $\mathbf{R}$  为非对角矩阵。

而对于采样信号  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(0), \dots, \mathbf{x}(k), \dots, \mathbf{x}(K-1)] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ , 其对应的增广形式为

$$\underline{\mathbf{X}} = [\underline{\mathbf{x}}(0), \dots, \underline{\mathbf{x}}(k), \dots, \underline{\mathbf{x}}(K-1)] \in \mathbb{C}^{2N \times K} \quad (14)$$

因此, 可以得到相应的似然函数:

$$p(\underline{\mathbf{X}}; \underline{\mathbf{R}}) = \frac{1}{\pi^{NK} \det^{K/2}(\underline{\mathbf{R}})} \exp\left\{-\frac{K}{2} \text{tr}(\underline{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{R}}^{-1})\right\} \quad (15)$$

其中,  $\underline{\mathbf{S}} = \frac{1}{K} \underline{\mathbf{X}}\underline{\mathbf{X}}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \tilde{\mathbf{S}} \\ \tilde{\mathbf{S}}^* & \mathbf{S}^* \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2N \times 2N}$  为增广采样

协方差矩阵,  $\mathbf{S} = \frac{1}{K} \mathbf{X}\mathbf{X}^H$  为采样协方差矩阵,

$\tilde{\mathbf{S}} = \frac{1}{K} \mathbf{X}\mathbf{X}^T$  为采样共轭协方差矩阵。

对似然函数求导并令其等于零, 容易得到在两种假设下  $\underline{\mathbf{R}}$  的最大似然估计分别为

$$\hat{\underline{\mathbf{R}}}_0 = \text{diag}[s_{11}, \dots, s_{NN}, s_{11}, \dots, s_{NN}], \quad \hat{\underline{\mathbf{R}}}_1 = \underline{\mathbf{S}}$$

因此, 在 GLRT 准则下, 相应的检验统计量可以化简为

$$T_{\text{NC-HDM}} = \frac{|\underline{\mathbf{S}}|^{1/2}}{\prod_{i=1}^N s_{ii}} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\geq}} \gamma_{\text{NC-HDM}} \quad (16)$$

### 3 NC-LMPIT 频谱感知方法

在上一节的介绍中可以看出, 在 GLRT 架构下, 需要首先对相应的未知参数(如协方差矩阵或者增广协方差矩阵等)进行最大似然估计, 然后利用估计值构建似然比从而得到检验统计量。尽管 GLRT 的检测性能是渐进最优的, 但是在实际应用中, 由于采样点数目有限, 应用环境恶劣等, 从而导致对未知参数的估计有较大的误差, 进而影响 GLRT 的检测性能。因此, 在采样点数较小, 信噪比较低的场景下, 研究更有效的检测方法有着很重要的意义。基于上述考虑, 本节利用局部最大功效不变检验(Locally Most Powerful Invariant Test, LMPIT)的原理, 提出了一种新的基于非圆信号的 NC-LMPIT 频谱检测方法。该方法可以在少采样点, 低信噪比的场景下, 达到比 GLRT 更优的检测性能。

#### 3.1 不变检验

**定义 1** 对于变换群  $\mathcal{G}$ , 如果一个检测器满足:

$$T(g(x)) = T(x), \quad \forall g(\cdot) \in \mathcal{G} \quad (17)$$

则称其在群  $\mathcal{G}$  下具有不变性。其中,  $T(\cdot)$  是检验统计量,  $x$  是观测值。

**定义 2** 如果对于所有的  $g(\cdot) \in \mathcal{G}$ , 统计量  $M(x)$  满足:

$$M(g(x)) = M(x) \quad (18)$$

且对于  $M(x_1) = M(x_2)$  一定存在某个  $g(\cdot) \in \mathcal{G}$ , 使得  $x_2 = g(x_1)$ , 则称  $M(x)$  为最大不变统计量。

可见, 在不变检验中, 检验统计量还可以写作最大不变统计量的函数:  $T(x) = T(M(x))$ 。此时, 检测问题的重点在于寻找最大不变统计量  $M(x)$ 。

#### 3.2 NC-LMPIT 检测方法

接收信号  $\mathbf{x}(k)$  对应的增广向量  $\underline{\mathbf{x}}(k) = [\mathbf{x}(k)^T, \mathbf{x}(k)^H]^T$ , 有  $\underline{\mathbf{x}} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \underline{\mathbf{R}})$ , 其中  $\underline{\mathbf{R}}$  为增广协方差矩阵。根据 2.3 节可知, 在假设  $H_0$  下,  $\underline{\mathbf{R}}$  为对角矩阵; 在假设  $H_1$  下,  $\underline{\mathbf{R}}$  为非对角共轭对称矩阵。因此原频谱感知模型可以转化为如式(19)的检测问题:

$$\begin{cases} H_0: \underline{\mathbf{x}} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \underline{\mathbf{R}}_0) \\ H_1: \underline{\mathbf{x}} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \underline{\mathbf{R}}_1) \end{cases} \quad (19)$$

其中,  $\underline{\mathbf{R}}_0 \in \mathbb{D}$ ,  $\mathbb{D}$  是非奇异对角矩阵的集合,  $\underline{\mathbf{R}}_1 \in \mathbb{S}$ ,  $\mathbb{S}$  是正定矩阵的集合。

对于  $\underline{\mathbf{R}}$  而言, 满足不变性的变换群为

$$\mathcal{G} = \{g: \underline{\mathbf{R}} \rightarrow \mathbf{G}\underline{\mathbf{R}}\mathbf{G}^H, \mathbf{G} \in \mathbb{D}\} \quad (20)$$

在文献[14]中已经证明,  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{x}^*$  的典型相关系数是  $\underline{\mathbf{R}}$  在上述变换意义下的最大不变统计量。具体地,  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{x}^*$  的典型相关系数是根据式(21)的相干矩阵(coherence matrix)来确定:

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}^{-1/2} \underline{\mathbf{R}} \mathbf{D}^{-1/2} \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{D} = \text{diag}(\underline{\mathbf{R}})$ , 即  $\mathbf{D}$  是由矩阵  $\underline{\mathbf{R}}$  的对角线元素所构成的对角矩阵。

对相干矩阵  $\mathbf{C}$  进行奇异值分解(SVD)

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{Q}\mathbf{V}^H \quad (22)$$

其中  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  为酉矩阵,  $\mathbf{Q} = \text{diag}[q_1, q_2, \dots, q_N]$  为由典型相关系数构成的对角矩阵, 且  $1 \geq q_1 \geq q_2 \geq \dots \geq q_N \geq 0$ 。此外, 典型相关系数的平方  $q_i^2$  等于  $\mathbf{C}\mathbf{C}^H$  的特征值。

根据 Wijsman 定理<sup>[15]</sup>, 可以得到式(19)对应的检测模型的局部最大功效不变检验量为

$$T = \sum_{i=1}^N q_i^2 = \text{tr}(\mathbf{C}\mathbf{C}^H) = \|\mathbf{C}\|_F^2 \quad (23)$$

其中,  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹,  $\|\cdot\|_F$  表示矩阵的 F 范数。

在实际应用中, 由于采样点数有限, 用采样增广协方差矩阵  $\underline{\mathbf{S}}$  代替  $\underline{\mathbf{R}}$ , 那么, 所对应的采样相干矩阵可以通过式(24)计算得到

$$\widehat{\mathbf{C}} = \mathbf{F}^{-1/2} \underline{\mathbf{S}} \mathbf{F}^{-1/2} \quad (24)$$

其中,  $\mathbf{F} = \text{diag}(\underline{\mathbf{S}})$ , 是由采样增广协方差矩阵  $\underline{\mathbf{S}}$  的对角线元素所构成的对角矩阵。

因此, 基于非圆信号的 LMPIT 频谱感知模型可以写作

$$T_{\text{NC-LMPIT}} = \left\| \widehat{\mathbf{C}} \right\|_F^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \gamma_{\text{NC-LMPIT}} \quad (25)$$

相应地, 其检测过程可以概括如下:

(1) 对于接收信号  $\mathbf{X}$ , 计算其增广采样协方差矩阵  $\underline{\mathbf{S}}$ ;

(2) 根据式(24)和式(25)构造 LMPIT 方法的检验统计量  $T_{\text{NC-LMPIT}}$ ;

(3) 通过与预设的门限  $\gamma_{\text{NC-LMPIT}}$  作比较, 若  $T_{\text{NC-LMPIT}} > \gamma_{\text{NC-LMPIT}}$ , 则认为频谱被占用, 反之, 则认为频谱空闲, 从而完成检测。

### 3.3 检测门限的确定

检测门限的选取需要在检测概率  $P_d$  和虚警概率  $P_f$  之间进行折中, 而在实际应用中, 通常主用户信号的先验信息是未知的, 很难得到检测概率的显式表达, 因此, 一般利用虚警概率来确定检测门限。而要得到虚警概率的表达式, 需要先计算检验统计量在假设  $H_0$  下的概率分布。

在假设  $H_0$  下, 接收信号只有圆噪声信号, 因此观测信号之间彼此相互独立, 且共轭采样协方差矩阵  $\underline{\mathbf{S}}$  等于  $\mathbf{0}$ 。在采样点数足够大时, 增广采样协方差矩阵的元素满足  $s_{ij} = 0, (i \neq j)$ , 且

$$\mathbf{F} = \text{diag}[\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}] = \text{diag}[\sigma_{w_1}^2, \dots, \sigma_{w_N}^2, \sigma_{w_1}^2, \dots, \sigma_{w_N}^2] \quad (26)$$

其中,  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{w_1}^2, \sigma_{w_2}^2, \dots, \sigma_{w_N}^2]$ 。

令  $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}), \mathbf{B} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \mathbf{S} \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ , 则对于采样相干矩阵  $\widehat{\mathbf{C}} = \mathbf{F}^{-1/2} \underline{\mathbf{S}} \mathbf{F}^{-1/2}$ , 有

$$\left\| \widehat{\mathbf{C}} \right\|_F^2 = \sum_{i,j} |c_{ij}|^2 = \sum_{i=1}^{2N} |c_{ii}|^2 = 2 \sum_{i=1}^N |b_{ii}|^2 \quad (27)$$

其中,

$$b_{ii} = \frac{1}{\sigma_{w_i}^2} s_{ii} = \frac{1}{K \sigma_{w_i}^2} \sum_{k=1}^K |w_i(k)|^2 \quad (28)$$

**引理 1** 如果  $z_i, (i = 1, 2, \dots, k)$  是一组相互独立的具有圆特性的复高斯随机变量, 且满足均值为 0, 方差为  $\sigma_i^2$ , 则随机变量  $y = \sum_{i=1}^k |z_i|^2$  服从广义卡方分布。特别地, 如果对于所有的  $i = 1, 2, \dots, k$ , 有  $\sigma_i^2 = \sigma^2$ , 则随机变量  $\frac{2}{\sigma^2} y = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{i=1}^k |z_i|^2$  服从自由度为  $2k$  的中心卡方分布,  $\chi^2(2k)$ 。

由于  $w_i(k), (k = 1, 2, \dots, K)$  为相互独立的均值为零方差为  $\sigma_{w_i}^2$  的复高斯随机变量, 即  $w_i(k) \sim \mathcal{CN}(0,$

$\sigma_{w_i}^2)$ 。令  $\Theta = 2K b_{ii} = \frac{2}{\sigma_{w_i}^2} \sum_{k=1}^K |w_i(k)|^2$ , 根据上述引理

可知,  $\Theta$  服从自由度为  $2K$  的中心卡方分布,  $\chi^2(2K)$ , 即  $b_{ii} \sim \frac{1}{2K} \chi^2(2K)$ 。而在文献[16]中, 已经证明, 当卡方分布的自由度大于 50 时, 可以被近似为高斯分布, 且误差忽略不计。即, 当  $K > 25$  时,  $\chi^2(2K) \rightarrow \mathcal{N}(2K, 4K)$ 。可见, 在采样点数  $K$  足够大时,  $b_{ii}$  服从均值为 1, 方差为  $1/K$  的高斯分布。

**引理 2** 设随机变量  $Y$  是高斯随机变量平方的总和, 即  $Y = \sum_{i=1}^N X_i^2$ 。假定  $X_i (i = 1, 2, \dots, N)$  相互独立, 均值为  $\mu_i$ , 且具有相同的方差  $\sigma^2$ 。则  $Y$  服从自由度为  $N$ , 非中心参数  $s = \sqrt{\sum_{i=1}^N \mu_i^2}$  的非中心卡方分布, 且其累积分布函数(CDF)为

$$F_Y(y) = p(Y < y) = 1 - Q_{N/2} \left( \frac{s}{\sigma}, \frac{\sqrt{y}}{\sigma} \right) \quad (29)$$

其中,  $Q_m(a, b)$  为 Marcum Q 函数。

根据引理 2 可知  $\Lambda = \sum_{i=1}^N |b_{ii}|^2$  服从自由度为  $N$ , 参数为  $\sqrt{N}$  的非中心卡方分布, 且对应的 CDF 为

$$F_\Lambda(\lambda) = p(\Lambda < \lambda) = 1 - Q_{N/2}(\sqrt{NK}, \sqrt{\lambda K}) \quad (30)$$

从而对于检验统计量  $T_{\text{NC-LMPIT}} = 2 \sum_{i=1}^N |b_{ii}|^2$ , 可以得到其在假设  $H_0$  下的累积分布函数为

$$\begin{aligned} F_{T_{\text{NC-LMPIT}}}(\gamma) &= p(T_{\text{NC-LMPIT}} < \gamma) \\ &= p\left(\Lambda < \frac{\gamma}{2}\right) = 1 - Q_{N/2}\left(\sqrt{NK}, \sqrt{\frac{K\gamma}{2}}\right) \end{aligned} \quad (31)$$

进一步, 根据虚警概率的定义有

$$\begin{aligned} P_f &= p(T_{\text{NC-LMPIT}} > \gamma_{\text{NC-LMPIT}} | H_0) \\ &= 1 - F_{T_{\text{NC-LMPIT}}}(\gamma_{\text{NC-LMPIT}}) \\ &= Q_{N/2}\left(\sqrt{NK}, \sqrt{\frac{K \gamma_{\text{NC-LMPIT}}}{2}}\right) \end{aligned} \quad (32)$$

对于给定的虚警概率指标  $P_f = \varepsilon$ , 所对应的理论渐进门限可以通过式(33)得到

$$\gamma_{\text{NC-LMPIT}} = \frac{2}{K} \left[ Q_{N/2}^{-1}(\sqrt{NK}, \varepsilon) \right]^2 \quad (33)$$

其中,  $Q_m^{-1}(a, b)$  表示 Marcum Q 函数的逆, 其求解过程参见文献[17]。

## 4 仿真实验与结果分析

本节通过仿真实验来验证所提出的基于非圆信号的 NC-LMPIT 频谱感知方法的有效性。作为比较, 还考察了理想的能量检测  $ED(\sigma_w^2)$ , 利用噪声功率估计值的能量检测  $ED(\hat{\sigma}_w^2)$ , 传统的 Hadamard 方法, 以及基于非圆信号的 NC-HDM 方法的检测

性能。仿真中假设主用户信号为 BPSK 信号, 均考虑非均匀噪声场景, 对于  $N = 4$  的情况, 假设各天线端噪声功率为  $[1 \ 1.7 \ -0.7 \ -2]$  dB, 对于  $N = 6$  的情况, 各天线端噪声功率为  $[-1.2, -0.3, 2.6, -0.8, 2.4, -2.7]$  dB, 每组仿真结果均由 10000 次蒙特卡罗仿真实验得到。

#### 4.1 检验统计量特性对比

对于二元信号检测问题, 可以用  $p(T; H_0)$  和  $p(T; H_1)$  分别表示检验统计量  $T$  在假设  $H_0$  和假设  $H_1$  下的概率分布。在恒虚警概率检测中, 对于不同的检验统计量,  $p(T; H_0)$  和  $p(T; H_1)$  之间的距离越大, 重叠面积越小, 相对应的检测性能就越好。因此, 我们首先通过分析检验统计量的这一特性来验证所提方法的有效性。

图 1 中, 通过仿真给出了在 MIMO-Rayleigh 信道环境下, NC-HDM 方法和本文提出的 NC-LMPIT 方法检验统计量的经验概率分布。仿真中发送天线数  $M = 1$ , 接收天线数  $N = 4$ , 采样点数  $K = 30$ , 信噪比  $\text{SNR} = -5$  dB。从结果中可以看出, 本文提出的 NC-LMPIT 方法的检验统计量在两种假设下的概率分布重叠面积远小于 NC-HDM 方法, 因此在同样的参数条件下, 其检测性能更佳。

#### 4.2 不同信道环境下各检测方法的性能对比

(1)AWGN 信道: 图 2 给出了在 AWGN 信道环境下, 各检测方法的检测性能对比曲线图, 仿真中假设发送天线数  $M = 1$ , 接收天线数  $N = 4$ , 采样点数  $K = 15$ , 从结果中可以看出, 在采样点数非常小的情况下, 所提出的 NC-LMPIT 方法优于其他方法, 性能最佳。

(2)MIMO-Rayleigh 信道: 对于 MIMO-Rayleigh 信道的研究已经较为成熟, 在实际应用中, 由于恶劣的散射环境, 不同天线端的接收信号之间存在一定的相关性, 因此相关 Rayleigh 信道更能准确的描述实际信道。在文献[18]中已经证明, 相关 Rayleigh 信道矩阵的列向量服从均值为零, 协方差矩阵为  $\Psi$  的复高斯分布, 其中  $\Psi$  的元素满足:

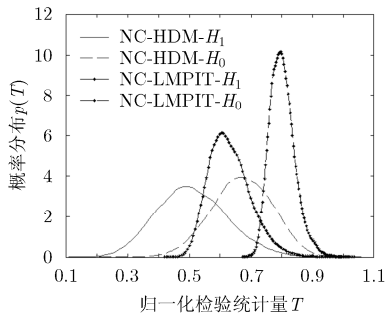


图1 不同检测方法的检验统计量经验分布对比图

$$\psi_{lm} = \frac{I_0\left(\sqrt{\kappa^2 - 4\pi^2 d_{lm}^2} + j4\pi\kappa \sin(\mu) d_{lm}\right)}{I_0(\kappa)} \quad (34)$$

其中,  $I_0(\cdot)$  表示零阶贝塞尔函数,  $\kappa \in [0, \infty)$  为影响主用户信号到认知用户接收天线的到达角宽度的参数, 取 0 则代表全向散射, 取  $\infty$  代表极端的非全向散射,  $\mu \in [-\pi, \pi)$  为平均到达角,  $d_{lm}$  为对波长归一化之后第  $l$  根天线与第  $m$  根天线之间的间隔。在仿真中假设接收端的天线采用间隔为半波长的均匀线阵, 即相邻天线间的归一化间隔等于 0.5,  $\mu = \pi/2$ , 发送天线数  $M = 1$ , 接收天线数  $N = 4$ , 采样点数  $K = 30$ 。这里通过对  $\kappa$  取不同的数值, 分析信道散射情况对于各检测器检测性能的影响。

图 3 给出了在  $\kappa$  不同取值下各检测方法的检测性能曲线对比图, 从结果中可以看出, 在  $\kappa = 0$  时, 由于全向散射导致各接收天线端的衰落满足独立同分布, 因此破坏了各天线端接收信号之间的空间相关性, 此时理想的能量检测是最优的。而由于文中提出的方法, 以及 Hadamard 方法和 NC-HDM 方法, 都是利用信号的空间相关结构来区分主用户信号和噪声, 因此在全向散射的情况下, 性能均不够理想, 但是本文提出的 NC-LMPIT 仍然优于 Hadamard 方法和 NC-HDM 方法。随着  $\kappa$  的增加, 信号之间的相关性也随之增加, 因此检测性能随之提高, 但是 NC-LMPIT 方法性能最佳。

#### 4.3 采样点数和天线数对检测性能的影响

图 4 分析了采样点数、接收天线数对各检测器性能的影响, 从结果中可以看出, 无论采样点数和天线数取值大小, 本文提出的 NC-LMPIT 方法的检测性能均优于其他方法。而对比图 4(a)图 4(b)的结果, 可以看出, 随着接收天线的数目的增加, NC-LMPIT 方法性能的优势也越明显, 而要达到相同的检测概率, 其他方法则需要更大的采样点数。

## 5 结论

考虑到在实际应用中, 很多时候采用的信号为非圆信号, 然而在传统的频谱感知研究中, 对于信

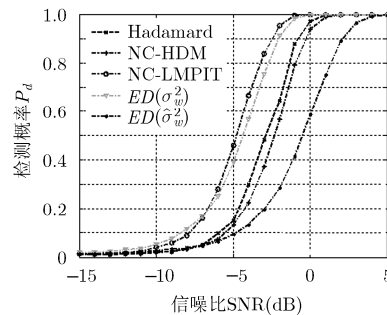


图2 AWGN环境下各检测方法性能对比曲线图

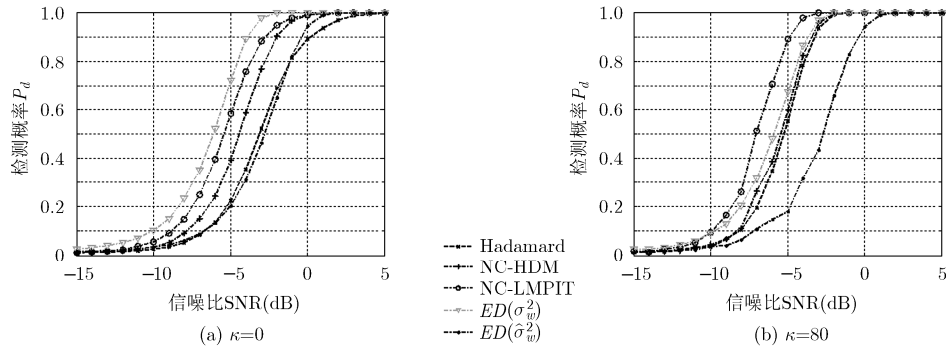
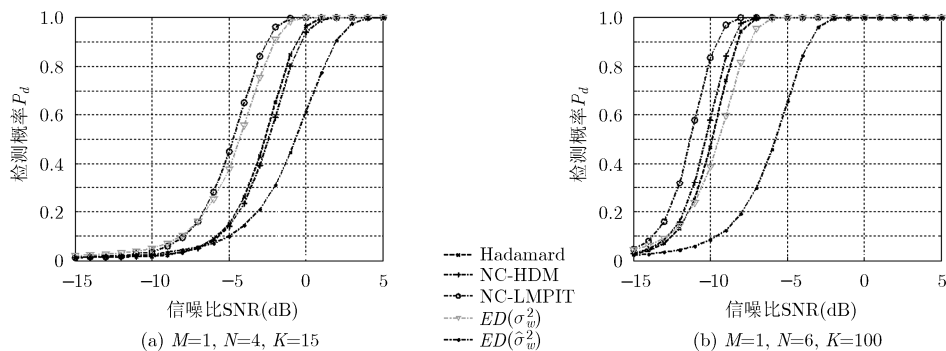
图3 MIMO-Rayleigh环境下各检测方法性能随 $\kappa$ 值变化曲线对比图

图4 检测概率随信噪比变化曲线图

号的二阶统计特性，通常只利用到了其中的协方差矩阵，并没有用到完整的二阶特性，因而大大降低了检测性能。基于此，本文研究了基于非圆信号的频谱感知问题，并提出了一种基于局部最大功效不变检验的NC-LMPIT检测方法。并利用渐进分布理论，推导了提出的NC-LMPIT方法所对应的理论渐进门限。最后，通过数值仿真实验，从二元信号检测基本原理的角度，利用所构建检验统计量的经验概率分布证明了所提方法的优越性；在不同信道环境下，对比了所提方法和现有方法的检测性能，分析了采样点数以及天线数目对于各检测方法性能的影响，同时还考察了不同类型噪声对检测性能的影响。结果表明，本文提出的NC-LMPIT方法，可以有效克服非均匀噪声造成的影响，在各种信道环境中，即使采样点数很小的情况下，也具有很高的检测性能。由于提出的NC-LMPIT方法，无需已知信道，主用户信号以及噪声的任何先验信息，因此，可以广泛的应用于频谱感知的实际应用中。

### 参考文献

- [1] AXELL E, LEUS G, LARSSON E G, *et al.* Spectrum sensing for cognitive radio: State-of-the-art and recent advances[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2012, 29(3): 101-116.
- [2] YUCEK T and ARSLAN H. A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2009, 11(1): 116-130.
- [3] ZHU Y, LIU J, FENG Z, *et al.* Sensing performance of efficient cyclostationary detector with multiple antennas in multipath fading and lognormal shadowing environments[J]. *Journal of Communications and Networks*, 2014, 16(2): 162-171.
- [4] SUTTON P D, ÖZGÜL B, and DOYLE L E. Cyclostationary signatures for LTE Advanced and beyond[J]. *Physical Communication*, 2014, 10: 179-189.
- [5] LIU Y, ZHONG Z, WANG G, *et al.* Cyclostationary detection based spectrum sensing for cognitive radio networks[J]. *Journal of Communications*, 2015, 10(1): 74-79.
- [6] ATAPATTU S, TELLAMBURA C, and JIANG H. Energy Detection for Spectrum Sensing in Cognitive Radio[M]. Berlin: Springer, 2014: 11-26.
- [7] LI B, SUN M, LI X, *et al.* Energy detection based spectrum sensing for cognitive radios over time-frequency doubly selective fading channels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(2): 402-417.
- [8] GOKCEOGLU A, DIKMESE S, VALKAMA M, *et al.* Energy detection under iq imbalance with single-and multi-channel direct-conversion receiver: analysis and mitigation[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2014, 32(3): 411-424.
- [9] ZENG Y and LIANG Y C. Maximum-minimum eigenvalue detection for cognitive radio[C]. Proceedings of IEEE 18th

- International Symposium on Personal Indoor, Mobile Radio Communication, Athens, 2007: 1-5.
- [10] LIM T J, ZHANG R, LIANG Y C, *et al.* GLRT- based spectrum sensing for cognitive radio[C]. Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM), New Orleans, LO, 2008: 1-5.
- [11] RAMÍREZ D, VAZQUEZ-VILAR G, LÓPEZ-VALCARCE R, *et al.* Detection of rank-signals in cognitive radio networks with uncalibrated multiple antennas[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3764-3774.
- [12] HUANG L, SO H C, and QIAN C. Volume-based method for spectrum sensing[J]. *Digital Signal Processing*, 2014, 28: 48-56.
- [13] HUANG L, XIAO Y H, and ZHANG Q T. Robust spectrum sensing for noncircular signal in multiantenna cognitive receivers[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(2): 498-511.
- [14] SCHREIER P J and SCHARF L L. Statistical Signal Processing of Complex-valued Data: the Theory of Improper and Noncircular Signals[M]. New York: Cambridge University Press, 2010: 65-66.
- [15] RAMIREZ D, VIA J, SANTAMARIA I, *et al.* Locally most powerful invariant tests for correlation and sphericity of gaussian vectors[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(4): 2128-2141.
- [16] BOX G E P, HUNTER J S, and HUNTER W G. Statistics for Experimenters: Design, Innovation, and Discovery[M]. New York, John Willey, 2005: 46-48.
- [17] 贾琼, 李兵兵. 基于局部方差的 MIMO 频谱感知算法研究[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(7): 1525-1530. doi: 10.11999/JEIT141540.
- JIA Qiong and LI Bingbing. MIMO Spectrum sensing method based on the local variance[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(7): 1525-1530. doi: 10.11999/JEIT141540.
- [18] CHIANI M, WIN M Z, and ZANELLA A. On the capacity of spatially correlated MIMO Rayleigh-fading channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(10): 2363-2371.
- 贾琼: 女, 1988年生, 博士生, 研究方向为认知无线电频谱感知技术.
- 李兵兵: 男, 1955年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为认知无线电、调制识别、信号检测等.