# 旋转的正交多点源反向交叉眼干扰分析

刘松杨 董春曦\* 董阳阳 赵国庆 艾小凡 (西安电子科技大学电子信息攻防对抗与仿真技术教育部重点实验室 西安 710071)

**摘 要**: 针对干扰平台旋转或者在不同方向被探测的情况,该文提出正交多点源反向交叉眼方案,并对方案进行了 严格的数学推导和理论分析,得出了角度偏差与其他影响因素的闭合解公式。闭合解公式为与传统两点源反向交叉 眼和正交四点源反向交叉眼的对比和评估提供了数学依据,同时为优化方案性能提供了理论依据。通过对比分析了 采用正交阵列和线性排布干扰单元的工程实践方法的数学本质。将稳定因数和系统在相同雷达指向角时的角度偏差 作为衡量指标,对所提方案和以往的方案进行了数学和实例分析,突显了所提方案在产生稳定的角度偏差方面和产 生有效的角度偏差方面的优越性。

关键词:电子战;角度欺骗;交叉眼干扰;反向阵;多点源
 中图分类号:TN972
 文献标识码:A
 DOI: 10.11999/JEIT150919

文章编号: 1009-5896(2016)06-1424-07

# Analysis of Rotating Orthogonal Multiple Elements Retrodirective Cross-eye Jamming

LIU Songyang DONG Chunxi DONG Yangyang ZHAO Guoqing AI Xiaofan (Key Laboratory of Electronic Information Countermeasure and Simulation Technology,

Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In the case that the jammer platform rotates or is pointed in all different directions, a new scenario consisting of orthogonal multiple elements is presented, and then rigorous mathematical derivation and theoretic analysis are given for the new scenario. The closed-form solutions for angle error are derived, which is useful in mathematics for comparison and evaluation. Meanwhile, it provides theoretical references for optimizing the performance. Through comparisons, the nature of mathematics for orthogonal arrays and linear arrangement of jamming elements are proposed. Using stability factor and angle error that the systems in the same radar pointing angle as index, mathematics analysis and example are made to prove that the new scenario outperforms the conventional one in the aspect of stability and effectivity.

Key words: Electronic warfare; Angular deception; Cross-eye jamming; Retrodirective arrays; Multiple elements

# 1 引言

单脉冲跟踪雷达测角通常有振幅和差单脉冲测 角和相位和差单脉冲测角两种,具有较强的抗干扰 能力。交叉眼干扰是针对单脉冲跟踪雷达系统的一 种有效的角度欺骗干扰方法。交叉眼干扰通过模仿 角闪烁现象,实现引导单脉冲跟踪雷达偏离真实目 标而指向假目标的目的<sup>[1-5]</sup>。

文献[6]提出通过线性拟合分析的方法,拟合形成和通道与差通道的方向图,得出角度偏差。文献 [7]提出了一种相位波前(phase-front)的分析方法,

基金项目: 国家重大基础研究("973"项目)(613181)

文献[8]针对角闪烁提出了一种称为坡印亭矢量 (poynting-vector)的分析方法。后来,文献[9]提出几 何分析法来分析交叉眼干扰形成的角度偏差效果。 文献[10]加入多点干扰,并用最小均方最优化的方法 来仿真实际情况。

反向交叉眼干扰是交叉眼干扰的一种扩展,将 干扰单元反向放置形成反向阵列<sup>[11]</sup>,可产生更大的 角度偏差。文献[12-16]将反向阵列纳入考虑,使用 几何分析法来对交叉眼干扰形成的角度偏差效果进 行分析,得出了较传统分析方法更为准确的分析结 果,同时,国内的学者也有对基于线阵的反向交叉 眼进行研究<sup>[17]</sup>。

目前关于反向交叉眼的分析大部分均是建立在 干扰平台旋转角为定值的假设上,在这个限制条件 下,传统的交叉眼方案均只能工作在一定的角度范

收稿日期: 2015-08-15; 改回日期: 2015-12-18; 网络出版: 2016-02-26 \*通信作者: 董春曦 chxdong@mail.xidian.edu.cn

Foundation Item: The National Basic Research Program (973 Program) of China (613181)

围内。由于干扰平台可能旋转,抖动或者雷达轴线 变化,导致干扰平台旋转角为变量,一种新的反向 交叉眼方案在文献[18]中提出,并通过数学推导和证 明得出正交四点源反向交叉眼方案能够解决平台旋 转角为变量时不能产生稳定角度干扰的问题。

文献[18]虽然解决了平台旋转角为变量仍能够 产生稳定的角度偏差的问题,但是在平台旋转角在 一定取值时,产生的角度偏差会略差于传统两点源 反向交叉眼方案。本文提出一种正交多点源反向交 叉眼方案,将正交的两对干扰单元扩展为正交的两 条线性排布的干扰单元阵列,极大地改善角度误差 对平台旋转的敏感性,使得在所有的平台旋转角取 值上,均能使角度偏差优于传统两点源反向交叉眼, 进一步弥补了正交四点源交叉眼的不足。同时采用 文献[18]中所提出的稳定因数作为衡量正交多点源 反向交叉眼的稳定性判据。通过严谨的数学推导和 分析,证明了正交多点源反向交叉眼方案的优越性。

# 2 方案组成及数学分析

由于本文所考虑的情况为平台旋转角是变化 的,此时传统方案在相同的雷达指向角的情况下产 生的角度偏差不能保持稳定且有效。稳定因数是在 平台旋转角变化的情况下,衡量反向交叉眼系统产 生稳定的角度偏差的能力,在文献[18]中首次被提出 并用于反向交叉眼系统的评估。稳定因数定义为在 雷达指向角取值范围内,平台旋转角为变量的情况 下,角度误差相对于雷达指向角的积分最大值和最 小值的差值与积分最大值的比值,其表达式可以表 示为

$$\Gamma = \frac{\max\left\{ F\left(\theta_{i}\left(\theta_{r},\theta_{c}\right)\right)\right\} - \min\left\{ F\left(\theta_{i}\left(\theta_{r},\theta_{c}\right)\right)\right\}}{\max\left\{ F\left(\theta_{i}\left(\theta_{r},\theta_{c}\right)\right)\right\}}$$
(1)  
$$F\left(\theta_{i}\left(\theta_{r}\theta_{c}\right)\right) = \int_{-b}^{b} \theta_{i}\left(\theta_{r},\theta_{c}\right) d\theta_{r}, \ \theta_{c} \in [-\pi,\pi]$$

其中θ<sub>i</sub>为角度偏差, b为雷达指向角θ<sub>r</sub>的取值上限。 稳定因数越小则稳定性越好,当反向交叉眼系统产 生的角度偏差不随着平台旋转角变化而变化时,稳 定因数Γ趋向于零。

本文假设雷达对单个的干扰单元为远场,而对 整个反向交叉眼系统来说不为远场<sup>[9]</sup>。

#### 2.1 正交多点源反向交叉眼方案组成

在文献[18]中分析的正交四点源反向交叉眼干 扰系统由 4 个正交放置的干扰单元组成,且对信号 没有幅度和相位调制的发射天线要在雷达中心与干 扰单元中心连线同一侧,如图 1 所示,只有最外围 4 个干扰单元 α<sub>N-1</sub>, α<sub>N</sub>, β<sub>N-1</sub>, β<sub>N</sub>同时工作。本文 所提干扰方案在不增加天线长度的前提下,在每条 线性干扰阵列内部排布若干对干扰单元,形成新的 正交多点源反向交叉眼方案,如图1所示,所有干 扰单元同时工作。

图1所示的反向交叉眼方案, 左边为雷达系统, 右边为反向交叉眼干扰单元。雷达中心与干扰单元 中心的距离为r,雷达系统两天线单元的距离为 $d_r$ , 线性干扰阵列的长度均为 d\_。 雷达中心点与同一对 干扰单元两点连线的夹角定义为张角,由于干扰单 元与雷达间距离较远,近似认为半张角为雷达中心 到其中任意一个干扰单元的连线与雷达中心到干扰 单元中心的连线的夹角。其中干扰单元 α1, α, 的半 张角和距离分别为 $\theta_{e1}$ 和 $d_{e1}$ ,干扰单元 $\alpha_3, \alpha_4$ 的半张 角和距离分别为θ<sub>e2</sub>和d<sub>c2</sub>,依次类推其余干扰单元 对的半张角和距离分别为θen 和 den, 受到天线尺寸 的限制,最大半张角和距离分别为 $\theta_e$ 和 $d_e$ ;同样另外 一条线性干扰阵列的半张角依次为 $\theta'_{e1}, \theta'_{e2}, \dots, \theta'_{en}$ ,距 离依次为 d'\_e1, d'\_e2, ..., d'\_en, 由于受到天线尺寸的限制最 大半张角和距离为 $\theta'_{e}$ 和 $d'_{e}$ 。本方案假设 $\theta_{en} = \theta'_{en}$ 和  $d_{cn} = d'_{cn}$ ,即具有相同下标的干扰单元在对应线阵 上排布一致,同时相同下标的干扰单元对的相位偏 移和幅度调制均一致。雷达指向角定义为雷达轴线 与干扰系统中心的夹角,即θ。如图1所示,干扰 平台旋转角为 0 。

# 2.2 正交四点源反向交叉眼和两点源传统反向交叉 眼

如图 1 所示,当干扰单元 $\alpha_{N-1}, \alpha_N, \beta_{N-1}, \beta_N$ 同时工作,且对接收信号进行相位和幅度调制并发射的干扰单元处于雷达中心到干扰单元中心的连线的同一侧,组成了正交四点源反向交叉眼方案。单脉冲误差的表达式已经在文献[18]中推导出:

$$\tan\left[\frac{\pi d_r}{\lambda}\sin\left(\theta_i\right)\right]$$
$$=\Im\left\{\frac{D_r}{S_r}\right\} = \frac{2\sin(2k) + G_C\left[\sin\left(2k_c\right) + \sin\left(2k_c'\right)\right]}{2\cos(2k) + \cos\left(2k_c\right) + \cos\left(2k_c'\right)} (2)$$



图1 正交多点源反向交叉眼干扰方案图

文献[12]中所提到的两点源传统反向交叉眼的 单脉冲误差表达式为

$$\tan\left[\frac{\pi d_r}{\lambda}\sin\left(\theta_i\right)\right] = \Im\left\{\frac{D_r}{S_r}\right\}$$
$$= \frac{\sin\left(2k\right) + \sin\left(2k_c\right)G_c}{\cos\left(2k\right) + \cos\left(2k_c\right)}$$
(3)

式中 $\Im$ {•}为对函数取虚部,  $G_c$ 为交叉眼增益系数。 由于半张角 $\theta_e$ 和 $\theta'_e$ 较小,式(2)和式(3)中的k,  $k_e$ 和  $k'_e$ 表达式可以近似推导为

$$k = \pi d_r \sin\left(\theta_r\right) \cos\left(\theta_e\right) / \lambda \approx \pi d_r \sin\left(\theta_r\right) / \lambda \tag{4}$$

$$k_c = \pi d_r \cos(\theta_r) \sin(\theta_e) / \lambda \approx \pi d_r \cos(\theta_r) \theta_e / \lambda \quad (5)$$

$$k_{c}^{'} = \pi d_{r} \cos\left(\theta_{r}\right) \sin\left(\theta_{e}^{\prime}\right) / \lambda \approx \pi d_{r} \cos\left(\theta_{r}\right) \theta_{e}^{'} / \lambda \quad (6)$$

式中 $\lambda$ 为波长, $\theta_r$ 为雷达指向角, $\theta_e$ 和 $\theta'_e$ 为半张角,  $d_r$ 为干扰天线的长度。半张角 $\theta_e$ 和 $\theta'_e$ 的表达式为

$$\theta_e = \frac{d_c \cos(\theta_c)/2}{r \pm d_c \sin(\theta_c)/2} \approx \frac{d_c}{2r} \cos(\theta_c)$$
(7)

$$\theta_{e}^{'} \approx \frac{d_{c}}{2r} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_{c}\right) = \frac{d_{c}}{2r} \sin\left(\theta_{c}\right) \tag{8}$$

由上述表达式可以看出,平台旋转角 $\theta_c$ 的变化 引起了半张角 $\theta_e$ 和 $\theta'_e$ 的取值变化,进一步影响了 $k_c$ 和 $k'_c$ 的取值,由式(3)中与交叉眼增益系数相乘的项 可知,在两点源方案中 $\theta_c$ 的变化对单脉冲误差产生 巨大影响。

以上方案中的交叉眼增益系数由文献[12]给出 均为

$$G_{C} = \Re \left\{ \frac{1 - a \mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}}{1 + a \mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}} \right\} = \frac{1 - a^{2}}{1 + a^{2} + 2a\cos(\phi)} \tag{9}$$

式中a和 $\phi$ 分别为干扰单元 $\alpha_N(\beta_N)$ 接收干扰单元  $\alpha_{N-1}(\beta_{N-1})$ 发射的信号相对于其反向传输的信号的 幅度增益和相位偏移。 $\Re\{\bullet\}$ 为对函数取实部。

# 2.3 正交多点源反向交叉眼的理论推导

如图 1 所示,如果所有干扰单元均同时工作, 且对接收信号进行相位和幅度调制并发射的干扰单 元处于雷达中心到干扰单元中心的连线的同一侧, 并且具有相同下标的干扰单元在对应线阵上排布一 致,同时相同下标的干扰单元对的相位偏移和幅度 调制均一致,则组成了本文中的正交多点源反向交 叉眼方案。

雷达和通道与差通道所接收的来自干扰单元方 向的信号形式在文献[18]中得到推导,通式为  $S_{\alpha_{2n-1},\alpha_{2n}} = P_r(\theta_r \pm \theta_{en}) \cos[0.5\beta d_r \sin(\theta_r \pm \theta_{en})]$ (10)

$$S'_{\beta_{2n-1},\beta_{2n}} = P_r \left(\theta_r \pm \theta'_{en}\right) \cos\left[0.5\beta d_r \sin\left(\theta_r \pm \theta'_{en}\right)\right] \quad (11)$$

$$D_{\alpha_{2n-1},\alpha_{2n}} = jP_r \left(\theta_r \pm \theta_{en}\right) \sin \left[0.5\beta d_r \sin \left(\theta_r \pm \theta_{en}\right)\right] (12)$$

 $D'_{\beta_{2n-1},\beta_{2n}} = jP_r(\theta_r \pm \theta'_{en})\sin\left[0.5\beta d_r\sin\left(\theta_r \pm \theta'_{en}\right)
ight]$  (13) 其中  $P_r(\theta)$  为雷达天线用来形成单脉冲测角系统的 方向图函数,  $\theta_{en}$ 和 $\theta'_{en}$ 分别为两条线性排布各个干 扰单元对的半张角。

将正交多点源反向交叉眼系统的所有干扰单元 在雷达和通道和差通道的信号进行累加,相同下标 的干扰单元对具有相同的相位偏移 *a*<sub>n</sub>和幅度调制 *o*<sub>n</sub>,则雷达和通道与差通道所接收的信号分别为

$$\begin{split} S_{r} &= S_{\alpha_{1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{e1}\right)S_{\alpha_{2}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{e1}\right) + a_{1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{1}}S_{\alpha_{2}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{e1}\right)S_{\alpha_{1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{e1}\right) + \dots + S_{\alpha_{N-1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}\right)S_{\alpha_{N}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}\right) \\ &+ a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{n}}S_{\alpha_{N}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}\right)S_{\alpha_{N-1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}\right) + S_{\beta_{1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{e1}'\right)S_{\beta_{2}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{e1}'\right) + a_{1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{1}}S_{\beta_{2}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{e1}'\right)S_{\beta_{1}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right) \\ &+ \dots + S_{\beta_{N-1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}'\right)S_{\beta_{N}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right) + a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{n}}S_{\beta_{N}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)S_{\beta_{N-1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}'\right) \\ &= \sum_{n=1}^{N}\frac{1}{2}P_{r}\left(\theta_{r}-\theta_{en}\right)P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)P_{r}\left(\theta_{r}+\theta_{en}\right)P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}'\right)\left(1+a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{n}}\right)\left[\cos\left(2k_{n}\right) + \cos\left(2k_{cn}'\right)\right] \\ &+ \sum_{n=1}^{N}\frac{1}{2}P_{r}\left(\theta_{r}-\theta_{en}'\right)P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)P_{r}\left(\theta_{r}+\theta_{en}'\right)P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)\left(1+a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{n}}\right)\left[\cos\left(2k_{n}\right) + \cos\left(2k_{cn}'\right)\right] \\ &+ \sum_{n=1}^{N}\frac{1}{2}P_{r}\left(\theta_{r}-\theta_{en}'\right)P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)P_{r}\left(\theta_{r}+\theta_{en}'\right)P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)D_{\alpha_{1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{e1}'\right) + \cdots \\ &+ S_{\alpha_{N-1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{e1}'\right)D_{\alpha_{2}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right) + a_{1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{1}}S_{\alpha_{2}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)D_{\alpha_{1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{e1}'\right) + \cdots \\ &+ S_{\beta_{N-1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}'\right)D_{\beta_{N}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right) + a_{1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{1}}S_{\beta_{N}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)D_{\beta_{1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{e1}'\right) + \cdots \\ &+ S_{\beta_{N-1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}'\right)D_{\beta_{N}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right) + a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{1}}S_{\beta_{N}}P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)D_{\beta_{N-1}}P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}'\right) \\ &= \sum_{n=1}^{N}j\frac{1}{2}P_{r}\left(\theta_{r}-\theta_{en}\right)P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)P_{r}\left(\theta_{r}+\theta_{en}\right)P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}'\right)\left[\left(1+a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{n}}\right)\sin\left(2k_{n}'\right) + \left(1-a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{n}}\right)\sin\left(2k_{cn}'\right)\right] \\ &+ \sum_{n=1}^{N}j\frac{1}{2}P_{r}\left(\theta_{r}-\theta_{en}'\right)P_{c}\left(\theta_{c}-\theta_{en}'\right)P_{r}\left(\theta_{r}+\theta_{en}'\right)P_{c}\left(\theta_{c}+\theta_{en}'\right)\left[\left(1+a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{n}}\right)\sin\left(2k_{n}'\right) + \left(1-a_{n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_{n}}\right)\sin\left(2k_{cn}'\right)\right] \\ &+ \sum_{n=1}^{N}j\frac{1}{2}P_{r}\left(\theta_{r}-\theta_{en}'\right)P_{c}\left(\theta_{r}$$

其中 P<sub>c</sub>(θ) 为干扰单元的天线方向图函数, θ<sub>en</sub> 和 θ'<sub>en</sub> 具有相同下标,干扰单元在对应线阵上排布一致, 对应线阵上的干扰单元对间的半张角区别只有干扰 单元间距,正交阵列半张角的通式可以表示为

$$\theta_{en} = \frac{d_{cn} \cos(\theta_c)/2}{r \pm d_{cn} \sin(\theta_c)/2} \approx \frac{d_{cn}}{2r} \cos(\theta_c)$$
(16)

$$\theta_{en}^{'} \approx \frac{d_{cn}}{2r} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_{c}\right) = \frac{d_{cn}}{2r} \sin\left(\theta_{c}\right) \tag{17}$$

由于在远场来看, $\theta_{en}$ 和 $\theta'_{en}$ 的取值均很小,所以 $k_n$ ,  $k_{en}$ 和 $k'_{en}$ 的通用表达式可以近似推导为

$$k_n = 0.5\beta d_r \sin(\theta_r) \cos(\theta_{en}) \approx 0.5\beta d_r \sin(\theta_r) = k (18)$$

$$k_{cn} = 0.5\beta d_r \cos\left(\theta_r\right) \sin\left(\theta_{en}\right) \approx 0.5\beta d_r \cos\left(\theta_r\right) \theta_{en} \quad (19)$$

 $k_{cn}^{'} = 0.5\beta d_r \cos\left(\theta_r\right) \sin\left(\theta_{en}^{'}\right) \approx 0.5\beta d_r \cos\left(\theta_r\right) \theta_{en}^{'} \quad (20)$ 

利用  $\theta_{en}$  和  $\theta'_{en}$  的取值均很小的特性,我们还可以得到如下的近似:

(1) 
$$P_r \left(\theta_r - \theta_{en}\right) P_r \left(\theta_r + \theta_{en}\right) \approx P_r \left(\theta_r - \theta_{en}'\right) P_r \left(\theta_r + \theta_{en}'\right) \approx \left[P_r \left(\theta_r\right)\right]^2;$$

$$\begin{array}{l} (2) \quad P_c \left(\theta_r - \theta_{en}\right) P_c \left(\theta_r + \theta_{en}\right) \approx P_c \left(\theta_r - \theta_{en}^{'}\right) P_c \left(-\theta_r + \theta_{en}^{'}\right) \\ + \theta_{en}^{'} \right) \approx \left[P_c \left(\theta_r\right)\right]^2 ; \end{array}$$

(3) 
$$\cos(2k_{cn}) \approx \cos(2k'_{cn}) \approx \cos(2k_c);$$
  
(4)  $\sin(2k_{cn}) = \sin\left(\frac{\beta d_r \,\cos(\theta_r) \cos(\theta_c) d_c}{2r} + \frac{d_{cn}}{d_c}\right)$ 

$$pprox rac{d_{cn}}{d_c} \sin\left(2k_c
ight);$$

$$(5) \ \sin\left(2k_{cn}^{'}
ight) = \sin\left(rac{eta d_r \ \cos\left( heta_r
ight) \sin\left( heta_c
ight) d_c}{2r} \cdot rac{d_{cn}}{d_c}
ight)$$
 $pprox rac{d_{cn}}{d_c} \sin\left(2k_c^{'}
ight) \circ$ 

使用如上的近似结果,可以将式(14)和式(15) 进一步推导为

$$S_r \approx \left[P_r\left(\theta_r\right)\right]^2 \left[P_c\left(\theta_c\right)\right]^2$$
$$\cdot \sum_{n=1}^N \left(1 + a_n e^{j\phi_n}\right) \left[\cos\left(2k\right) + \cos\left(2k_c\right)\right] \qquad (21)$$

和

$$D_{r} \approx j \frac{1}{2} [P_{r}(\theta_{r})]^{2} [P_{c}(\theta_{c})]^{2}$$

$$\cdot \sum_{n=1}^{N} [(1 + a_{n} e^{j\phi_{n}}) \sin(2k) + (1 - a_{n} e^{j\phi_{n}}) \sin(2k_{cn})]$$

$$+ j \frac{1}{2} [P_{r}(\theta_{r})]^{2} [P_{c}(\theta_{c})]^{2} \sum_{n=1}^{N} [(1 + a_{n} e^{j\phi_{n}}) \sin(2k) + (1 - a_{n} e^{j\phi_{n}}) \sin(2k)]$$

$$+ (1 - a_{n} e^{j\phi_{n}}) \sin(2k_{cn})] \qquad (22)$$

和通道与差通道比值的虚部即为单脉冲误差 *M<sub>j</sub>*, 雷达的角度偏差也可以根据 *M<sub>j</sub>*得出, *M<sub>j</sub>*即为

$$M_{j} = \Im\left\{\frac{D_{r}}{S_{r}}\right\} = \Re\left\{\frac{\sum_{n=1}^{N} \left[2\left(1+a_{n}e^{j\phi_{n}}\right)\sin\left(2k\right)+\left(1-a_{n}e^{j\phi_{n}}\right)\frac{d_{cn}}{d_{c}}\sin\left(2k_{c}\right)+\left(1-a_{n}e^{j\phi_{n}}\right)\frac{d_{cn}}{d_{c}}\sin\left(2k_{c}'\right)\right]}{2\left[\cos\left(2k\right)+\cos\left(2k_{c}\right)\right]\sum_{n=1}^{N} \left(1+a_{n}e^{j\phi_{n}}\right)}\right]\right\}$$
(23)

将式(23)的分子分母同除以 $\sum_{n=1}^{N} (1 + a_n e^{j\phi_n})$ ,并进行进一步化简可以得出:

$$M_{j} = \tan\left[\beta \frac{d_{r}}{2}\sin(\theta_{i})\right] = \frac{\sin(2k)}{\cos(2k) + \cos(2k_{c})} + \frac{\sin(2k_{c}) + \sin(2k_{c}')}{2\left[\cos(2k) + \cos(2k_{c})\right]} \Re\left\{\frac{\sum_{n=1}^{N} (1 - a_{n}e^{j\phi_{n}}) \frac{d_{cn}}{d_{c}}}{\sum_{n=1}^{N} (1 + a_{n}e^{j\phi_{n}})}\right\}$$
(24)

由式(24)可以定义,正交多点源反向交叉眼的 增益系数 G<sub>c</sub> 为

$$G'_{C} = \Re \left\{ \frac{\sum_{n=1}^{N} (1 - a_{n} e^{j\phi_{n}}) \frac{d_{cn}}{d_{c}}}{\sum_{n=1}^{N} (1 + a_{n} e^{j\phi_{n}})} \right\}$$
(25)

由式(25)可知增益系数适用于所有干扰单元对 间距,说明此方案适用于所有线性排布均匀阵和非 均匀阵。若使式中 N 的取值为 N = 1,则式(24)退 化为式(2)的形式,此时即转变为正交四点源反向交 叉眼方案,可以看出本方案在数学意义上实际是调 整了增益系数 G'c 的取值。若每一个干扰单元对的相位偏移和幅度增益均一致,则有

$$G_{C}^{'} = G_{C} \sum_{n=1}^{N} \frac{d_{cn}}{d_{c}} / N \le G_{C}$$
 (26)

由式(26)可以得出仅仅是简单的线性排布相位 偏移和幅度增益均相等的干扰单元对,并不能增大 增益系数,反而会使其变小。

#### 2.4 增益系数比较

将式(23)与文献[12]中的两点源传统反向交叉 眼方案的式(3)相比,可以看出本方案在数学意义上 调整了增益系数 G'\_c 的取值,同时也调整了与增益系 数相乘的sin(2k<sub>c</sub>)为sin(2k<sub>c</sub>)+sin(2k'<sub>c</sub>)/2。使用线性 排布干扰单元使得增益系数不再由一组相位偏移和 幅度增益来决定,增加了增益系数的自由度。将平 台旋转角变化的因素考虑到反向交叉眼系统中,实 际影响了系统半张角的取值。

在相同增益系数的前提下, 传统两点源反向交 叉眼方案中, 与增益系数相乘的表达式 sin  $(2k_c)$  的取 值范围为  $[0, \sin[\pi d_e d_r \cos(\theta_r)/\lambda r]]$ 。而在采用正交阵 列的方案中, 与增益系数相乘的表达式  $[\sin(2k_c) + \sin(2k'_c)]/2$  的取 值范围为  $[\sin[\pi d_e d_r \cos(\theta_r)/\lambda r]/2, \sin[\sqrt{2\pi d_e d_r} \cos(\theta_r)/2\lambda r]]$ ,  $[\sin(2k_c) + \sin(2k'_c)]/2$  的 取值范围包含于 sin  $(2k_c)$  的取值范围, 说明本文方案 提高了系统的稳定性。

随着增益系数的增大,角度偏差值也会增大。 只要满足 $G'_c > G_c$ ,相较于正交四点源方案则改善 了角度偏差量。而当 $2G_c > G'_c > \sqrt{2}G_c$ ,则会使在 相同雷达指向角时,本方案角度偏差最大值会大于 传统反向交叉眼方案;当 $G'_c > 2G_c$ ,则会使在相同 雷达指向角时,本方案所有的角度偏差均大于传统 反向交叉眼方案。

在平台旋转角变化的情况下,本文所提方案既 能够改善角度偏差量,也能够保持较好的稳定性, 兼具线性阵列和正交阵列的优点。

# 3 结果和比较

### 3.1 仿真实验的典型参数

为了分析和比较简便,本节仅就使用 4 对干扰 单元的正交多点源反向交叉眼方案和正交四点源反 向交叉眼进行实例分析和比较,运用下面所列典型 的针对船或者飞行器的导弹参数进行计算。

(1) 雷达天线单元距离为 2.54 倍的波长
 (*d<sub>r</sub>* = 2.54λ);

(2)干扰系统中心与雷达的距离为 1 km(r=1 km);

(3)干扰单元的最大距离为  $10 \text{ m}(d_c = 10 \text{ m});$ 



图 2 两点源传统反向交叉眼方案, 雷达指向角( $\theta_r$ ) 与角度偏差( $\theta_i$ )随着平台旋转角( $\theta_c$ )变化的关系图

(4)干扰单元  $\alpha_1(\beta_1)$ 和  $\alpha_2(\beta_2)$ 的相位偏移为 185°,幅度增益为 0.9441( $a_1 = 0.9441, \phi_1 = 185^\circ$ );

(5)干扰单元  $\alpha_3(\beta_3)$  和  $\alpha_4(\beta_4)$  的相位偏移为 175°, 幅度增益为 0.9441 ( $a_2 = 0.9441, \phi_2 = 175°$ );

(6) 干扰平台的旋转角范围为 0°~90°
 (0° < θ<sub>c</sub> < 90°);</li>

(7)干扰单元 $\alpha_1(\beta_1)$ 和 $\alpha_2(\beta_2)$ 的距离变化范围 为(0,10) m(0 m< $d_{c1}$ <10 m)。

**3.2** 正交四点源反向交叉眼和两点源传统反向交叉 眼方案实例分析

在上述典型参数条件下,干扰平台的旋转角处 于第 1 象限时,根据式(2)~式(9)画出雷达指向角  $(\theta_r)$ 与角度偏差 $(\theta_i)$ 的关系曲线,其中图 2 和图 3 分 别为传统两点源反向交叉眼和正交四点源反向交叉 眼方案。

根据式(1)可以算出传统两点源反向交叉眼的 稳定因数为1,而正交四点源的稳定因数为0.3466。 正交四点源改善了交叉眼干扰系统的稳定度。但是 由图可以看出在相同雷达指向角( $\theta_r$ )时,传统两点 源反向交叉眼的角度偏差( $\theta_i$ )最大值比正交四点源 反向交叉眼的角度偏差( $\theta_i$ )最大值要大,说明正交 四点源反向交叉眼方案恶化了角度偏差。根据式(4) 可以得出此时的增益系数 $G_c$ 为10.5408。

### 3.3 正交多点源反向交叉眼方案实例分析

在上述典型参数条件下,干扰平台的旋转角处 于第1象限时,根据式(16)~式(20)和(24)可以画出 雷达指向角( $\theta_r$ )与角度偏差( $\theta_i$ )的关系曲线,角度偏 差( $\theta_i$ )在干扰平台旋转角取值为 0°时取得最小值, 在干扰平台旋转角为 45°时取得最大值,其中图 4 和图 5 分别为 $d_{c1} = 0.1 \text{ m} \, \pi d_{c1} = 9.9 \text{ m}$ 时的关系曲 线。在相同雷达指向角( $\theta_r$ )时,由图中可以看出随 着 $d_{c1}$ 的增大,角度偏差( $\theta_i$ )也随之增大,说明 $d_{c1}$ 的 增大能够改善系统的角度偏差。在此方案实例中, 根据式(25)可以得出 $d_{c1}$ 只能无限趋近于 10 m 而不 能等于 10 m。



图 3 正交四点源反向交叉眼方案, 雷达指向角( $\theta_r$ ) 与角度偏差( $\theta_i$ )随着平台旋转角( $\theta_c$ )变化的关系图

3.4 方案实例分析结果比较

学分析结果一致。

根据式(1)可以求出系统的稳定因数,图 6 为 $d_{c1}$ 在(0,10)m范围内变化且采用 0.1 m步进时,稳定因数和 $d_{c1}$ 的变化关系图。由图 6 可以看出随着 $d_{c1}$ 的增大,稳定因数不断减小,说明稳定性逐渐优化。在边界情况 $d_{c1} = 0.1$ m和 $d_{c1} = 9.9$ m时系统的稳定因数分别为 0.2662和 0.1566。根据式(25)可以得出增益系数 $G'_{c}$ 分别为 16.4719和 32.4545。



图 4 正交多点源反向交叉眼方案,在 d<sub>c1</sub>=0.1 m 时,雷达指向角与角度偏 差随着平台旋转角变化的关系图



上限曲线

10

-10

 $\theta_i(^{\circ})$  0

#### 35 止父多点源反问父义眼方案,在 d<sub>c1</sub>=9.9 m 时,雷达指向角与角度偏 差随着平台旋转角变化的关系图

当 $d_{c1} = 0.1$  m 时正交多点源方案中增益系数  $G'_{c}$ 为 16.4719,而以往的方案中增益系数 $G_{c}$ 为 10.5408,此时 $2G_{c} > G'_{c} > \sqrt{2}G_{c}$ ;当 $d_{c1} = 9.9$  m 时 的正交多点源方案中增益系数 $G'_{c}$ 为 32.4545,以往 的方案中增益系数 $G_{c}$ 为 10.5408,此时 $G'_{c} > 2G_{c}$ 。 将图 4 和图 5 与图 2 和图 3 比较,可以看出,在相 同雷达指向角( $\theta_{r}$ )时,本文所提方案的角度偏差( $\theta_{i}$ ) 最大值明显要大于以往的方案。在相同雷达指向角 ( $\theta_{r}$ )时,在图 5 中所有的角度偏差( $\theta_{i}$ )均要大于以往 的两种方案。此实例分析与 2.4 节的数学分析结果 一致。

### 4 结束语

本文针对正交四点源反向交叉眼方案在产生角 度偏差较小的问题,提出了采用正交多点源反向交 叉眼方案。在对方案进行了严格的数学推导和理论 分析后,得出了角度偏差与其他影响因素的闭合解 公式。同时通过与传统两点源反向交叉眼和正交四 点源反向交叉眼的对比,分析得出采用正交阵列而 增加了系统的稳定性的数学本质其实是调整了与增 益系数相乘的三角函数的取值范围,而采用线性排 布干扰单元的数学本质其实是调整了增益系数的闭 合解析式,增大了增益系数取值的自由度。只要保 证本文所提方案中的增益系数*G*<sup>'</sup><sub>C</sub> > √2*G*<sub>C</sub>,则在产 生有效的角度偏差方面具有明显的优势。通过采用 典型参数的实例进行分析,使用稳定因数来衡量本 文所提系统产生稳定的角度偏差的能力,通过与以 往的方案进行比较表明本方案能够产生更稳定的角 度偏差。

2

4

图 6 正交多点源反向交叉眼中 稳定因数和 d<sub>c1</sub> 的变化关系图

6

 $d_{c1}(m)$ 

8

通过比较,正交多点源反向交叉眼方案稳定因

数的数值都要小于传统两点源反向交叉眼方案和正 交四点源反向交叉眼方案,说明本文所提方案在产

生稳定的角度偏差的能力上较之前的方案更优,这

正是采用了正交阵列所带来得好处,与第2节的数

0.25

0.20

0.15

稳定因数F

## 参考文献

 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999: 169-183.

ZHAO Guoqing. Fundamentals of Radar Countermeasure[M]. Xi'an: Xidian University Press, 1999: 169–183.

 [2] 唐琳, 焦淑红, 齐欢, 等. 一种单脉冲雷达多通道L1正则化波 束锐化方法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(9): 2201-2206. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01732.
 TANG Lin, JIAO Shuhong, Qi Huan, et al. A new mono-pulse

radar beam sharpening method with multichannel L1 regularization[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(9): 2201–2206. doi: 10.3724/ SP.J.1146.2013.01732.

[3] 李永祯,胡万秋,陈思伟,等. 有源转发式干扰的全极化单脉 冲雷达抑制方法研究[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(2): 276-282. doi: 10.11999/JEIT140146.
LI Yongzhen, HU Wanqiu, CHEN Siwei, et al. Active repeater jamming suppression using polarimetric monopulse radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology,

2015, 37(2): 276-282. doi: 10.11999/JEIT140146. 田超, 文树梁. 干扰背景下基于双圆阵的全向测角方法[J]. 电

 [4] 田超,文树梁.干扰背景下基于双圆阵的全向测角方法[J].电子与信息学报,2015,37(7):1751-1756.doi:10.11999/ JEIT141137.

TIAN Chao and WEN Shuliang. Omni-directional angle measurement algorithm under interference with double circular arrays[J]. Journal of Electronics & Information *Technology*, 2015, 37(7): 1751–1756. doi: 10.11999/ JEIT141137.

- [5] 苏剑,宋志勇,付强,等.单脉冲雷达不可分辨目标与诱饵联合跟踪方法[J].雷达学报,2015,4(2):160-171.
  SU Jian, SONG Zhiyong, FU Qiang, et al. Joint tracking method for the unresolved decoy and target with monopulse radar[J]. Journal of Radars, 2015, 4(2): 160-171.
- [6] SHERMAN S M. Complex indicated angles applied to unresolved radar targets and multipath[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1971, 7(1): 160–170.
- [7] HOWARD D D. Radar target angular scintillation in tracking and guidance systems based on echo signal phase front distortion[C]. Proc. of NEC, 1959, 15: 840–849.
- [8] DUNN H J and HOWARD D D. Radar target amplitude, angle, and doppler scintillation from analysis of the echo signal propagating in space[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1968, 9(9): 715–728.
- LARS F. Cross-eye jamming of monopulse radar[C]. International Waveform Diversity and Design Conference, Pisa, Italy, 2007: 209–213.
- [10] HARWOOD N M, DAWBER N W, KING J D, et al. Multiple-element crosseye[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2007, 1(1): 67–73.
- [11] SHARP E D and DIAB M. Van atta reflector array[J]. IRE Transactions on Antennas and Propagation, 1960, 8(4): 436-439.
- [12] DUPLESSIS W P, ODENDAAL J W, and JOUBERT J. Extended analysis of retrodirective cross-eye jamming[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2009, 57(9): 2803–2806.
- [13] DUPLESSIS W P. A comprehensive investigation of retrodirective cross-eye jamming[D]. [Ph.D. dissertation],

University of Pretoria, Pretoria, South Africa, 2010.

- [14] DUPLESSIS W P, ODENDAAL J W, and JOUBERT J. Tolerance analysis of cross-eye jamming systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(1): 740–745.
- [15] DUPLESSIS W P Platform skin return and retrodirective cross-eye jamming[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 490–501.
- [16] DUPLESSIS W P. Limiting Apparent target position in skin-return influenced cross-eye jamming[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(3): 2097–2101.
- [17] LIU Tianpeng, WEI Xizhang, and LI Lei. Multiple-element retrodirective cross-eye jamming against amplitudecomparison monopulse radar[C]. 2014 12th International Conference on Signal Processing (ICSP), Hangzhou, 2014: 2135–2140.
- [18] LIU Songyang, DONG Chunxi, XU Jin, et al. Analysis of rotating cross-eye jamming[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14: 939–942.
- 刘松杨: 男,1987年生,博士生,研究方向为雷达对抗、雷达干扰和雷达指纹识别.
- 董春曦: 男,1971年生,副教授,硕士生导师,主要研究方向为 电子对抗技术和电子战系统仿真.
- 董阳阳: 男,1991年生,博士生,研究方向为阵列信号处理和电子侦察.
- 赵国庆: 男,1953年生,教授,博士生导师,主要研究方向为电子对抗系统设计和电子战信号处理。
- 艾小凡: 男,1988 年生,博士生,研究方向为电子侦察与信息对 抗、多维信号处理.