# Turbo 均衡中的符号方差反馈均衡器

武岩波<sup>\*02</sup> 房小芳<sup>23</sup> 朱 敏<sup>02</sup> <sup>1</sup>(中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室 北京 100190) <sup>2</sup>(中国科学院声学研究所海洋声学技术中心 北京 100190) <sup>3</sup>(中国科学院大学 北京 100190)

**摘 要:**为了降低 Turbo 均衡中均衡器的复杂度,该文提出了符号方差反馈均衡算法(SVFE)。该算法是对精确的 线性最小均方误差估计值(LMMSE)进行 Taylor 展开得到的。在该算法中,先利用时不变均衡器得到初步符号估计 值,再根据先验符号方差对估计值加权,最后进行时不变滤波得到更佳的符号估计值。由于用到了时变的先验符号 方差信息,其性能更接近精确的 LMMSE 均衡器。将所提算法用于 Proakis C 信道下的 Turbo 均衡处理,和时不 变均衡算法进行仿真对比,所提算法将信噪比损失从 0.83 dB 降到了 0.17 dB,并且仍可通过快速傅里叶变换降低 为对数复杂度。

关键词: Turbo 均衡; 软输入软输出均衡; 最小均方误差线性均衡器
 中图分类号: TN911.5
 文献标识码: A
 文章编号: 1009-5896(2016)03-0694-06
 DOI: 10.11999/JEIT150825

## Symbol-variance Feedback Equalizer for Turbo Equalization

WU Yanbo<sup>02</sup> FANG Xiaofang<sup>23</sup> ZHU Min<sup>02</sup>

<sup>(1)</sup>(State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China) <sup>(2)</sup>(Ocean Acoustic Technology Center, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China) <sup>(3)</sup>(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: A novel Symbol-Variance Feedback Equalizer (SVEF) algorithm is proposed to reduce the computational complexity of the equalizer in Turbo equalization. The derivation of the algorithm is based on the Taylor expansion of the Linear Minimum Mean Squared Error (LMMSE) estimation function. In the proposed scheme, the initial estimates are obtained from the time-invariant equalizer, then the estimates are weighted by the *a priori* symbol variances and finally filtered by a time-invariant filter to obtain better estimates. As the time-variant *a priori* symbol variances are utilized, the performance of the proposed equalizer is much closer to that of the exact MMSE linear equalizer. Simulation results show that the Signal-to-Noise Ratio (SNR) loss of the proposed scheme in Proakis C channel is reduced to 0.17 dB from 0.83 dB compared to the various time-invariant MMSE Turbo equalization, and its computational complexity can be reduced to logarithmical order by implementation based on the fast Fourier transform.

Key words: Turbo equalization; Soft-Input Soft-Output (SISO) equalizer; Minimum Mean Squared Error (MMSE) linear equalizer

## 1 引言

信道的多径效应造成码间干扰,导致通信性能 的恶化;信道编码通过人为地增加冗余可显著提高 通信的质量。对具有码间干扰的编码符号进行最佳 检测,应根据接收到序列样本,在编码符号序列空间中找到最大似然值,进而得到原始信息比特序列的最佳估计值。直接的最佳联合检测算法需要遍历所有的信息比特序列,因而难以实时地完成计算工作量。利用 Turbo 迭代原理,人们提出 Turbo 均衡算法<sup>[1-7]</sup>,将信息比特序列的软信息在软输入软输出(Soft-Input Soft-Output, SISO)均衡器和 SISO 译码器之间进行多次迭代,降低了计算复杂度,其性能接近最佳联合检测算法,且明显优于均衡和译码的单步处理方式。由于 SISO 译码器在 Turbo 码中

收稿日期: 2015-07-09; 改回日期: 2015-12-08; 网络出版: 2016-02-03 \*通信作者: 武岩波 wuyanbo@mail.ioa.ac.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61471351), 国家 863 计划(2009AA 093301)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61471351), The National 863 Program of China (2009AA 093301)

695

的研究较为成熟,且和信道多径没有直接的关联, 不同 Turbo 均衡算法间的主要区别在 SISO 均衡器 的性能和计算复杂度。SISO 均衡按照结构划分,可 分为基于格型结构的 SISO 均衡器和基于滤波器结 构的 SISO 均衡器。

最早提出 Turbo 均衡算法时采用了基于最大后 验概率准则(Maximum A Posteriori probability, MAP)的格型 SISO 均衡器<sup>[1]</sup>,其均衡性能是最优的, 但计算复杂度随信道冲激响应长度呈指数增长。为 了降低计算复杂度,提出了更为实用的基于线性最 小均方误差估计(Linear Minimum Mean Squared Error, LMMSE)的 SISO 均衡器<sup>[2-4]</sup>。由于先验符号 方差的时变特点,即使信道是恒定的,精确的 LMMSE 均衡器也是时变的,且滤波器系数的计算 较为复杂。因而人们提出了一些简化的算法。目前, 基于 LMMSE 的 SISO 均衡器及其简化算法可分为 以下几类:

(1)精确的 LMMSE 均衡器<sup>[2,3,5]</sup>。将译码器的软 输出映射成先验符号均值和方差。对滤波窗口内的 接收符号序列和先验信息均值序列进行线性处理, 得到某个符号的 MMSE 估计。由于均衡器的系数是 先验符号方差的非线性函数,且先验符号方差是时 变的。因而需要为每一个符号进行均衡器系数更新, 系数的计算复杂度随滤波器长度平方增长。基于精 确的 LMMSE-SISO 均衡器的 Turbo 均衡性能接近 基于 MAP-SISO 的 Turbo 均衡,但其计算复杂度在 长延迟信道中同样不能接受。如水声信道<sup>[8-10]</sup>,其 延迟为几十或者上百个符号长度。

(2)近似的 LMMSE 均衡器<sup>[2,3]</sup>。为了降低精确的 LMMSE 均衡器的计算复杂度,在每次迭代中将均 衡器系数设为常值。有两种实现方法:一种是混合 方法<sup>[2]</sup>,在计算滤波器系数中对先验符号方差取两种 极端的情况,全"1"和全"0",分别用于 Turbo 均衡迭代过程的初始阶段和结束阶段,因而 LMMSE 滤波器的系数在两种恒定的系数中切换;

另一种平均方差的近似方法<sup>[3]</sup>,即将用先验信息方差 的时间平均值代替先验信息方差序列,得到时不变 的滤波系数。两种方法都是线性复杂度;若利用快 速傅里叶变换实现滤波器<sup>[5,6]</sup>,则进一步降低为对数 复杂度。相对于精确的 LMMSE 均衡器,两种近似 方法在 Proakis C 信道下的信噪比损失分别为 1.18 dB 和 0.83 dB。

(3)软反馈均衡器<sup>[4,11-13]</sup>。文献[4]提出了软反馈 均衡器,将先验符号均值与软判决值结合提高反馈 序列的可信度。文献[13]采用译码全信息估计发送序 列,进一步提高了序列估计的可靠性。时不变软反 馈均衡器具有线性复杂度;由于存在逐个符号的判决反馈,不能利用快速傅里叶变换。相对于精确的 MMSE线性均衡器,时不变软反馈均衡器信噪比损 失为 0.33 dB。

时不变均衡器(包括混合 LMMSE 均衡器,平均 方差 LMMSE 均衡器和软反馈均衡器)的实现过程 中都忽略了先验符号方差的时变性,导致了性能损 失。针对信道未知情况下 Turbo 均衡,文献[14]通 过上下文树算法对先验符号方差窗口矢量进行分 类,相对于时不变均衡器性能有所改进,其分类过 程的初始化阶段需要较长的训练序列,且计算量较 大。

为了利用时变的先验符号方差且保证低的计算 复杂度,本文提出了符号方差反馈均衡器(Symbol-Variance Feedback Equalizer, SVFE)算法,其推导 过程是对精确的 MMSE 估计进行一阶 Taylor 展开, 表示为符号方差的一次线性函数。SVFE 均衡器的 处理过程如下:先利用时不变均衡器得到初步符号 估计值,用先验符号方差对该估计值加权,进行二 次滤波得到更佳的符号估计值,由于用到了时变的 先验符号方差信息,因而其性能更接近精确的 LMMSE 均衡器。在 Proakis C 信道下,相对于低 复杂度的时不变均衡算法,所提出的符号方差反馈 均衡算法将信噪比损失从 0.83 dB 降到了 0.17 dB, 并且仍可通过快速傅里叶变换降低为对数复杂度。

## 2 系统描述

在发送端,信息比特进行递归系统卷积码编码, 之后进行交织和调制得到 $K_c$ 个符号 $x_n(0 \le n \le K_c - 1)$ 。通过带有多径和加性噪声的信道之后,接 收符号表示为

$$z_n = \left(\sum_{k=0}^{M-1} h_k x_{n-k}\right) + w_n \tag{1}$$

其中, $h_k$  是长度为 *M* 的信道脉冲响应, $w_n$  是方差 为  $\sigma_w^2$  的加性高斯白噪声。

在接收端的 Turbo 均衡处理中, SISO 均衡器和 SISO 译码器进行软信息的迭代。Turbo 均衡中信道 估计可以采用 Turbo 迭代估计的方式或者盲估 计<sup>[15,16]</sup>的方式。在本文中认为信道冲激响应是完全 已知。基于 LMMSE 的 SISO 均衡器实现方法如下: 首先,译码器输出的先验对数似然比(LLR)被映射 成<sup>[2,3]</sup>先验符号均值  $\overline{x}_n$ 和方差  $v_n$ 。其次,得到  $x_n$ 估 计值为<sup>[2]</sup>

$$\widehat{x}_n = \boldsymbol{c}_n^{\mathrm{H}} \left( \boldsymbol{z}_n - \boldsymbol{H} \overline{\boldsymbol{x}}_n + \boldsymbol{s} \overline{\boldsymbol{x}}_n \right)$$
(2)

其中, $c_n$ 是滤波器的系数向量(前向长度和后向长度 分别为 $N_1$ 和 $N_2$ ), H是 $(N_1+N_2+1)\times(N_1+N_2+M)$ 的信道卷积矩阵:

$$\boldsymbol{H} \triangleq \begin{bmatrix} h_{M-1} & h_{M-2} & \cdots & h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_{M-1} & h_{M-2} & \cdots & h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_{M-1} & h_{M-2} & \cdots & h_0 \end{bmatrix}$$
  

$$\boldsymbol{H} \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_{n} \\ \boldsymbol{z}_n \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_{n-N_2} & \boldsymbol{z}_{n-N_2+1} & \cdots & \boldsymbol{z}_{n+N_1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
  

$$\boldsymbol{\overline{x}}_n \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{\overline{x}}_{n-M-N_2+1} & \boldsymbol{\overline{x}}_{n-M-N_2+2} & \cdots & \boldsymbol{\overline{x}}_{n+N_1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
  

$$\boldsymbol{v}_n \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{n-M-N_2+1} & \boldsymbol{v}_{n-M-N_2+2} & \cdots & \boldsymbol{v}_{n+N_1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
  

$$\boldsymbol{s} \triangleq \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{1\times(N_2+M-1)} & 1 & \boldsymbol{0}_{1\times N_1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
  

$$\boldsymbol{F}_n \triangleq \begin{pmatrix} \sigma_w^2 \boldsymbol{I}_N + \boldsymbol{H} & \mathrm{Diag}(\boldsymbol{v}_n) \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} + (1-v_n) \boldsymbol{s} \boldsymbol{s}^{\mathrm{H}} \end{pmatrix}^{-1}$$
  

$$\boldsymbol{c}_n \triangleq \boldsymbol{F}_n \boldsymbol{s}$$

最后,通过估计量  $\hat{x}_n$  计算得到外部对数似然比作为 SISO 译码的输入<sup>[3]</sup>,完成精确的 LMMSE 均衡算法。为了降低复杂度,将符号方差替换为其时间平均  $\overline{v} = \left(\sum_{n=0}^{K_c-1} v_n\right)/K_c$ ,得到方差平均 LMMSE 均衡器的估计值为<sup>[3]</sup>

 $\hat{x}_{n}^{\text{VA}} = \hat{x}_{n} \big|_{v_{n} = \overline{v}\mathbf{1}} = \boldsymbol{c}_{\text{VA}}^{\text{H}} \big(\boldsymbol{z}_{n} - \boldsymbol{H}\overline{\boldsymbol{x}}_{n} + \boldsymbol{s}\overline{\boldsymbol{x}}_{n}\big)$ (3)  $\exists \boldsymbol{\psi}, \ \mathbf{1} \not\equiv (N_{1} + N_{2} + M) \times 1 \not\equiv 1 \text{ in} \not\equiv, \ \boldsymbol{\Xi} \mid \boldsymbol{f} \boldsymbol{F}_{\text{VA}} \triangleq \boldsymbol{F}_{n} \big|_{v_{n} = \overline{v}\mathbf{1}}, \ \boldsymbol{c}_{\text{VA}} \triangleq \boldsymbol{F}_{\text{VA}} \boldsymbol{s}_{n}$ 

### 3 符号方差反馈均衡器

为了利用时变的先验符号方差且保证低的计算 复杂度,将精确的 MMSE 估计进行一阶 Taylor 展 开,表示为符号方差的一次线性函数。

#### 3.1 精确 MMSE 线性估计的 Taylor 展开

在  $v_n = \overline{v_1}$  处 进 行 一 阶 Taylor 展 开 , 将 LMMSE 估计  $\hat{x}_n$  近似为符号方差的线性函数:

$$\widehat{x}_{n}^{\text{Taylor}} = \widehat{x}_{n} \big|_{\boldsymbol{v}_{n} = \overline{\boldsymbol{v}} \mathbf{1}} + \sum_{k \in \Omega} \frac{\partial \widehat{x}_{n}}{\partial \boldsymbol{v}_{n+k}} \Big|_{\boldsymbol{v}_{n} = \overline{\boldsymbol{v}} \mathbf{1}} \left( \boldsymbol{v}_{n+k} - \overline{\boldsymbol{v}} \right) \quad (4)$$

其中,展开求和中不含k = 0项,因而 $\Omega = \{1 - M - N_2, \dots, N_1\} / \{0\}$  Taylor 系数 $t_{n,k} \triangleq \partial \hat{x}_n / \partial v_{n+k} |_{v_n = \overline{v}1}$  通过对式(2)两边求偏导得到:

$$t_{n,k} = \boldsymbol{s}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{T}_{n,k} (\boldsymbol{z}_n - \boldsymbol{H} \overline{\boldsymbol{x}}_n + \boldsymbol{s} \overline{\boldsymbol{x}}_n)$$
(5)

其中,  $T_{n,k} \triangleq \partial F_n / \partial v_{n+k} |_{v_n = \overline{v}1}$ 。对于特定的k, 令  $F'_n = F_n |_{v_{n+k} = v_{n+k} + \delta}$ , 其中 $\delta$ 为一微小的增量。因而 有

$$\boldsymbol{F}_{n}^{'-1} = \boldsymbol{F}_{n}^{-1} + \boldsymbol{s}_{k} \delta \boldsymbol{s}_{k}^{\mathrm{H}}$$

$$\tag{6}$$

其中,  $s_k \triangleq H[\mathbf{0}_{1 \times (N_2 + M - 1 + k)} \ 1 \ \mathbf{0}_{1 \times (N_1 - k)}]^{\mathrm{T}}$ 。对式(6) 应用矩阵逆定理,得到:

$$\mathbf{F}_{n}^{'} = \mathbf{F}_{n} - \mathbf{F}_{n} \mathbf{s}_{k} (\delta^{-1} + \mathbf{s}_{k}^{\mathrm{H}} \mathbf{F}_{n} \mathbf{s}_{k})^{-1} \mathbf{s}_{k}^{\mathrm{H}} \mathbf{F}_{n}$$
  
根据偏导数的定义可以得到:

$$oldsymbol{T}_{n,k} = \left(\lim_{\delta o 0} rac{oldsymbol{F}_n' - oldsymbol{F}_n}{\delta}
ight)_{oldsymbol{v}_n = oldsymbol{ar{v}}_1} = -oldsymbol{F}_{ ext{VA}}oldsymbol{s}_koldsymbol{s}_k^{ ext{H}}oldsymbol{F}_{ ext{VA}}$$

式(5)中的 Taylor 系数  $t_{n,k}$  可写为  $t_{n,k} = -\mathbf{s}^{\mathrm{H}} \left( \mathbf{F}_{\mathrm{VA}} \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^{\mathrm{H}} \mathbf{F}_{\mathrm{VA}} \right) (\mathbf{z}_n - \mathbf{H} \overline{\mathbf{x}}_n + \mathbf{s} \overline{\mathbf{x}}_n)$ 

$$= -\boldsymbol{c}_{\mathrm{VA}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{s}_{k}\boldsymbol{s}_{k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{VA}}\left(\boldsymbol{z}_{n}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{\overline{x}}_{n}+\boldsymbol{s}\boldsymbol{\overline{x}}_{n}\right)$$
(7)

因此, Taylor 展开可简化写为

$$\widehat{x}_{n}^{\text{Taylor}} = \widehat{x}_{n}^{\text{VA}} - \sum_{k \in \Omega} p_{k} q_{n,k} \left( v_{n+k} - \overline{v} \right)$$
(8)

其中 $p_k$ 和 $q_{n,k}$ 都是标量:

$$p_k \triangleq \boldsymbol{c}_{\mathrm{VA}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{s}_k \tag{9}$$

$$q_{n,k} \triangleq \boldsymbol{s}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{VA}} \left( \boldsymbol{z}_{n} - \boldsymbol{H} \overline{\boldsymbol{x}}_{n} + \boldsymbol{s} \overline{\boldsymbol{x}}_{n} \right)$$
(10)

图1显示了均衡器在不同输入互信息 $I_i^{E}$ 大小时 均方误差性能。当 $I_i^{E}$ 较小时,相对于方差平均 MMSE 线性均衡器,式(8)中的 Taylor 估计更接近 于精确的 LMMSE 均衡器。而当 $I_i^{E}$ 大于 0.92 时, Taylor 估计比方差平均 MMSE 线性均衡器性能差。 当 $I_i^{E}$ 较大时,由于 $\delta$ 变大,Taylor 近似效果变差。 此外,由于 $q_{n,k}$ 是时变的,故计算复杂度仍然是滤波 器长度的平方量级。因此,为了避免额外补偿同时 降低复杂度,我们对 Taylor 系数进行了修正。



图 1 不同均衡器均方误差随外部输入信息 的变化关系(符号信噪比=2 dB)

#### 3.2 符号方差反馈均衡

在 Taylor 估计值中,变量  $q_{n,k}$  (其中  $k \in \Omega$ )是时 变的。利用初步估计结果简化其计算过程。首先, 去除  $q_{n,k}$ 中和  $\overline{x}_n$  相关的项,得到  $q_{n,k}$  的简化值为

$$\mathbf{y}_{n,k}^{\prime} \triangleq \mathbf{s}_{k}^{\mathrm{H}} \mathbf{F}_{\mathrm{VA}} \left( \mathbf{z}_{n} - \mathbf{H} \overline{\mathbf{x}}_{n} \right)$$
 (11)

对 $\hat{x}_n$ 进行类似简化得到 $\tilde{x}_n$ :

$$\widetilde{x}_n \triangleq \boldsymbol{s}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{VA}}(\boldsymbol{z}_n - \boldsymbol{H} \overline{\boldsymbol{x}}_n) = \widehat{x}_n^{\mathrm{VA}} - \boldsymbol{c}_{\mathrm{VA}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{s} \overline{x}_n$$
(12)

假设
$$\Pi \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times (N-1)} & 1 \\ \mathbf{I}_{(N-1) \times (N-1)} & \mathbf{0}_{(N-1) \times 1} \end{bmatrix}$$
为循环置换矩阵。当

滤波器窗口足够大时,利用矩阵 $F_{VA}$ 和H的循环特性,及矢量 $z_n$ 和 $\bar{x}_n$ 时间移位特性,得到:

$$\begin{aligned} \dot{q}_{n,k} &= \boldsymbol{s}^{\mathrm{H}} \prod^{k} \boldsymbol{F}_{\mathrm{VA}} \left( \boldsymbol{z}_{n} - \boldsymbol{H} \overline{\boldsymbol{x}}_{n} \right) \\ &= \boldsymbol{s}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{VA}} \prod^{k} \left( \boldsymbol{z}_{n} - \boldsymbol{H} \overline{\boldsymbol{x}}_{n} \right) \\ &= \boldsymbol{s}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{VA}} \left( \boldsymbol{z}_{n+k} - \boldsymbol{H} \overline{\boldsymbol{x}}_{n+k} \right) = \tilde{\boldsymbol{x}}_{n+k} \end{aligned}$$
(13)

因而,可将 $q_{n,k}$ 近似为 $\tilde{x}_{n+k}$ ,即

$$q_{n,k} \approx \tilde{x}_{n+k} \tag{14}$$

本文提出的符号方差反馈均衡器(SVFE)的符号估 计式为

$$\widehat{x}_{n}^{\text{SVFE}} \triangleq \widehat{x}_{n}^{\text{VA}} - \sum_{k \in \Omega} p_{k} \widetilde{x}_{n+k} \left( v_{n+k} - \overline{v} \right)$$
(15)

定义如式(16)所示变量及其矢量形式:

$$y_n \triangleq \tilde{x}_n \left( v_n - \overline{v} \right) \tag{16}$$

$$\boldsymbol{y}_{n} \triangleq \begin{bmatrix} y_{n-M-N_{2}+1} & y_{n-M-N_{2}+2} & \cdots & y_{n+N_{1}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \quad (17)$$

由H,s和 $s_k$ 的定义可以得到:

$$\sum_{k\in\Omega} \boldsymbol{s}_k \boldsymbol{y}_{n+k} = \boldsymbol{H} \boldsymbol{y}_n - \boldsymbol{s} \boldsymbol{y}_n$$
(18)

将式(9),式(12),式(16),式(17),式(18)代入式(15) 得到:

$$\hat{x}_{n}^{\text{SVFE}} = \tilde{x}_{n} - \boldsymbol{c}_{\text{VA}}^{\text{H}} \boldsymbol{H} \boldsymbol{y}_{n} + \boldsymbol{c}_{\text{VA}}^{\text{H}} \boldsymbol{s}(\overline{x}_{n} + y_{n})$$
(19)

图 2 给出了 SVFE 均衡器的结构图,其中 3 个 滤波器均为时不变系数。可进一步利用基于重迭保 留的分段快速傅里叶变换方法<sup>[17]</sup>简化计算,复杂度 可降低为均衡器长度的对数量级。图 1 给出了其均 方误差性能。得到估计  $\hat{x}_n^{\text{SVFE}}$ 后,输出对数似然比的 计算方法与平均方差 MMSE 线性均衡<sup>[3]</sup>相同。对于 二进制相移键控调制,可得输出对数似然比为

$$L_{\rm E}\left(x_n\right) = \frac{2\mu_{n,+1}\widehat{x}_n^{\rm SVFE}}{\overline{\sigma}^2}$$
(20)  
其中,  $\mu_{n,+1} = \boldsymbol{c}_{\rm VA}^{\rm H}\boldsymbol{s}, \ \overline{\sigma}^2 = \boldsymbol{c}_{\rm VA}^{\rm H}\boldsymbol{s} \left(1 - \boldsymbol{s}^{\rm H}\boldsymbol{c}_{\rm VA}\right)$ 

## 4 仿真结果分析

对 Turbo 均衡的性能进行比较,选取 4 种 SISO 衡器: MAP 均衡器、精确 LMMSE 线性均衡器、 本文提出的 SVFE 均衡器和平均方差 LMMSE 均衡 器。仿真条件与文献[3,4,12]相同:信息比特长度为  $2^{15}$ ,信道编码码率为1/2,采用生成式为 $(1+D^2)/(1+D+D^2)$ 的递归系统卷积码进行编码。编码后的



图 2 本文提出的符号方差反馈均衡器

分组长度为 $K_c = 2^{16}$ ,采用参数为 $S=0.5\sqrt{0.5K_c}$ 的S随机交织器进行编码后交织,之后进行二进制相移键控调制。信道选用码间串扰严重的Proakis C信道<sup>[14]</sup>,信道冲激响应为h = [0.227, 0460, 0.688, 0.460, 0.227]。均衡器长度取 $N_1 = 9$ ,  $N_2 = 5$ 。SISO译码器采用 LOG-MAP 算法<sup>[18]</sup>。

图 3 展示了符号信噪比为 2 dB 时 SISO 均衡器 的外部互信息转移图 (EXIT)<sup>[19,20]</sup>。相比于精确 LMMSE 线性均衡器,平均方差 LMMSE 均衡器输 出信息的最大性能损失为 0.05,而本文的 SVFE 均 衡器的最大性能损失则明显降低,最大损失为 0.004。借助于译码器的外部信息转移图,可以预测, 在 2 dB 符号信噪比下经过足够次数的迭代过程,精 确 LMMSE 线性均衡器和本文 SVFE 均衡器都可实 现较低的误比特率,而平均方差 MMSE 均衡器不能 收敛,误比特率(BER)较高。

图 4 展示了各 Turbo 均衡器经过 14 次迭代之后 的误比特码率性能。 $E_b/N_0 = 5$  dB 时,基于精确 LMMSE 线性均衡器和本文提出的 SVFE 均衡器的 Turbo 均衡器, BER =  $2 \times 10^{-4}$ ; 而平均方差 LMMSE 均衡器对应的 Turbo 均衡器,BER = 0.1。 验证了前文外部互信息转移图的分析。表 1 给出了 4 种低复杂度算法的对比。本文提出的算法性能最 优,且可以利用快速傅里叶变换实现。

## 5 结论

本文提出了一种基于 MMSE 准则的 Turbo 均 衡低复杂度实现方法,即符号方差反馈均衡器 (SVFE)。所提出的 Turbo 均衡方法,将初始估计进 行先验符号方差加权后反馈滤波得到更佳的符号估

表 1 不同低复杂度 Turbo 均衡比较

低复杂度均衡器	相对精确MMSE均衡器的SNR损失(BER=0.001)	能否FFT实现	对先验方差的处理
本文提出的均衡器	0.17	自皆	方差近似为平均值,时变方差反馈
软反馈均衡器	0.33	否	方差近似为平均值, 软判决反馈
平均方差均衡器	0.83	自皆	方差近似为平均值
混合简化均衡器	1.18	自皆	方差在0和1之间切换



图 3 不同均衡器的外部信息转移图(符号信噪比=2 dB)

计,且可以通过快速傅里叶变换实现。仿真结果显示,在码间串扰严重的 Proakis C 信道下,相对于精确 MMSE 线性均衡器,本文提出的均衡器信噪比损失只有 0.17 dB。该方法还可用于自适应 Turbo均衡<sup>[7]</sup>、高阶调制 Turbo 均衡<sup>[5,11]</sup>及频域 Turbo 均衡<sup>[21]</sup>。

## 参考文献

- DOUILLARD C, JEZEQUEL M, BERROU C, et al. Iterative correction of intersymbol interference: Turboequalization[J]. European Transactions on Telecommunications and Related Technologies, 1995, 6(5): 507-511. doi: 10.1002/ett.4460060506.
- [2] TUCHLER M, KOETTER R, and SINGER A C. Turbo equalization: principles and new results[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(5): 754–767. doi: 10.1109/TCOMM.2002.1006557.
- [3] TUCHLER M, SINGER A C, and KOETTER R. Minimum mean squared error equalization using a priori information[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(3): 673–683. doi: 10.1109/78.984761.
- [4] LOPES R R. Iterative estimation, equalization and decoding[D]. [Ph.D. dissertation], Georgia Institute of Technology, 2003.
- TUCHLER M and SINGER A C. Turbo equalization: An overview[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(2): 920–952. doi: 10.1109/TIT.2010.2096033.
- [6] GUO Q and HUANG D. Concise representation for the soft-in soft-out LMMSE detector[J]. *IEEE Communications Letters*, 2011, 15(5): 566–568. doi: 10.1109/LCOMM.2011. 032811.102073.
- [7] LAOT C, GLAVIEUX A, and LABAT J. Turbo equalization: adaptive equalization and channel decoding jointly optimized[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in*



图 4 经过14次迭代后各Turbo均衡器的误比特率性能图

Communications, 2001, 19(9): 1744–1752. doi: 10.1109/ 49.947038.

- [8] STOJANOVIC M and PREISIG J. Underwater acoustic communication channels: propagation models and statistical characterization[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2009, 47(1): 84–89. doi: 10.1109/MCOM.2009.4752682.
- [9] SINGER A C, NELSON J K, and KOZAT S S. Signal processing for underwater acoustic communications[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2009, 47(1): 90–96. doi: 10.1109/ MCOM.2009.4752683.
- [10] 许浩,朱敏,武岩波. 一种水声通信中的多阵元 Turbo 均衡算法 [J]. 电子 与信息学报, 2014, 36(6): 1465-1471. doi: 10.3724/SP.J.1146. 2013.01027.
  XU Hao, ZHU Min, and WU Yanbo. An algorithm of multi-array Turbo equalization of underwater acoustic communication[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(6): 1465-1471. doi: 10.3724/SP.J.1146. 2013.01027.
- [11] LOU H A and XIAO C S. Soft-decision feedback Turbo equalization for multilevel modulations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 186–195. doi: 10.1109/TSP.2010.2083656.
- [12] VOGELBRUCH F and HAAR S. Low complexity Turbo equalization based on soft feedback interference cancelation
   [J]. *IEEE Communications Letters*, 2005, 9(6): 586–588. doi: 10.1109/LCOMM.2005.07016.
- [13] 窦高奇,高俊,陶伟,等.基于序列检测的块判决辅助 Turbo 均衡器[J].电子与信息学报,2009,31(9):2152-2156.
  DOU Gaoqi, GAO Jun, TAO Wei, et al. Sequence-based block decision-aided equalizer for Turbo equalization[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(9): 2152-2156.
- [14] KIM K, KALANTAROVA N, KOZAT S S, et al. Linear MMSE-optimal Turbo equalization using context trees[J].

*IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(12): 3041–3055. doi: 10.1109/TSP.2013.2256899.

- [15] 杨晓霞,王海斌,汪俊,等.水声通信中基于信道辨识的盲 Turbo 均衡方法[J].应用声学,2015,34(2):125-134. YANG Xiaoxia, WANG Haibin, WANG Jun, et al. Blind Turbo equalization based on channel identification for underwater acoustic communications[J]. Journal of Applied Acoustics, 2015, 34(2): 125-134.
- [16] 张冬玲,杨勇,李静,等.基于 Turbo 均衡和信道估计的单通 道盲信号恢复算法[J].通信学报,2014,35(1):47-61.
  ZHANG Dongling, YANG Yong, LI Jing, et al. Blind data recovery of single-channel mixed signals based on Turbo equalization and channel estimation[J]. Journal of Chinese Institute of Communications, 2014, 35(1):47-61.
- [17] PROAKIS J G and MANOLAKIS D G. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications[M]. 4th ed, New Jersey: Prentice-Hall, 2007.
- [18] PROAKIS J G and SALEHI M. Digital Communications[M].5th ed, New York: McGraw-Hill, 2008: 640–672.
- [19] LEE S J, SINGER A C, and SHANBHAG N R. Linear Turbo equalization analysis via BER transfer and EXIT charts[J].

*IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 2883–2897. doi: 10.1109/TSP.2005.850375.

- [20] MOVAHEDIAN A and MCGUIRE M. On the capacity of iteratively estimated channels using LMMSE estimators[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015, 64(1): 97–107. doi: 10.1109/TVT.2014.2320928.
- [21] 钟凯,彭华,葛临东. 基于 Rimoldi 分解的连续相位调制信号 Turbo 频域均衡算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(5): 1190-1195. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00990.
  ZHONG Kai, PENG Hua, and GE Lindong. Turbo frequency domain equalization algorithm based on Rimoldi decomposition for continuous phase modulation signals[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(5): 1190-1195. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00990.
- 武岩波: 男,1982年生,副研究员,研究方向为水声通信及组网.
- 房小芳: 女, 1989年生, 硕士生, 研究方向为通信信号处理.
- 朱 敏: 男, 1971年生, 研究员, 研究方向为海洋声学.