

一种新的 MIMO 雷达发射波形设计方法

黄中瑞* 单凉 陈明建 张剑云
(电子工程学院 合肥 230037)

摘要: 该文提出一种约束基波束权值动态的 MIMO 雷达发射波形设计方法。首先, 构造一组发射波形集并从理论上推导了阵元发射波形的恒模特性, 在此基础上, 将各阵元平均发射功率的均匀性控制问题转化为基波束权值动态的定量约束问题; 其次, 建立了直接约束权值动态的基波束优化模型, 利用切线投影法和区域迭代法将其进行凸松弛, 并且给出了二阶锥规划子问题和序列锥迭代流程; 最后, 利用二阶锥规划设计出了基波束的比例系数。所提方法在保证 MIMO 雷达发射方向图匹配性能的前提下, 能够兼顾阵元发射功率均匀性和发射方向图旁瓣功率的性能, 因而在设计发射波形时更具灵活性。仿真实验验证了所提方法的有效性。

关键词: MIMO 雷达; 发射方向图综合; 波形设计; 发射波形集; 序列锥规划; 二阶锥规划

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)05-1026-08

DOI: 10.11999/JEIT150758

A New Method for the Design of Transmit Waveform of MIMO Radar

HUANG Zhongrui SHAN Liang CHEN Mingjian ZHANG Jianyun
(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: A method for the design of transmit waveform of MIMO radar based on the dynamic range constraint in weight amplitude of basic beam is proposed. Firstly, a set of the transmit waveforms is constructed which can fulfill constant-modulus constraints. Further, the control of the difference between different elemental average transmit power is converted into the optimal of the weights dynamic of basic beam. What's more, a pattern synthesis of the basic beam with the constraint of weight amplitude dynamic range based on the sequential cone program is proposed. The optimal model can be slack as a series sub-convex optimization problem. And the second order cone program of the sub-convex and its iteration technique based on the sequential cone program is given subsequently. Lastly, the weighted coefficients of basic beam of transmit beampattern is computed via second order cone program. The efficiency and validity are verified by the simulation results.

Key words: MIMO radar; Transmit pattern synthesis; Waveform design; Set of transmit waveform; Sequential cone program; Second-order cone program

1 引言

多输入多输出(MIMO)雷达是近年来提出的一种新体制雷达^[1,2], 自提出以来便引起了许多学者的广泛关注^[3-6]。其中, MIMO 雷达发射波形设计也一直是一个研究热点, MIMO 雷达波形设计主要分为正交波形设计^[7,8]和部分相关波形设计^[9,10], 本文主要针对后者进行研究。

文献[11]研究表明 MIMO 雷达发射方向图与其发射波形的协方差矩阵具有密切的关系。文献[12]基于原对偶内点算法分别利用最大最小准则和均方

误差准则对 MIMO 雷达的发射方向图进行了优化。文献[13]将协方差矩阵的 Cholesky 因子作为优化变量, 可将方向图匹配的协方差矩阵优化转化为一个无约束问题。为了解决文献[12,13]利用迭代算法无法求得协方差矩阵全局最优解的不足, 文献[14]将方向图匹配的协方差矩阵优化转化为一个半正定规划(Semi Definite Program, SDP)问题, 可以采用 MatLab 中的 CVX 工具箱进行有效求解, 并获得全局最优解。但此方法不仅无法解决期望波束与优化波束不匹配引起发射方向图产生畸变的缺点, 而且无法保证发射阵元满足等功率辐射要求。

文献[12-14]主要解决了发射信号的协方差矩阵优化, 但是如何从已知的协方差矩阵中获得实际发射波形仍是一个亟待解决的问题^[15]。文献[16]构建了协方差矩阵匹配下的发射波形设计模型, 并利用循环算法对旋转矩阵和发射波形进行了交替优化, 得

收稿日期: 2015-06-24; 改回日期: 2015-12-25; 网络出版: 2016-02-26

*通信作者: 黄中瑞 18756073857@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61201279), 安徽省自然科学基金(1408085MF128)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61201279), Natural Science Foundation of Anhui Province (1408085MF128)

到了恒模发射波形。

由文献[12-16]可知,基于 MIMO 雷达发射方向图匹配(综合)的发射波形设计一般分为两步。首先,建立发射方向图匹配的数学优化模型,对发射信号的协方差矩阵进行求解;其次,根据已求得的协方差矩阵反推出实际的发射波形。此方法不但计算量较大,而且基于协方差匹配的发射波形设计是一个非凸问题,现有方法无法对其进行有效求解。

为了避免上述不足,文献[17]提出了一种基波束思想的 MIMO 雷达发射波形快速设计方法,将波形设计转化为基波束比例系数的求解,算法大大减小了波形优化的计算量。文献[18]基于二阶锥规划设计出了具有更低旁瓣的基波束,不仅进一步提高 MIMO 雷达发射方向图的性能,而且突破了文献[17]只适用于均匀线阵的限制。

但是,文献[17,18]只注重 MIMO 雷达发射方向图在形状上与期望方向图的逼近性能,忽略了优化波形的一些实际应用要求。鉴于此,本文提出了一种新的 MIMO 雷达发射波形设计方法,首先,构造一组发射波形集并从理论上推导了阵元发射波形的恒模特性,在此基础之上,将各阵元平均发射功率的均匀性控制问题转化为基波束权值动态的定量约束问题;其次,建立了直接约束权值动态的基波束优化模型,利用切线投影法和区域迭代法将其进行凸松弛并且给出了二阶锥规划子问题和序列锥迭代流程;最后,利用二阶锥规划设计出了基波束的比例系数。本文方法在保证 MIMO 雷达发射方向图匹配精度的前提下,能够兼顾阵元发射功率均匀性和发射方向图旁瓣功率的性能,因而在设计发射波形时具有更大的灵活性。

2 信号模型

考虑一双基地 MIMO 雷达,其发射阵列和接收阵列均为均匀线阵,阵元数分别为 M 和 N ,阵元间距分别为半波长,假设目标位于阵列的远场,且相对于收发阵列的视角分别为 θ 和 φ ,阵列配置如图 1 所示。

令 $\mathbf{S}(l) = [s_1(l), s_2(l), \dots, s_M(l)]^T$ 表示 M 个阵元第

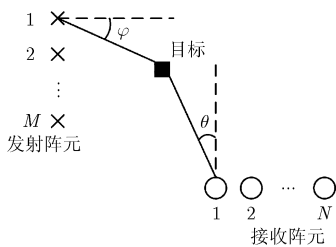


图1 双基地 MIMO 雷达收发阵元配置图

l 个时刻的发射序列, $\mathbf{s}_i = [s_i(1), s_i(2), \dots, s_i(L)]^T$ 表示第 i 个发射阵元的信号序列,则基带发射信号矩阵为 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M]^T$, 其中, $i = 1, 2, \dots, M, l = 1, 2, \dots, L, L$ 表示码长。假设发射信号为窄带信号而且传播过程中无色散,则相对于发射阵列空间角度为 φ 处目标接收到的信号为

$$\mathbf{r}(l, \varphi) = \mathbf{a}^T(\varphi) \mathbf{S}(l) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{a}(\varphi) = [1, \exp(-j \cdot \pi \cdot \sin(\varphi)), \dots, \exp(-j \cdot \pi \cdot (M-1) \cdot \sin(\varphi))]^T$ 为发射阵元的导向矢量。

根据式(1)可以得到发射信号在空间的功率分布为

$$P(\varphi) = E \{ \mathbf{a}^T(\varphi) \mathbf{S}(n) \mathbf{S}^H(n) \mathbf{a}^*(\varphi) \} = \mathbf{a}^T(\varphi) \mathbf{R} \mathbf{a}^*(\varphi) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{R} = E \{ \mathbf{S}(n) \mathbf{S}^H(n) \}$ 为发射信号的协方差矩阵。

假设已知目标的分布空域(以下简称为期望空域)为 Θ_Z , 根据优化准则:期望空域内方向图逼近误差一定的前提下,最小化峰值旁瓣电平。可以得到方向图匹配的协方差矩阵优化模型为

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{R}, \alpha} t \\ \text{s.t. } \mathbf{a}^T(\varphi_s) \mathbf{R} \mathbf{a}^*(\varphi_s) \leq t, \\ \varphi_s \in \Theta_S, s = 1, 2, \dots, S \\ |\mathbf{a}^T(\varphi_z) \mathbf{R} \mathbf{a}^*(\varphi_z) - \alpha P_d(\varphi_z)| \leq \sigma, \\ \varphi_z \in \Theta_Z, z = 1, 2, \dots, Z \\ \mathbf{R}(m, m) = 1, m = 1, 2, \dots, M \\ \mathbf{R} \in \Xi_+^M \end{array} \right\} \quad (3)$$

其中, α 为尺度因子,其作用是消除优化方向图和期望方向图增益的不匹配,利用尺度因子可以减小文献[14]中设置期望方向图具体模值的计算量。 Θ_S 表示方向图的旁瓣区, Z 和 S 分别表示期望空域和旁瓣空域的离散化点数,式(3)中的第3个约束是为了保证阵元能够进行等功率发射,第4个约束表明协方差矩阵是一个复对称的半正定阵, Ξ_+^M 表示维数为 M 的半正定空间。式(3)是一个 SDP 问题,可以采用 CVX 工具箱进行有效求解。

通过对式(3)进行求解可以得到发射信号的协方差矩阵,但各个阵元的具体发射(信号)波形仍然是未知的。因而,需进一步考虑基于协方差矩阵匹配下的发射波形设计问题。由于理论上的相关矩阵 $\mathbf{R} = E \{ \mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l) \}$ 我们无法得知,实际中可以用其估计值代替,即: $\mathbf{R} \approx \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l)$, 其中因子 $1/L$

是常数对后续问题的优化无影响,将其归到实际发射波形中,则可得到:

$$\mathbf{R} = \mathbf{S} \mathbf{S}^H \quad (4)$$

为了获得任意编码长度的恒模发射波形,文献[16]基于循环算法对协方差矩阵匹配下的发射波形进行了优化,模型为

$$\begin{cases} \min \|\mathbf{S} - \mathbf{R}^{1/2}\mathbf{U}\| \\ \text{s.t. } |\mathbf{S}(m,l)| = 1/M \\ m = 1, 2, \dots, M \\ l = 1, 2, \dots, L \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{R}^{1/2}$ 为协方差矩阵的 Hermite 均方根, \mathbf{U} 为半正交矩阵, 维数为 $M \times L$ 。文献[16]的基本思想: 首先给定一个高斯随机矩阵 \mathbf{U} , 然后在已知 \mathbf{U} 的前提下最小化恒模发射波形矩阵 \mathbf{S} , 再次在已知矩阵 \mathbf{S} 的前提下更新矩阵 \mathbf{U} , 重复上述两步操作直到两次迭代过程中 \mathbf{U} 矩阵的变化值小于预定的误差门限时结束。

利用式(3)和式(5)虽然能够解决 MIMO 雷达的发射波形设计问题, 但是仍存在几点不足: 第一、将发射波形的优化问题建模为两个带约束的寻优问题, 增加了计算的复杂度, 特别是对基于协方差匹配的发射波形设计来说, 是一个高度非凸非线性的优化问题, 需要采用迭代算法进行求解, 因而求解精度对初始迭代点非常敏感; 第二、为了满足雷达系统的硬件要求, 由式(5)所求的发射波形必须具有低 PAPR(Peak-to-Average Power Ratio)或者是恒模特性, 这必将引起实际发射波形协方差矩阵和期望协方差矩阵的偏差, 而这种偏差对发射方向图的影响是无法直接控制的。

3 基于基波束思想的 MIMO 雷达发射波形设计

将式(4)代入式(2)可得发射信号的功率分布为

$$P(\varphi) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{a}^T(\varphi) \mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l) \mathbf{a}^*(\varphi) = \sum_{l=1}^L \alpha_l P_l(\varphi) \quad (6)$$

其中, $P_l(\varphi)$ 为基波束, $\alpha_l = 1/L$ 为基波束的比例系数, 从式(6)中可知, MIMO 雷达发射方向图由一系列基波束的加权和构成, 因而 MIMO 雷达发射方向图的设计问题就转化为基波束及其比例系数的优化问题。

3.1 发射波形集的构造

观察式(6)可知, 得到发射方向图的前提是求解所有可能的基波束权值 $\mathbf{S}(l)$ $l = 1, 2, \dots, L'$ 。如果对所有可能基波束权值进行一一求解, 势必是一个计算复杂度非常高的优化问题, 为了降低优化模型的计算复杂度, 同时保证单个阵元发射波形的恒模特性以及定量控制不同阵元之间发射功率的差异。需要对阵列的发射波形集进行一定的处理, 假设发射

阵列第 1 个时刻的发射波形已知为 $\hat{\mathbf{s}}_1 = [s_{1,1}, s_{1,2}, \dots, s_{1,M}]^T$, 构造如下发射波形集。

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} s_{1,1} & s_{1,2} & \cdots & s_{1,M} \\ s_{1,1} \exp(j\eta_{\varphi_1^1}) & s_{1,2} \exp(j\eta_{\varphi_1^2}) & \cdots & s_{1,M} \exp(j\eta_{\varphi_1^M}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1,1} \exp(j\eta_{\varphi_{L'}^1}) & s_{1,2} \exp(j\eta_{\varphi_{L'}^2}) & \cdots & s_{1,M} \exp(j\eta_{\varphi_{L'}^M}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中, L' 为波形集中的波形个数, 其基波束主瓣对应的角度为 $\varphi_{l'}$, $l' = 1, 2, \dots, L'$, 并假设第 1 个时刻基波束主瓣指向为阵列的法线方向即 $\varphi = 0$, 其中, $\eta_{\varphi_{l'}^m} = \exp(j\pi(m-1)\sin(\varphi_{l'}))$, $m = 1, 2, \dots, M$, $l' = 1, 2, \dots, L'$ 。

为了验证构造波形集的有效性, 需要对不同指向的基波束形成, 以及整个发射波形的恒模特性和阵元平均发射功率的差异性进行分析。首先验证基波束形成: 任取波形集中的第 l' 个波形, 则相应基波束为

$$\begin{aligned} P_{l'}(\varphi) &= \left| \sum_{i=1}^M S_{l',i} a_i(\varphi) \right|^2 = \left| \sum_{i=1}^M S_{1,i} \exp(j\eta_{\varphi_{l'}^i}) a_i(\varphi) \right|^2 \\ &= \left| \sum_{i=1}^M S_{1,i} \exp(j \cdot \pi \cdot (i-1) \sin(\eta_{l'})) \right. \\ &\quad \left. \cdot \exp(-j \cdot \pi \cdot (i-1) \sin(\eta)) \right|^2 \\ &= P_1(\theta - \theta_{l'}) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $a_i(\varphi)$ 为发射导向矢量的第 i 个元素。从式(8)中可以看出, 波形集中不同波形对应的基波束, 相当于第 1 个时刻基波束在空间进行一定的角度平移, 从而说明利用所构造的发射波形集只需对某一个基波束进行优化便可得到整个发射波形集对应的所有基波束, 从而大大降低了整个优化模型的计算法复杂度。

其次验证每个阵元发射波形的恒模特性, 引入单个阵元发射波形峰均功率比(Peak-to-Average-power Ratio, PAR)的定义:

$$\text{PAR}(\mathbf{s}_m) \triangleq \frac{\max_{l'} |\mathbf{s}_m(l')|^2}{\frac{1}{L'} \sum_{l'=1}^{L'} |\mathbf{s}_m(l')|^2}, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (9)$$

其中 \mathbf{s}_m 表示第 m 基波形, 将式(7)中的每一列代入式(9)可得 $\text{PAR}(\mathbf{s}_m) \triangleq 1$, $m = 1, 2, \dots, M$, 也就是说每个阵元的发射波形满足恒模特性。

最后分析不同阵元平均发射功率的差异, 定义不同阵元平均发射功率的比值为

$$\Gamma_{m,k} = \frac{\frac{1}{L'} \sum_{l'=1}^{L'} |s_m(l')|^2}{\frac{1}{L'} \sum_{l'=1}^{L'} |s_k(l')|^2}, \quad m \neq k \in [1, M] \quad (10)$$

将式(7)代入式(10)可得 $\Gamma_{m,k} = |s_{1,m}/s_{1,k}|$, $m \neq k \in [1, M]$, 也就是说阵元平均发射功率的比值为第 1 个时刻发射波形的模值比, 为了减小不同阵元平均发射功率的差异性, 只需控制第 1 个基波形的模值动态即可:

$$\frac{\max |\hat{s}_1|}{\min |\hat{s}_1|} \leq \delta \quad (11)$$

其中 δ 为预设门限, 用来表征各阵元中最大发射功率与最小发射功率的比值, 当 $\delta = 1$ 时, 则各个阵元的发射功率满足均匀性。

3.2 基波束的权值优化

为此本节对约束权值动态的基波束优化问题进行研究, 其核心是必须对基波束权值 $\mathbf{s}_1 = [s_{1,1}, s_{1,2}, \dots, s_{1,M}]^T$ 的幅度动态进行定量控制。这里以第 1 个基波形对应的基波束为例, 为了使讨论更具一般性这里用 $\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{M-1}]^T$ 代替波形 $\mathbf{s}_1 = [s_{1,1}, s_{1,2}, \dots, s_{1,M}]^T$ 。

首先建立约束权值动态的基波束优化模型为

$$\left. \begin{aligned} \min \quad & \max \left(\left| \mathbf{a}^T(\varphi_s) \mathbf{w} \right|, \right. \\ & \left. s = 1, 2, \dots, S, \varphi_s \in \Theta_S \right. \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{a}^T(\varphi_0) \mathbf{w} = 1 \\ & \left| \mathbf{a}^T(\varphi_1) \mathbf{w} \right| \leq \sigma_1 \\ & \left| \mathbf{a}^T(\varphi_2) \mathbf{w} \right| \leq \sigma_2 \\ & \frac{\max(|w_i|)}{\min(|w_i|)} \leq \delta, \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中, φ_0 为基波束的期望方向, φ_1 和 φ_2 分别为基波束左右第 1 个零陷角度, σ_1 和 σ_2 为对应的零陷深度预设值, δ 为预设的权值幅度动态, 由于式(12)中的最后一个不等式把权值的每一个分量约束在一系列环形区域内, 从可行域上判断出式(12)是一个非凸问题, 为了能够对其进行有效求解, 本文提出了一种序列锥规划方法。

3.2.1 优化子问题描述 给定了权值幅度的动态范围可以确定其可行域为一系列圆环的并集, 为了能够确定出一个具体的圆环区域(如图 2 中的半径为 r_2 的圆和半径为 r_3 的圆所确定的区域), 除了要求给定动态范围还要求给出一个最大模值分量 T 。

式(12)的非凸性主要是由于权值分量的下界圆约束造成的, 因此考虑用线性不等式约束最大程度

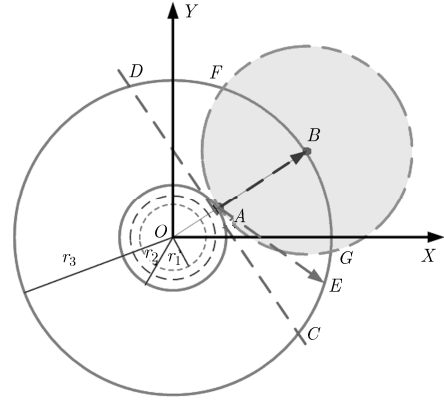


图 2 子问题可行域示意图

地逼近下界圆约束。如图 2 所示, 在已知最大模值分量 B 和动态范围 δ 时, 我们可以求出权值分量的一个下界点 A 。过点 A 作半径为 r_2 的内圆切线 CD , 其与半径为 r_3 的外圆所围成的弓形区域 $DACB$ 是一个凸区域。

如果给出弓形区域内子问题的优化模型及其解, 那么通过子问题可行域的旋转即求得整个圆环区域的最优解, 然后对最大模值进行一系列的改变即可得到整个系列圆环区域的最优解, 也即整个原始可行域内的最优解。

首先, 将图 2 中弓形区域 $DACB$ 用权值分量表示出来。令上界点 B 所对应的权值分量为 $w^{\max} = w_r^{\max} + jw_i^{\max}$, 下界点 A 所对应的权值分量为 $w^{\min} = w_r^{\min} + jw_i^{\min}$, 并设所要优化的权值分量为 $w = w_r + jw_i$ 。从图 2 中可知, 弓形区域 $DACB$ 内的任何点与点 A 的连线向量 \mathbf{AE} 在直线向量 \mathbf{AB} 的投影总为非负数, 亦即有式(13)不等式成立:

$$\mathbf{AE} \cdot \mathbf{AB} \geq 0 \quad (13)$$

其中直线向量 \mathbf{AE} 的坐标表示为 (w_r^{\max}, w_i^{\max}) , 直线向量 \mathbf{AB} 的坐标表示为 $(w_r - w_r^{\min}, w_i - w_i^{\min})$, 将两者代入式(13)可得:

$$\left. \begin{aligned} (w_r^{\max}, w_i^{\max}) \cdot (w_r - w_r^{\min}, w_i - w_i^{\min}) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow w_r^{\max} \times (w_r - w_r^{\min}) + w_i^{\max} \times (w_i - w_i^{\min}) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow w_r^{\max} \times w_r + w_i^{\max} \times w_i &\geq w_r^{\max} \times w_r^{\min} + w_i^{\max} \times w_i^{\min} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

权值幅度的上边界圆约束可以表示为

$$|w| \leq |w^{\max}| = T \quad (15)$$

式(14)和式(15)联合约束的区域为一个凸可行域(弓形区域), 将其代替式(12)中的最后一个不等式约束, 便可得到约束动态范围的子问题优化模型为

$$\begin{aligned}
& \min \max \left(\left| \mathbf{a}^T(\varphi_s) \mathbf{w} \right|, \right. \\
& \quad \left. s = 1, 2, \dots, S, \varphi_s \in \Theta_{SL} \right. \\
& \text{s.t. } \left. \begin{aligned}
& \mathbf{a}^T(\varphi_0) \mathbf{w} = 1 \\
& \left| \mathbf{a}^T(\varphi_1) \mathbf{w} \right| \leq \sigma_1 \\
& \left| \mathbf{a}^T(\varphi_2) \mathbf{w} \right| \leq \sigma_2 \\
& w_{r_i}^{\max} \times w_{r_i} + w_{i_i}^{\max} \times w_{i_i} \\
& \quad \geq w_{r_i}^{\max} \times w_{r_i}^{\min} + w_{i_i}^{\max} \times w_{i_i}^{\min} \\
& |w_i| \leq |w_i^{\max}| = T, \quad i = 0, 1, \dots, M-1
\end{aligned} \right. \quad (16)
\end{aligned}$$

这显然是一个凸优化问题，可以采用 MatLab 中的 CVX 或 SeDuMi 工具箱进行快速求解。

3.2.2 序列锥规划的算法流程 由 3.2.1 节的分析可知，原问题式(12)的可行域是无穷多个圆环域的并集，需要改变最大模值分量以便求出权值模值动态一定时的最优解，这就构成了算法的内层迭代。但在求解优化模型式(12)时，如果权值动态选取太小，可能会导致优化方程无解，因而可以根据系统的实际情况先选择一个较大的动态值，随着迭代步数的增加逐渐减小动态值至其满足预先的设定值，这构成了算法的外层迭代流程，综上所述，序列锥规划算法的流程可以归纳如下：

(1)初始化外层迭代步数 $p = 0$ ，确定预设约束动态范围 δ ，动态范围的步进值 Δ ，上一代的动态范围变量 G^p ，并对其初始化： $G^0 = L$ ，权值分量幅度的最大值为 T^p ，权值的相位向量为 \mathbf{V}^p ；

(a)初始化第 2 层的迭代步数 $k_p = 0$ ， $t_1 = 10$ ， $t_2 = 5$ ，权值分量的步进值 ∇ ；

(b)令 $T^{k_p} = T^p$ ， $\mathbf{V}^{k_p} = \mathbf{V}^p$ ，执行以下循环体：

(i)由动态 G^p 、权值分量的最大值 T^{k_p} 和权值的相位向量 \mathbf{V}^{k_p} 求得参考权值上界向量 \mathbf{w}^{\max} 和下界向量 \mathbf{w}^{\min} ；

(ii)通过式(14)和式(15)确定本次迭代的可搜索弓形区域；

(iii)求解二阶锥规划子问题式(16)，并令 $t_1 = t_2$ ， $t_2 = 20 \lg(\xi)$ ；

(iv)判断第 2 层的迭代是否符合终止条件，若满足即： $t_1 < t_2$ 时，转至步骤(2)，若不满足，则 $k_p := k_p + 1$ ，并利用本代的优化权值变量更新权值分量幅度的最大值为 T^{k_p} ，权值的相位向量 \mathbf{V}^{k_p} ， $T^{k_p} = T^{k_p-1} - \nabla$ ， $\mathbf{V}^{k_p} = \mathbf{V}^{k_p-1}$ ，转至步骤(i)。

(2)判断外层迭代是否满足终止条件，如满足即： $G^p = \delta$ ，转至步骤(4)，若不满足，则 $p := p + 1$ ；

(3)更新动态范围 $G^p := G^{p-1} - \Delta$ ，并判断 G^p 是否小于预设约束动态范围 δ ，若是，则令 $G^p = \delta$ ，若否，则令 $G^p = G^p$ ，转至步骤(a)；

(4)算法结束，得到符合约束条件的权值矢量 \mathbf{w} 。

3.3 基波束的比例系数优化

本节对基波束的比例系数进行优化，方向图聚焦的目的是尽可能地将发射能量向期望空域进行聚焦，并且聚焦增益越均匀越好，旁瓣空域的发射能量越小越好，设定期望方向图在指定空域内的增益为 1，则基于方向图匹配的基波束比例系数的优化模型为

$$\begin{aligned}
& \min \max_{s=1, \dots, S} \left| \sum_{l=1}^{L'} \alpha_l P_l(\varphi_s) \right|, \\
& \quad \varphi_s \in \Theta_S, \quad s = 1, 2, \dots, S \\
& \text{s.t. } \left| P_d(\varphi_z) - \sum_{l=1}^{L'} \alpha_l P_l(\varphi_z) \right| \leq \eta, \\
& \quad \varphi_z \in \Theta_Z, \quad z = 1, 2, \dots, Z \\
& \quad \alpha_l \geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, L' \quad (17)
\end{aligned}$$

式(17)中的 L' 表示基波束的总个数， α_l 为基波束的比例系数，同时也起到了匹配因子的作用，目的是消除期望方向图和优化方向图增益上不匹配导致优化误差变大的缺点。对比式(17)和式(3)、式(5)可知，这不但将原来的非凸问题转变为凸优化问题，而且大大减小了优化模型的计算复杂度，为在线设计 MIMO 雷达的发射方向图奠定了理论基础。

4 仿真实验

实验 1 基波束形成的有效性验证

假设 MIMO 雷达的发射阵列和接收阵列均采用线性配置，阵元间距均为半波长，发射阵元数目 $M = 20$ ，首先分析基波束的性能，这里以其中一个基波束为例，假设基波束的期望波束指向为 30° ，零点波束宽度为 12° ，主瓣区为 $[24^\circ, 36^\circ]$ ，旁瓣区为 $[-90^\circ, 24^\circ] \cup [36^\circ, 90^\circ]$ ，左右第 1 零陷深度设为 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.005$ ，旁瓣的离散化点数为 180，权值动态 δ 分别设定为 1.2 和 2.1，并将其与相位法和文献[18]的方法进行比较。

图 3 分别给出了本文方法、相位法和文献[18]优化所得基波束，从中可以看出，在主波束宽度一定时，本文方法在控制权值动态为 2.1 时和文献[18]能够获得最低的峰值旁瓣电平，相位法得到峰值旁瓣电平最高。相比相位法，本文方法和文献[18]的旁瓣电平具有较好的均匀性，但是所付出的代价是权值动态变大。另外，观察本文所提方法得到的两个基波束，可以发现随着权值动态值的变大峰值旁瓣电平逐渐变小，而且当 $\delta = 2.1$ 时，本文方法和文献[18]得到的基波束基本相同，这是因为权值动态设定

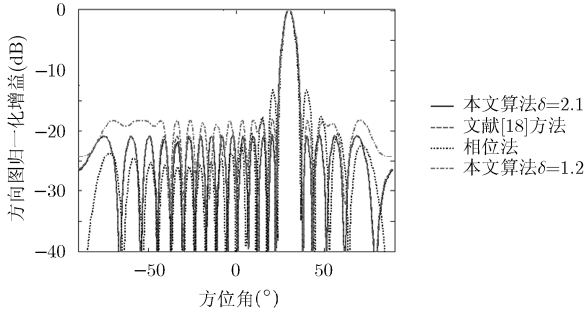


图 3 不同方法优化所得基波束

过大时对可行域的影响较小，与无约束的效果基本相同，所以文献[18]可以视为所提方法的一种特例。为了进一步研究基波束峰值旁瓣电平随权值动态的变化规律，给出如下仿真：仿真中除了 $\delta \in [1.2, 2.1]$ 外，其余实验条件不变。

图 4 给出了峰值旁瓣电平随权值动态的变化图，从中可知，随着权值动态的增大，峰值旁瓣电平逐渐变小，当权值动态大于 1.8 时，峰值旁瓣电平基本上处于稳定状态。这是因为对权值动态约束越紧，优化模型的可行域就越小，最优值对应的峰值旁瓣电平的性能就会变差。随着权值动态的增大，优化变量的可行域便会随之增大，因而可有效提高峰值旁瓣电平的性能，当权值动态大于 1.8 时，可行域便不会随着权值动态的增大而有太大的变化，所以峰值旁瓣电平的变化进入一种稳态，当权值动态为 2.1 时，本文方法与文献[18]方法得到的基波束性能基本相同，这进一步说明了文献[18]只是本文算法的一种特例，同理可以知道，相位法可以看成本文算法约束权值动态为 1 的一种特例，因而本文算法具有更广阔的应用范围。

实验 2 MIMO 雷达发射方向图综合性能的有效性验证

MIMO 雷达发射阵元数目 $M = 20$ ，归一化方向图在感兴趣内的增益为 1，旁瓣区域为 0，空间感兴趣的空域为 $\Theta_z = [-20^\circ, 20^\circ]$ ，旁瓣空域为 $\Theta_s = [-90^\circ, -28^\circ] \cup [28^\circ, 90^\circ]$ ，整个空域离散化点数为 360，

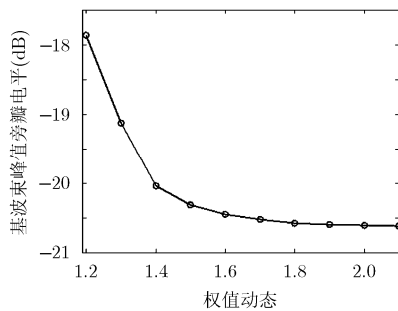


图 4 基波束峰值旁瓣电平随权值动态的变化

感兴趣空域内方向图误差的容忍度为 0.04，由实验 1 可知，相位法和文献[18]均可以看成本文算法的两种特例，因而这里只将本文算法和文献[17]综合所得 MIMO 雷达发射方向图的性能进行比较。

图 5 给出了本文算法和文献[17]基于基波束思想综合得到的发射方向图，从中可知，两个算法均能使得发射功率在期望空域内进行有效聚焦，并且主瓣增益的波动较小。但比较两者可以得出如下结论：(1)本文方法在约束 $\delta = 2.1$ 时，还能得到比文献[17]更低的峰值旁瓣功率，这是因为本文算法的基波束权值是复数加权，而文献[17]的切比雪夫加权只是幅度加权，本文方法具有更高的自由度，在对同一个问题进行优化时可以得到更好的效果。(2)本文算法能够对阵元间平均发射功率的差异性与峰值旁瓣功率进行合理折中，从而在实际雷达系统中可以根据不同的应用环境对两者进行兼顾，所以本文算法更具灵活性。

实质上约束各个阵元间平均发射功率差异性的目的是为了提提高整个雷达系统的总发射能量，这里以阵元发射功率中的最大值为参考对其它所有阵元的发射功率进行归一化，并将这些阵元的功率进行求和，将其称为 MIMO 雷达的归一化发射总能量，表 1 给出了归一化发射总能量和方向图的峰值旁瓣功率随基波束权值动态 δ 的变化。

表 1 归一化发射总能量和峰值旁瓣功率随基波束权值动态的变化

δ	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
归一化总能量	17.9933	16.6606	16.3364	16.1576	16.0338
峰值旁瓣功率 (dB)	-12.37	-13.42	-13.47	-14.31	-14.48

由表 1 可知，MIMO 雷达发射方向图归一化峰值旁瓣功率的下降是以减小整个雷达系统的发射总能量为代价。本文算法不仅能使各个阵元间的发射波形具有恒模特性，而且还能定量控制不同阵元间的平均发射功率比值，兼顾了 MIMO 雷达发射方向图的不同指标性能。

为了进一步说明所提算法的有效性，对多个不相邻空域能量聚焦下的发射方向图综合进行仿真分析，其中空间感兴趣的空域为 $\Theta_z = [-40^\circ, 30^\circ] \cup [30^\circ, 40^\circ]$ ，旁瓣空域为 $\Theta_s = [-90^\circ, -48^\circ] \cup [-22^\circ, 22^\circ] \cup [48^\circ, 90^\circ]$ ，整个空域的离散化点数为 360，感兴趣空域内方向图误差的容忍度为 0.05。

图 6 给出了本文算法对多个不相邻空域能量聚

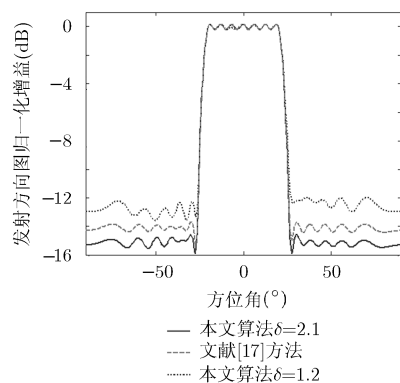


图 5 MIMO 雷达发射方向图

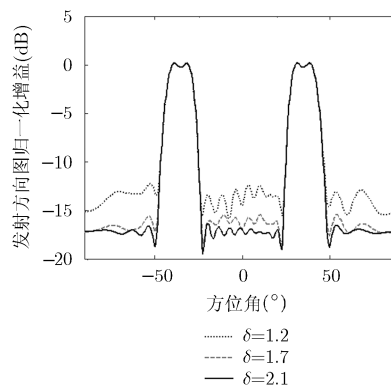


图 6 多空域聚焦的 MIMO 雷达发射方向图

焦时, MIMO 雷达的发射方向图。从中可知, 由于在期望空域内对优化波束和期望波束的逼近误差进行了严格控制, 因而 3 个不同 δ 形成的发射方向图均能在期望空域进行有效聚焦, 但不同的 δ 会引起归一化峰值旁瓣功率有所不同, 这一点与单空域能量聚焦是一致的。对比图 5 和图 6 可知, 图 6 的旁瓣功率的波动较大, 这是因为多个空域能量聚焦下的 MIMO 雷达发射方向图的优化模型更加复杂, 发射波形中更多的自由度用在了感兴趣空域内方向图形状的逼近上, 因而其旁瓣功率的性能会有一定的下降。

5 结束语

MIMO 雷达的各个阵元具有独立发射波形的能力, 根据应用需求合理选择信号的波形可以有效提高雷达系统的信号处理性能。但是常规的 MIMO 雷达发射波形设计是一个高度非凸、非线性的优化问题, 不仅计算复杂度高而且优化效果与初始点的选择密切相关。为此, 本文提出一种新的基于基波束思想的 MIMO 雷达发射波形设计方法。首先, 构造了一组发射波形集, 分析表明所构造的波形集能够保证每个阵元的发射波形具有恒模特性, 最重要的是只要求得一组基波形, 通过所提的波形集构造方法即可得到整个波形集。其次, 分析了阵元间平均发射功率的比值等同于某个基波形的权值动态, 为了减小各个阵元间平均发射功率的差异, 本文提出了一种基于序列锥规划的约束权值动态的基波束设计方法。该方法不但能够定量控制基波束的权值动态, 而且还能兼顾基波束的旁瓣电平, 因而在实际应用中可以对阵元发射功率的不均匀性和发射方向图的旁瓣功率进行折中, 相比文献[17,18]来说更具灵活性。最后在求解基波形集之后, 利用凸优化理论对基波束的比例系数进行了优化, 并通过仿真实验说明了所提算法的有效性。

参考文献

- [1] GUANG H and Abeysekera S S. Receiver design for range and Doppler sidelobe suppression using MIMO and phased-array radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(6): 1315-1326. doi: 10.1109/TSP.2012.2234743.
- [2] FISHER E, HAIMOVICH A, BLUM R S, *et al.* MIMO radar: an idea whose time has come[C]. *Proceedings of IEEE, Radar Conference, PA, USA, 2004*: 71-78.
- [3] 洪升, 万显荣, 柯亨玉. 空间色噪声背景下双基地多输入多输出雷达低仰角估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(1): 15-21. doi: 10.11999/JEIT140290.
- [4] HONG Sheng, WAN Xianrong, and KE Hengyu. Low-elevation estimation for bistatic MIMO radar in spatially colored noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(1): 15-21. doi: 10.11999/JEIT140290.
- [5] 郑志东, 袁红刚, 张剑云. 冲击噪声背景下基于稀疏表示的双基地 MIMO 雷达多目标定位[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(12): 3001-3007. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01861.
- [6] ZHENG Zhidong, YUAN Honggang, and ZHANG Jianyun. Multitarget localization based on sparse representation for bistatic MIMO radar in the presence of impulsive noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(12): 3001-3007. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01861.
- [7] 郑志东, 袁红刚, 张剑云, 等. 运动双基地 MIMO 雷达参数估计的克拉美罗界[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(11): 2678-2683. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01895.
- [8] ZHENG Zhidong, YUAN Honggang, ZHANG Jianyun, *et al.* Cramer-Rao bounds for estimating parameter in the moving bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(11): 2678-2683. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01895.
- [9] 杨涛, 苏涛, 张旺. 二维宽带 MIMO 雷达发射方向图综合方法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2013, 40(3): 180-187.
- [10] YANG Tao, SU Tao, and ZHANG Wang. Transmit beampattern synthesis and waveform design for 2-D

- wideband MIMO radar[J]. *Journal of Xidian University*, 2013, 40(3): 180-187.
- [7] FU X, CHEN X Z, HOU Q W, *et al.* Orthogonal waveform design based on the modified chaos genetic algorithm for MIMO radar[C]. Proceedings of the IEEE China Summit & International Conference on Signal and Information Processing, Beijing, 2013: 70-77.
- [8] PENG Y L and YANG J. Chaos based orthogonal discrete frequency coding waveform design[C]. Proceedings of the IEEE China Summit & International Conference on Signal and Information Processing, Beijing, 2013: 30-33. doi: 10.1109/ChinaSIP.2013.6625291.
- [9] SHADI K and BEHNIA F. Transmit beampattern synthesis using eigenvalue decomposition in MIMO radar[C]. Proceedings of 8th International Conference on Information, Communications and Signal Processing, Singapore, 2011: 1-5. doi: 10.1109/ICICS.2011.6174302.
- [10] LIPOR J, AHMED S, and ALOUINI M S. Fourier-based transmit beampattern design using MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9): 2226-2235. doi: 10.1109/TSP.2014.2307838.
- [11] FUHRMANN D and ANTONIO G S. Transmit beamforming for MIMO radar systems using partial signal correlation[C]. Proceedings of 38th Asilomar Conference on Signals, Pacific Grove, 2004: 7-10. doi: 10.1109/ACSSC.2004.1399140.
- [12] Fuhrmann D and Antonio G S. Transmit beamforming for MIMO radar systems using signal cross-correlation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(1): 171-186. doi: 10.1109/TAES.2008.4516997.
- [13] AHMED S, THOMPSON J S, and MULGREW B. Unconstrained synthesis of covariance matrix for MIMO radar transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3837-3849. doi: 10.1109/TSP.2011.2153200.
- [14] GUANG H and ABEYSEKERA S S. Colocated MIMO radar transmit beamforming using orthogonal waveforms[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Kyoto, 2012, 2453-2456. doi: 10.1109/ICASSP.2012.6288412.
- [15] AHMED S and ALOUINI M S. MIMO radar transmit beampattern design without synthesising the covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9): 2278-2289. doi: 10.1109/TSP.2014.2310435.
- [16] STOICA P, LI J, and ZHU X M. Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2593-2598. doi: 10.1109/TSP.2007.916139.
- [17] 胡亮兵, 刘宏伟, 杨晓超, 等. 集中式 MIMO 雷达发射方向图快速设计方法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(2): 481-484. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00705.
- HU Liangbing, LIU Hongwei, YANG Xiaochao, *et al.* Fast transmit beampattern synthesis for MIMO radar with colocated antennas[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(2): 481-484. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00705.
- [18] 高伟, 黄建国, 徐振华, 等. 基于二阶锥优化方法的 MIMO 阵列发射方向图设计[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(5): 1126-1130. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.01051.
- GAO Wei, HUANG Jianguo, XU Zhenhua, *et al.* Transmit beampattern synthesis for MIMO radar with colocated antennas based on second-order cone programs[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(5): 1126-1130. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.01051.

黄中瑞：男，1988 年生，博士生，研究方向为阵列信号处理、MIMO 雷达信号处理。

单 凉：男，1991 年生，硕士生，研究方向为雷达对抗技术、MIMO 雷达信号处理。

陈明建：男，1983 年生，讲师，主要研究方向为稳健波束形成。

张剑云：男，1963 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为雷达及目标环境模拟、雷达信号处理、高速信号处理。