

一种基于 KL 分离度的改进矩阵 CFAR 检测方法

赵兴刚* 王首勇
(空军预警学院 武汉 430019)

摘要: 矩阵 CFAR 检测器是根据信息几何理论提出的,但其恒虚警特性没有从理论上得到分析,且检测性能也有待进一步提高。该文首先根据矩阵流形上正态律的概念从理论上推导了矩阵 CFAR 检测器的恒虚警特性,并在此基础上,利用积累性能更好的 KLD(KULLBACK-LEIBLER Divergence)代替测地线距离,提出了一种改进的矩阵 CFAR 检测器。最后通过仿真实验验证了改进方法具有更好的检测性能。

关键词: 信息几何; 恒虚警检测; 统计流形; 测地线距离; KULLBACK-LEIBLER 分离度(相对熵)

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)04-0934-07

DOI: 10.11999/JEIT150711

An Improved Matrix CFAR Detection Method Base on KL Divergence

ZHAO Xinggang WANG Shouyong

(Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: The matrix CFAR detector is proposed according to information geometry theory, but its constant false alarm property is not analysed, and the matrix CFAR's detection performance still needs to be improved. Firstly, the matrix CFAR's constant false alarm property is analysed according to the normal law on matrix manifold, on this basis an improved matrix CFAR detector is proposed with replacing the geodesic distance with KULLBACK-LEIBLER Divergence (KLD). Finally, simulation experiments verify that the improved method has better detection performance.

Key words: Information geometry; Constant False Alarm Rate (CFAR) detection; Statistic manifold; Geodesic distance; KULLBACK-LEIBLER Divergence (KLD) (relative entropy)

1 引言

信息几何是近年来刚发展起来的新兴学科,文献[1]于1945年提出用 Fisher 信息矩阵来定义黎曼度量,开启了统计的几何学研究。1972年,文献[2]引入了一个仿射联络族,与此同时,文献[3]定义了统计流形的曲率概念,并指出曲率在统计推断高阶渐进理论中的基本作用。此后,文献[4,5]引入了单参数的仿射联络族,建立了统计流形的对偶几何结构,极大丰富和完善了统计的几何学理论框架,进而建立了信息几何。近年来,信息几何的理论基础不断完善,已在系统理论、神经网络和统计推断等领域得到了广泛应用^[6]。

信息几何在雷达信号处理中的应用主要是文献[7-9]提出了一种矩阵 CFAR 检测方法,该方法利用

检测单元回波协方差矩阵与参考单元协方差矩阵均值之间的测地线距离作为检测量进行检测,克服了传统 PD 雷达 CFAR 检测中多普勒处理在短脉冲序列条件下所面临的多普勒分辨率降低、能量泄露、杂波谱污染等问题,有效提高了检测性能,而且利用了矩阵流形的内在结构对矩阵均值进行了准确估计,具有更稳健的恒虚警特性。然而矩阵 CFAR 检测方法仍存在一些不足:(1)它没有从理论上严格分析该方法是否具有恒虚警特性;(2)测地线距离的检测性能有待进一步提高。

针对以上不足,本文首先利用矩阵流形上正态律的概念从理论上推导了矩阵 CFAR 的恒虚警特性,得到了检测门限的理论表达式,并在此基础上,使用积累性能更好的 KULLBACK-LEIBLER 分离度(KULLBACK-LEIBLER Divergence, KLD)代替测地线距离,提出了一种改进的矩阵 CFAR 检测器,最后通过仿真实验验证了改进方法的检测性能。

2 矩阵流形的基础知识

设雷达中某个距离单元观测的复包络信号为

收稿日期: 2015-06-10; 改回日期: 2015-12-18; 网络出版: 2016-02-03

*通信作者: 赵兴刚 565484636@qq.com

基金项目: 国家自然科学基金(61179014), 青年科学基金项目(61302193)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61179014), Youth Science Fund Project (61302193)

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \mathbf{x} = \mathbf{v} \\ H_1: \mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{v} \end{array} \right\} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(n-1)]^T$ 为观测信号矢量, $\mathbf{s} = [s(0), s(1), \dots, s(n-1)]^T$ 为目标回波矢量, $\mathbf{v} = [v(0), v(1), \dots, v(n-1)]^T$ 为杂波矢量, n 为 CPI 长度。假设杂波矢量 \mathbf{v} 和目标回波矢量 \mathbf{s} 都服从零均值的复高斯矢量分布, 则在两种假设下, \mathbf{x} 分别服从零均值复高斯分布 $N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_v)$ 和 $N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v)$, \mathbf{R}_s 和 \mathbf{R}_v 分别表示随机信号和杂波矢量的协方差矩阵。

对于任意一个 n 维随机矢量 \mathbf{x} , 假如它服从零均值复高斯矢量分布, 则其分布表达式为

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\pi^n |\mathbf{R}|} \exp(\mathbf{x}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}) \quad (2)$$

式中 $|\cdot|$ 代表矩阵的行列式。考虑由协方差矩阵 $\mathbf{R} \in C^{m \times n}$ 参数化的概率分布函数族 $S = \{p(\mathbf{x} | \mathbf{R}) | \mathbf{R} \in C^{n \times n}\}$, 其中 $C^{n \times n}$ 为 $n \times n$ 维复向量空间中的开集, 则根据信息几何理论, 在一定的拓扑结构下 S 可以构成一个可微的流形, 并称之为统计流形^[10], \mathbf{R} 为该流形的坐标。由于流形 S 的参数 \mathbf{R} 为协方差矩阵, 则又可以称 S 为矩阵流形。两种假设分布 $p(\mathbf{x} | H_0)$ 和 $p(\mathbf{x} | H_1)$ 就成为流形上的两个点, 且两点对应的坐标分别为 \mathbf{R}_s 和 $\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v$ 。

2.1 测地线距离

矩阵流形上的任意一个点都代表了对应于某一个协方差矩阵的零均值复高斯矢量分布, 且在定义 Fisher 信息矩阵为统计流形黎曼度量的基础上, 可以得到流形上任意两点之间的最短距离, 称为测地线距离, 矩阵流形 S 上任意两点 $p(\mathbf{x} | \mathbf{R}_a)$ 和 $p(\mathbf{x} | \mathbf{R}_b)$ 之间测地线距离的表达式为^[11]

$$d(\mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) = \left\| \lg(\mathbf{R}_a^{-1/2} \mathbf{R}_b \mathbf{R}_a^{-1/2}) \right\| = \sqrt{\sum_{k=1}^n \lg^2(\lambda_k)} \quad (3)$$

式中 $\|\cdot\|$ 代表弗洛宾尼斯(FROBENIUS)范数, 且 $\|\mathbf{A}\| = \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)$, tr 为矩阵的迹。 λ_k 为矩阵 $\mathbf{R}_a^{-1/2} \mathbf{R}_b \mathbf{R}_a^{-1/2}$ 的第 k 个特征值。

2.2 矩阵的黎曼均值

上文给出了 S 上任意两点之间的测地线距离, 除了距离之外, 在后面还要用到一个重要概念即为流形 S 上的黎曼均值。对于只有 $p(\mathbf{x} | \mathbf{R}_a)$ 和 $p(\mathbf{x} | \mathbf{R}_b)$ 两个点的情况, 其均值为^[12]。

$$\mathbf{R}_a \circ \mathbf{R}_b = \mathbf{R}_a^{1/2} (\mathbf{R}_a^{-1/2} \mathbf{R}_b \mathbf{R}_a^{-1/2})^{1/2} \mathbf{R}_a^{1/2} \quad (4)$$

而对于矩阵流形上 $N(N \geq 3)$ 个点的黎曼均值, 计算起来要复杂的多, 不同的学者在这方面作出了研究, 其中有代表性的主要是梯度下降算法^[13]。

通过利用测地线方程, 取切向量的方向为目标函数的负梯度方向, 就可以得到递推计算黎曼均值

的梯度下降算法。对于矩阵流形上给定的 N 个点 $\mathbf{R}_k, k = 1, 2, \dots, N$, 令 $\mathbf{A}_0 = \mathbf{R}_1$, 梯度下降算法的迭代计算表达式为

$$\mathbf{A}_{t+1} = \mathbf{A}_t^{1/2} \exp \left[-\varepsilon \left(\sum_{k=1}^N \lg(\mathbf{A}_t^{-1/2} \mathbf{R}_k \mathbf{A}_t^{-1/2}) \right) \right] \mathbf{A}_t^{1/2} \quad (5)$$

式中 ε 为迭代的步长, $t = 0, 1, \dots, m$ 。

2.3 矩阵流形上的正态律

在得到均值 $\bar{\mathbf{R}}$ 的基础上, 可以定义矩阵流形上 N 个点的协方差矩阵为

$$\mathbf{\Lambda} = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \beta_k \beta_k^T$$

式中有

$$\beta_k = \bar{\mathbf{R}} \lg(\mathbf{R}_k^{-1} \bar{\mathbf{R}})$$

矩阵流形上的点本身有其内在的统计特性, 如上面得到的 N 个点的均值和协方差矩阵, 实际上, 类比于统计学中的概率分布, 流形上的一群点迹, 在定义了其均值和协方差的基础上, 可以假定认为服从一个广义正态分布, 又称为广义正态律, 其分布表达式为^[13]

$$q(\mathbf{R} | \bar{\mathbf{R}}, \mathbf{\Lambda}) = \frac{1 + O(\sigma^3) + \varepsilon(\sigma/\xi)}{\sqrt{(2\pi)^{m(m+1)/2} |\mathbf{\Lambda}|}} \exp \frac{-\beta^T \gamma \beta}{2} \quad (6)$$

式中 $O(\cdot)$ 为同阶无穷小, 标准差 $\sigma = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{\Lambda})}$, ξ 为 $\bar{\mathbf{R}}$ 处的单射半径, ε 满足 $\lim_{\omega \rightarrow 0^+} x^{-\omega} \varepsilon(x) = 0, \forall \omega > 0$, 中心矩阵 $\gamma = \mathbf{\Lambda}^{-1} - \Re/3 + O(\sigma) + \varepsilon(\sigma/\xi)$, \Re 为矩阵流形上 $\bar{\mathbf{R}}$ 处的里奇(Ricci)曲率, m 为流形的维度。在中心矩阵中使用了里奇曲率, 就充分考虑到了流形上的局部结构, 使得式(6)能比较准确地反映出其统计规律, 以便于后面分析矩阵 CFAR 的恒虚警特性。

3 常规 CFAR 检测器面临的问题

在一般 PD 雷达中所采用的常规 CFAR 检测器属于单脉冲检测, 即对单个距离单元回波信号相参积累(FFT)后, 进行线性检波或平方律检波, 再进行恒虚警检测, 图 1 以 CA-CFAR 为例给出了其处理流程图。

图中 $\{\mathbf{x}_k = [\mathbf{x}_k(0), \mathbf{x}_k(1), \dots, \mathbf{x}_k(n-1)]\}_{k=1}^N$ 为 N 个参考单元的雷达观测数据, $\mathbf{x}_D = [\mathbf{x}_D(0), \mathbf{x}_D(1), \dots, \mathbf{x}_D(n-1)]$ 为检测单元的观测数据, 阴影部分为保护单元。 $\{y_k\}_{k=1}^N$ 和 y_D 分别为观测数据经 FFT 处理并进行包络检波后存储在参考单元和检测单元的数值。在一般情况下, 常规 CFAR 检测器具有较好的检测性能, 但随着战场环境的复杂多变, 对雷达系统提出了新的更高的处理要求: 一是在复杂背景下能保持良好的恒虚警特性; 二是对超机动及非对称

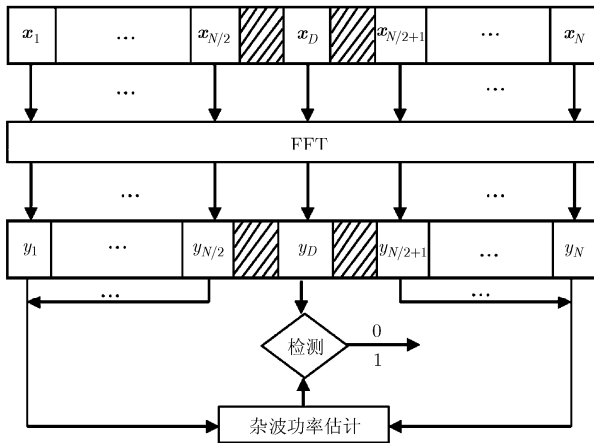


图1 常规 CFAR 检测器

打击飞行目标要有更短的反应时间。

然而传统 CFAR 还不能满足这些新的处理要求,尤其是在非均匀或强杂波背景下,传统 CFAR 检测的恒虚警性能是较差的,另外对于多功能和多任务雷达,是通过使用较短的脉冲序列来减少时间预算,以获取更快的处理速度,然而,此时 FFT 处理会面临以下问题:(1)多普勒分辨率下降,如果目标多普勒频率位于两个多普勒滤波器之间,会发生能量泄露;(2)在地、海杂波等背景下,杂波谱会散布到目标所在的多普勒滤波器中,致使检测性能下降。

4 矩阵 CFAR 检测器

为了克服常规 CFAR 存在的以上问题,文献[7-9]基于信息几何理论,提出了一种在强非均匀杂波背景下,且当雷达 CPI 脉冲数较少时,更加有效和稳健的矩阵 CFAR 检测器。其主要思想是:首先根据雷达观测数据计算参考单元和检测单元的协方差矩阵,然后将这些矩阵统一看做矩阵流形上的点,进而用检测单元协方差矩阵与参考单元协方差矩阵均值之间的测地线距离作为检测量与门限比较,实现目标检测,其处理流程如图 2 所示。

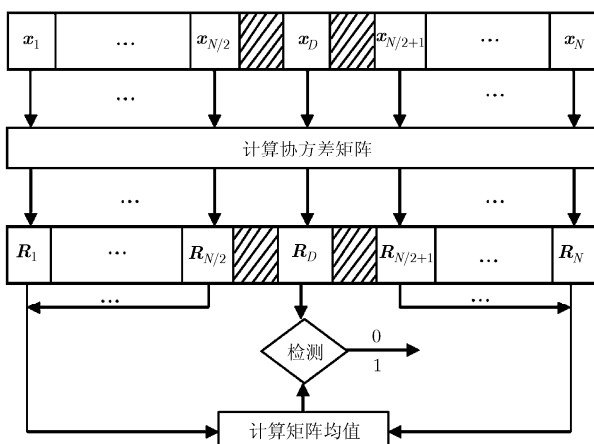


图2 矩阵 CFAR 检测器

参考单元协方差矩阵 $\{R_k\}_{k=1}^N$ 的均值 \bar{R} 是由第 1 节中给出的梯度下降算法计算得到,在此基础上,矩阵 CFAR 的检测量即为 R_D 与 \bar{R} 之间的测地线距离,根据式(3)可得

$$T = d(R_D, \bar{R}) = \left\| \lg(R_D^{-1/2} \bar{R} R_D^{-1/2}) \right\| = \sqrt{\sum_{k=1}^n \lg^2(\lambda_k)} > \lambda \quad (7)$$

从理论上讲,协方差矩阵包含了回波的所有信息,因而直接用矩阵进行检测就避免了常规 CFAR 中 CPI 脉冲数较少时 FFT 的性能损失;在恒虚警特性方面,流形上的矩阵均值与传统 CFAR 中用到的杂波功率的一阶估计(算术平均)相比,是利用了流形上的内在结构对均值进行估计,受杂波环境影响更小,因而在一些强的非均匀杂波背景下,具有更好的稳健性。

文献[7]为改善常规 CFAR 存在的问题而提出了上述的矩阵 CFAR 检测器,但矩阵 CFAR 只是给出了检测策略,对于能否真正具有恒虚警特性没有进行理论分析,也就没有给出检测门限 λ 的理论值;并且流形上距离定义有多种,利用测地线距离进行检测无法保证是最优的。

5 基于 KLD 的矩阵 CFAR 检测器

针对上节分析的矩阵 CFAR 存在的不足,本节通过利用矩阵流形上的几何性质以及内蕴的统计特性逐一进行了分析和解决,并提出了一种改进的矩阵 CFAR 检测器。

5.1 恒虚警特性及门限

图 3 给出了矩阵 CFAR 检测器在流形上的示意图,在流形上参考单元的协方差矩阵可以看做流形上的一个粒子群,那么矩阵 CFAR 就是通过比较 R_D 与这个粒子群中心点之间距离来实现检测的。在没有目标时,根据矩阵流形上的广义正态律,包括 R_D 在内的所有点都服从一个如式(6)所示的广义正态分布 $N(\bar{R}, \Lambda)$ 。从图 3 可以得出,式(7)所示的检测器可以等价于。

$$T' = d(R_D, \bar{R}) > \lambda' \quad (8)$$

因为 $R_D \sim N(\bar{R}, \Lambda)$, 类比于一般的高斯分布,可以将 R_D 转化为广义的标准正态分布,即有 $\frac{R_D - \bar{R}}{\sqrt{\Lambda}} \sim N(0, I)$, 则此时检测器为

$$T'' = \frac{R_D - \bar{R}}{\sqrt{\Lambda}} > \lambda'' \quad (9)$$

通过估计杂波功率 $\sqrt{\Lambda}$, 式(9)是可以保持恒虚警特性的,且有 $\lambda' = \sqrt{\Lambda} \lambda''$, 而式(7)中的矩阵均值就等

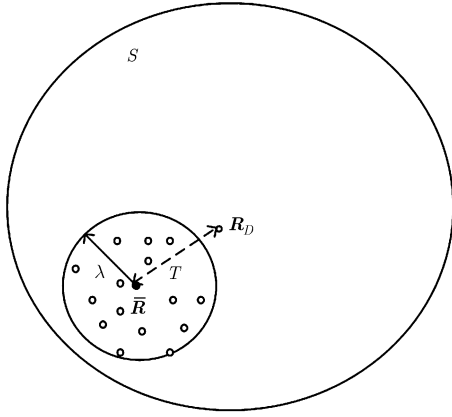


图 3 矩阵 CFAR 在流形上的示意图

价于杂波功率的估计，因而矩阵 CFAR 检测器是具有恒虚警特性的。

门限 λ'' 可以根据给定的虚警概率 P_F ，由广义标准正态分布的表达式积分得到

$$P_F = \int_{\lambda''}^{\infty} \frac{1 + O(\sigma^3) + \varepsilon(\sigma/\xi)}{\sqrt{(2\pi)^{m(m+1)/2} |\mathbf{I}|}} \exp \frac{-\beta^T \gamma \beta}{2} d\mathbf{R} \quad (10)$$

同样类比于一般的正态分布，式(10)中的门限 λ'' 可以通过右尾函数求得，进而就可以得到 λ' ，最终根据式(3)就可以得到检测器(7)中门限 λ 的解析表达式。需要说明的是，由于式(10)求解比较复杂，本文在此只是从理论上分析矩阵 CFAR 的恒虚警特性，并说明检测门限有其满足恒虚警特性的理论值，而这正是矩阵 CFAR 检测器成立的理论基础，具有重要意义。

5.2 用 KLD 代替测地线距离

考虑式(1)所示的二元检测问题，两种假设下 \mathbf{x} 分别服从的分布为 $N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_v)$ 和 $N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v)$ ，所以此时的检测问题可以归结为对两个均值相同，协方差矩阵不同的矢量高斯分布的假设检验问题。首先通过推导可得此时的对数似然比检测统计量为^[14]

$$T(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v)^{-1} \mathbf{x} > \lambda \quad (11)$$

然后，我们从信息几何的角度来解决该检测问题，在矩阵流形上，两种假设分布分别为

$$f_0 \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_v), f_1 \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v) \quad (12)$$

对于矩阵流形上任意两点 $(\mathbf{0}, \mathbf{R}_1)$ 和 $(\mathbf{0}, \mathbf{R}_2)$ ，其 KLD 可以由式(13)计算得到^[15]

$$\begin{aligned} & \text{KLD}[(\mathbf{0}, \mathbf{R}_1) \parallel (\mathbf{0}, \mathbf{R}_2)] \\ &= \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{\det \mathbf{R}_2}{\det \mathbf{R}_1} \right) + \text{tr}(\mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{R}_1) - n \right] \quad (13) \end{aligned}$$

式中， \det 和 tr 分别代表矩阵的行列式和迹。由观测数据得到的分布为 $\hat{f} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ ，协方差矩阵 \mathbf{R} 由

\mathbf{x} 计算得到，则根据式(13)可得流形上 \hat{f} 到 f_0 和 f_1 的 KLD 分别为

$$\begin{aligned} \text{KLD}(\hat{f}, f_0) &= \frac{1}{2} [\text{tr}(\mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{R} - \mathbf{I}) - \ln \det(\mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{R})] \quad (14) \\ \text{KLD}(\hat{f}, f_1) &= \frac{1}{2} [\text{tr}((\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v)^{-1} \mathbf{R} - \mathbf{I}) \\ &\quad - \ln \det((\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v)^{-1} \mathbf{R})] \quad (15) \end{aligned}$$

则可用 KLD 在信息几何框架下定义一种距离检测器^[6]为

$$\begin{aligned} T_D(\mathbf{x}) &= \text{KLD}(\hat{f}, f_0) - \text{KLD}(\hat{f}, f_1) \\ &= \frac{1}{2} \text{tr}[\mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v)^{-1} \mathbf{R}] > \lambda \quad (16) \end{aligned}$$

如果将式(16)中的 KLD 用式(3)所示的测地线距离替换，则可得基于测地线距离的距离检测器为

$$\begin{aligned} T_g(\mathbf{x}) &= d(\hat{f}, f_0) - d(\hat{f}, f_1) \\ &= \left\| \lg(\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{R}_v \mathbf{R}^{-1/2}) \right\| \\ &\quad - \left\| \lg(\mathbf{R}^{-1/2} (\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_v) \mathbf{R}^{-1/2}) \right\| > \lambda \quad (17) \end{aligned}$$

从直观上很难得到式(11)，式(16)，式(17)三者之间的关系，因此采用蒙特卡洛方法对 3 种方法的检测性能进行比较，图 4 给出了似然比检测(LRT)、基于 KLD 的距离检测器(KDD)、基于测地线距离的距离检测器(GDD)3 种检测方法的性能比较曲线。

从图中可以看出，KDD 与 LRT 检测是完全等价的，在给定虚警概率的前提下，具有最优的检测性能，而 GDD 的性能要差于 KDD 和 LRT 检测。在距离检测器中，距离本质上是代表了一种能量积累的方式，由检测性能的比较可以得出，KLD 比测地线距离具有更好的积累性能。

实际上，通过比较式(7)和式(17)可以发现，矩阵 CFAR 检测在本质上可以等价于“一半”的 GDD。在 GDD 中，假设 \mathbf{R}_v 和 \mathbf{R}_s 是已知的，而在实际应用中，这两者是很难得到的，矩阵 CFAR 首先舍去了式(17)中 $d(\hat{f}, f_1)$ ，就不需要用到 \mathbf{R}_s ，再者类比于常规 CFAR 检测的思想，通过计算参考单元杂波协方差矩阵的均值对 \mathbf{R}_v 进行估计，因而矩阵 CFAR 更便于工程应用。根据矩阵 CFAR 与 GDD 之间的关系，则同样可以利用“一半”的 KDD 定义一种新的矩阵 CFAR 检测器，即利用 KLD 代替式(7)中的测地线距离，

$$\begin{aligned} T &= \text{KLD}(\mathbf{R}_D, \bar{\mathbf{R}}) \frac{1}{2} \left[\text{tr}(\bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{R}_D - \mathbf{I}) \right. \\ &\quad \left. - \ln \det(\bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{R}_D) \right] > \lambda \quad (18) \end{aligned}$$

上文已经提到，KLD 比测地线距离具有更好的

积累性能,因而式(18)所示的基于 KLD 的矩阵 CFAR 检测器会比文献[7-9]中的矩阵 CFAR 具有更好的检测性能。

6 仿真实验

本节使用 SIRP 法仿真产生 K 杂波来模拟目标检测背景,对常规 CFAR,矩阵 CFAR 和改进的矩阵 CFAR 3 种方法的检测性能进行比较分析。

假设雷达脉冲重复频率 $f_r = 1000$ Hz, CPI 脉冲序列长度 $n = 8$, 参考单元数 $N = 16$, 虚警概率 $P_f = 10^{-3}$, 蒙特卡洛仿真次数为 10^5 次。 K 杂波的仿真中,令形状参数 v 和尺度参数 c 都取 1。矩阵 CFAR 和改进的矩阵 CFAR 中的矩阵均值估计迭代次数取 20 次。

针对第 3 节分析的常规 CFAR 在杂波背景和短脉冲序列条件下存在的杂波谱展宽、多普勒分辨率降低和能量泄露等问题,我们设置 4 种仿真场景,即场景 1:不存在杂波谱展宽和能量泄露的影响;场景 2:只存在能量泄露的影响;场景 3:只存在杂波谱展宽的影响;场景 4:杂波谱展宽和能量泄露的影响都存在。

4 种场景的设置可以通过调节 K 杂波仿真中的杂波谱宽度和目标多普勒频率 f_d 来实现。场景 1 和 2 的设置中,我们令 K 杂波仿真中的功率谱 3 dB 带宽为 40 Hz,场景 3 和场景 4 对应为 80 Hz,两种带宽的功率谱密度曲线如图 5 所示。

能量泄露的影响是由多普勒滤波器组和目标多普勒频率共同决定的,因为脉冲重复频率为 1000 Hz,多普率滤波器的个数为 8 个,则可以令场景 1 和场景 3 中 $f_d = 142.86$ Hz,场景 2 和场景 4 中 $f_d = 214.29$ Hz,图 6 以多普勒滤波器组的形式给出了 4 种场景的示意图。

然后我们利用常规 CFAR、矩阵 CFAR 和改进的矩阵 CFAR 3 种方法分别对每一种场景下的仿真目标信号进行检测,信杂比范围设置为 $\{-10$ dB,

20 dB},得检测性能曲线如图 7 所示。

从图 7 可以看出,场景 1 中,由于没有杂波谱展宽和能量泄露的影响,FFT 能使目标信号能量有效积累,且目标所在的多普勒滤波器中杂波能量微弱,此时常规 CFAR 的性能是较好的;场景 2 中,受到了能量泄露的影响,即 f_d 在两个多普勒滤波器之间,此时常规 CFAR 中检测量对应的多普勒滤波器只积累了一部分信号能量,因而检测性能下降;场景 3 中,杂波谱展宽,即目标信号所在的多普勒滤波器也散布了一部分杂波能量,使得检测性能下降;场景 4 中两种影响都有,因而检测性能是最差的。矩阵 CFAR 和改进的矩阵 CFAR 都是直接利用协方差矩阵进行检测,因而上述两个方面的影响是相对较小的,除了在场景 1 中,常规 CFAR 的检测性能较好以外,在其他 3 种场景下,矩阵 CFAR 的性能有优势,但在场景 2 和场景 4 中不明显,而改进的矩阵 CFAR 的检测性能要明显优于矩阵 CFAR 和常规 CFAR,这也验证了本文所提出的改进矩阵 CFAR 检测器的有效性。

矩阵 CFAR 和改进的矩阵 CFAR 都是利用了矩阵流形的内在结构对矩阵均值进行估计,因而它们的另一优势是稳健性,即在不同的背景下检测性能变化的程度相对较小,我们通过将 3 种方法在 4 种场景下的检测性能曲线放在一起比较,如图 8 所示,可以看出常规 CFAR 的检测性能在不同场景下的波动程度要更大,而矩阵 CFAR 和改进的矩阵 CFAR 具有更稳健的检测性能。

7 结束语

矩阵 CFAR 是信息几何理论在雷达目标检测中的一项重要应用,在一些场景下具有比传统方法更好的检测性能和恒虚警特性。本文在前人研究的基础上,对矩阵 CFAR 进行了更深入的理论分析,提出了一种改进方法,进一步提高了性能,并通过仿

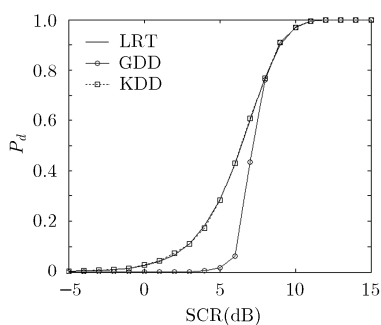


图 4 LRT, KDD, GDD 3 种方法检测性能比较

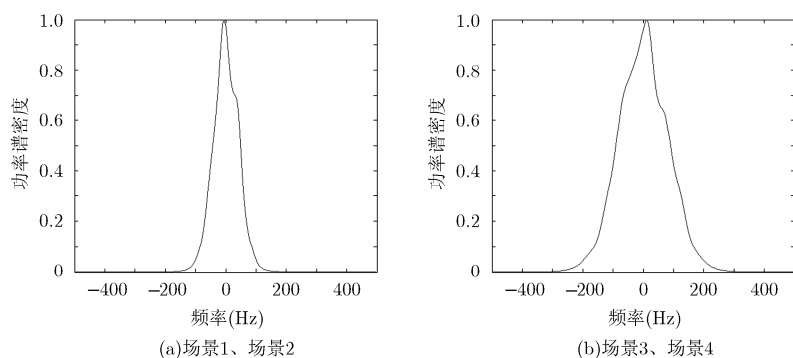


图 5 杂波的功率谱密度曲线

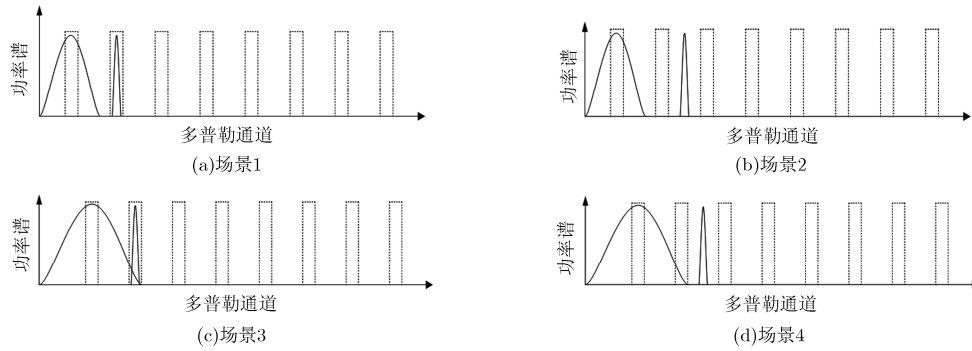


图 6 4 种仿真场景示意图

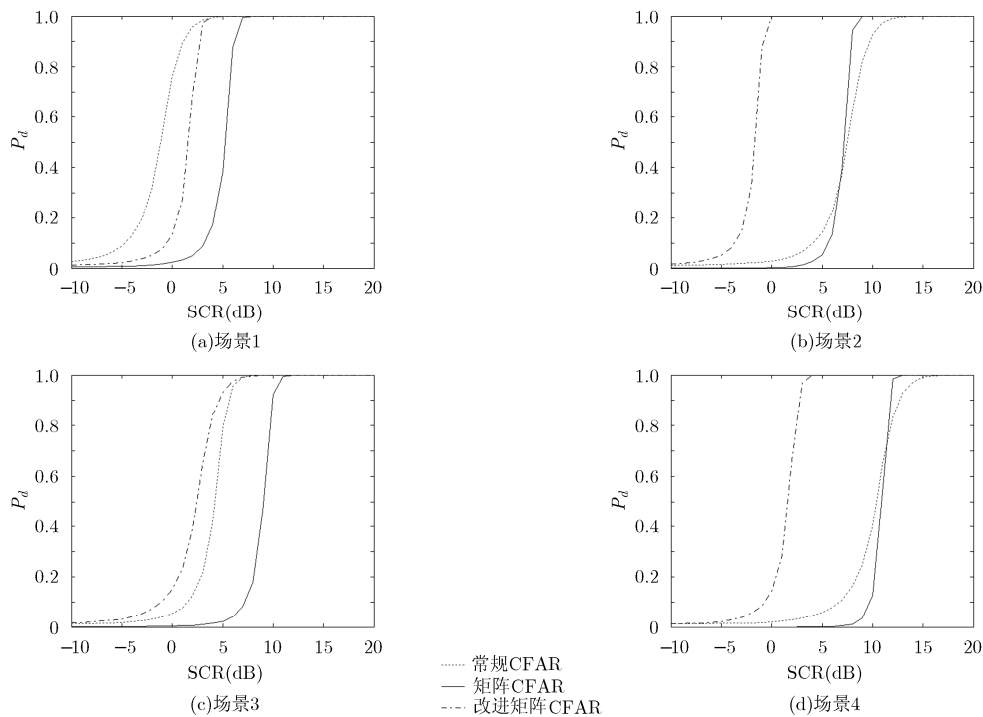


图 7 检测性能曲线

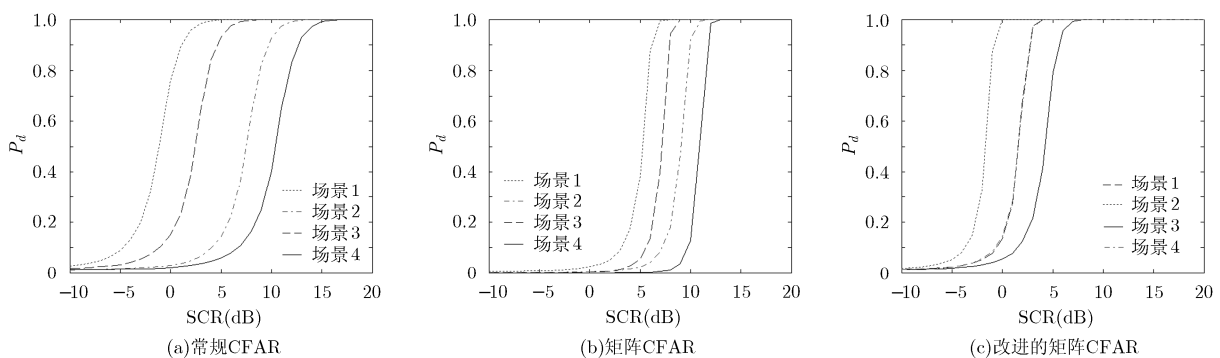


图 8 3 种方法在 4 种场景下的检测性能比较

真实验进行了验证。然而，除此之外，矩阵 CFAR 仍有许多问题需要继续深入研究，如矩阵流形本身是假定杂波序列服从零均值高斯分布的，那么在强

非高斯杂波背景下，由于杂波类型的不准确，也会导致性能的下降^[16]，这是在以后的研究中需要着重解决的问题。

参考文献

- [1] RAO C. Information and accuracy attainable in the estimation of statistical parameters[J]. *Bulletin of the Calcutta Mathematical Society*, 1945, 37(2): 81-91.
- [2] CHENTSOV N N. Statistical Decision Rules and Optimal Inference[M]. Rhode Island, USA: American Mathematical Society, 1982: 55-60.
- [3] EFRON B. Defining the curvature of a statistical problem (with applications to second order efficiency)[J]. *The Annals of Statistics*, 1975, 3(6): 1189-1242.
- [4] AMARI S and NAGAOKA H. Methods of Information Geometry[M]. New York: Oxford University Press, 2000: 87-96.
- [5] MARCELO P, Hadj B, and STEVE M. Exploiting information geometry to improve the convergence properties of variational active contours[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 7(4): 700-707.
- [6] 赵兴刚, 王首勇. 雷达目标检测的信息几何方法[J]. *信号处理*, 2015, 31(6): 631-637.
ZHAO Xinggang and WANG Shouyong. Information geometry method of radar target detection[J]. *Signal Processing*, 2015, 31(6): 631-637.
- [7] BARBARESCO F. Radar detection for non-stationary time-Doppler signal based on Fréchet distance of geodesic curves on covariance matrix information geometry manifold [C]. 14th International Radar Symposium, German, 2013: 307-312.
- [8] LE Y, ARNAUDON M, and BARBARESCO F. Riemannian median, geometry of covariance matrices and radar target detection[C]. 7th European Radar Conference, Paris, 2010: 415-418.
- [9] BARBARESCO F. Radar detection using Siegel distance between autoregressive processes, application to HF and X-band radar[C]. IEEE Radar Conference, Rome, Italy, 2008: 523-530.
- [10] 孙华飞, 彭林玉, 张真宁. 信息几何及其应用[J]. *数学进展*, 2011, 40(3): 257-269.
- SUN Huafei, PENG Linyu and ZHANG Zhenming. Information geometry and its application[J]. *Advances in Mathematics*, 2011, 40(3): 257-269.
- [11] AMARI S. Information geometry of positive measures and positive-definite matrices: decomposable dually flat structure [J]. *Entropy*, 2014, 16(5): 2131-2145.
- [12] BARBARESCO F. Information Intrinsic Geometry Flows[C]. MaxEnt'06 Conference, Paris, 2006: 133-146.
- [13] LENGLET M and ROUSSON R. Statistics on the manifold of multivariate normal distributions: Theory and application to diffusion tensor MRI processing[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2006, 25(3): 423-444.
- [14] 郑作虎, 王首勇. 基于 Alpha 稳定分布杂波模型的雷达目标检测方法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(12): 2963-2968. doi: 10.3724/SP.J.1146.2014.00072.
ZHENG Zuohu and WANG Shouyong. Radar target detection method based on the alpha-stable distribution clutter model[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(12): 2963-2968. doi: 10.3724/SP.J.1146.2014.00072.
- [15] KULLBACK S. Information Theory and Statistics[M]. New York: Dover Publications, 1968: 162-188.
- [16] 严俊坤, 刘红亮, 戴奉周, 等. 一种具有恒虚警性质的检测跟踪联合处理算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(11): 2666-2671. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01925.
YAN Junkun, LIU Hongliang, and DAI Fengzhou. Joint detection and tracking processing algorithm with constant false alarm rate property[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(11): 2666-2671. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.01925.
- 赵兴刚: 男, 1988年生, 博士生, 研究方向为雷达目标检测。
王首勇: 男, 1956年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信息与通信处理。