

## 一种加权均方误差最小化的鲁棒性干扰对齐算法

李宁<sup>\*①②</sup> 王思文<sup>③</sup> 翟立君<sup>①②</sup> 刘允<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(中国电子科技集团公司第五十四研究所 石家庄 050081)

<sup>②</sup>(中国电子科技集团公司航天信息应用技术重点实验室 石家庄 050081)

<sup>③</sup>(华中科技大学武汉光电国家实验室 武汉 430074)

**摘要:** 线性干扰对齐的一个常见优化目标是总传输速率最大化, 但因为和速率函数的非凸特性而难以直接求解。加权均方误差最小化算法借助均方误差与和速率之间的等价关系解决了这一问题。这一方法需要获得准确的信道状态信息, 在实际应用中, 通道估计误差的存在会导致算法性能的下降。该文提出一种改进算法, 在干扰对齐预编码矩阵与接收矩阵的优化求解过程中将通道估计误差的统计特性考虑在内。仿真结果表明, 相比以往的加权均方误差最小化算法, 该文算法对信道估计误差具有较高的鲁棒性, 可以有效提高总的传输速率。

**关键词:** 干扰对齐; MIMO; 预编码; 通道估计误差

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)03-0643-06

DOI: 10.11999/JEIT150648

## A Robust Interference Alignment Algorithm Based on Weighted Mean Square Error Minimization

LI Ning<sup>①②</sup> WANG Siwen<sup>③</sup> ZHAI Lijun<sup>①②</sup> LIU Yun<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(54th Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050081, China)

<sup>②</sup>(Application and Technology on Aerospace Information Laboratory, China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050081, China)

<sup>③</sup>(Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** Sum rate maximization is often used as the target of linear Interference Alignment (IA). However, the sum rate function is non-convex and hard to be solved. This problem is solved according to the relationship of mean square error and sum rate which is known as the Weighted Minimum Mean Square Error (WMMSE). This method relies on the knowledge of channel state information. In real systems, the channel estimation error may cause significant descent to the sum rate performance. This paper proposes an improved algorithm, which considers the statistical character of channel estimation error. Simulation results show that the proposed algorithm is robust to channel estimation error and improves the sum-rate efficiently, compared with the usual WMMSE method.

**Key words:** Interference Alignment (IA); MIMO; Pre-coding; Channel estimation error

### 1 引言

在多用户无线通信系统中, 用户间干扰的存在是制约系统容量的主要原因。干扰对齐(Interference Alignment, IA)技术通过发送端预编码, 将干扰信号在多维信号空间内进行旋转和压缩, 降低干扰信号在信号空间中占据的信号维度, 减少对期望信号的

影响, 从而提高系统的总信道容量<sup>[1-3]</sup>。

由于空间域内通道分集的条件较容易得到满足, 且线性方程组问题在数学上解决方案较为成熟, 基于MIMO线性预编码(波束赋形)技术的线性干扰对齐<sup>[4-11]</sup>是最简单有效的实现形式, 得到了广泛的研究。由于直接对预编码矩阵进行求解比较困难, 目前主要采用分布式迭代算法来实现干扰对齐<sup>[4-11]</sup>。

分布式干扰对齐的首要问题是如何设计干扰对齐的目标函数, 并对其优化得到预编码矩阵与重组矩阵。以最小化干扰泄露为目标的分分布式迭代IA算法<sup>[4]</sup>, 可以获得最大的自由度(Degree of Freedom, DoF), 但是没有考虑提高期望信号强度。

收稿日期: 2015-06-01; 改回日期: 2015-11-10; 网络出版: 2016-01-04

\*通信作者: 李宁 lining.bupt@foxmail.com

基金项目: 国家863计划项目(2015AA01A705), 中电五十四所发展基金(X1228156)

Foundation Items: The National 863 Program of China (2015AA01A705), The Development Foundation of CETC 54 (X1228156)

文献[5]提出的最大化信号干扰噪声比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR)干扰对齐算法可以获得期望信号的合并增益,从而提升了低信噪比时的传输速率。这两种算法均强烈依赖于信道的互异性。文献[6]提出最大化信号泄露噪声比(Signal to Leakage plus Noise Ratio, SLNR)干扰对齐算法,消除了对信道互异性的依赖。这些算法都是从单用户的角度出发,没有考虑系统整体性能的优化,例如最大化系统总传输速率<sup>[7-11]</sup>。

对于总传输速率函数的最优化,由于速率函数中预编码矩阵之间的相互耦合,最终的优化问题往往是高度非凸的,因而其严格求解往往是不可能的。文献[7]对干扰信号和期望信号泄露出相应子空间的功率加权和进行优化,显著提高了低信噪比条件下的系统容量。文献[8]以梯度投影法实现了蜂窝网络下行链路总信道容量的最优求解。文献[9,10]提出改进的SLNR算法,将加权总速率最大化问题简化为功率分配和子流选择问题进行求解,降低了求解的复杂度。另外一些文献则将原来的优化目标替换为相对更容易处理的优化准则进行求解<sup>[11-15]</sup>。一种方法是通过线性变换,将和速率的最大化等价于加权最小化均方误差(Weighted Minimum Mean Square Error, WMMSE)的优化求解<sup>[12-15]</sup>,可以将高度非凸的问题转化为一个凸优化问题。采用这种方法构造预编码矩阵与重组矩阵强烈依赖于信道状态信息,以往的研究均假设可以获得理想的信道状态信息(Channel State Information, CSI)。在实际的系统中这是不可能的,通道估计误差的存在会导致系统性能的下降,但是上述算法均没有考虑这一问题。

本文在文献[12]提出的WMMSE算法基础上,针对信道估计误差存在导致和速率性能下降的问题,提出一种改进的鲁棒性WMMSE算法(Robust WMMSE, R-WMMSE),充分利用信道估计误差的统计信息,将信道估计误差计入预编码矩阵与重组矩阵的优化求解过程当中,从而降低了通道估计误差带来的影响,使改进后的算法具有更强的鲁棒性。仿真结果证明,在存在通道估计误差的情况下,R-WMMSE算法在系统总速率性能方面相比一般的WMMSE算法以及其它算法均具有更优秀的性能。

本文的结构安排是这样的:在第2节给出了系统模型;第3节详细介绍R-WMMSE算法的推演过程和实现方式;第4节给出仿真结果和分析;最后,在第5节对全文进行了归纳总结。

## 2 信号模型

图1是 $K$ 个( $1 \leq k \leq K$ )用户的MIMO干扰信道

模型,假设每个发送端均配备 $M$ 根天线,接收端均配备 $N$ 根天线,每个用户的DoF均为 $d$ ,且满足 $d \leq \min(M, N)$ 。记用户 $k$ 的发送信号为 $\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{d \times 1}$ ,且满足 $[\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_k^H] = \mathbf{I}^{d \times d}$ ;发送端预编码矩阵 $\mathbf{V}_k \in \mathbb{C}^{M \times d}$ ;接收端重组矩阵 $\mathbf{U}_k^H \in \mathbb{C}^{d \times N}$ ;  $\mathbf{H}_{ji} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 表示从发送端 $i$ 到接收端 $j$ 之间的通道矩阵。每个用户在接收到期望信号的同时还会收到来自其它用户的干扰信号,因此用户 $k$ 处接收到的信号是期望信号与干扰信号的和,即

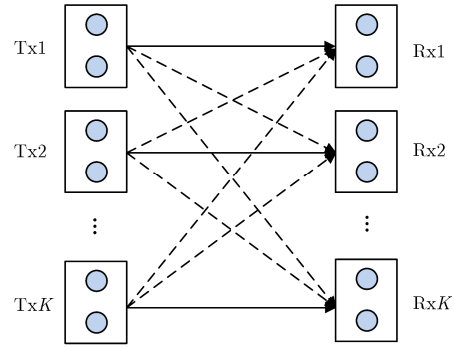


图1  $K$ 用户MIMO干扰信道

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \mathbf{s}_k + \sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i + \mathbf{n}_k \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{n}_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_n^2 \mathbf{I})$ , 为加性高斯噪声。

信道状态的获得一般采用通道估计的方法,即发射端先发送导频序列,接收端对通道状态进行估计,假设 $\tilde{\mathbf{H}}_{ji}$ 为通道矩阵 $\mathbf{H}_{ji}$ 的估计值, $\Delta_{ji}$ 为通道估计的误差矩阵,即

$$\mathbf{H}_{ji} = \tilde{\mathbf{H}}_{ji} + \Delta_{ji} \quad (2)$$

可以认为 $\Delta_{ji}$ 的元素独立同分布,且服从均值为0,方差为 $\sigma_\Delta^2$ 的高斯分布,这一分布为接收端所知晓。所以可以得出信道矩阵的元素服从分布:

$$(\mathbf{H}_{ji})_{mn} \sim N\left((\tilde{\mathbf{H}}_{ji})_{mn}, \sigma_\Delta^2\right)$$

在下面的章节,为了实现最大化和速率函数的目标,将借助加权和速率与矩阵加权MMSE之间的线性变换关系设计预编码矩阵 $\mathbf{V}_k$ 和重组矩阵 $\mathbf{U}_k$ ,在算法的设计过程中,利用误差矩阵的统计信息,从而降低了通道估计误差带来的影响。

## 3 算法描述

记 $R_k$ 为第 $k$ 对用户的传输速率,本算法干扰对齐的目标是最大化所有用户的总传输速率,记 $P_k$ 为第 $k$ 个用户的发射功率,则可以将优化问题表示为

$$\max_{\{\mathbf{V}\}} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[ \sum_{k=1}^K R_k \right], \quad \text{s.t.} \quad \text{Tr}(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H) \leq P_k \quad (3)$$

即对速率和的期望求优,用户 $k$ 的速率期望的

表达式为

$$\mathbb{E}_{\mathbf{H}} R_k = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[ \log_2 \det \left( \mathbf{I}_N + \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \right. \right. \\ \left. \left. \cdot \left( \sigma_n^2 \mathbf{I}_N + \sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H \right)^{-1} \right) \right] \quad (4)$$

由于速率期望的函数很复杂，不易对其积分，故采用蒙特卡罗方法求解。对  $(\mathbf{H}_{k1}, \mathbf{H}_{k2}, \dots, \mathbf{H}_{kk}, \dots, \mathbf{H}_{kK})$  按其分布进行采样，采样次数为  $L$ ，某一个样本序列记为  $(\mathbf{H}_{k1l}, \mathbf{H}_{k2l}, \dots, \mathbf{H}_{kkl}, \dots, \mathbf{H}_{kKl})$ 。所以有

$$\mathbb{E}_{\mathbf{H}} R_k \approx \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \log_2 \det \left( \mathbf{I}_N + \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \right. \\ \left. \cdot \left( \sigma_n^2 \mathbf{I}_N + \sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H \right)^{-1} \right) \quad (5)$$

文献[13]指出，采用最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)接收准则时，速率  $R_k$  可以表示为最小均方误差相关矩阵  $\mathbf{E}_{kl}^{\text{mmse}}$  的函数。即

$$\mathbb{E}_{\mathbf{H}} R_k \approx \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \log_2 \det (\mathbf{E}_{kl}^{\text{mmse}})^{-1} \quad (6)$$

因而原优化问题式(3)可以等价于式(7)的优化问题<sup>[12]</sup>：

$$\min_{\{\mathbf{V}\}} \frac{1}{L} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \left\{ \text{Tr}(\mathbf{W}_{kl} \mathbf{E}_{kl}) - \log_2 \det \mathbf{W}_{kl} \right\} \quad (7) \\ \text{s.t.} \quad \text{Tr}(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H) \leq P_k$$

式中， $\mathbf{W}_{kl}$  为用户  $k$  取第  $l$  个样本时的加权矩阵。由大数定律，当  $L$  为无穷大时，上述问题等价于

$$\min_{\{\mathbf{V}, \mathbf{U}, \mathbf{W}\}} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \sum_{k=1}^K [\text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{E}_k) - \log_2 \det \mathbf{W}_k] \right\} \quad (8) \\ \text{s.t.} \quad \text{Tr}(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H) \leq P_k$$

式中，有 3 组需要优化的矩阵  $\{\mathbf{V}\}$ 、 $\{\mathbf{U}\}$  和  $\{\mathbf{W}\}$ ，且这个等价优化问题对于每一组矩阵来说都是凸的，因此简化了原问题。我们每次固定两组矩阵，对另一组矩阵求优，然后不断迭代，这样经过一定的次数便可得到局部最优解。

首先固定  $\{\mathbf{W}\}$  和  $\{\mathbf{V}\}$ ，对  $\{\mathbf{U}\}$  求优，数学期望可以用蒙特卡罗方法来近似，式(8)等价于式(9)的问题：

$$\min_{\{\mathbf{U}\}} \frac{1}{L} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \left\{ \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{E}_{kl}) \right\} \quad (9)$$

其中，接收端的均方误差矩阵  $\mathbf{E}_{kl}$  的表达式为<sup>[12]</sup>

$$\mathbf{E}_{kl} = \mathbf{I}_N - \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kkl}^H \mathbf{U}_k \quad (10)$$

式中的目标函数  $\sum_{l=1}^L \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{E}_{kl})$  对  $\mathbf{U}_k$  求导并令其为 0，即

$$\frac{\partial \sum_{l=1}^L \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{E}_{kl})}{\partial \mathbf{U}_k} \\ = \sum_{l=1}^L \left\{ \frac{\partial \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{E}_{kl})}{\partial \mathbf{U}_k} - \frac{\partial \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kkl}^H \mathbf{U}_k)}{\partial \mathbf{U}_k} \right. \\ \left. - \frac{\partial \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kkl} \mathbf{V}_k)}{\partial \mathbf{U}_k} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^K \frac{\partial \left\{ \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kil} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{kil}^H \mathbf{U}_k) \right\}}{\partial \mathbf{U}_k} \right. \\ \left. + \sigma_n^2 \frac{\partial \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{U}_k^H \mathbf{U}_k)}{\partial \mathbf{U}_k} \right\} \\ = 2 \sum_{l=1}^L \left\{ -\mathbf{H}_{kkl} \mathbf{V}_k \mathbf{W}_k + \left( \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{kil} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{kil}^H \right. \right. \\ \left. \left. + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \right) \mathbf{U}_k \mathbf{W}_k \right\} = 0 \quad (11)$$

求解可得

$$\mathbf{U}_k = \left( \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^K \mathbf{H}_{kil} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{kil}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} \\ \cdot \left( \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{H}_{kkl} \mathbf{V}_k \right) \quad (12)$$

当  $L$  取无穷大时，由大数定律，式(12)等价于

$$\mathbf{U}_k = \left( \sum_{i=1}^K \mathbb{E}_{\mathbf{H}} (\mathbf{H}_{kil} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{kil}^H) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} \\ \cdot (\mathbb{E}_{\mathbf{H}} (\mathbf{H}_{kkl}) \mathbf{V}_k) \\ = \left( \sum_{i=1}^K \mathbb{E}_{\mathbf{H}} (\mathbf{H}_{kil} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{kil}^H) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}_{kk} \mathbf{V}_k \\ = \left( \sum_{i=1}^K \tilde{\mathbf{H}}_{ki} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \tilde{\mathbf{H}}_{ki}^H \right. \\ \left. + \left( \sigma_n^2 + \sigma_{\Delta}^2 \sum_{i=1}^K \text{Tr}(\mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H) \right) \mathbf{I}_N \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}_{kk} \mathbf{V}_k \quad (13)$$

式(13)给出了  $\{\mathbf{U}\}$  的最优解。

接下来考虑给定  $\{\mathbf{V}\}$  和  $\{\mathbf{U}\}$  的情况下如何对  $\{\mathbf{W}\}$  进行求优，即

$$\min_{\{\mathbf{W}\}} \frac{1}{L} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \left\{ \text{Tr}(\mathbf{W}_k \mathbf{E}_{kl}) - \log_2 \det \mathbf{W}_k \right\} \quad (14)$$

对式(14)求导并令其为 0 可得

$$\mathbf{W}_k = \left( \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{E}_{kl} \right)^{-1} = (\mathbb{E}_{\mathbf{H}} (\mathbf{E}_k))^{-1} \quad (15)$$

将式(13)的结果代入式(15)可得

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_{\mathbf{H}}(\mathbf{E}_k) \\ &= \mathbf{I}_d - \mathbf{V}_k^H \widetilde{\mathbf{H}}_{kk}^H \left( \sum_{i=1}^K \mathbb{E}_{\mathbf{H}}(\mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} \\ & \quad \cdot \widetilde{\mathbf{H}}_{kk} \mathbf{V}_k = \mathbf{I}_d - \mathbf{U}_k^H \widetilde{\mathbf{H}}_{kk} \mathbf{V}_k \end{aligned} \quad (16)$$

因此  $\{\mathbf{W}\}$  的最优解为

$$\mathbf{W}_k = (\mathbf{I}_d - \mathbf{U}_k^H \widetilde{\mathbf{H}}_{kk} \mathbf{V}_k)^{-1} \quad (17)$$

最后再来考虑  $\{\mathbf{V}\}$  的求优问题, 式(8)可以等价式为(18)的优化问题。

$$\begin{aligned} & \min_{\{\mathbf{V}\}} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[ \text{Tr} \left( \mathbf{W}_k (\mathbf{I}_d - \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \cdot (\mathbf{I}_d - \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k)^H \right) \right] \\ & + \sum_{i \neq k} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[ \text{Tr} (\mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ik} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{ik}^H \mathbf{U}_i) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{s.t.} \quad \text{Tr}(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H) \leq P_k$$

采用拉格朗日乘法并用足够大的样本平均代替统计平均可得

$$\begin{aligned} & L(\mathbf{V}_k, \lambda_k) \\ & \triangleq \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{Tr} (\mathbf{W}_k - \mathbf{W}_k \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kkl} \mathbf{V}_k - \mathbf{W}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kkl}^H \mathbf{U}_k) \\ & = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L \text{Tr} (\mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ikl} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{ikl}^H \mathbf{U}_i) \\ & = \lambda_k (\text{Tr}(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H) - P_k) \end{aligned} \quad (19)$$

对式(19)求导并令其为零, 有

$$\begin{aligned} & \frac{\partial L(\mathbf{V}_k, \lambda_k)}{\partial \mathbf{V}_k} \\ & = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left[ -2 \mathbf{H}_{kkl}^H \mathbf{U}_k \mathbf{W}_k \right. \\ & \quad \left. + 2 \left( \sum_{i=1}^K \mathbf{H}_{ikl}^H \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ikl} + \lambda_k \mathbf{I}_M \right) \mathbf{V}_k \right] = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

并得

$$\begin{aligned} & \mathbf{V}_k = \left[ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^k \mathbf{H}_{ikl}^H \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ikl} + \lambda_k \mathbf{I}_M \right]^{-1} \\ & \quad \cdot \left[ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{H}_{kkl}^H \mathbf{U}_k \mathbf{W}_k \right] \\ & = \left[ \sum_{i=1}^k \mathbb{E}_{\mathbf{H}} (\mathbf{H}_{ik}^H \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{ik}) + \lambda_k \mathbf{I}_M \right]^{-1} \\ & \quad \cdot \left[ \mathbb{E}_{\mathbf{H}} (\mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{U}_k \mathbf{W}_k) \right] \\ & = \left[ \sum_{i=1}^k \widetilde{\mathbf{H}}_{ik}^H \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \widetilde{\mathbf{H}}_{ik} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{i=1}^K \sigma_{\Delta}^2 \text{Tr}(\mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H) \mathbf{I}_M + \lambda_k \mathbf{I}_M \right]^{-1} \\ & \quad \cdot \widetilde{\mathbf{H}}_{kk}^H \mathbf{U}_k \mathbf{W}_k \end{aligned} \quad (21)$$

其中,  $\lambda_k \geq 0$  的值应该使得优化问题的约束条件成立。

具体地, 将式(21)的右端记为  $\mathbf{V}_k(\lambda_k)$ , 当  $\sum_{i=1}^K \widetilde{\mathbf{H}}_{ik}^H \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \widetilde{\mathbf{H}}_{ik} + \sum_{i=1}^K \sigma_{\Delta}^2 \text{Tr}(\mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H) \mathbf{I}_M$  可逆且满足  $\text{Tr}(\mathbf{V}_k(0) \mathbf{W}_k \mathbf{V}_k^H) \leq P_k$  时, 取  $\lambda_k = 0$ 。

在其它情况下, 我们需要解式(22)来得到  $\lambda_k$  的值。

$$\text{Tr} \left( (\mathbf{A} + \lambda_k \mathbf{I}_M)^{-2} \mathbf{\Phi} \right) = P_k \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{Q} \mathbf{A} \mathbf{Q}^H$  是

$$\sum_{i=1}^K \widetilde{\mathbf{H}}_{ik}^H \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \widetilde{\mathbf{H}}_{ik} + \sum_{i=1}^K \sigma_{\Delta}^2 \text{Tr}(\mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H) \mathbf{I}_M$$

的特征值分解, 且有

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{Q}^H \widetilde{\mathbf{H}}_{kk}^H \mathbf{U}_k \mathbf{W}_k^2 \mathbf{U}_k^H \widetilde{\mathbf{H}}_{kk} \mathbf{Q} \quad (23)$$

令  $[\mathbf{X}]_{mm}$  表示方阵  $\mathbf{X}$  的第  $m$  个对角元素, 所以式(22)可以简化为式(24)的形式:

$$\sum_{m=1}^M \frac{[\mathbf{\Phi}]_{mm}}{([\mathbf{A}]_{mm} + \lambda_k)^2} = P_k \quad (24)$$

很显然, 式(24)左边是关于  $\lambda_k$  单调递减的, 因而很容易从式(24)中求出  $\lambda_k$  的值。

综上所述, 使得  $K$  用户 MIMO-IFC 信道的和速率最大的 R-WMMSE 算法的实现过程如表 1 所示。

算法中对和速率的期望可以用蒙特卡罗方法近似。

#### 4 仿真结果及分析

为验证本文提出的算法的性能, 在图 1 所示的多用户 MIMO 干扰信道条件下对算法进行了仿真,

表 1 R-WMMSE 干扰对齐迭代过程

(1) 初始化 $\{\mathbf{V}_k\}$ , 满足 $\text{Tr}(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H) = P_k$
(2) 蒙特卡罗方法计算 $\mathbb{E}_{\mathbf{H}}[R]$
(3) 重复(4)~(8)的迭代过程直到满足(9)的条件
(4) $\mathbb{E}_{\mathbf{H}}[R]' \leftarrow \mathbb{E}_{\mathbf{H}}[R]$
(5) $\mathbf{U}_k \leftarrow \left[ \sum_{i=1}^K \widetilde{\mathbf{H}}_{ki} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \widetilde{\mathbf{H}}_{ki}^H + \left( \sigma_n^2 + \sigma_{\Delta}^2 \sum_{i=1}^K \text{Tr}(\mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H) \right) \mathbf{I}_N \right]^{-1} \cdot \widetilde{\mathbf{H}}_{kk} \mathbf{V}_k, \forall k$
(6) $\mathbf{W}_k \leftarrow (\mathbf{I}_d - \mathbf{U}_k^H \widetilde{\mathbf{H}}_{kk} \mathbf{V}_k)^{-1}, \forall k$
(7) $\mathbf{V}_k \leftarrow \left[ \sum_{i=1}^k \widetilde{\mathbf{H}}_{ik}^H \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H \widetilde{\mathbf{H}}_{ik} + \sum_{i=1}^K \sigma_{\Delta}^2 \text{Tr}(\mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{U}_i^H) \mathbf{I}_M + \lambda_k \mathbf{I}_M \right]^{-1} \cdot \widetilde{\mathbf{H}}_{kk}^H \mathbf{U}_k \mathbf{W}_k$
(8) 计算 $\mathbb{E}_{\mathbf{H}}[R]$
(9) 当满足条件 $ \mathbb{E}_{\mathbf{H}}[R]' - \mathbb{E}_{\mathbf{H}}[R]  \leq \varepsilon$ 时, 迭代结束

并将本算法与文献[12]中的算法和文献[4]的最小泄露干扰对齐算法进行了比较。仿真采用高斯噪声信道，且信道噪声功率归一化为 1，每个用户采用同样的发送功率。对信道总速率的期望采用蒙特卡罗方法近似，采样次数为 50 次。针对每种参数设置，均进行多次仿真并对结果取平均。不失一般性，分别对  $(2 \times 2, 1)^3$ ， $(5 \times 5, 2)^4$  两种配置下的 MIMO 干扰通道进行了仿真。

图 2 和图 3 分别是  $(2 \times 2, 1)^3$  和  $(5 \times 5, 2)^4$  干扰通道中的仿真结果。仿真中分别针对信道估计误差的方差  $\sigma_{\Delta}^2 = 0.005$  与  $\sigma_{\Delta}^2 = 0.010$  的情况进行了仿真。从图中可以看到，当存在信道估计误差时，相比文献[12]中的算法，R-WMMSE 算法体现出了明显的优势，尤其在高信噪比条件下，这一优势体现得更为明显。这是因为，当信噪比提高时，影响和速率的主要是干扰，由于 R-WMMSE 算法在预编码矩阵的计算过程中考虑了信道估计误差的统计特性，因此能够实现更优的和速率性能。另外，无论是文献[12]中的算法还是本文提出的算法，都明显优于最小泄露 IA 算法。这是因为最小泄露 IA 算法仅仅最小

化了干扰信号对期望信号的影响，没有对期望信号进行优化。

图 4 和图 5 给出了  $\sigma_{\Delta}^2 = 0.005$  时 3 种算法收敛所需要迭代次数的累积概率分布的统计结果。对最小泄露 IA 算法，迭代收敛的条件是干扰泄露小于  $10^{-8}$ ，对于文献[12]算法和本文的算法，收敛条件是前后两次迭代速率差小于  $10^{-2}$ 。针对每种算法，都进行了多次仿真，并对结果分布的区间进行统计。从仿真结果可以看出文献[12]中的算法与本文算法迭代的收敛速度基本相同，但是最小泄露 IA 算法的迭代次数远比后两种算法多，在  $(5 \times 5, 2)^4$  系统中，这一差别体现得尤其明显。事实上，在我们进行仿真测试的过程中，在有些情况下最小泄露 IA 算法是无法收敛的，但是文献[12]算法和本文的算法则可以收敛，篇幅所限，在这里就不呈现了。

### 5 结束语

预编码矩阵和重组矩阵的设计是线性干扰对齐要解决的首要问题。文献[12]将和速率最大化问题等价于加权均方误差最小化问题，从而将一个很难求

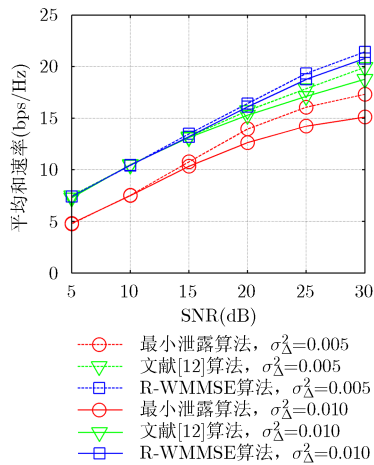


图 2  $(2 \times 2, 1)^3$  多用户 MIMO 信道中不同算法性能比较

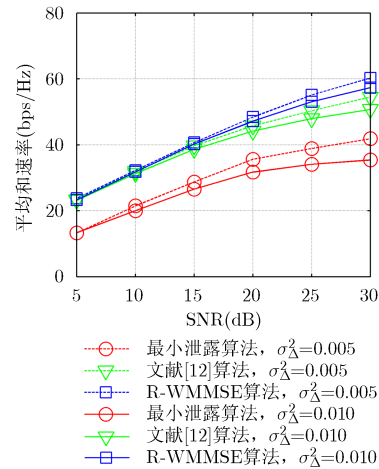


图 3  $(5 \times 5, 2)^4$  多用户 MIMO 信道中不同算法性能比较

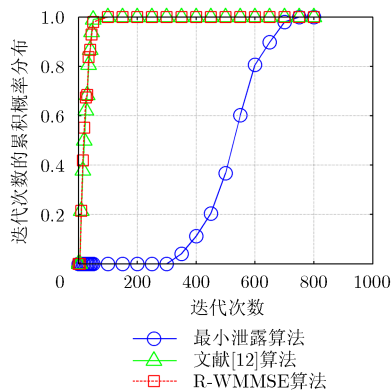


图 4  $(2 \times 2, 1)^3$  多用户 MIMO 信道中不同算法性能比较

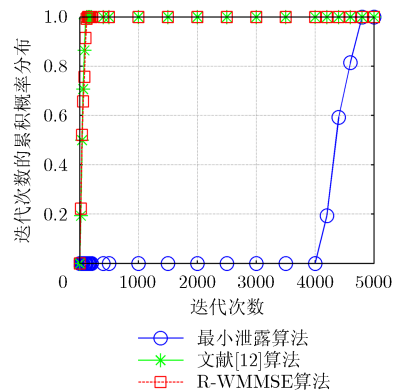


图 5  $(5 \times 5, 2)^4$  多用户 MIMO 信道中不同算法性能比较

解的非凸问题转化为较低复杂度的凸优化问题, 实现了系统总传输速率的最大化。但是这种算法没有考虑到信道估计误差的存在对性能带来的不利影响。本文提出了改进的 R-WMMSE 算法, 将信道估计误差的统计信息带入预编码矩阵和重组矩阵的求解过程中。仿真结果表明, 改进后的算法对信道估计误差有更好的适应性, 在存在信道估计误差时能够显著提升系统的总传输速率, 在高信噪比条件下, 改善效果尤其明显。

### 参考文献

- [1] CADAMBE V R and JAFAR S A. Interference alignment and degrees of freedom of the  $K$ -user interference channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(8): 3425-3441. doi: 10.1109/TIT.2008.926344.
  - [2] JAFAR S A. Interference alignment — A new look at signal dimensions in a communication network[J]. *Foundations and Trends in Communications and Information Theory*, 2011, 7(1): 1-134. doi: 10.1561/01000000047.
  - [3] RATHEESH M and DAVID M J. System-level performance of interference alignment[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(2): 1060-1070. doi: 10.1109/TWC.2014.2363677.
  - [4] GOMADAM K, CADAMBE V R, and JAFAR S A. Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment[C]. *IEEE Global Telecommunications Conference*, New Orleans, 2008: 1-6. doi: 10.1109/GLOCOM.2008.ECP.817.
  - [5] GOMADAM K, CADAMBE V R, and JAFAR S A. A distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(6): 3309-3322. doi: 10.1109/TIT.2011.2142270.
  - [6] SHRESTHA R, BAE I, and KIM J M. A leakage-based solution for interference alignment in MIMO interference channel networks[J]. *KSII Transactions on Internet and Information Systems*, 2014, 8(2): 424-442. doi: 10.3837/tiis.2014.02.006.
  - [7] 王勤民, 张忠培, 常青美, 等. 干扰通道中一种权值可调的迭代算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(12): 2851-2854. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00670.  
WANG Qinmin, ZHANG Zhongpei, CHANG Qingmei, *et al.* An iterative algorithm with adjustable weight for inference channel[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(12): 2851-2854. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00670.
  - [8] 章扬, 周正, 石磊, 等. 蜂窝网络下行链路单回馈干扰对齐算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(12): 2817-2822. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00583.  
ZHANG Yang, ZHOU Zheng, SHI Lei, *et al.* Interference alignment with single feedback for downlink cellular networks [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(12): 2817-2822. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00583.
  - [9] PATCHARAMANEPAKRON P and DOUFEXI A. Weighted sum capacity maximization using a modified leakage-based transmit filter design[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2013, 62(3): 1177-1188. doi: 10.1109/TVT.2012.2230202.
  - [10] PATCHARAMANEPAKRON P, ARMOUR S, and DOUFEXI A. Coordinated beamforming schemes based on modified signal-to-leakage-plus-noise ratio precoding designs[J]. *IET Communications*, 2015, 9(4): 558-567. doi: 10.1049/iet-com.2014.0256.
  - [11] LIU H, DING Z G, FAN P Z, *et al.* Precoding design for interference suppression in multi-cell multi-user networks [J]. *IET Communications*, 2014, 8(9): 1534-1540. doi: 10.1049/iet-com.2013.0757.
  - [12] SHI Q, RAZAVIYAYN M, LUO Z Q, *et al.* An iteratively weighted MMSE approach to distributed sum-utility maximization for a MIMO interfering broadcast channel[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(9): 4331-4340. doi: 10.1109/ICASSP.2011.5946304.
  - [13] CHRISTENSEN S S, AGARWAL R, CARVALHO E, *et al.* Weighted sum-rate maximization using weighted MMSE for MIMO-BC beamforming design[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(12): 4792-4799. doi: 10.1109/T-WC.2008.070851.
  - [14] KALEVA J, TOLLI A, and JUNTTI M. Weighted sum rate maximization for interfering broadcast channel via successive convex approximation[C]. *IEEE Global Communications Conference*, Anaheim, 2012: 3838-3843. doi: 10.1109/GLOCOM.2012.6503715.
  - [15] SUN F and DE CARVALHO E. Weighted MMSE beamforming design for weighted sum-rate maximization in coordinated multi-cell MIMO systems[C]. *IEEE Vehicular Technology Conference*, Quebec, 2012: 1-5. doi: 10.1109/VTCFall.2012.6399004.
- 李 宁: 女, 1981 年生, 高级工程师, 研究方向为无线通信与干扰管理。  
王思文: 男, 1993 年生, 硕士生, 研究方向为通信与信息系统。  
翟立君: 男, 1981 年生, 高级工程师, 研究方向为卫星移动通信。