

## 基于 Golay 互补序列的压缩感知稀疏信道估计算法

姚志强\* 李广龙 王仕果 游志宏

(湘潭大学智能计算与信息处理教育部重点实验室 湘潭 411105)

**摘要:** 该文针对现有基于压缩感知的信道估计方法峰均功率比高、计算量大等问题,使用确定性格雷(Golay)序列作为训练序列对稀疏信道进行信道估计,在接收端实现了对信道冲激响应的估计,给出了估计模型和具体的算法推演,推导了该方法的峰均功率比,并与基于随机高斯序列的压缩感知信道估计方法的性能、峰均功率比和计算量进行了比较。仿真实验表明:格雷序列以及随机高斯序列两种序列都可以重构出稀疏信道非零抽头系数,但是格雷序列对稀疏信道冲激响应的确定性观测估计值的均方误差(MSE)和匹配度性能(Match Rate, MR)均优于随机高斯序列,计算量降低了许多,且在 OFDM 系统中峰均功率比大大降低。

**关键词:** 信道估计; 压缩感知; Golay 互补序列; 稀疏信道

**中图分类号:** TN92

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2016)02-0282-06

**DOI:** 10.11999/JEIT150594

## Compressed Sensing Channel Estimation Algorithm Based on Deterministic Sensing with Golay Complementary Sequences

YAO Zhiqiang LI Guanglong WANG Shiguo YOU Zhihong

(Key Laboratory of Intelligent Computing & Information Processing (Xiangtan University),  
Ministry of Education, Xiangtan 411105, China)

**Abstract:** To deal with problems of large Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) and computation complexity in existing channel estimation algorithm based on compressed sensing, Golay complementary sequence is utilized to estimate sparse channel as a deterministic training sequence. Estimation model and algorithm are provided in detail. The PAPR of this method is deduced and its performance, PAPR and computation complexity are compared with Gaussian random sequence. The simulation result indicates that Golay sequence and Gaussian random sequence can reconstruct nonzero tap coefficients. But Golay sequence outperforms Gaussian random sequence both in the Mean Square Error (MSE) and Match Rate (MR) for estimating sparse channel impulse response. And the computation and PAPR are reduced significantly in the OFDM system.

**Key words:** Channel estimation; Compressed Sensing (CS); Golay complementary sequences; Sparse multipath

### 1 引言

在无线通信系统中,接收端需要利用信道状态信息进行信道均衡与相干检测,准确的信道估计是其他许多信号处理的前提,其性能直接影响整个系统的信道容量和误码率等,因此信道估计是无线通信系统中最重要的技术之一。按照是否在发射端需要发送辅助导频,信道估计技术可以分成两大类,即盲估计和非盲估计。使用盲估计的系统由于不发送导频从而节省了系统的频带开销和功率开销,它

利用接收端收到数据的统计信息来估计信道的响应,为了准确地估计信道,接收端需要收集大量的传输数据用于获得统计信息。而基于训练信号的非盲信道估计由于实现简单,实时性强可以跟踪快速的信道变化,广泛应用于现代通信系统中,但训练信号不携带有用数据却占据一定的通信带宽,如何利用较少的训练信号获得更好的信道估计性能一直是一个研究热点。压缩感知理论的提出,为解决上述问题提供了有效的途径,相对于传统估计方法,该方法能够有效减少训练序列导频信号的数目<sup>[1,2]</sup>。

2004年,由DONOHO<sup>[3,4]</sup>与CANDES<sup>[5]</sup>等人以及文献[6,7]提出压缩感知(Compressed Sensing, CS),到目前为止压缩感知技术已经广泛应用于图像处理、数据压缩、雷达、信道估计、数据获取等等。近些年来,已有一些将压缩感知框架应用到无线信

收稿日期: 2015-05-18; 改回日期: 2015-09-16; 网络出版: 2015-11-19

\*通信作者: 姚志强 yaozhiqiang@xtu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61372127), 湖南省自然科学基金(13JJ3065)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61372127), The Natural Science Foundation of Hunan Province (13JJ3065)

道估计的报道。利用压缩感知方法的训练序列信道估计方法在2008年由BAJWA等人<sup>[8]</sup>首次提出,由于传统的信道估计方法,例如最小二乘法(LS)没有考虑到信道的先验信息即信道具有稀疏性,在进行信道估计时需要较长的训练序列,其占据通信带宽,消耗发射功率,而利用压缩感知技术有效地减少了训练序列的长度。

在最新的研究进展中,文献[9,10]利用压缩感知理论,在接收端以低于奈奎斯特采样速率对超宽带信号进行采样,然后进行信道估计,并且实验仿真验证出该方法能够较好地估计出超宽带的信道冲激响应。在文献[11]中提出基于压缩感知理论的确定性导频序列的选择方法,仿真表明其可以使用少量导频获得可靠的信道估计性能。文献[12]将压缩感知框架运用到频率选择性衰落信道中,提出了一些加强稀疏性基。文献[13]提出一种高速移动环境下基于压缩感知的OFDM系统信道估计方法。文献[14]提出一种基于压缩感知的稀疏增强MIMO-OFDM信道估计算法。

在观测矩阵的设计方面,文献[15,16]中指出如果观测矩阵中的变量服从零均值的高斯随机分布,可以使用这个观测矩阵对任意稀疏信号进行采样,然后通过凸优化算法完整地恢复出原始信号。文献[15]中,使用高斯随机序列构造一个随机观测矩阵,进行信道估计。在文献[16]中,每个训练信号服从拉德马赫分布,变量值为 $-1/\sqrt{N}$ 与 $1/\sqrt{N}$ 以 $1/2$ 概率出现。文献[17]采用随机高斯序列构造一个具有托普利兹结构的观测矩阵,使用CoSaMP算法估计信道冲激响应值。文献[18]中提出卷积压缩感知理论使用确定性序列构造确定性观测矩阵对原始图像进行重构,实验仿真验证了该方法能够很好地重构出原始图像,并使用这种方法对信道估计进行初探。文献[19]中使用联合稀疏基去代替傅里叶稀疏基,仿真表明这种方法可以降低系统的计算复杂度。

由于随机矩阵在硬件上难以产生,并且在重构原始信号时计算量较大,在OFDM系统中随机序列会产生较大的峰均功率比(PAPR),其值接近 $10\lg N$ 。该文的目标是使用确定性格雷序列作为训练序列对稀疏信道进行信道估计,给出详细的算法推导,在保证重构信道冲激响应的性能情况下,将峰均功率比控制在较小的范围内,并对比格雷序列以及其他随机观测序列对信道冲激响应估计的性能和计算复杂度。

## 2 系统模型

### 2.1 压缩感知信道估计

在宽带无线通信系统,系统的实际带宽通常大

于系统的相干带宽,信道衰落具有频率选择性,而且很多研究发现这时的多径衰落信道还呈现稀疏性,因此对其进行观测与估计可以引入压缩感知方法。

假设信道冲激响应 $\mathbf{h} \in R^N$ ,如果 $\mathbf{h}$ 中只有 $K(K \ll N)$ 个非零元素,其它元素为零,则可以说 $\mathbf{h}$ 是 $K$ -稀疏的。通过观测矩阵 $\Phi_{M \times N}$ ( $M < N$ )可以获得 $\mathbf{h}$ 的观测值:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{h} \in R^M \quad (1)$$

在式中,若 $M \geq K \lg N$ ,且观测矩阵 $\Phi$ 满足有限等距特性(Restricted Isometry Property, RIP),则可以通过寻找式(1)的最稀疏解来恢复信号 $\mathbf{h}$ 。但是由于式(1)中的未知数数目多于方程组的个数,未知解的个数并不唯一,无法直接从 $\mathbf{y}$ 重构出原始信号 $\mathbf{h}$ ,因此,需要根据一定的准则找出最佳的 $\mathbf{h}$ 解。目前为解决上述问题是通过求解最小的 $l_1$ 范数解决。

$$\bar{\mathbf{h}} = \arg \min \|\mathbf{h}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{h} \quad (2)$$

当满足条件时,同样可以高概率恢复出原始信号。目前比较有代表性的重构算法有基追踪(BP)算法和贪婪追踪算法。基追踪算法重构精度较高,但复杂度大,不适合实时场合的应用。贪婪追踪算法的运算量小且更易实现,常见的包括匹配追踪(MP),正交匹配追踪(OMP),正则正交匹配追踪(ROMP)和子空间追踪(SP)算法,采样匹配追踪(CoSaMP)。

### 2.2 格雷互补序列

格雷互补序列由Golay提出<sup>[20]</sup>,其具有良好的非周期自相关性,被广泛应用于光谱学,超声波测量,雷达脉冲压缩,无线局域网以及OFDM系统。假设 $\mathbf{a} = (a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{N-1})$ 和 $\mathbf{b} = (b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{N-1})$ 。那么 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的非周期互相关函数(ACCF)定义为

$$A_{\mathbf{a},\mathbf{b}}(k) = \sum_{j=0}^{N-1-k} \mathbf{a}(j) \mathbf{b}(j+k), \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (3)$$

当 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ 时,上述定义就变为非周期自相关函数(AACF) $A_{\mathbf{a},\mathbf{a}}(k)$ 。一对二进制序列 $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ 的长度都是 $N$ ,当满足式(4)的条件时成为格雷对:

$$C(k) = A_{\mathbf{a},\mathbf{a}}(k) + A_{\mathbf{b},\mathbf{b}}(k) = \begin{cases} 2N, & k = 0 \\ 0, & 1 \leq k \leq N-1 \end{cases} \quad (4)$$

例如一对格雷序列 $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ , $\mathbf{a} = (-1,1,1,-1,1,-1,1,1,-1)$ 和 $\mathbf{b} = (-1,1,1,1,1,1,-1,-1,1)$ ,图1展示了该对互补序列良好的自相关特性。

## 3 基于格雷序列的压缩感知信道估计

考虑一个时变无线信道,它的脉冲响应为

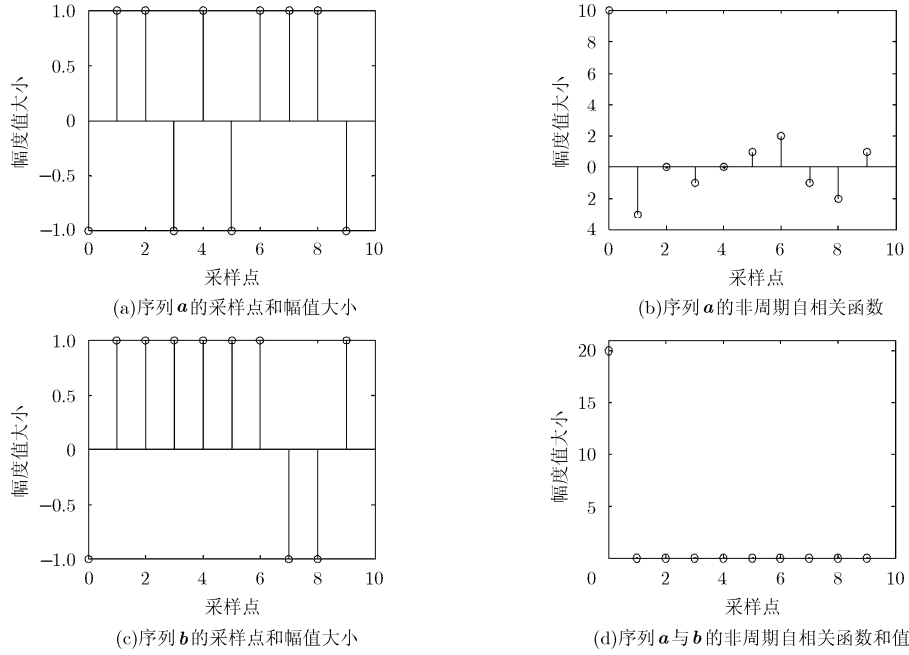


图 1 序列  $\mathbf{a}$  与序列  $\mathbf{b}$  的值以及两个序列良好的互补自相关特性图

$$\mathbf{h}(\tau, t) = \sum_{n=0}^{N-1} h_n(t) \delta(\tau - \tau_n(t)) \quad (5)$$

其中,  $N$  表示信道的路径数,  $h_n(t)$  是  $t$  时刻第  $n$  条路径的增益,  $\tau_n(t)$  为  $t$  时刻第  $n$  路径的时延, 其中  $\tau_n(t)$  小于信道的最大路径时延  $\tau_{\max}$ 。

如果一个 OFDM 符号持续的时间远远小于信道的相干时间, 那么信道的冲激响应在一个 OFDM 符号所在周期内是不随时间改变的, 则有  $h(\tau, t) = h(\tau)$ , 信道仅受到多径时延的影响, 表现为频率选择性信道, 因此式(5)的离散时间信道模型简化为

$$\mathbf{h}(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l \delta(n-l) \quad (6)$$

信道具有稀疏性为信道冲激响应  $[h_0 \ h_1 \ \dots \ h_{L-1}]$  中, 大部分的元素为零或者近似为零, 只有少部分的元素具有较大的值。

发送端发送格雷互补训练序列  $\mathbf{a}$ , 在经过信道的冲激响应和高斯白噪声的作用之后, 接收信号其时域形式可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{a} * \mathbf{h} + \boldsymbol{\eta} \quad (7)$$

由于 OFDM 系统为了对抗码间干扰(ISI), 在发射端对每个 OFDM 符号加入了循环前缀, 为了克服由于多径传输造成的 ISI, 一般将循环前缀设计为不小于信道的最大多径时延, 又在接收端将循环前缀丢弃, 实际接收到的时域 OFDM 符号可写成式(8)的卷积形式:

$$\mathbf{y} = \mathbf{a} \otimes \mathbf{h} + \boldsymbol{\eta} \quad (8)$$

为了压缩感知公式书写方便, 将式(8)改写成

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{a} + \boldsymbol{\eta}_0 \quad (9)$$

其中  $\mathbf{H}$  是首列为  $[h_0 \ h_1 \ \dots \ h_{L-1} \ \mathbf{0}_{1 \times (N-L)}]^T$  的  $N \times N$  维的循环矩阵, 根据矩阵理论可知, 循环矩阵<sup>[21]</sup>  $\mathbf{H}$  可以分解为  $\mathbf{H} = \mathbf{F}^H \boldsymbol{\Xi} \mathbf{F}$ ,  $\mathbf{F}$  表示离散傅里叶矩阵,  $\boldsymbol{\Xi} = \text{diag}[h_0 \ h_1 \ \dots \ h_{L-1}]$ , 因此, 可以将系统模型式(9)表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}^H \boldsymbol{\Xi} \mathbf{F} \mathbf{a} + \boldsymbol{\eta}_0 \quad (10)$$

对式(10)左乘上  $\mathbf{F}$  后, 系统模型可以转换为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{P} \mathbf{h} + \boldsymbol{\eta}_1 = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{h} + \boldsymbol{\eta}_1 \quad (11)$$

其中  $\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{F} \mathbf{a}) = \mathbf{F} \text{diag}(a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{N-1})$  是一个  $N \times N$  的对角矩阵,  $\bar{\mathbf{A}} = \text{diag}(\mathbf{F} \mathbf{a}) \mathbf{P}$ ,  $\mathbf{P}$  是从矩阵  $\sqrt{N} \mathbf{F}$  提取前  $L$  列组成的部分傅里叶变换矩阵,  $\boldsymbol{\eta}_0$  为复高斯白噪声。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & \dots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^1 & \dots & W_N^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{N-1} & \dots & W_N^{(N-1)^2} \end{bmatrix}_{N \times N}$$

其中,  $W_N^{nl} = e^{-\frac{j2\pi nl}{N}}$ 。

式(11)已经将信道估计转换为压缩感知对稀疏信号的重构, 其中  $\mathbf{h}$  为需要重构的稀疏信道冲激响应, 观测矩阵为  $\bar{\mathbf{A}}$ , 它是由格雷互补序列产生具有托普利兹结构的观测矩阵, 对于接收端和发射端都是已知的,  $\mathbf{Y}$  为接收端获得的观测采样值。为了能够重构出稀疏信号, 观测矩阵  $\bar{\mathbf{A}}$  必须满足 RIP 特性,

其结构为

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{a}_L & \cdots & \bar{a}_2 & \bar{a}_1 \\ \bar{a}_{L+1} & \cdots & \bar{a}_3 & \bar{a}_2 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \bar{a}_{L+M-1} & \cdots & \bar{a}_{M+1} & \bar{a}_M \end{bmatrix} \quad (12)$$

式(11)的模型可以表示为

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{a}_L & \cdots & \bar{a}_2 & \bar{a}_1 \\ \bar{a}_{L+1} & \cdots & \bar{a}_3 & \bar{a}_2 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \bar{a}_{L+M-1} & \cdots & \bar{a}_{M+1} & \bar{a}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_{L-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_0 \\ \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_{M-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{y} = [y_0 \ y_1 \ \cdots \ y_{M-1}]^T$  是接收端得到的  $M$  维观测值,  $\mathbf{h}$  为稀疏信道的冲激响应, 观测矩阵  $\bar{\mathbf{A}}$  为格雷互补序列产生的部分托普利兹矩阵, 文献[16]证明其满足 RIP 特性可以作为观测矩阵。

#### 4 仿真结果与分析

假设稀疏信道  $\mathbf{h}$  的非零抽头系数满足随机高斯分布, 其长度  $L=256$ , 其中非零系数个数为  $K=16$ , 即信道稀疏度为  $K$ 。根据压缩感知理论, 观测矩阵的维数大致为  $M=4K=64$ 。现在发射端分别发送一个长度  $S=256$  的随机高斯序列和格雷序列作为训练序列, 对比两种训练序列对稀疏信道冲激响应的重构 MSE 性能影响。在 OFDM 系统中, 采用 BPSK 调制, 子载波个数为 16, 分别利用压缩感知的 OMP 算法和 CoSaMP 算法, 去重构稀疏信道的冲激响应, 利用 Monte Carlo 方法评估信道估计量性能, 运行 1000 次。

##### 4.1 峰均功率比

(1)理论计算值: 在 OFDM 系统中对于式(4)两边取傅里叶变换, 其中  $S_a(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{j\omega n}$  与  $S_b(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} b_n e^{j\omega n}$  可得:

$$|S_a(\omega)|^2 + |S_b(\omega)|^2 = 2N \quad (14)$$

其中  $|S_a(\omega)|^2$  为序列格雷序列  $\mathbf{a}$  的功率频谱, 由式(14)可见其功率上界为  $2N$ , 即有  $|S_a(\omega)|^2 \leq 2N$ , 假设序列  $\mathbf{a}$  的功率为 1, 则 IFFT 运算之后信号的平均功率为  $N$ 。因此, 信号的 PAPR 有

$$\text{PAPR} \leq 10 \lg \frac{2N}{N} = 10 \lg 2 = 3 \text{ dB} \quad (15)$$

这样, 用格雷互补序列作为输入产生的 OFDM 信号, 其 PAPR 值将不会超过 3 dB。

(2)数值仿真结果: 从图 2 中我们可以看出, 在 OFDM 系统中, 采用随机高斯序列作为训练序列, 当仿真次数增大时, 在某一时刻当  $N$  个子载波都以相同的相位求和时, OFDM 信号的峰均功率比接近

理论上的最大值  $10 \lg 16 = 12$ , 采用格雷序列作为训练序列可以将峰均功率比严格的控制在 3 dB 以内, 通过实验仿真可以得到, 最大值为  $\text{PAPR}=2.98 \text{ dB}$ , 最小值为  $\text{PAPR}=2.36 \text{ dB}$ 。

##### 4.2 归一化的均方误差(MSE)

归一化的 MSE 定义为

$$\text{MSE} = \frac{E \left[ \sum_t |H(t) - \bar{H}(t)|^2 \right]}{E \left[ \sum_t |H(t)|^2 \right]} \quad (16)$$

匹配度(MR)定义如下:

$$\text{MR} = 1 - \frac{\|\hat{x}\|_2 - \|x\|_2}{\|\hat{x}\|_2 + \|x\|_2} \quad (17)$$

图 3, 图 4 分别采用随机高斯序列和格雷确定性序列作为训练序列, 使用 OMP 算法, 观测矩阵的大小为  $80 \times 256$  去重构稀疏信道的冲激响应, 从图中可以看出, 两种序列都可以重构出稀疏信道的非零位置的系数, 但是格雷序列的重构精确度要优于随机高斯序列。

图 5 对比了随机高斯序列和格雷序列在观测矩阵分别为  $64 \times 256$  与  $80 \times 256$  的时候重构出稀疏信道冲激响应时的 MSE 值大小, 实验仿真重复 1000 次取其平均值。图中显示, 随着观测矩阵的增大, 其 MSE 略有减少但是变化不大, 尤其是格雷序列, 这是因为压缩感知是利用信道本身的稀疏特性来估计信道, 也就是说当式(11)是欠定的情况下, 压缩感知信道估计能发挥更大的效果, 当训练序列逐渐增加, 即观测矩阵变大时, 式(11)组逐渐不再是欠定的, 估计性能也就不再提高。但是在相同的观测维数和相同的信噪比下格雷序列的 MSE 值要低于随机高斯序列。

图 6 对比了使用格雷序列作为训练序列, 在观测值为  $64 \times 256$  与  $80 \times 256$  下 OMP 算法与 CoSaMP 算法对稀疏信道冲激响应重构时 MSE 值得大小的影响, 通过实验仿真可知, OMP 算法和 CoSaMP 算法对信道估计的 MSE 值估计性能接近, OMP 算法稍小于 CoSaMP 算法。

图 7 对比了两种序列在不同测量维数以及不同信噪比下采用 OMP 算法重构的信道冲激响应与实际信道冲激响应之间的匹配度。从图中可以看出, 随着测量维数  $M$  值的增大, 以及 SNR 增大, 估计出的响应越来越逼近实际的信道响应, 当测量维数以及 SNR 达到某一数值时, 信道冲激响应可以高概率重构出来。在相同条件格雷序列得到的匹配度要高于随机高斯序列。

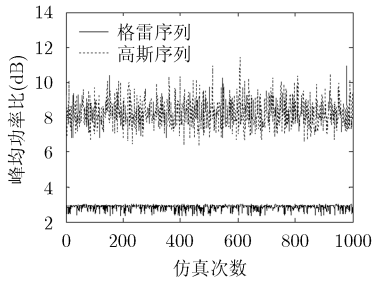


图 2 随机高斯序列和 Golay 序列的峰均功率比

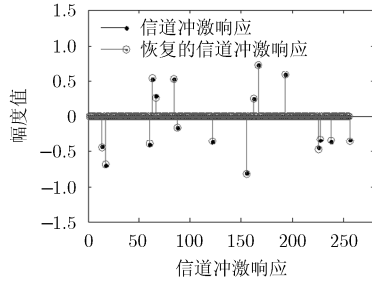


图 3 随机高斯序列在 12 dB 下重构出的信道冲激响应

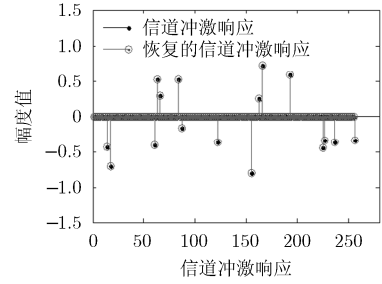


图 4 格雷序列在 12 dB 下重构出的信道冲激响应

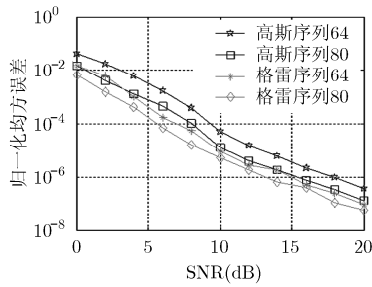


图 5 对比不同观测矩阵的维数下高斯随机序列和格雷序列的 MSE 值与 SNR 的关系

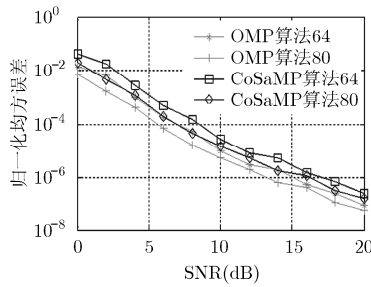


图 6 使用格雷序列采用 OMP 算法与 CoSaMP 算法重构信道冲激响应 MSE 值

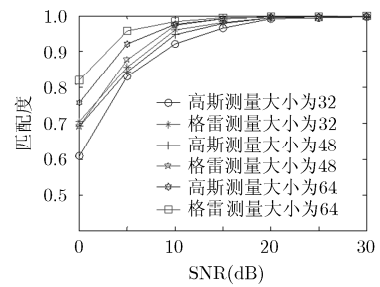


图 7 观测大小以及信噪比对信道估计匹配度的影响

### 4.3 计算复杂度以及仿真对比

采用确定性格雷序列构造的托普利兹矩阵，在实现矩阵相乘的时候可以采用快速傅里叶变换实现矩阵的相乘，运算的时候只需要  $O(\log_2 N)$  个独立元，确定性序列在硬件上容易产生，需要的存储空间也较少。而随机高斯序列其需要  $O(MN)$  个独立元，在重构原始信号的时候矩阵相乘需要计算  $O(MN)$ ，由于随机序列具有较强的不确定性，在硬件上更难产生，存储的同时占用较大的空间。

为了直接展现出它们的计算复杂度，现在用计算机运行重构出信道冲激响应所需要的时间来恒量计算复杂度，采用 matlab2009a，仿真电脑使用联想启天 M436E 4 核 3.3 GHz 处理器，内存大小为 4 G，操作系统为 Windows 7。对比上述两种序列在

重构时 CPU 运行计算出结果所需要的时间，如表 1，表 2 所示，压缩比为  $M/N$ 。

从表 1 以及 2 可以看出，格雷序列在重构信道冲激响应时所需时间比随机高斯序列要少，这种表现随着压缩比例增大而增大，这种现象在重构高维信号时会变得更为突出。在 OMP 算法与 CoSaMP 对比中，由于 OMP 算法在选择原子集后，需要对原子集进行正交变换，大大加大了重构算法在计算上的复杂度，而 CoSaMP 算法每次会选择多个原子加入到新的原子集，所以在程序运行时减少了算法的迭代次数，从而降低了计算机需要处理的时间。

## 5 结论

本文详细研究了使用格雷序列对稀疏信道冲激响应的确定性观测与估计，通过算法分析与数值仿

表 1 采用 OMP 算法使用格雷序列以及随机高斯序列计算机运行时间(s)

压缩比	0.125	0.186	0.250	0.316	0.375	0.438	0.500
格雷序列	2.689	3.308	4.011	4.531	5.155	5.963	6.523
高斯序列	3.843	5.065	5.423	6.236	7.716	8.836	10.412

表 2 采用 CoSaMP 算法使用格雷序列以及随机高斯序列计算机运行时间(s)

压缩比	0.125	0.186	0.250	0.316	0.375	0.438	0.500
格雷序列	2.163	2.856	3.477	4.028	4.632	5.196	5.842
高斯序列	3.214	4.277	4.832	5.673	6.368	7.796	8.775

真表明: 采用格雷序列作为训练序列构造的确定性托普利兹观测矩阵, 其对稀疏信道冲激响应重构后的归一化均方误差(MSE)和匹配度比随机高斯序列要小, 并且在 OFDM 系统中格雷序列产生的峰均功率比不随着子载波的增加而变化, 可以将峰均功率比严格控制在 3 dB 以内, 大大低于采用高斯随机序列的方法(在某一时刻当  $N$  个子载波都以相同的相位求和时, 所得到的信号的峰值功率就会是平均功率的  $N$  倍, 因而基带信号的峰均功率比为  $10 \lg N$ )。同时在重构信道冲激响应时, 基于格雷序列的方法计算复杂度比随机高斯序列有了大幅降低。

### 参考文献

- [1] 叶新荣, 朱卫平, 张爱清, 等. OFDM 系统双选择性慢衰落信道的压缩感知估计[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(1): 169-174. doi: 10.11999/JEIT140247.  
YE Xinrong, ZHU Weiping, ZHANG Aiqing, et al. Compressed sensing based on doubly-selective slow-fading channel estimation in OFDM systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(1): 169-174. doi: 10.11999/JEIT140247.
- [2] TAUBOCK G and HLAWATSCH F. A compressed sensing technique for OFDM channel estimation in mobile environments: Exploiting channel sparsity for reducing pilots[C]. IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, Las Vegas, NV, 2008: 2885-2888.
- [3] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [4] TSAIG Y and DONOHO D L. Extensions of compressed sensing[J]. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 549-571.
- [5] CANDES E and ROMBERG J. Robust signal recovery from incomplete observations[C]. IEEE International Conference on Image Processing, Atlanta, GA, 2006: 1281-1284.
- [6] CANDES E, ROMBERG J, and TAO T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(3): 489-509.
- [7] CANDES E and TAO T. Decoding by linear programming[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [8] BAJWA W U, HAUPT J, RAZ G, et al. Compressed channel sensing[C]. CISS 42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems, Princeton, NJ, 2008: 5-10.
- [9] COHEN K M, ATTIAS C, and FARBMAN B. Channel estimation in UWB channels using compressed sensing[C]. 2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Florence, 2014: 1966-1970.
- [10] WANG Weidong, YANG Juman, and ZHANG Chun. A novel compressed sensing ultra-wideband channel estimation method based on non-convex optimization[J]. *International Journal of Communication Systems*, 2015, 28(3): 472-482.
- [11] SHAKERI Z, BAJWA W U, et al. Deterministic selection of pilot tones for compressive estimation of MIMO-OFDM channels[C]. 49th Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS), Baltimore, MD, USA, 2015: 1-6.
- [12] KHOSRAVI M and MASHHADI S. Joint pilot power & pattern design for compressive OFDM channel estimation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2015, 19(1): 50-53.
- [13] CHEN Xin and FANG Yong. Compressed sensing based scattering channel estimation for OFDM system under the scenarios of High-speed Railway[C]. 2014 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC), Guilin, 2014, 539-543.
- [14] 谢志斌, 薛同思, 田雨波, 等. 一种稀疏增强的压缩感知 MIMO-OFDM 信道估计算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(3): 665-670. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00860.  
XIE Zhibin, XUE Tongsi, TIAN Yubo, et al. A sparsity enhanced channel estimation algorithm based on compressed sensing in MIMO-OFDM systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(3): 665-670. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00860.
- [15] BAJWA W U, JARVIS H, SAYEED A M, et al. Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 1058-1076.
- [16] JARVIS H, BAJWA W U, and RAZ G. Toeplitz compressed sensing matrices with applications to sparse channel estimation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(11): 5862-5875.
- [17] GUAN G, QUN W, and WEI P. Sparse multipath channel estimation using compressive sampling matching pursuit algorithm[C]. IEEE Vehicular Technology Society Asia Pacific Wireless Communication Symposium, Piscataway, 2010: 19-22.
- [18] LI K, GAN L, and LING C. Convolutional compressed sensing using deterministic sequences[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 61(3): 740-752.
- [19] EIWEN D, TAUBOCK G, HLAWATSCH F, et al. Multichannel channel group sparsity methods for compressive channel estimation in doubly selective multicarrier MIMO systems[OL]. <http://arxiv.org/abs/1407.3474>, 2014.
- [20] GOLAY M J E. Complementary series[J]. *IRE Transactions on Information Theory*, 1961, 7(2): 82-87.
- [21] GRAY R M. Toeplitz and cointer matrices: A review[J]. *Communication and Information Theory*, 2006, 2(3): 155-239.

姚志强: 男, 1975 年生, 博士, 教授, 研究方向为通信信号处理、无线定位技术及其凸优化方法。

李广龙: 男, 1988 年生, 硕士生, 研究方向为基于压缩感知的信道估计技术。

王仕果: 男, 1975 年生, 博士, 副教授, 研究方向为通信信号处理、无线中继协作通信、以及认知无线电技术。

游志宏: 男, 1989 年生, 硕士生, 研究方向为基于压缩感知的 OFDM 定时同步技术。