

基于低秩张量补全的多声道音频信号恢复方法

杨立东^{①②} 王晶^{*①} 谢湘^① 赵毅^① 匡镜明^①

^①(北京理工大学信息与电子学院 北京 100081)

^②(内蒙古科技大学信息工程学院 包头 014010)

摘要: 多声道音频信号在采集、压缩、传输过程中可能造成音频数据丢失, 为了确保给听众带来更真实的听觉感受, 该文提出一种基于低秩张量补全的音频丢失数据恢复方法。首先, 把多声道音频信号表示为一个张量; 其次, 把张量补全作为一个凸优化问题建模, 利用松弛技术和变量分离技术得到闭合的增强拉格朗日函数; 最后, 通过交替迭代方法求解得到恢复的音频张量。在不同数据丢失率的实验中, 通过与线性预测、加权优化的 CANDECOMP/PARAFAC 分解方法进行对比分析, 表明利用张量补全方法具有更高的音频信号恢复精度, 隐藏参考和基准的多激励测试结果也显示低秩张量补全方法能够有效地恢复多声道音频的丢失数据, 从而获得更好的听觉效果。

关键词: 音频信号恢复; 张量补全; 迹范数; 凸优化

中图分类号: TN912.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2016)02-0394-06

DOI: 10.11999/JEIT150589

Low Rank Tensor Completion for Recovering Missing Data in Multi-channel Audio Signal

YANG Lidong^{①②} WANG Jing^① XIE Xiang^① ZHAO Yi^① KUANG Jingming^①

^①(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

^②(School of Information Engineering, Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014010, China)

Abstract: The data maybe miss due to problems in the acquisition, compression or transmission process of multi-channel audio signal. In order to take audiences real auditory sense, an approach of signal recovery based on low rank tensor completion is proposed. First, multi-channel audio signal is represented as a signal tensor. Second, tensor completion is formulated as a convex optimization problem. A closed form for augmented Lagrangian function is obtained via relaxation technique and separation of variables technique. At last, the audio tensor is recovered by alternating iteration. In experiments of varying number of missing entries, the comparisons show that the proposed method is more accurate than linear prediction and CANDECOMP/PARAFAC weighted optimization. The results of multiple stimuli with hidden reference and anchor indicate that low rank tensor completion method is validated for multi-channel audio signal recovery. The better auditory effects are obtained by recovered audio.

Key words: Audio signal recovery; Tensor completion; Trace norm; Convex optimization

1 引言

随着压缩技术和网络存储技术的发展, 人们可以享受到高清多媒体数据带来的视听快感, 而以多声道音频为代表的高质量音频也正逐步得到广泛的应用。例如 5.1 声道、7.1 声道、9.1 声道音频等, 近期日本广播公司 NHK 还开发出一个多达 22.2

声道的音频系统, 分为 3 个空间层, 分别是 9 个声道的上层、10 个声道的中层、3 个声道的下层, 此外还有 2 个与下层声道放在一起的低音声道。这些多声道音频主要为了追求更加逼真的 3 维音频效果。

然而多声道音频数据在获取或传输过程中的某些时刻, 可能会出现一个或几个声道采集设备故障或者传输中出现异常情况, 导致最终获得的音频信号质量下降的现象。另外, 因为多声道音频占用空间大、数据量多, 在进行数据的存储及传输时可能主动丢失一些数据, 例如多声道编解码中通过舍弃部分声道来降低码率, 而当使用时再对其进行恢复。

收稿日期: 2015-05-18; 改回日期: 2015-11-02; 网络出版: 2015-12-04

*通信作者: 王晶 wangjing@bit.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61473041), 内蒙古高校科研项目(NJZY13139)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61473041), Scientific Research Project in Colleges and Universities of Inner Mongolia (NJZY13139)

音频信号恢复的核心问题是如何在丢失数据与已知数据之间建立联系。传统的信号恢复技术主要包括：基于贪婪迭代的匹配追踪(Matching Pursuit, MP)算法，但该算法每次迭代逼近的结果可能是次优的，因而算法收敛需要较多的迭代次数^[1]；线性预测(Linear Prediction, LP)算法^[2,3]主要对丢失数据通过前后向预测进行预测恢复，但是随着丢失数据的增加，该算法模型阶数会快速增长；基于神经网络的非线性预测方法^[4]在时域恢复信号的时候，针对连续丢失采样值现象恢复效果较差，在频域插值过程中会带来复数运算和相位不连续的现象。另外，一些恢复算法都是针对某些特定应用对象，例如文献^[5]中用盲解卷积方法进行水声信号的恢复。

目前，专门针对多声道音频信号恢复的算法较少，大部分都是采用一些通用信号恢复算法，没有充分利用多声道音频信号在帧结构、空间位置的相关性。文献^[6]中提出了利用加权优化CANDECOMP/PARAFAC(CP-WOPT)张量分解方法恢复数据，但在分解过程中选择不合适的秩，将导致过拟合现象，造成恢复性能严重恶化^[7]。本文采用低秩张量补全(Low Rank Tensor Completion, LRTC)方法对有数据丢失的多声道音频信号进行恢复，充分利用张量模型可以很好体现多因素信号内在关系的特性^[8]，对多声道音频信号进行建模，针对音频张量各阶之间的相互关系，在保留多阶音频信号本质属性的基础上，挖掘丢失数据与已知数据之间的联系，充分利用低秩张量补全能从部分缺失的高维观测数据中发现它的本征低维空间的特性，有效地恢复观测样本的低维子空间并恢复受损的数据^[9]。

2 张量补全

张量是由多个矢量空间乘积构造而成的多阶阵列，最近开始在信号处理领域得到广泛应用，尤其是图像和视频处理领域。在实际的信号获取过程中，观测的高阶信号的某些数据可能丢失，如何利用已知的数据信息，恢复那些未知的数据，这个任务被称为张量补全^[10]。张量补全与张量分解都可用于数据恢复，但是前者追求的是所补全的丢失数据的精度，而後者的目的是得到合适的因子矩阵^[11]，即追求的是分解后因子矩阵的精度。

2.1 相关运算

设 $\mathcal{X}, \mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 都是 N 阶张量，其中 $I_i (l \leq i \leq N)$ 是第 i 阶上的维数。

(1) \mathcal{X} 与 \mathcal{Y} 的内积定义为两个张量元素乘积的和：

$$\langle \mathcal{X}, \mathcal{Y} \rangle = \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \dots \sum_{i_N=1}^{I_N} x_{i_1, i_2, \dots, i_N} y_{i_1, i_2, \dots, i_N} \quad (1)$$

(2) 张量 \mathcal{X} 的 Frobenius 范数定义为

$$\|\mathcal{X}\|_F = \sqrt{\langle \mathcal{X}, \mathcal{X} \rangle} = \sqrt{\sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \dots \sum_{i_N=1}^{I_N} x_{i_1, i_2, \dots, i_N}^2} \quad (2)$$

(3) n 阶矩阵化和反操作：张量 \mathcal{X} 的 n 阶矩阵化可以表示为 $\mathbf{X}_{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times (I_1 \times I_2 \times \dots \times I_{n-1} \times I_{n+1} \times \dots \times I_N)}$ ，即张量第 n 阶的“纤维束(fibers)”被映射为结果矩阵的列^[12]，也把该操作称为“unfold”。与此对应的反操作是“fold”，是把矩阵化后的张量重新合并成张量： $\text{fold}_n(\mathbf{X}_{(n)}) = \mathcal{X}$ 。

(4) 奇异值收缩(Singular Value Shrinkage, SVT)：设矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{p \times q}$ 的秩为 r ，其奇异值分解为 $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T$ ，其中 $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\boldsymbol{\sigma})$ ， $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)^T \in \mathbb{R}^{r \times 1}$ ，对于任意 $\tau > 0$ ，收缩操作 $D_\tau(\mathbf{A})$ 定义为

$$D_\tau(\mathbf{A}) = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_\tau\mathbf{V}^T \quad (3)$$

其中 $\mathbf{\Sigma}_\tau = \text{diag}(\max(\sigma_i - \tau, 0))$ 。

2.2 低秩近似

很多实际的高维观测信号可近似为多个低维的线性独立子空间，并且这些子空间类别数以及每个样本隶属于哪个空间均是未知的^[13]。正确划分这些样本到各自的子空间并且得到这些低维子空间成为了研究热点，一些常用的解决方法，例如主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)、奇异值(Singular Value Decomposition, SVD)等已经被应用于音频分类、人脸聚类等。然而，这些实际的信号常常被强噪声污染或者丢失，针对这样的问题，秩函数最小化正则的方法被提出，其目的是通过求解一个非凸的优化问题能够同时得到原始信号及相应的子空间结构。

以低秩矩阵近似为例，给定一个矩阵 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{p \times q}$ ，低秩矩阵近似是要解决式(4)所描述的优化问题。

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min \text{rank}(\mathbf{X}), \text{ s.t. } \|\mathbf{X} - \mathbf{M}\|_F^2 \leq \varepsilon \quad (4)$$

式(4)也可以表示成拉格朗日形式：

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min \tau \times \text{rank}(\mathbf{X}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{M}\|_F^2 \quad (5)$$

但是，因为秩函数是离散的，且非凸的，不能保证得到全局最优，因此秩最小化其实是一个 NP-hard 问题^[14]。文献^[15]中指出，秩函数的凸包可以用矩阵的迹范数表示，这样可以利用凸松弛方法把式(5)表述为

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min \tau \|\mathbf{X}\|_* + \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{M}\|_F^2 \quad (6)$$

其中 $\|\mathbf{X}\|_* = \sum_i \sigma_i(\mathbf{X})$ 定义为矩阵的迹范数(trace norm)， $\sigma_i(\mathbf{X})$ 表示矩阵 \mathbf{X} 的第 i 个大的奇异值。

2.3 张量补全算法

设 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{p \times q}$ 为观测到的不完整矩阵, Ω 是可被观测到的输入子集, 即表示观测到的矩阵元素位置。矩阵补全就是根据观测到的部分元素恢复完整的低秩矩阵 \mathbf{X} , 可得到式(7)的秩最小化优化模型:

$$\min_{\mathbf{X}} \text{rank}(\mathbf{X}), \quad \text{s.t. } \mathbf{X}_{\Omega} = \mathbf{M}_{\Omega} \quad (7)$$

利用 2.2 小节的凸松弛方法, 上述模型可以表示为

$$\min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{X}\|_*, \quad \text{s.t. } \mathbf{X}_{\Omega} = \mathbf{M}_{\Omega} \quad (8)$$

把此模型泛化到张量, 可得

$$\min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{X}\|_*, \quad \text{s.t. } \mathbf{X}_{\Omega} = \mathbf{M}_{\Omega} \quad (9)$$

其中 \mathbf{X} 和 \mathbf{M} 为尺寸一样的 N 阶张量, $\|\mathbf{X}\|_*$ 在文献[16]中定义为张量的迹范数。

$$\|\mathbf{X}\|_* = \sum_{i=1}^N \alpha_i \|\mathbf{X}_{(i)}\|_* \quad (10)$$

式(10)中, $\alpha_i \geq 0$ 且 $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$, 表示张量在各阶矩阵化后的权重。本质上, 张量的迹范数可以认为是其在各阶矩阵化后的迹范数的凸联合。

从式(9)和式(10)中可以看出, 张量矩阵化后每阶矩阵之间共享变量, 而不是独立的, 从而导致不能简单对每个迹范数进行求解。因此, 本文使用变量分离的技术来求解式(9)对应的优化问题。为此, 引入 N 个辅助张量 \mathcal{P}_i , 把式(9)描述的模型表示为

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathcal{X}, \mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_N} \sum_{i=1}^N \alpha_i \|\mathcal{P}_{i(i)}\|_* \\ \text{s.t. } \mathcal{X}_{\Omega} = \mathcal{M}_{\Omega} \\ \mathcal{X} = \mathcal{P}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{array} \right\} \quad (11)$$

继续松弛约束条件 $\mathcal{X} = \mathcal{P}_i$, 可得

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathcal{X}, \mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_N} \sum_{i=1}^N \alpha_i \|\mathcal{P}_{i(i)}\|_* + \frac{\rho}{2} \|\mathcal{P}_i \mathcal{X}\|_{\mathbb{F}}^2 \\ \text{s.t. } \mathcal{X}_{\Omega} = \mathcal{M}_{\Omega} \end{array} \right\} \quad (12)$$

其中 $\rho > 0$, 该模型的增强拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} & L_{\rho}(\mathcal{X}, \mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_N, \mathcal{Y}_1, \dots, \mathcal{Y}_N) \\ &= \sum_{i=1}^N \alpha_i \|\mathcal{P}_{i(i)}\|_* + \langle \mathcal{X} - \mathcal{P}_i, \mathcal{Y}_i \rangle + \frac{\rho}{2} \|\mathcal{P}_i - \mathcal{X}\|_{\mathbb{F}}^2 \end{aligned} \quad (13)$$

使用文献[17]中的交替迭代方法, 分别求解式(14)和式(15)描述的子问题:

$$\begin{aligned} & \{\mathcal{P}_1^{k+1}, \dots, \mathcal{P}_N^{k+1}\} \\ &= \arg \min_{\mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_N} L_{\rho}(\mathbf{X}^k, \mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_N, \mathcal{Y}_1^{k+1}, \dots, \mathcal{Y}_N^{k+1}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \mathcal{X}^{k+1} = \arg \min_{\mathcal{X}} L_{\rho}(\mathcal{X}^k, \mathcal{P}_1^{k+1}, \dots, \mathcal{P}_N^{k+1}, \mathcal{Y}_1^{k+1}, \dots, \mathcal{Y}_N^{k+1}), \\ & \text{s.t. } \mathcal{X}_{\Omega} = \mathcal{M}_{\Omega} \end{aligned} \quad (15)$$

对于式(14)中每个 \mathcal{P}_i^{k+1} , 其优化问题可表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_i^{k+1} &= \arg \min_{\mathcal{P}_i} \frac{\alpha_i}{\rho^k} \|\mathcal{P}_{i(i)}\|_* \\ &+ \frac{1}{2} \|\mathcal{X}^k - \mathcal{P}_i + \mathcal{Y}_i^k / \rho^k\|_{\mathbb{F}}^2 \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)可通过式(3)定义的奇异值收缩求解得到闭合形式:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_i^{k+1} &= \text{fold}_i \left(\mathcal{P}_{i(i)}^{k+1} \right) \\ &= \text{fold}_i \left(D_{\alpha_i / \rho^k} \left(\mathcal{X}_{(i)}^k + (1/\rho^k) \mathcal{Y}_{i(i)}^k \right) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

拉格朗日算子用式(18)完成更新:

$$\mathcal{Y}_i^{k+1} = \mathcal{Y}_i^k + \rho^k \left(\mathcal{X}^{k+1} - \mathcal{P}_i^{k+1} \right), \quad 1 \leq i \leq N \quad (18)$$

本文采用的低秩张量补全算法流程如表 1 所示。

表 1 低秩张量补全算法流程

输入: 张量 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, 支集 Ω , 正则参数 ρ , 容许误差 tol , 最大迭代次数 K

输出: \mathcal{X}

初始化: $\mathcal{Y} = 0, \mathcal{X}_{\Omega} = \mathcal{M}_{\Omega}, \mathcal{P}_i = \mathcal{X}, \rho^0 = \rho$

迭代:

1. 根据式(17)更新 \mathcal{P}_i^{k+1} ;
 2. 根据式(15)更新 \mathcal{X}^{k+1} ;
 3. 根据式(18)更新 \mathcal{Y}_i^{k+1} ;
 4. 更新 $\rho^{k+1} = t\rho^k, t \in [1.15, 1.25]$;
 5. 检测停止条件 $\max \|\mathcal{X} - \mathcal{P}_i\|_{\mathbb{F}}, i = 1, 2, \dots, N < \text{tol}$
或者是否达到最大迭代次数 K ;
- 重复 1-4; 否则停止迭代, 返回 \mathcal{X} 。

3 信号建模

对一些可观测的高阶信号, 使用张量表示更能体现信号的原始结构, 而且张量补全能够充分利用数据所有维的信息, 而矩阵补全仅仅利用数据的某两维信息, 所以本文对多声道音频信号采用张量建模。

构建的多声道音频信号张量空间由三阶组成, $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_p \times I_c}$, I_l 表示音频信号声道的数目, I_p 表示频域变换后的系数, I_c 表示帧结构。构建的三阶张量中, 每一个声道都包含若干帧音频, 为了利用音频信号的短时平稳特性, 帧长一般设置为 20~30 ms, 每帧音频又包含若干个变换系数, 这里的变换系数通过修正的离散余弦变换(Modified Discrete Cosine Transform, MDCT)获得, 把每帧的样本通过 MDCT 变换到频域, 得到每帧频域系数的个数是时域样本个数的一半。为了避免在进行反变换的时候出现恢复的多声道音频信号不连续现象, 在分帧

的过程中要求帧与帧之间有重叠，本文采用帧与帧之间有 50% 重叠。

例如，一个时长 10 s 的 5.1 声道音频，采样率为 48 kHz，采样精度为 16 bit，帧长为 20 ms，帧与帧之间有 50% 的重叠，此段音频共分为 999 帧，每帧得到 480 个 MDCT 系数，即可构造一个多声道音频信号张量 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{6 \times 480 \times 999}$ 。

4 实验及性能分析

实验采用的多声道音频信号是通过实际多个不同位置音频采集设备生成，并且各声道音频之间具有较强的相关性。测试音频包括 5 条 5.1 声道音频，每条音频截取出 20 s，采样率为 48 kHz，采样精度为 16 bit，使用汉明窗分帧后的帧长为 20 ms，即每帧包含 960 个采样值，并且帧与帧之间有 50% 的重叠(10 ms 的帧移)。5.1 声道音频由左声道(left)、右声道(right)、中置(center)，低频增强(low frequency effects)，左环绕(left surround)，右环绕(right surround)6 个声道构成。实验都是在 Intel core i3 2.3 G, 2 G RAM 的计算机上进行，仿真软件为 MATLAB(R2010a)。

音频数据丢失采用随机丢失方式，定义一个有数据丢失的音频张量 \mathcal{M} ，目标就是通过 LRTC 从 \mathcal{M} 中恢复原始音频 \mathcal{X} 。

4.1 音频恢复及客观评价

实验使用张量工具箱^[18](tensor_toolbox2.6)构建多声道音频张量，张量中元素进行归一化处理，即元素值除以张量的 Frobenius 范数，分别采用 LRTC 方法、文献[3]中的 LP 方法和文献[6]中提出的 CP-WOPT 方法进行音频恢复。在 LRTC 实验中设置正则参数 $\rho = 10^{-6}$ ，容许误差 $\text{tol} = 10^{-5}$ ，最大迭代次数为 400 次，初始化时丢失数据部分的值用可观测到数据的均值代替。在 LP 实验中，预测阶数设置为 16。在 CP-WOPT 实验中，秩选取 $R=2, 4$ 两种情况，初始化时丢失数据部分的值设置为 0，并且使用 SVD 初始化 CP 分解的因子矩阵。

实验分别设置 25%，50%，75% 的数据丢失率，采取随机丢失方式，音频的客观恢复质量评价采用相对标准差(Relative Standard Error, RSE)或者信噪比(Signal-Noise Ratio, SNR)进行评价，RSE 定义为

$$\text{RSE} = \frac{\|\mathcal{X} - \mathcal{M}\|_F}{\|\mathcal{M}\|_F} \quad (19)$$

从式(19)容易得出恢复音频的 SNR 为

$$\text{SNR} = -20\lg\text{RSE}(\text{dB}) \quad (20)$$

表 2 和图 1 分别显示了几种不同方法恢复音频

的 SNR 和恢复所用时间(5 条多声道音频测试结果的平均值)。可以看出，LP 方法虽然在音频恢复过程中用时相对较少，但是 SNR 较低；LRTC 方法恢复音频的 SNR 最高，但恢复用时比 LP 略多，也就是说 LRTC 以提高算法复杂度为代价换来了较好的音频恢复效果；CP-WOPT 方法恢复音频的性能居中。整体来看，在 3 种方法的恢复时间相当的情况下，LRTC 具有更好的恢复精度。

表 2 音频恢复的 SNR(dB)

数据丢失率(%)	CP-WOPT		LRTC	LP P=16
	R=4	R=2		
25	23.81	25.93	37.14	24.67
50	21.98	22.95	28.05	20.19
75	20.70	21.17	25.24	16.73

4.2 MUSHRA 测试

多声道音频恢复的主要目的是为了让听众获得更好的听觉效果，下面采用隐藏参考和基准的多激励(MUSHRA)方法测试其主观听觉上的恢复质量。

测试中，5 个听音人通过对比已知的参考音频和待测的恢复的音频，用 0~100 评分尺度进行打分，分级是连续的，从“非常好”到“差”，0 分对应的是最低的“差”，100 分对应的是最高的“非常好”，打分时给出评分值为 0~100 的整数。测试结果如图 2 所示。图 2 显示了在不同数据丢失率的情况下，LRTC 方法、LP 方法和 CP-WOPT 方法的 MUSHRA 分数。从测试结果中可以看出，LRTC 方法恢复音频的 MUSHRA 测试分数均在 80 分以上，都高于另外两种方法所恢复音频的 MUSHRA 测试分数。随着数据丢失率的上升，3 种方法恢复的音频质量都有所下降。

5 结束语

多声道音频信号的丢失数据恢复方法优劣直接影响到重构后 3 维音频的展示效果。本文针对音频数据丢失采用低秩张量补全方法，首先将多声道音频信号进行张量建模，然后把一个低秩近似问题通过凸松弛和变量分离技术转化为张量迹范数的凸优化问题，并且通过交替迭代算法求解原始音频的近似张量，进而恢复音频数据。通过主客观测试实验表明该方法具有较高的数据恢复能力，用于多声道音频信号的恢复是有效的，对于空间音频数据恢复以及多声道音频压缩重构场合都有很好的应用前景。

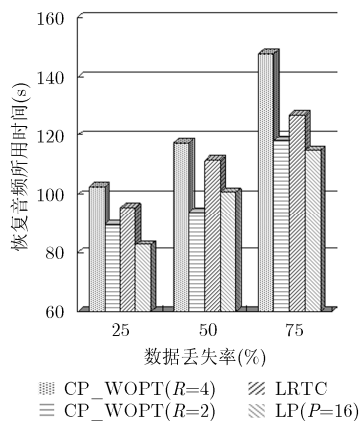


图1 音频恢复所用时间比较

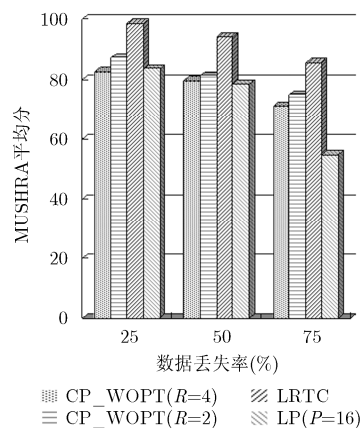


图2 MUSHRA测试平均分

参考文献

- [1] 王磊, 周乐因, 姬红兵, 等. 一种面向信号分类的匹配追踪新方法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(6): 1299-1306. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00942.
WANG Lei, ZHOU Lenan, JI Hongbing, et al. A new matching pursuit algorithm for signal classification[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(6): 1299-1306. doi:10.3724/SP.J.1146.2013.00942.
- [2] VASEGHI S and FRANYLING C. Restoration of old gramophone recordings[J]. *AES Journal of the Audio Engineering Society*, 1992, 40(10): 791-801.
- [3] 高悦, 陈砚圃, 闵刚, 等. 基于线性预测分析和差分变换的语音信号压缩感知[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(6): 1408-1413. doi:10.3724/SP.J.1146.2011.01001.
GAO Yue, CHEN Yanpu, MIN Gang, et al. Compressed sensing of speech signals based on linear prediction coefficients and difference transformation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(6): 1408-1413. doi:10.3724/SP.J.1146.2011.01001.
- [4] COCCHI G and UNCINI A. Subbands audio signal recovering using neural nonlinear prediction[C]. Proceedings of the 2001 International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Salt Lake City, UT, USA, 2001: 1289-1292.
- [5] 朱墨, 吴国清, 郭新毅. 基于盲解卷积的水声信号恢复技术[J]. 应用声学, 2011, 30(3): 177-186. doi:10.3969/j.issn. 1000-310X.2011.03.003.
ZHU Mo, WU Guoqing, and GUO Xinyi. An underwater signal recovery technique based on blind deconvolution[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2011, 30(3): 177-186. doi: 10.3969/j.issn.1000-310X.2011.03.003.
- [6] ACAR E, DUNLAVY D M, KOLDA T G, et al. Scalable tensor factorizations with missing data[C]. Proceedings of the 10th SIAM International Conference on Data Mining, Columbus, OH, United States, 2010: 701-712.
- [7] ZHAO Qibin, ZHANG Liqing, and CICHOCKI A. Bayesian CP factorization of incomplete tensors with automatic rank determination[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2014, 37(9): 1751-1763. doi: 10.1109/TPAMI.2015.2392756.
- [8] TAN Huachun, WU Yuankai, FENG Guangdong, et al. A new traffic prediction method based on dynamic tensor completion[J]. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2013, 96(8): 2431-2442. doi: 10.1016/j.sbspro.2013.08.272.
- [9] LIU Yuanyuan and SHANG Fanhua. An efficient matrix factorization method for tensor completion[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(4): 307-310. doi:10.1109/LSP.2013.2245416.
- [10] 刘园园. 快速低秩矩阵与张量恢复的算法研究[D]. [博士论文], 西安电子科技大学, 2013. doi: 10.7666/d.D363665.
LIU Yuanyuan. Algorithm research of fast low-rank matrix and tensor recovery[D]. [Ph.D. dissertation], Xidian University, 2013. doi: 10.7666/d.D363665.
- [11] 樊劲宇, 顾红, 苏卫民, 等. 基于张量分解的互质阵 MIMO 雷达目标多参数估计方法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(4): 933-938. doi: 10.11999/JEIT140826.
FAN Jinyu, GU Hong, SU Weimin, et al. Co-prime MIMO radar multi-parameter estimation based on tensor decomposition[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 933-938. doi: 10.11999/JEIT140826.
- [12] CICHOCKI A, ZDUNEK R, PHAN A H, et al. Nonnegative matrix and tensor factorizations[M]. Chichester, WS: John Wiley & Sons, 2009: 28-31.
- [13] LERMAN G and ZHANG T. Robust recovery of multiple subspaces by geometric l_p minimization[J]. *Annals of*

- Statistics*, 2011, 39(5): 2686–2715. doi: 10.1214/11-AOS914.
- [14] CHEN Y, HSU C, and LIAO H M. Simultaneous tensor decomposition and completion using factor priors[J]. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2014, 36(3): 577–591. doi: 10.1109/TPAMI.2013.164.
- [15] RECHT B, FAZEL M, and PARRILO P. Guaranteed minimum-rank solutions of linear matrix equations via nuclear norm minimization[J]. *SIAM Review*, 2010, 52(3): 471–501.
- [16] LIU Ji, MUSIALSKI P, WONKA P, *et al.* Tensor completion for estimating missing values in visual data[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(1): 208–2121. doi:10.1109/TPAMI.20125.39.
- [17] GANDY S, RECHT B, and YAMADA I. Tensor completion and low-n-rank tensor recovery via convex optimization[J]. *Inverse Problems*, 2011, 27(2): 25010–25028.
- [18] KOLDA T G, BADER B, SUN Jimneg, *et al.* MATLAB tensor toolbox version 2.6[OL]. <http://www.sandia.gov/~tgkolda/TensorToolbox/index-2.6.html>, 2015.2.
- 杨立东：男，1978 年生，副教授，主要从事模式识别、音频信号处理方面的研究。
- 王 晶：女，1980 年生，副教授，主要从事音频信号处理、音频压缩方面的研究。
- 谢 湘：男，1976 年生，副教授，主要从事模式识别、语音信号处理方面的研究。