

基于迭代散射算法的柱体阵列散射场分析

刘起坤* 周东方 邢锋 雷雪 余道杰
(解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450002)

摘要: 该文基于迭代散射算法(ISP)对柱体阵列的散射场进行分析。通过矢量柱面波函数展开,根据理想导体表面边界条件,建立柱体表面入射场与散射场的关系式。将前一次迭代时柱体阵列的近区散射场作为下一次迭代的入射场,推导出柱体阵列散射场系数间的迭代关系。通过分析不同迭代次数下2~4个柱体的散射场,确定3次迭代即可保证算法的准确度。对比数值结果表明,迭代散射算法具有与矩量法(MoM)结果同等的准确度,并具有明显优于矩量法的计算速度。

关键词: 电磁散射; 迭代散射算法; 多次散射; 柱体阵列; 矩量法

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)09-2272-05

DOI: 10.11999/JEIT150167

Analysis on Scattering Characteristics of Cylinder Array Based on Iterative Scattering Algorithm

Liu Qi-kun Zhou Dong-fang Xing Feng Lei Xue Yu Dao-jie

(School of Information Systems Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: Based on Iterative Scattering Process (ISP) algorithm, the scattering characteristics of cylinder array are analyzed. The relationship between incident field and scattering field can be evolved from the cylindrical harmonic functions under surface boundary condition of perfect conductor. With the previous iterative scattering fields among cylinders being the incident field next iteration, the coefficient relationship of scattering fields among cylinder array is derived. After analyzing the scattering fields of two or four cylinders within different iterations, it can be obtained that the calculated result of ISP algorithm keeps high accuracy with only three iterations. The results compared with numerical methods show that ISP algorithm and Method of Moments (MoM) agree well, whereas ISP algorithm has an observably faster calculated pace.

Key words: Electromagnetic scattering; Iterative Scattering Process (ISP) algorithm; Multiple scattering; Cylinder array; Method of Moments (MoM)

1 引言

柱状物体是空间电磁环境中最常见的障碍物,如微波器件内的金属支节、天线支撑架、金属网架天线罩或微波辐照物等,故柱体散射问题一直是国内外的热门研究课题。现有研究柱体散射的方法有很多^[1-5],目的是希望获得柱状物体散射场的精确快速分析。其中,迭代算法因为能够对物体之间的多次散射进行精确近似,受到越来越多的关注。现有电磁分析中的迭代算法一般可以分为两类,第1类是基于传输线理论中的网络思想,建立表征入射波与散射波关系的广义T矩阵,并对T矩阵进行递推实现问题求解^[6-11],该类方法一般称为递推T矩阵法;第2类是将原始问题等效为多次散射的叠加,

建立迭代前后散射场之间的关系式,叠加每次迭代时的散射场,得到散射问题的解^[12,13],此种方法一般称为迭代散射法(ISP)。迭代散射法能够快速分析柱体阵列的散射特性,已经应用到腔体内金属枝节或开放空间柱体散射^[14-16]等。但是现有文献中ISP算法的物理迭代过程缺乏细致的描述,缺少迭代次数、适用条件等算法的收敛性分析,并且没有给出迭代过程的物理意义。本文对自由空间中细长金属柱体的电磁散射问题进行分析,将初始的场关系展开为Bessel函数或Hankel函数关系式,详细阐述了柱体阵列散射场的迭代过程;根据迭代后散射场的衰减规律,得到ISP算法的最优迭代次数,最后叠加得到柱体阵列的散射场。

2 初始平面波入射

2.1 柱体散射场分析

如图1建立无限长金属柱体的柱坐标系,柱体 i (i 表示柱体编号)位于全局坐标系的 (d_{i0}, ϕ_{i0}) 位置,

2015-01-29收到,2015-05-06改回,2015-06-26网络优先出版
国家自然科学基金(62101056)和国家863计划项目(2014AA01A707)
资助课题

*通信作者:刘起坤 ed-liuqikun@163.com

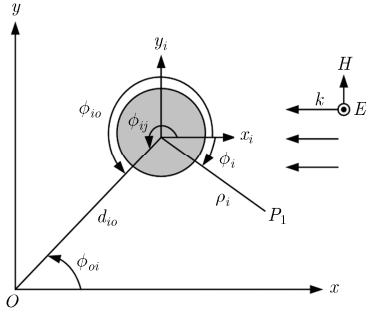


图 1 无限长柱体在坐标系中的位置

观察点 P_1 相对于柱体 i 局部坐标系的位置为 (ρ_i, ϕ_i) ，平面波从 $-x$ 方向水平入射到柱体 i ，电场方向与 $+z$ 方向平行。

入射平面波可以按照 Bessel 函数展开： $E_{zi}^{inc}(\rho, \phi) = E_0 e^{jk_0 \rho \cos \phi} = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n J_n(k_0 \rho) e^{jn\phi}$ 。为了便于后续柱体阵列计算，本文将柱体散射场转换到柱体 i 所在的局部坐标系上，此时入射场可表示为

$$E_{zi}^{inc}(\rho_i, \phi_i) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(k_0 \rho_i) e^{jm\phi_i} \cdot J_{m-n}(k_0 d_{io}) e^{j(n-m)\phi_{io}} \quad (1)$$

柱体上产生的散射场为向外传播的柱面波，考虑到远场区域散射场为有限值，故散射场可以展开为第 2 类 Hankel 函数形式：

$$E_{zi}^s(\rho_i, \phi_i) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{in}^0 H_n^{(2)}(k_0 \rho_i) e^{jn\phi_i} \quad (2)$$

其中， a_n 表示入射场系数， b_{in}^0 表示未迭代时散射场系数， $J_m(k_0 \rho_i)$ 表示第 1 类 Bessel 函数， $H_n^{(2)}(k_0 \rho_i)$ 表示第 2 类 Hankel 函数。

在柱体 i 表面利用电场表面边界条件，总电场 E_{zi}^d 的切向分量为零，即 $\mathbf{n} \times E_{zi}^d|_{\rho_i=r_i} = 0$ 。结合指数函数的正交性， $\int_0^{2\pi} e^{jm\phi} e^{-jn\phi} d\phi = \begin{cases} 2\pi, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}$ ，可

以得到柱体散射场与入射场之间的对应关系：

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n J_m(k_0 r_i) J_{m-n}(k_0 d_{io}) e^{j(n-m)\phi_{io}} + b_{im}^0 H_m^{(2)}(k_0 r_i) = 0, \quad m \in (-\infty, \infty) \quad (3)$$

令 m 取最大值 M ， n 取最大值 N ，可以推出未迭代时散射场系数 b_{im}^0 ：

$$b_{im}^0 = -\frac{J_m(k_0 r_i)}{H_m^{(2)}(k_0 r_i)} \sum_{n=-N}^N a_n J_{m-n}(k_0 d_{io}) e^{j(n-m)\phi_{io}}, \quad m \in [-M, M] \quad (4)$$

2.2 散射矩阵推导

分析式(4)，令 $T_{mn}^{io} = J_{m-n}(k_0 d_{io}) e^{j(n-m)\phi_{io}}$ ， $G_m^i = -\frac{J_m(k_0 r_i)}{H_m^{(2)}(k_0 r_i)}$ ，则有 $b_{im}^0 = G_m^i \sum_{n=-N}^N a_n T_{mn}^{io}$ 。此时可以

将式(4)改写为矩阵形式，即

$$[b_{im}^0]_{(2M+1) \times 1} = [G_m^i]_{(2M+1) \times (2M+1)} [T_{mn}^{io}]_{(2M+1) \times (2N+1)} \cdot [a_n]_{(2N+1) \times 1} \quad (5)$$

$$[b_{im}^0]_{(2M+1) \times 1} = [b_{i,-M}^0, \dots, b_{i,0}^0, \dots, b_{i,M}^0]^T \quad (6a)$$

$$[G_m^i]_{(2M+1) \times (2M+1)} = \text{diag}(G_{-M}^i, \dots, G_0^i, \dots, G_M^i) \quad (6b)$$

$$[T_{mn}^{io}]_{(2M+1) \times (2N+1)} = \begin{bmatrix} T_{-M,-N}^{io} & \dots & T_{-M,0}^{io} & \dots & T_{-M,N}^{io} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_{0,-N}^{io} & \dots & T_{0,0}^{io} & \dots & T_{0,N}^{io} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_{M,-N}^{io} & \dots & T_{M,0}^{io} & \dots & T_{M,N}^{io} \end{bmatrix} \quad (6c)$$

$$[a_n]_{(2N+1) \times 1} = [a_{-N}, \dots, a_0, \dots, a_N]^T \quad (6d)$$

其中，各矩阵意义如下： $[b_{im}^0]$ 表示未迭代时散射场系数矩阵， $[G_m^i]$ 表示边界条件矩阵， $[T_{mn}^{io}]$ 表示柱体 i 从全局坐标系到局部坐标系的转换关系矩阵， $[a_n]$ 表示入射场系数矩阵。

3 迭代散射理论

迭代散射的原理是将其余柱体的第 $n-1$ 次迭代后产生的散射场，作为某柱体第 n 次迭代时的入射场。所以迭代散射的过程，即是分析柱体间相互作用的过程。柱体阵列的间距通常不能满足远场条件，对于长度远大于波长的柱体，散射场可以展开为若干柱面波之和。下面对迭代过程进行详细阐述。

3.1 第 1 次迭代过程

柱体阵列的模型如图 2 所示，假设柱体总数为 I ，取(除去第 i 个柱体外的)其余柱体的散射场作为第 i 个柱体的入射场。

第 1 次迭代时，柱体 j ($j \neq i$) 局部坐标系下入射场表示为

$$E_{zi}^{inc(1)} = \sum_{j=1, j \neq i}^I E_{zj}^s = \sum_{j=1, j \neq i}^I E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_{jm}^0 H_m^{(2)}(k_0 \rho_j) e^{jm\phi_j} \quad (7)$$

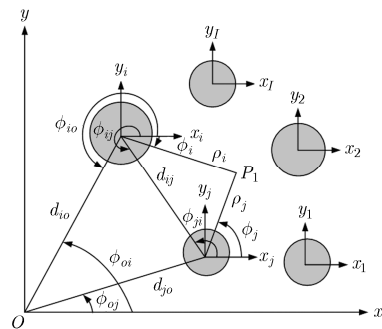


图 2 柱体阵列分布模型

为了计算方便, 将各柱体的入射场转换到柱体 i 所在局部坐标系下, 即

$$E_{zi}^{\text{inc}(1)} = \begin{cases} \sum_{j=1, j \neq i}^I \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} E_0 b_{jm}^0 J_p(k_0 \rho_i) e^{j p \phi_i} \\ \quad \cdot H_{p-m}^{(2)}(k_0 d_{ij}) e^{j(m-p)\phi_{ij}}, \quad d_{ij} \geq \rho_i \\ \sum_{j=1, j \neq i}^I \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} E_0 b_{jm}^0 H_p^{(2)}(k_0 \rho_i) e^{j p \phi_i} \\ \quad \cdot J_{p-m}(k_0 d_{ij}) e^{j(m-p)\phi_{ij}}, \quad d_{ij} < \rho_i \end{cases} \quad (8)$$

第 1 次迭代后, 柱体 i 的散射场:

$$E_{zi}^{\text{S}(1)} = E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_{im}^1 H_m^{(2)}(k_0 \rho_i) e^{j m \phi_i} \quad (9)$$

根据理想导体表面边界条件, 最终确定第 1 次迭代后的散射场系数 b_{ip}^1 :

$$b_{ip}^1 = -\frac{J_p(k_0 r_i)}{H_p^{(2)}(k_0 r_i)} \sum_{j=1, j \neq i}^I \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_{jm}^0 H_{p-m}^{(2)}(k_0 d_{ij}) e^{j(m-p)\phi_{ij}} \quad (10)$$

令 $T_{pm}^{ij} = H_{p-m}^{(2)}(k_0 d_{ij}) e^{j(m-p)\phi_{ij}}$, $G_p^i = -\frac{J_p(k_0 r_i)}{H_p^{(2)}(k_0 r_i)}$, 则

有 $b_{ip}^1 = G_p^i \sum_{j=1, j \neq i}^I \sum_{n=-N}^N b_{jn}^0 T_{pm}^{ij}$, $m, p \in [-M, M]$ 。

$$\begin{bmatrix} b_{i,-M}^1 \\ \vdots \\ b_{i,0}^1 \\ \vdots \\ b_{i,M}^1 \end{bmatrix} = \sum_{j=1, j \neq i}^I \begin{bmatrix} G_{-M}^i & & & \\ & \ddots & & \\ & & G_0^i & \\ & & & \ddots \\ & & & & G_M^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_{-M,-M}^{ij} & \cdots & T_{-M,0}^{ij} & \cdots & T_{-M,M}^{ij} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_{0,-M}^{ij} & \cdots & T_{0,0}^{ij} & \cdots & T_{0,M}^{ij} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_{M,-M}^{ij} & \cdots & T_{M,0}^{ij} & \cdots & T_{M,M}^{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{j,-M}^0 \\ \vdots \\ b_{j,0}^0 \\ \vdots \\ b_{j,M}^0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

3.2 多次迭代过程

迭代过程同上, 可以得出迭代 v 次后的散射场系数 b_{ip}^v :

$$\begin{bmatrix} b_{ip}^v \end{bmatrix}_{(2M+1) \times 1} = \sum_{j=1, j \neq i}^I \begin{bmatrix} G_p^i \end{bmatrix}_{(2M+1) \times (2M+1)} \cdot \begin{bmatrix} T_{pm}^{ij} \end{bmatrix}_{(2M+1) \times (2M+1)} \begin{bmatrix} b_{jm}^{v-1} \end{bmatrix}_{(2M+1) \times 1} \quad (12)$$

通过多次迭代散射, 可以建立散射场系数与入射场系数的相对关系: $b^V = T(T(\cdots T(a^0)))$ 。

令 $T_i = H_m^{(2)}(k_0 \rho_i) e^{j m \phi_i}$, $T_{oi}^G = J_{p-m}(k_0 d_{oi}) e^{j(m-p)\phi_{oi}}$, 则迭代 V 次后柱体的总散射场可表示为(局部坐标系):

$$E_{zi}^{\text{S}}(\rho_i, \phi_i) = [\mathbf{T}_i]_{1 \times (2M+1)} \cdot \left[\sum_{v=0}^V \mathbf{b}_i^v \right]_{(2M+1) \times 1} \quad (13)$$

将迭代 V 次后散射场变换到全局坐标系:

$$E_{zi}^{\text{SG}}(\rho_i, \phi_i) = [\mathbf{T}_i]_{1 \times (2M+1)} \cdot [\mathbf{T}_{oi}^G]_{(2M+1) \times (2M+1)} \cdot \left[\sum_{v=0}^V \mathbf{b}_i^v \right]_{(2M+1) \times 1} \quad (14)$$

其中, $[\mathbf{T}_{oi}^G]$ 表示从柱体 i 的局部坐标系到全局坐标系的转换矩阵。

4 迭代散射结果分析

4.1 算法收敛性分析

迭代散射算法基于柱面波函数展开进行分析, 限于 Bessel 函数及 Hankel 函数的性质, 迭代散射算法需要满足一定的近似条件。柱体表面的入射电场近似展开为 Bessel 函数形式, 要求入射电场展开前后的计算误差满足

$$\max \left[e^{j k_0 r_i \cos \phi} - \sum_{n=-N}^N a_n J_n(k_0 r_i) e^{j n \phi} \right] < 0.001 \quad (15)$$

同时, 柱体阵列间距有限, 迭代的散射场按照 Hankel 函数展开为若干柱面波之和。由于 Hankel 函数在零点位置的数值为奇异点, 当柱体间距很小时, 迭代的散射场会出现不可预期的畸变。

为了保证算法的有效性, 迭代散射算法需要满足以下近似: 柱体半径需要满足 $r_i \leq 0.5\lambda$, 柱体间距 $d_{ij} \geq \lambda$, 柱面波函数的展开级数 $N \geq 100$ 。

4.2 迭代次数分析

迭代散射的过程可以认为是柱体间相互作用的过程。从理论上说, 迭代次数应该无穷多, 这显然是不能够实现的。本文对柱体阵列的散射场迭代次数进行分析, 确定最优的迭代次数。为了体现计算方法的通用性, 选取不同半径、空间位置分布的 4 个理想金属柱体 C1~C4, 如图 3 所示。仿真频率为 1 GHz, 柱体长度为 20 倍波长, 迭代次数为 3, 柱体半径及相对位置关系见表 1。

为了兼顾计算精度与计算速度, 需要确定 ISP 算法的迭代次数。本文分别选取图 3 所示的两个柱

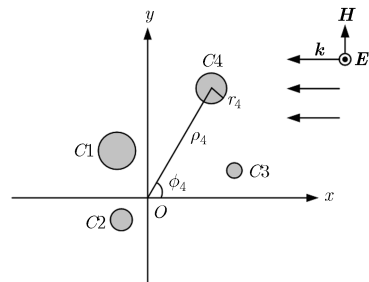


图3 柱体阵列模型示意图

表1 柱体阵列的半径及相对位置数据

	C1	C2	C3	C4
r	$\lambda/3$	$\lambda/7$	$\lambda/10$	$\lambda/4$
ρ	λ	$\lambda/2$	$3\lambda/2$	2λ
ϕ	$2\pi/3$	$11\pi/9$	$\pi/9$	$\pi/3$

体 C1 和 C2, 4 个柱体 C1~C4, 采用迭代散射法对这两组柱体阵列的散射场进行分析, 结果如图 4, 图 5 所示。

图 4 为仅存在柱体 C1, C2 时, 不同迭代次数下柱体 C1 产生的归一化散射场方向图。从图 4 中可以看出, 未迭代时(图 4 中迭代 0 次曲线)柱体在 180° 方向产生前向主辐射场, 这是由于初始入射场从 0° 方向入射, 在 180° 方向产生较强的前向辐射场。同时, 从图中可以看出, 迭代次数增加 1 次, 散射场幅度衰减约-15 dB, 第 3 次迭代产生的散射场相对于初始散射场衰减约-50 dB, 所以迭代次数取 3 次即可保证 ISP 算法的计算精度。

图 5 为 4 个柱体 C1~C4 的散射场迭代曲线。从迭代曲线来看, 未迭代时散射场最大, 随着迭代次数增加, 散射场的幅值逐渐减小, 说明多次迭代后柱体间影响逐渐减小。对比图 4, 图 5 可以看出,

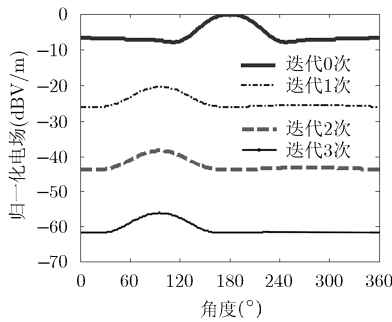


图 4 柱体 C1 局部散射场的迭代分析(柱体 C1, C2)

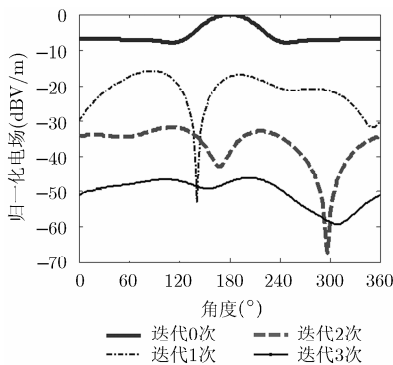


图 5 柱体 C1 的散射场迭代分析(柱体 C1~C4)

随着柱体数目的增加, 柱体之间的相对关系较为复杂, 迭代后散射场不均匀。整体上看, 迭代次数增加 1 次, 散射场衰减幅度约-10 dB, 第 3 次迭代产生的散射场比初始散射场衰减约-45 dB, 迭代次数取 3 次即可保证 ISP 算法的计算精度。

综合来看, 迭代次数取 3 次时, ISP 算法分析柱体阵列的散射场可以保证良好的计算精度。

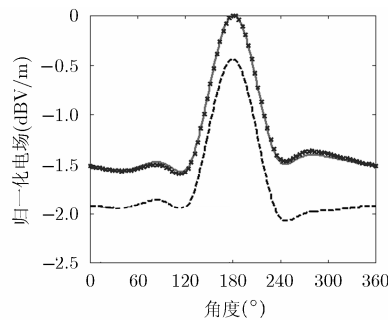
4.3 算法准确度验证

平面波从 $-x$ 方向照射到柱体阵列上, 电场极化方向为 $+z$ 方向。为了验证 ISP 算法的准确度, 采用电磁仿真软件 FEKO Suite 5.5 中的矩量法(MoM)模块, 对图 3 所示柱体阵列模型进行对比计算。ISP 算法迭代次数为 3, 仿真频率设为 1 GHz, 柱体长度为 20 倍波长, $M=100$; 矩量法模块中设置三角形边长 $\lambda/6$ 、线段长度 $\lambda/15$ 、线段半径 $\lambda/100$, 两种算法的计算结果如图 6 所示。

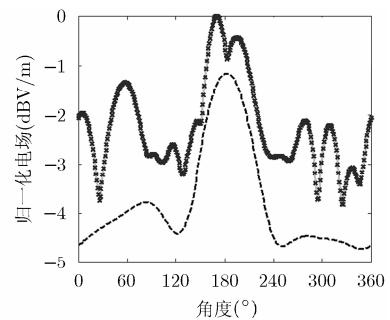
图 6 为柱体 C1 产生的总辐射场方向图, 以及采用 ISP 和 MoM 两种方法计算柱体阵列辐射场的对比曲线, 其中图 6(a)为 2 个柱体(C1, C2)在 xoy 平面的电场方向图, 图 6 (b)为 4 个柱体(C1~C4)在 xoy 平面的电场方向图。从图中可以看出, 单个柱体 C1 在入射波方向(角度 0°)产生最大散射; 柱体数目增加到 2 个时, 主辐射方向(角度 180°)总散射场增加约 0.7 dB, 4 个柱体时主辐射方向总散射场增加约 1 dB。随着柱体数量的增加, 散射场的不均匀性逐渐出现, 旁瓣电平逐渐增大。对比 MoM 与 ISP 的曲线来看, 两条曲线的计算结果有着很好的一致性。而计算速度方面, 计算 4 个柱体时 MoM 计算时间需要 3384 s(不含搭建模型时间), 而 ISP 算法计算时间仅需 440 s。

5 结论

本文采用了迭代散射法分析了阵列的散射场。



(a) 两个柱体 C1, C2



(b) 4 个柱体 C1~C4

图 6 柱体阵列的总场分析

通过对单个柱体的散射场进行柱面波函数展开, 推导出散射场与入射场系数之间的迭代关系。在此基础上, 通过分析不同迭代次数下柱体的散射场, 在保证计算精度与速度条件下, 确定 ISP 算法的最优迭代次数。在算法精度方面, ISP 算法与 MoM 计算结果吻合良好; 在算法速度方面, ISP 算法因为无需对柱体进行剖分, 计算速度明显优于 MoM。本算法不限于柱体阵列散射计算, 同样适用于其它柱状物体的散射问题。

参 考 文 献

- [1] 程志华, 谢拥军, 樊君. 复杂目标的太赫兹波近场 RCS 快速计算[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(8): 1999-2004.
Cheng Zhi-hua, Xie Yong-jun, and Fan Jun. Fast computation of near field RCS of complex objects in terahertz band[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(8): 1999-2004.
 - [2] 李晓峰, 谢拥军, 杨锐. 半空间电大导体目标散射的高频分析方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(5): 1268-1270.
Li Xiao-feng, Xie Yong-jun, and Yang Rui. High-frequency analysis on scattering from conductive targets with electrically large size in half space[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(5): 1268-1270.
 - [3] Nasr M A, Eshrah I A, and Hashish E A. Electromagnetic scattering from a buried cylinder using a multiple reflection approach: TM case[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2014, 62(5): 2702-2707.
 - [4] Wu Xiao-po, Shi Jia-ming, and Wang Jia-chun. Multiple scattering by parallel plasma cylinders[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2014, 42(1): 13-19.
 - [5] 张会云, 刘蒙, 尹贻恒, 等. 基于格林函数法研究金属线栅在太赫兹波段的散射特性[J]. 物理学报, 2013, 62(19): 240-245.
Zhang Hui-yun, Liu Meng, Yin Yi-heng, et al.. Study on scattering properties of the metal wire gating in a THz band based on 'Green function method'[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(19): 240-245.
 - [6] Kim K T and Kramer B A. Direct determination of the T-matrix from a mom impedance matrix computed using the Rao-Wilton-Glisson basis function[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(10): 5324-5327.
 - [7] Behnam Ghassemiparvin and Ayhan Altintas. Scattering from an impedance object at the edge of a perfectly conducting wedge[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2014, 62(2): 852-861.
 - [8] Ye Xiu-zhu, Chen Xu-dong, Yu Zhong, et al.. Simultaneous reconstruction of dielectric and perfectly conducting stutters via T-matrix method[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(7): 3774-3781.
 - [9] Cao Lei, Li Wei, and Hu Jun. A new T-matrix formulation for electromagnetic scattering by a radially multilayered gyroelectric sphere[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(2): 836-842.
 - [10] Zhuromskyy O and Peschel U. T-matrix analysis of dipole waves on chains of dielectric particles[C]. 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics-Metamaterials, Bordeaux, France, 2013: 268-270.
 - [11] Tsang Leung and Chang Xin. Modeling of vias sharing the same antipad in planar waveguide with boundary integral equation and group T-matrix method[J]. *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, 2013, 3(2): 315-327.
 - [12] Ozdemir N A, Ovejero D G, and Craeye C. On the relationship between multiple-scattering macro basis functions and Krylov subspace iterative methods[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(4): 2088-2098.
 - [13] Desmal A and Ba c H. Shrinkage-thresholding enhanced born iterative method for solving 2D inverse electromagnetic scattering problem[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2014, 62(7): 3878-3884.
 - [14] Polewski M, Lech R, and Mazur J. Rigorous modal analysis of structures containing inhomogeneous dielectric cylinders[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2004, 52(5): 1508-1516.
 - [15] Kusiek A, Kowalczyk P, and Mazur J. Analysis of scattering from arbitrary conffiguration of elliptical obstacles using T-matrix representation[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2008, 2(5): 434-441.
 - [16] Adam Kusiek, Rafal Lech, and Jerzy Mazur. A new hybrid method for analysis of scattering from arbitrary conguration of cylindrical objects[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2008, 56(6): 1725-1733.
- 刘起坤: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为计算电磁学在天线罩系统中的应用。
周东方: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为计算电磁学、高功率微波、天线理论与技术等。
邢 锋: 男, 1966 年生, 副教授, 主要研究方向为计算电磁学、天线罩系统等。
雷 雪: 女, 1970 年生, 副教授, 主要研究方向为电磁场理论、新型天线设计等。
余道杰: 男, 1978 年生, 副教授, 主要研究方向为高功率微波中的数值算法等。