基于交织技术的非对称零相关区序列偶集构造

严李强[①] 曾晓莉[②] 王龙业*[①③] 文 红[③]
[①](西藏大学工学院 拉萨 850000)
[②](西藏大学藏文信息技术研究中心 拉萨 850000)
[③](电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 611731)

摘 要：为了抑制或者消除准同步码分多址(QS-CDMA)通信系统的多址干扰(MAI)、多径干扰(MI)以及邻小区干扰，该文提出一类非对称零相关区(A-ZCZ)序列偶集的构造方法。基于给定的最佳自相关序列偶，运用交织操作，成功设计一类非对称零相关区序列偶集。新集合的每个子集均是零相关区序列偶集，且不同子集的序列偶间的互相关函数(CCF)具有更大的零互相关区(ZCCZ)。同时，该文提出的构造方法可以根据系统要求灵活地选择子集的零相关区宽度。

关键词：准同步码分多址；零相关区；非对称零相关区序列偶；最佳自相关序列偶；交织技术
中图分类号： TN919; TN911.2 **文献标识码**： A **文章编号**：1009-5896(2015)10-2483-07
DOI: 10.11999/JEIT150030

Design of Asymmetric Sequence Pairs Set with Zero-Correlation Zone Based on Interleaving Technique

Yan Li-qiang[①] Zeng Xiao-li[②] Wang Long-ye[①③] Wen Hong[③]
[①](*School of Engineering and Technology*, *Tibet University*, *Lhasa* 850000, *China*)
[②](*Research Center for Tibetan Information Technology*, *Tibet University*, *Lhasa* 850000, *China*)
[③](*National Key Laboratory and Technology on Communications*, *University of Electronic Science and Technology of China*, *Chengdu* 611731, *China*)

Abstract: In order to eliminate the Multiple Access Interference (MAI) and Multipath Interference (MI), and avoid inter-cell interference from adjacent cells in Quasi-Synchronous Code Division Multiple Access (QS-CDMA) system, one class of asymmetric sequences pairs with Zero-Correlation Zone (ZCZ) are proposed. Based on the interleaved technique, a new Asymmetric-ZCZ (A-ZCZ) sequence pair set can be generated from a given perfect auto-correlation sequence pair. The presented A-ZCZ sequence pairs contains of multiple subsets which are the traditional ZCZ sequence pairs. The Cross-Correlation Function (CCF) between any two sequence pairs of different subsets has a wider Zero-Cross-Correlation Zone (ZCCZ). As a benefit, the ZCZ length of A-ZCZ sequence pair set can be flexibly chosen according to the requirement of the system.

Key words: Quasi-Synchronous CDMA (QS-CDMA); Zero-Correlation Zone (ZCZ); Asymmetric Zero-Correlation Zone (A-ZCZ) sequence pair; Perfect auto-correlation sequence pair; Interleaved technique

1 引言

在准同步码分多址(Quasi-Synchronous-Code Division Multiple Access, QS-CDMA)通信系统中，因对系统同步要求并不十分严格，它允许有几个码片的时延，故被广泛关注及深入研究。根据 QS-CDMA 通信系统要求，在同步误差允许的时延内，扩频码自相关函数(Auto-Correlation Function, ACF)应满足冲击函数特性，而互相关函数 (Cross-Correlation Function, CCF) 应满足整个时间周期均为零的良好特性。因此，为了达到 QS-CDMA 对扩频码的特殊需求，零相关区(Zero-Correlation Zone, ZCZ) 序列被文献[1]提出，并被国内外学者广泛关注和深入研究[1–7]。自上世纪末至今，已经有大量的 ZCZ 序列(偶)集被各国学者构造，极大地丰富了扩频码的选择范围[1–11]。以 ZCZ 序列(偶)集为扩频码的 QS-CDMA 系统虽然能够抑制甚至消除邻道干扰，但是却不能抑制邻小区干扰[12–15]。

最近，针对 QS-CDMA 邻小区干扰抑制问题，文献[12]和文献[13]提出了非对称 ZCZ (Asymmetric-ZCZ, A-ZCZ) 序列集或称为多子集 ZCZ(Multiple Subsets-ZCZ, MS-ZCZ)序列集的概

收稿日期：2015-01-06；改回日期：2015-04-08；网络出版：2015-06-18
*通信作者：王龙业 utibetwly@qq.com
基金项目：国家自然科学基金(61261021, 61271172)和高等学校博士学科点专项(20120185110030, 20130185130002)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61261021, 61271172); The Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (RFDP) (20120185110030, 20130185130002)

念，并基于最佳自相关序列(Perfect auto-correlation Sequence，PS)成功构造了几类 A-ZCZ 序列集[12−15]。同时，文献[16]也基于 Hadamard 矩阵设计了一类 A-ZCZ 序列集。在 A-ZCZ 序列集中，不同子集中的任意两个序列的 CCF 的 ZCZ 宽度(Zero-Cross-Correlation Zone, ZCCZ) 总是大于同一子集中的两个序列的 CCF 的 ZCZ 宽度[12−16]。因此，如果在 QS-CDMA 系统中，相邻小区分配不同的子集，则大的 ZCCZ 宽度能够使邻小区干扰得到抑制甚至消除。但是，文献[16]设计的 A-ZCZ 序列集的 ZCCZ 宽度依赖于构造过程中添加的 0 元素的数目，而文献[12~16]的构造又对 PS 的长度限制相对较为苛刻，例如要求 PS 的长度 $L=NL_1L_2$ 等。然而，PS 的数目非常有限，甚至对于一些特定长度，可能不存在 PS。为了丰富 A-ZCZ 扩频码集合，文献[17]提出了 A-ZCZ 序列偶集的概念，文献基于 PS 序列偶成功构造了一类 A-ZCZ 序列偶集。

众所周知，最佳自相关序列(PS)偶的存在条件远弱于 PS 的存在条件，而且在数目上也丰富于 PS 的数目，将其用于扩频码的设计，将能在很大程度提高文献[12−15]中方法的有效性。为了克服文献[12−15]中构造方法的某些不足，同时丰富 A-ZCZ 扩频码集合，本文提出了一类新的 A-ZCZ 序列偶集的构造方法。文中提到的构造方法能够基于给定的 PS 偶，同时能够根据系统需求，构造 ZCZ 宽度具有选择性的 A-ZCZ 序列偶集。

2 预备知识

设 $\boldsymbol{x}=(x_0,x_1,\cdots,x_{L-1})$ 和 $\boldsymbol{y}=(y_0,y_1,\cdots,y_{L-1})$ 是两个长为 L 复数序列，则 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{y}$ 能够定义一个序列偶 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$，其自相关函数(ACF)定义为[9,12] $R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau)=\sum_{i=0}^{L-1}x_iy_{i+\tau}^*$。其中，$\tau$ 为时延，$i+\tau\equiv(i+\tau)\cdot\bmod L$，复数 y^* 是 y 的共轭，且当 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{y}$ 时，$R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau)$ 记为 $R_{\boldsymbol{x}}(\tau)$。对长度为 L 的两个序列偶 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ 和 $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$，定义其互相关函数(CCF)为[9,12] $R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})}(\tau)=R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{v})}(\tau)=\sum_{i=0}^{L-1}x_iv_{i+\tau}^*$。

如果 $\tau=0\bmod L$ 时 $R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau)=E$（正常数）且 $\tau\neq0\bmod L$ 时 $R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau)=0$，那么 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ 为最佳序列偶[9,12]。当 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{y}$，$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ 退化为最佳序列(PS) $\boldsymbol{x}$。

定义 1 设 $\boldsymbol{C}=\{\boldsymbol{C}_i=(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{y}_i)\mid i=0,1,\cdots,M-1\}$ 且序列偶 $\boldsymbol{C}_i=(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{y}_i)$ 的长度为 L，其中 $\boldsymbol{x}_i=(x_{i,0},x_{i,1},\cdots,x_{i,L-1})$ 且 $\boldsymbol{y}_i=(y_{i,0},y_{i,1},\cdots,y_{i,L-1})$。如果任意序列偶 $\boldsymbol{C}_i=(\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{y}_i)$ 和 $\boldsymbol{C}_j=(\boldsymbol{x}_j;\boldsymbol{y}_j)$ 的 CCF 满足条件：

$$R_{(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{y}_i)(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{y}_j)}(\tau)=\begin{cases}E, & \tau=0, i=j\\ 0, & \tau=0, i\neq j \text{ 或者 } 1\leq|\tau|\leq z\end{cases}\tag{1}$$

则称集合 $\boldsymbol{C}$ 为零相关区序列偶集(ZCZSP)，记作 Z(L, M, z)[9,12]。

定义 2 设集合 $\boldsymbol{\mathcal{A}}=\{\boldsymbol{A}^{(0)},\boldsymbol{A}^{(0)},\cdots,\boldsymbol{A}^{(N-1)}\}$ 包含 N 个序列偶子集，且每个子集 $\boldsymbol{A}^{(n)}$ 均为 $Z(P, M, z)$，其中，$\boldsymbol{A}^{(n)}=\left\{\boldsymbol{A}^{(n,0)},\boldsymbol{A}^{(n,1)},\cdots,\boldsymbol{A}^{(n,q)},\cdots,\boldsymbol{A}^{(n,Q-1)}\right\}$，$\boldsymbol{A}^{(n,q)}=\left(\boldsymbol{X}^{(n,q)},\ \boldsymbol{Y}^{(n,q)}\right)$，$\boldsymbol{X}^{(n,q)}=\left(x_0^{(n,q)},x_1^{(n,q)},\cdots,x_p^{(n,q)},\cdots,x_{P-1}^{(n,q)}\right)$，$\boldsymbol{Y}^{(n,q)}=\left(y_0^{(n,q)},y_1^{(n,q)},\cdots,y_p^{(n,q)},\cdots,y_{P-1}^{(n,q)}\right)$。如果任意两个序列偶 $\boldsymbol{A}^{(n)}$ 和 $\boldsymbol{A}^{(n')}(n\neq n')$ 的 CCF 满足条件 $R_{\boldsymbol{A}^{(n,q)},\boldsymbol{A}^{(n',q')}}(\tau)=0,\ \forall 0\leq n\neq n'<N,\ 0\leq|\tau|<z_{\rm A}$，则称集合 $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ 为非对称(或称多子集, Multiple Subsets, MS)ZCZ(Asymmetric-ZCZ, A-ZCZ)序列偶集，记作 $Z_{\rm A}(P,[M,N],[z,z_{\rm A}])$，其中 $z_{\rm A}$ 称为 ZCCZ 宽度。

定义 3 设 $\boldsymbol{a}=(a_0,a_1,\cdots,a_{N-1})$ 是一个复数序列，其长度为 N，$\boldsymbol{e}=(e_0,e_1,\cdots,e_{T-1})$ 是整数序列，$e_j\in\{0,\ 1,\cdots,N-1\}$，则序列 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{e}$ 能够共同定义一个 N 行 T 列的矩阵 $\boldsymbol{U}=(L^{e_0}(\boldsymbol{a})\ \ L^{e_1}(\boldsymbol{a})\ \cdots\ L^{e_{T-1}}(\boldsymbol{a}))$，即 $\boldsymbol{U}$ 的每一列均为序列 $\boldsymbol{a}$ 的移位序列。其中 $L^\tau(\cdot)$ 是左循环移位运算，即 $L^\tau(\boldsymbol{a})=(a_\tau,\cdots,a_{N-1},a_0,\cdots,a_{\tau-1})$。如果将 $\boldsymbol{U}$ 的行向量依次首尾连接输出，便构成一个交织序列(Interleaved Sequence, IS) $\boldsymbol{u}$：其中 $\boldsymbol{u}_{2i+j}=\boldsymbol{U}_{i,j},\ 0\leq i<N,\ 0\leq j<T$。习惯地将 $\boldsymbol{u}$ 简记 $\boldsymbol{u}=I(\boldsymbol{a},\boldsymbol{e})$[4,18]，即 $\boldsymbol{u}=I(\boldsymbol{a},\boldsymbol{e})=I(L^{e_0}(\boldsymbol{a}),L^{e_1}(\boldsymbol{a}),\cdots,L^{e_{T-1}}(\boldsymbol{a}))$。

设另一个 IS $\boldsymbol{v}=I(\boldsymbol{a},\boldsymbol{f})$，其中 $\boldsymbol{f}=(f_0,f_1,\cdots,f_{T-1})$，$f_j\in\{0,1,\cdots,N-1\}$。则 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 在 $\tau=N\tau_1+\tau_2$ $(0\leq\tau_2<N)$ 时延的 CCF 为[4,18] $R_{\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}}(\tau)=\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{\boldsymbol{a}}\left(f_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1\right)+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{\boldsymbol{a}}\left(f_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1\right)$。

同样，设 $(I(\boldsymbol{x},\boldsymbol{e}),I(\boldsymbol{y},\boldsymbol{e}))=(\boldsymbol{v}^0,\boldsymbol{w}^0)$ 和 $(I(\boldsymbol{x},\boldsymbol{f}),I(\boldsymbol{y},\boldsymbol{f}))=(\boldsymbol{v}^1,\boldsymbol{w}^1)$ 是两个交织序列偶(Interleaved Sequence Pair, ISP)，其中 $\boldsymbol{x}=(x_0,x_1,\cdots,a_{N-1})$，$\boldsymbol{y}=(y_0,y_1,\cdots,y_{N-1})$。则 $(\boldsymbol{v}^0,\boldsymbol{w}^0)$ 和 $(\boldsymbol{v}^1,\boldsymbol{w}^1)$ 在 $\tau=N\tau_1+\tau_2$ $(0\leq\tau_2<N)$ 时延的 CCF 为

$$\begin{aligned}R_{(\boldsymbol{v}^0,\boldsymbol{w}^0),(\boldsymbol{v}^1,\boldsymbol{w}^1)}(\tau)=&\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(f_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1)\\&+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(f_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1)\end{aligned}\tag{2}$$

3 基于交织最佳自相关序列的 ZCZ 序列集构造

设 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ 是给定的 PS 偶，其中长度为，$P=NqZ+r,\ N\geq1,\ q>1,\ Z\geq2$，且 $r<\min\{N,q,Z\}$，同时给定 $T(T<Z)$ 阶正交矩阵 $\boldsymbol{H}^{(n)}(0\leq n<N)$，则新 A-ZCZ 序列偶集的详细构造过程如下。

3.1 移位序列集的定义

文献[19]定义了一个移位序列集 $\boldsymbol{E}=\{\boldsymbol{e}^{(0)},\boldsymbol{e}^{(1)},\cdots,\boldsymbol{e}^{(M-1)}\}$，其中 $\boldsymbol{e}^{(m)}=(e_0^{(m)},e_1^{(m)})$。给定两个正整数 q 和 Z，且 $L=qZ>Z\geq 2$，则集合 $\boldsymbol{E}$ 定义为：(1)若 Z 为偶数，设 $M=\lfloor (qZ-2)/Z\rfloor=q-1$，则 $\boldsymbol{e}^{(m)}(0\leq m<M)$ 定义为 $e^{(m)}=((Z/2)m,\ qZ-(Z/2)(m+1))$；(2)若 Z 为奇数且 m 为偶数，设 $M=\lfloor (qZ-1)/Z\rfloor=q-1$，则 $\boldsymbol{e}^{(m)}(0\leq m<M)$ 为 $\boldsymbol{e}^{(m)}=((Z/2)m,\ qZ-(Z+1)/2-(Z/2)m)$；(3)若 Z 为奇数且 m 为奇数，则 $\boldsymbol{e}^{(m)}(0\leq m<M)$ 为 $\boldsymbol{e}^{(m)}=(qZ-1-(Z/2)(m+1),(mZ+1)/2)$。

对所有的 $0\leq i,j<M$，上面定义的集合 $\boldsymbol{E}$ 满足式(3)的条件：

$$\left.\begin{array}{l}\min\limits_{\boldsymbol{e}^{(i)},\boldsymbol{e}^{(j)}\in\boldsymbol{E};\boldsymbol{e}^{(i)}\neq\boldsymbol{e}^{(j)}}\{e_0^{(i)}-e_0^{(j)},e_1^{(i)}-e_1^{(j)}\}>Z/2\\ \min\limits_{\boldsymbol{e}^{(i)},\boldsymbol{e}^{(j)}\in\boldsymbol{E};\boldsymbol{e}^{(i)}\neq\boldsymbol{e}^{(j)}}\{e_0^{(i)}-e_1^{(j)},e_1^{(i)}-e_0^{(j)}-1\}>(Z-1)/2\\ \forall\boldsymbol{e}^{(i)},\boldsymbol{e}^{(j)}\in\boldsymbol{E};\boldsymbol{e}^{(i)}\neq\boldsymbol{e}^{(j)},\ e_0^{(i)}-e_0^{(j)}\neq e_1^{(i)}-e_1^{(j)},\\ \quad e_0^{(i)}-e_1^{(j)}\neq e_1^{(i)}-e_0^{(j)}-1\end{array}\right\}\quad(3)$$

3.2 A-ZCZSP 的构造

A-ZCZSP 构造方法如下：

(1)构造 3.1 节中定义的移位序列集 $\boldsymbol{E}$。

(2)基于给定的 PS 偶 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$，构造序列偶集 $\boldsymbol{B}=\{\boldsymbol{b}^{(0)},\boldsymbol{b}^{(1)},\cdots,\boldsymbol{b}^{(N-1)}\}$，其中 $\boldsymbol{b}^{(n)}=(\boldsymbol{w}^{(n)},\boldsymbol{v}^{(n)})=(L^{nqZ}(\boldsymbol{x}),L^{nqZ}(\boldsymbol{y}))$ 且 $0\leq n<N$。

(3)当 $0\leq n<N$ 且 $0\leq m<M$ 时，对每个序列偶 $\boldsymbol{b}^{(n)}$ 进行交织运算，得到序列偶子集 $(\boldsymbol{C}^{(n)},\boldsymbol{D}^{(n)})=\{(\boldsymbol{c}^{(n,0)},\boldsymbol{d}^{(n,0)}),(\boldsymbol{c}^{(n,1)},\boldsymbol{d}^{(n,1)}),\cdots,(\boldsymbol{c}^{(n,2M-1)},\boldsymbol{d}^{(n,2M-1)})\}$：

$$\left.\begin{array}{l}\boldsymbol{c}^{(n,2m)}=I\left(L^{e_0^{(m)}}(\boldsymbol{w}^{(n)}),\quad L^{e_1^{(m)}}(\boldsymbol{w}^{(n)})\right)\\ \boldsymbol{d}^{(n,2m)}=I\left(L^{e_0^{(m)}}(\boldsymbol{v}^{(n)}),\quad L^{e_1^{(m)}}(\boldsymbol{v}^{(n)})\right)\\ \boldsymbol{c}^{(n,2m+1)}=I\left(L^{e_0^{(m)}}(\boldsymbol{w}^{(n)}),\quad -L^{e_1^{(m)}}(\boldsymbol{w}^{(n)})\right)\\ \boldsymbol{d}^{(n,2m+1)}=I\left(L^{e_0^{(m)}}(\boldsymbol{v}^{(n)}),\quad -L^{e_1^{(m)}}(\boldsymbol{v}^{(n)})\right)\end{array}\right\}\quad(4)$$

(4)对每个序列偶 $(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})\in(\boldsymbol{C}^{(n)},\boldsymbol{D}^{(n)})(0\leq j<2M)$ 进行交织运算，得到 $(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$：

$$\left.\begin{array}{l}\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)}=I\left(L^{f_0}(\boldsymbol{c}^{(n,j)}),L^{f_1}(\boldsymbol{c}^{(n,j)}),\cdots,L^{f_{T-1}}(\boldsymbol{c}^{(n,j)})\right)\\ \boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)}=I\left(L^{f_0}(\boldsymbol{d}^{(n,j)}),L^{f_1}(\boldsymbol{d}^{(n,j)}),\cdots,L^{f_{T-1}}(\boldsymbol{d}^{(n,j)})\right)\end{array}\right\}\quad(5)$$

其中移位序列 $\boldsymbol{f}=\{f_0,f_1,\cdots,f_{T-1}\}$ 定义为：(a)如果 $\gcd(T,Z)=1$，则 $f_t=st(\bmod Z)$，其中 $s=T^{-1}(\bmod Z)$；(b)如果 $T\mid Z$，则 $f_t=st(\bmod Z)$，其中 $s=(Z/T)(\bmod Z)$。

(5)对每个 $(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$ 进行变换，得到矩阵集合 $(\boldsymbol{U}^{(n,j)},\boldsymbol{V}^{(n,j)})$，$\boldsymbol{U}^{(n,j)}=\left\{\boldsymbol{U}_0^{(n,j)},\boldsymbol{U}_1^{(n,j)},\cdots,\boldsymbol{U}_{T-1}^{(n,j)}\right\}$，$\boldsymbol{V}^{(n,j)}=\left\{\boldsymbol{V}_0^{(n,j)},\boldsymbol{V}_1^{(n,j)},\cdots,\boldsymbol{V}_{T-1}^{(n,j)}\right\}$。

其中，令 $\boldsymbol{h}^{(n,t)}$ 表示阶为 T 的正交矩阵 $\boldsymbol{H}^{(n)}$ 的第 t 行且 $\boldsymbol{U}_t^{(n,j)}=\boldsymbol{h}^{(n,t)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)}$ 如下定义：

$$\boldsymbol{h}^{(n,t)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)}=\left(h_0^{(n,t)}L^{f_0}(\boldsymbol{c}^{(n,j)})\quad h_1^{(n,t)}L^{f_1}(\boldsymbol{c}^{(n,j)})\quad\cdots\quad h_{T-1}^{(n,t)}L^{f_{T-1}}(\boldsymbol{c}^{(n,j)})\right)$$

同时，$\boldsymbol{V}_t^{(n,j)}=\boldsymbol{h}^{(n,t)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)}$ 的定义与 $\boldsymbol{U}_t^{(n,j)}=\boldsymbol{h}^{(n,t)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)}$ 相似。

(6)设 $(\boldsymbol{U}^{(n)},\boldsymbol{V}^{(n)})=\bigcup_{j=0}^{2M-1}(\boldsymbol{U}^{(n,j)},\boldsymbol{V}^{(n,j)})$，分别依次首尾连接 $\boldsymbol{U}_t^{(n,j)}\in\boldsymbol{U}^{(n)}$ 和 $\boldsymbol{V}_t^{(n,j)}\in\boldsymbol{V}^{(n)}$（$0\leq n<N$，$0\leq t<T$）的所有行向量得到交织序列 $\boldsymbol{u}_t^{(n,j)}=(u_{t,0}^{(n,j)},u_{t,1}^{(n,j)},\cdots,u_{t,2TP-1}^{(n,j)})$ 和 $\boldsymbol{v}_t^{(n,j)}=(v_{t,0}^{(n,j)},v_{t,1}^{(n,j)},\cdots,v_{t,2TP-1}^{(n,j)})$，即得到交织序列偶 $(\boldsymbol{u}_t^{(n,j)},\boldsymbol{v}_t^{(n,j)})$。联合所有的 $(\boldsymbol{u}_t^{(n,j)},\boldsymbol{v}_t^{(n,j)})$ 即得到子集 $(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})=\{(\boldsymbol{u}_t^{(n,j)},\boldsymbol{v}_t^{(n,j)})\mid 0\leq j<2M,0\leq t<T\}$。

(7)联合所有的子集合 $(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})(0\leq n<N)$，得到 A-ZCZ 的序列偶集 $(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})=\bigcup_{n=0}^{N-1}(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})$。

对于上述构造过程，有下面 5 个引理及 1 个定理成立。

引理 1　构造方法 1 中第(3)步得到的每个集合 $(\boldsymbol{C}^{(n)},\boldsymbol{D}^{(n)})$ 是 ZCZ 序列偶集 $Z(2P,2M,Z)$。

证明　根据式(4)和式(5)，集合 $(\boldsymbol{C}^{(n)},\boldsymbol{D}^{(n)})$ 显然有 $2M$ 个序列偶，且每个序列偶的长度均为 $2P$。

令 $d_0=e_0^{(i)}-e_0^{(j)},d_1=e_1^{(i)}-e_1^{(j)},d_2=e_0^{(i)}-e_1^{(j)},d_3=e_1^{(i)}-e_0^{(j)}-1,\tau=2\tau_1+\tau_2(0\leq\tau_2<2)$。对于固定的 n，根据式(2)和式(3)，集合 $(\boldsymbol{C}^{(n)},\boldsymbol{D}^{(n)})$ 中任意两个序列偶 $(\boldsymbol{c}^{(n,i)},\boldsymbol{d}^{(n,i)})$ 和 $(\boldsymbol{c}^{(n,i)},\boldsymbol{d}^{(n,i)})$（$0\leq i,j<2M$）的 CCF 如下：

(1)若 $\tau_2=0$。

(a)对任意的 $0\leq m<M$，令 i=$2m$ 且 j=$2m$+1(或者(i=$2m$+1 且 $j=2m$))，$R_{(\boldsymbol{c}^{(n,i)},\boldsymbol{d}^{(n,i)}),(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(\tau)=R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau_1)-R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau_1)=0$。

(b)对任意的 $0\leq m\neq k<M$，令 $i=2m$ 且 $j=2k$，$R_{(\boldsymbol{c}^{(n,i)},\boldsymbol{d}^{(n,i)}),(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(\tau)=R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau_1-d_0)+R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau_1-d_1)=0,\ \mid\tau_1\mid<Z/2$。

(c)对任意的 $0\leq m\neq k<M$，令 i=$2m$+1 且 $j=2k+1$，与(b)相似，同样有，$R_{(\boldsymbol{c}^{(n,i)},\boldsymbol{d}^{(n,i)}),(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(\tau)=0,\ \mid\tau_1\mid<Z/2$。

(2)若 $\tau_2=1$。

(a)对任意的 $0\leq m<M$，令 $i=2m$ 且 j=$2m$+1(或者(i=$2m$+1 且 j=$2m$))，$R_{(\boldsymbol{c}^{(n,i)},\boldsymbol{d}^{(n,i)}),(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(\tau)=R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau_1-d_2)+R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau_1-d_3)=0,\ \mid\tau_1\mid<Z/2$。

(b)对任意的$0\le m\ne k<M$，令$i=2m$且$j=2k$,$R_{(\boldsymbol{c}^{(n,i)},\boldsymbol{d}^{(n,i)}),(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(\tau)=R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau_1-d_2)+R_{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}(\tau_1-d_3)=0,\quad|\tau_1|<Z/2$。

(c)对任意的$0\le m\ne k<M$，令$i=2m+1$且j=2k+1，与(b)相似，同样有，$R_{(\boldsymbol{c}^{(n,i)},\boldsymbol{d}^{(n,i)}),(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(\tau)=0,|\tau_1|<Z/2$。

综合以上分析知，对于固定的n，集合$(\boldsymbol{C}^{(n)},\boldsymbol{D}^{(n)})$是ZCZ序列偶集$Z(2P,2M,Z)$。 证毕

引理 2 当$0\le n_1\ne n_2<N$且$0\le i,j<2M$时，构造方法1中第(3)步得到的任意两个集合$(\boldsymbol{C}^{(n_1)},\boldsymbol{D}^{(n_1)})$和$(\boldsymbol{C}^{(n_2)},\boldsymbol{D}^{(n_2)})$的相关函数满足下面的条件：

$$R_{(\boldsymbol{c}^{(n_1,i)},\boldsymbol{d}^{(n_1,i)}),(\boldsymbol{c}^{(n_2,j)},\boldsymbol{d}^{(n_2,j)})}(\tau)=\begin{cases}0, & |\tau|<Z+1\text{且}Z\text{是偶数}\\ 0, & |\tau|<Z+2\text{且}Z\text{是奇数}\end{cases}$$

引理2的证明与引理1的证明相似，故省略。

引理 3 设$(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$是构造方法1中第(4)步得到的序列，则：(1)如果$\gcd(T,Z)=1$且$f_t=st(\bmod Z)$，其中$s=T^{-1}(\bmod Z)$，那么每个$(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$是一个传统$Z(2TP,1,Z)$序列偶集；(2)如果$T|Z$且$f_t=st(\bmod Z)$，其中$s=(Z/T)(\bmod Z)$，那么每个$(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$是一个传统$Z(2TP,1,Z-1)$序列偶集。

证明 (1)令$\tau=2\tau_1+\tau_2(0\le\tau_2<2)$，对于固定的$n$，根据式(2)，如果$f_t=st(\bmod Z)$，任意序列偶$(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})(0\le j<2M)$的CCF为：$R_{(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})}(\tau)=\sum_{t=0}^{T-1}R_{(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(s\tau_2(\bmod Z)+\tau_1)$。

当$\tau_2=0$且$\tau_1=0$时，$R_{(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})}(\tau)=TR_{(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(0)\ne0$；当$\tau_2=0$且$0<\tau_1(\bmod 2P)<Z$时，$R_{(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})}(\tau)=\sum_{t=0}^{T-1}R_{(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})}(\tau_1)=0$。

当$\tau_2\ne0$时，设$\tau=T\tau_1+\tau_2=Z$，则$\tau_2=Z-T\tau_1$，故$(s\tau_2(\bmod Z)+\tau_1)(\bmod 2P)$=$(s(Z_1-T\tau_1)(\bmod Z)+\tau_1)(\bmod 2P)=((sZ-sT\tau_1)(\bmod Z)+\tau_1)(\bmod 2P)$=0，即当$\tau$=$T\tau_1$+$\tau_2$=$Z$时，$R_{(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})}(\tau)\ne0$。但是，如果$\tau=T\tau_1+\tau_2=Z_1<Z$，此时，$(s\tau_2(\bmod Z)+\tau_1)(\bmod 2P)$=$(s(Z_1-T\tau_1)(\bmod Z)+\tau_1)(\bmod 2P)=(sZ_1(\bmod Z))(\bmod 2P)\ne0$，即当$0<\tau=T\tau_1+\tau_2<Z$时，$R_{(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})}(\tau)=0$。

因此，如果$\gcd(T,Z)=1$且$0<|\tau|<Z$，则$R_{(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})}(\tau)=0$，故$(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$是一个$Z(2TP,1,Z)$序列偶集。

(2)与(1)的证明类似，能够证明(2)是成立的，即如果$T|Z$且$0<|\tau|<Z$，则$R_{(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})}(\tau)=0$，故$(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$是一个$Z(2TP,1,Z-1)$序列偶集。

证毕

引理 4 设$(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})$=$\{(\boldsymbol{u}_t^{(n,j)},\boldsymbol{v}_t^{(n,j)})|0\le j<2M,0\le t<T\}$是构造方法1中第(6)步得到的序列偶集，则：(1)如果$\gcd(T,Z)=1$，那么每个$(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})$是一个传统$Z(2TP,2TM,Z)$序列偶集；(2)如果$T|Z$，那么每个$(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})$是一个传统$Z(2TP,2TM,Z-1)$序列偶集。

证明 (1)当$\gcd(T,Z)=1$时。(a)当$\tau=0(i.e.,\tau_1=\tau_2=0)$时，正交矩阵$\boldsymbol{H}^{(n)}$的$t_1$行$h^{(n,t_1)}$和$t_2$行$h^{(n,t_2)}$的正交性能够保证$(\boldsymbol{u}_{t_1}^{(n,j)},\boldsymbol{v}_{t_1}^{(n,j)})$和$(\boldsymbol{u}_{t_2}^{(n,j)},\boldsymbol{v}_{t_2}^{(n,j)})$的正交性，即对任意的$0\le t_1\ne t_2<T$有$R_{(\boldsymbol{u}_{t_1}^{(n,j)},\boldsymbol{v}_{t_1}^{(n,j)}),(\boldsymbol{u}_{t_2}^{(n,j)},\boldsymbol{v}_{t_2}^{(n,j)})}(0)=0$。(b)当$0<|\tau|<Z$时，对任意的$0\le t_1,t_2<T$和$0\le j_1,j_2<2M$，引理1和引理3能够保证$R_{(\boldsymbol{u}_{t_1}^{(n,j_1)},\boldsymbol{v}_{t_1}^{(n,j_1)}),(\boldsymbol{u}_{t_2}^{(n,j_2)},\boldsymbol{v}_{t_2}^{(n,j_2)})}(\tau)=0$。

由上述证明可知，当$\gcd(T,Z)=1$时，每个$(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})$均是一个传统$Z(2TP,2TM,Z)$序列偶集。

(2)同理，当$T|Z$，与(1)的证明类似，亦能证明每个$(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})$是一个传统$Z(2TP,2TM,Z-1)$序列偶集。 证毕

引理 5 设$(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(i)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(i)})$和$(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(j)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(j)})$是构造方法1中第(6)步得到的两个序列偶子集，令$\delta=t'(sT-1)$且$t'=\{t\,|\max e_t,0\le t<T\}$，则对任意的$0\le i\ne j<N$及$0\le t_1,t_2<2M$, $(\boldsymbol{u}^{(i,t_1)},\boldsymbol{v}^{(i,t_1)})\in(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(i)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(i)})$和$(\boldsymbol{u}^{(j,t_2)},\boldsymbol{v}^{(j,t_2)})\in(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(j)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(j)})$的CCF满足下面的条件：

$$R_{(\boldsymbol{u}^{(i,t_1)},\boldsymbol{v}^{(i,t_1)}),(\boldsymbol{u}^{(j,t_2)},\boldsymbol{v}^{(j,t_2)})}(\tau)=\begin{cases}0, & |\tau|<T(Z+1)-\delta\text{且}Z\text{为偶数}\\ 0, & |\tau|<T(Z+2)-\delta\text{且}Z\text{为奇数}\end{cases}$$

引理5的证明与引理3的证明相似，故省略。

定理 1 设$(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})=\bigcup_{n=0}^{N-1}(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)})$是构造方法1得到的集合，令$\Delta_1=T(Z+1)-\delta$及$\Delta_2=T(Z+2)-\delta$，则$(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})$是由$N$个子集组成的A-ZCZ序列偶集，并满足下面的结论：(1)若$\gcd(T,Z)=1$且Z为偶数，则$(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})$是一个$Z_{\rm A}(2TP,[2TM,N],[Z,\Delta_1])$序列偶集；(2)若$\gcd(T,Z)=1$且$Z$为奇数，则$(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})$是一个$Z_{\rm A}(2TP,[2TM,N],[Z,\Delta_2])$序列偶集；(3)若$T|Z$且$Z$为偶数，则$(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})$是一个$Z_{\rm A}(2TP,[2TM,N],[Z-1,\Delta_1])$序列偶集；(4)若$T|Z$且$Z$为奇数，则$(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})$是一个$Z_{\rm A}(2TP,[2TM,N],[Z-1,\Delta_2])$序列偶集。

由引理1至引理5能够很容易证明定理1的正确性，故省略定理5的证明。

本文的构造方法与已有的构造方法的各参数性能对比如表1，可以看出，本文的方法构造条件显然比文献[7]和文献[17]宽松，文献[5]虽然与本文的构造条件相差不大，但是所构造的ZCZ序列偶参数显然逊色于本文，例如序列偶总的数目和ZCCZ宽度

表 1　不同构造法参数比较

构造方法		构造条件			子集数目	ZCZ 宽度	ZCCZ 宽度	集合参数
本文方法	(1)	P=NqZ+r,	Z 偶数, gcd(T,Z)=1	$M=\lfloor(Nq-2)/Z\rfloor$	N	Z	Δ_1	$(2TP,[2TM,N],[Z,\Delta_1])$
	(2)	$N\geq 1,q>1,Z>1$,	Z 奇数, gcd(T,Z)=1	$M=\lfloor(Nq-1)/Z\rfloor$		Z	Δ_2	$(2TP,[2TM,N],[Z,\Delta_2])$
	(3)	$r<\min\{N,q,Z\}$,	Z 偶数，$T\|Z$	$M=\lfloor(Nq-2)/Z\rfloor$		$Z-1$	Δ_1	$(2TP,[2TM,N],[Z-1,\Delta_1])$
	(4)	$T<Z$	Z 奇数，$T\|Z$	$M=\lfloor(Nq-1)/Z\rfloor$		$Z-1$	Δ_2	$(2TP,[2TM,,N],[Z-1,\Delta_2])$
文献[17]方法		P=NqZ; $N>1,q\geq 1,Z>1$		gcd(T,Z)=1	N	Z	Δ_3	$(TP,[T,N],[Z,\Delta_3])$
				$T\|Z$		$Z-1$	Δ_3	$(TP,[T,N],[Z-1,\Delta_3])$
文献[5]定理 1		$1<Z<P$	Z 偶数，	$M=\lfloor(P-2)/Z\rfloor$	2	Z	Z	$(2P,2M,Z)$
			Z 奇数，	$M=\lfloor(P-1)/Z\rfloor$				$(2P,2M,Z-1)$
文献[7]方法		P=$2n$+h, h=1,2			1	$2^{m+1}-1$	/	$(2^{m+1}L,2n,2^{m+1}-1)$

注：$\Delta_1=T(Z+1)-\delta$, $\Delta_2=T(Z+2)-\delta$, $\Delta_3=qTZ-\delta$, $\delta=t'(sT-1)$ 且 $t'=\{t\mid\max e_t,0\leq t<T\}$ 。

均小于本文的方法。故本文提出的构造方法，通用性较好，对参数要求相对宽松，构造过程灵活，具有可实现性。

4　构造举例

设

$$\boldsymbol{x}=(+++++-------)$$
$$\boldsymbol{y}=(+-+-+--+-+--)$$

则定义长度为 12 的序列偶$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$，其中符号“$+$”和“$-$”分别表示“+1”和“−1”。令 $N=2$, $q=2$ 和 $Z=3$，则 $P=12=2\times2\times3$。同时给定正交矩阵 $\boldsymbol{H}^{(0)}=\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}$ 和 $\boldsymbol{H}^{(1)}=\begin{pmatrix}-1&-1\\1&-1\end{pmatrix}$。

(1)因 $Z=3$ 为奇数，故根据式(3)可得 $M=1$ 且移位序列为 $\boldsymbol{e}=(0,4)$。

(2)构造序列偶集 $\boldsymbol{B}=\{\boldsymbol{b}^{(0)},\boldsymbol{b}^{(1)}\}$，其中，

$$\boldsymbol{b}^{(0)}=\left(\boldsymbol{w}^{(0)},\boldsymbol{v}^{(0)}\right)=(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=(+++++------ \\ --,+-+-+--+-+--)$$

$$\boldsymbol{b}^{(1)}=\left(\boldsymbol{w}^{(1)},\boldsymbol{v}^{(1)}\right)=\left(L^6(\boldsymbol{x}),L^6(\boldsymbol{y})\right)=(------ \\ ++++++-,-+-+--+-+-+-)$$

(3)分别对 $\boldsymbol{b}^{(0)}$ 和 $\boldsymbol{b}^{(1)}$ 进行交织运算，得到序列偶子集 $(\boldsymbol{C}^{(0)},\boldsymbol{D}^{(0)})=\{(\boldsymbol{c}^{(0,0)},\boldsymbol{d}^{(0,0)}),(\boldsymbol{c}^{(0,1)},\boldsymbol{d}^{(0,1)})\}$ 和 $(\boldsymbol{C}^{(1)},\boldsymbol{D}^{(1)})=\{(\boldsymbol{c}^{(1,0)},\boldsymbol{d}^{(1,0)}),(\boldsymbol{c}^{(1,1)},\boldsymbol{d}^{(1,1)})\}$，其中，

$$(\boldsymbol{c}^{(0,0)},\boldsymbol{d}^{(0,0)})=(+++-+-+-+------- \\ -+-+-+-+,++--+-- \\ ++--+--+--++--+--)$$

$$(\boldsymbol{c}^{(0,1)},\boldsymbol{d}^{(0,1)})=(+-++++++++-+-+-+ \\ --------,+--+++--+ \\ +---+++--++---+)$$

$$(\boldsymbol{c}^{(1,0)},\boldsymbol{d}^{(1,0)})=(-----+-+-+-++++-+ \\ -+-+---,--+--++--+ \\ --++--+--++--+)$$

$$(\boldsymbol{c}^{(1,1)},\boldsymbol{d}^{(1,1)})=(-+-+--------+-+++ \\ +++++-+,-+++--++--- \\ ++--+++--++--)$$

通过计算相关函数可知，$(\boldsymbol{C}^{(0)},\boldsymbol{D}^{(0)})\cup(\boldsymbol{C}^{(1)},\boldsymbol{D}^{(1)})$ 是 A-ZCZ 的序列偶集 $Z_{\mathrm{A}}(24,[2,2],[3,5])$。

(4)因 $Z=3$ 且 $T=2$，故 $\gcd(T,Z)=1$，所以移位序列 $\boldsymbol{f}=\{0,2\}$。下面对所有的 $(\boldsymbol{c}^{(n,j)},\boldsymbol{d}^{(n,j)})\in(\boldsymbol{C}^{(n)},\boldsymbol{D}^{(n)})(0\leq n,j<2)$ 进行交织运算，生成$(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$，即

$$\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(0,0)}=I\left(L^0(\boldsymbol{c}^{(0,0)}),L^2(\boldsymbol{c}^{(0,0)})\right)$$
$$\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(0,0)}=I\left(L^0(\boldsymbol{d}^{(0,0)}),L^2(\boldsymbol{d}^{(0,0)})\right)$$
$$\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(0,1)}=I\left(L^0(\boldsymbol{c}^{(0,1)}),L^2(\boldsymbol{c}^{(0,1)})\right)$$
$$\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(0,1)}=I\left(L^0(\boldsymbol{d}^{(0,1)}),L^2(\boldsymbol{d}^{(0,1)})\right)$$
$$\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(1,0)}=I\left(L^0(\boldsymbol{c}^{(1,0)}),L^2(\boldsymbol{c}^{(1,0)})\right)$$
$$\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(1,0)}=I\left(L^0(\boldsymbol{d}^{(1,0)}),L^2(\boldsymbol{d}^{(1,0)})\right)$$
$$\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(1,1)}=I\left(L^0(\boldsymbol{c}^{(1,1)}),L^2(\boldsymbol{c}^{(1,1)})\right)$$
$$\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(1,1)}=I\left(L^0(\boldsymbol{d}^{(1,1)}),L^2(\boldsymbol{d}^{(1,1)})\right)$$

(5)对每个$(\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)},\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)})$进行变换，得到矩阵集

合 ($\boldsymbol{U}^{(n,j)},\boldsymbol{V}^{(n,j)}$) ，即

$$\boldsymbol{U}_0^{(0,0)}=\boldsymbol{h}^{(0,0)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(0,0)}=\left(L^0(\boldsymbol{c}^{(0,0)})\quad L^2(\boldsymbol{c}^{(0,0)})\right)$$

$$\boldsymbol{V}_0^{(0,0)}=\boldsymbol{h}^{(0,0)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(0,0)}=\left(L^0(\boldsymbol{d}^{(0,0)})\quad L^2(\boldsymbol{d}^{(0,0)})\right)$$

$$\boldsymbol{U}_1^{(0,0)}=\boldsymbol{h}^{(0,1)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(0,0)}=\left(-L^0(\boldsymbol{c}^{(0,0)})\quad L^2(\boldsymbol{c}^{(0,0)})\right)$$

$$\boldsymbol{V}_1^{(0,0)}=\boldsymbol{h}^{(0,1)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(0,0)}=\left(-L^0(\boldsymbol{d}^{(0,0)})\quad L^2(\boldsymbol{d}^{(0,0)})\right)$$

$$\boldsymbol{U}_0^{(0,1)}=\boldsymbol{h}^{(0,0)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(0,1)}=\left(L^0(\boldsymbol{c}^{(0,1)})\quad L^2(\boldsymbol{c}^{(0,1)})\right)$$

$$\boldsymbol{V}_0^{(0,1)}=\boldsymbol{h}^{(0,0)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(0,1)}=\left(L^0(\boldsymbol{d}^{(0,1)})\quad L^2(\boldsymbol{d}^{(0,1)})\right)$$

$$\boldsymbol{U}_1^{(0,1)}=\boldsymbol{h}^{(0,1)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(0,1)}=\left(-L^0(\boldsymbol{c}^{(0,1)})\quad L^2(\boldsymbol{c}^{(0,1)})\right)$$

$$\boldsymbol{V}_1^{(0,1)}=\boldsymbol{h}^{(0,1)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(0,1)}=\left(-L^0(\boldsymbol{d}^{(0,1)})\quad L^2(\boldsymbol{d}^{(0,1)})\right)$$

$$\boldsymbol{U}_0^{(1,0)}=\boldsymbol{h}^{(1,0)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(1,0)}=\left(-L^0(\boldsymbol{c}^{(1,0)})\quad -L^2(\boldsymbol{c}^{(1,0)})\right)$$

$$\boldsymbol{V}_0^{(1,0)}=\boldsymbol{h}^{(1,0)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(1,0)}=\left(-L^0(\boldsymbol{d}^{(1,0)})\quad -L^2(\boldsymbol{d}^{(1,0)})\right)$$

$$\boldsymbol{U}_1^{(1,0)}=\boldsymbol{h}^{(1,1)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(1,0)}=\left(L^0(\boldsymbol{c}^{(1,0)})\quad -L^2(\boldsymbol{c}^{(1,0)})\right)$$

$$\boldsymbol{V}_1^{(1,0)}=\boldsymbol{h}^{(1,1)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(1,0)}=\left(L^0(\boldsymbol{d}^{(1,0)})\quad -L^2(\boldsymbol{d}^{(1,0)})\right)$$

$$\boldsymbol{U}_0^{(1,1)}=\boldsymbol{h}^{(1,0)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(1,1)}=\left(-L^0(\boldsymbol{c}^{(1,1)})\quad -L^2(\boldsymbol{c}^{(1,1)})\right)$$

$$\boldsymbol{V}_0^{(1,1)}=\boldsymbol{h}^{(1,0)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(1,1)}=\left(-L^0(\boldsymbol{d}^{(1,1)})\quad -L^2(\boldsymbol{d}^{(1,1)})\right)$$

$$\boldsymbol{U}_1^{(1,1)}=\boldsymbol{h}^{(1,1)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(1,1)}=\left(L^0(\boldsymbol{c}^{(1,1)})\quad -L^2(\boldsymbol{c}^{(1,1)})\right)$$

$$\boldsymbol{V}_1^{(1,1)}=\boldsymbol{h}^{(1,1)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(1,1)}=\left(L^0(\boldsymbol{d}^{(1,1)})\quad -L^2(\boldsymbol{d}^{(1,1)})\right)$$

其中，$\boldsymbol{h}^{(n,t)}$ 表示正交矩阵 $\boldsymbol{H}^{(n)}$ 的第 t 行，且

$$\boldsymbol{h}^{(n,t)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)}=\Big(h_0^{(n,t)}L^{f_0}(\boldsymbol{c}^{(n,j)})\quad h_1^{(n,t)}L^{f_1}(\boldsymbol{c}^{(n,j)})\quad\cdots\quad h_{T-1}^{(n,t)}L^{f_{T-1}}(\boldsymbol{c}^{(n,j)})\Big)$$

同时，$\boldsymbol{V}_t^{(n,j)}=\boldsymbol{h}^{(n,t)}\circ\boldsymbol{\mathcal{D}}^{(n,j)}$ 的定义与 $\boldsymbol{U}_t^{(n,j)}=\boldsymbol{h}^{(n,t)}\circ\boldsymbol{\mathcal{C}}^{(n,j)}$ 相似。

(6)则

$$\begin{aligned}\left(\boldsymbol{U}^{(0)},\boldsymbol{V}^{(0)}\right)&=\left(\boldsymbol{U}^{(0,0)},\boldsymbol{V}^{(0,0)}\right)\cup\left(\boldsymbol{U}^{(0,1)},\boldsymbol{V}^{(0,1)}\right)\\&=\Big\{(\boldsymbol{U}_0^{(0,0)};\boldsymbol{V}_0^{(0,0)}),(\boldsymbol{U}_1^{(0,0)};\boldsymbol{V}_1^{(0,0)}),(\boldsymbol{U}_0^{(0,1)};\\&\quad\boldsymbol{V}_0^{(0,1)}),(\boldsymbol{U}_1^{(0,1)};\boldsymbol{V}_1^{(0,1)})\Big\}\left(\boldsymbol{U}^{(1)},\boldsymbol{V}^{(1)}\right)\\&=\left(\boldsymbol{U}^{(1,0)},\boldsymbol{V}^{(1,0)}\right)\cup\left(\boldsymbol{U}^{(1,1)},\boldsymbol{V}^{(1,1)}\right)\\&=\Big\{(\boldsymbol{U}_0^{(1,0)};\boldsymbol{V}_0^{(1,0)}),(\boldsymbol{U}_1^{(1,0)};\boldsymbol{V}_1^{(1,0)}),(\boldsymbol{U}_0^{(1,1)};\\&\quad\boldsymbol{V}_0^{(1,1)}),(\boldsymbol{U}_1^{(1,1)};\boldsymbol{V}_1^{(1,1)})\Big\}\end{aligned}$$

对固定的 n，分别依次首尾连接 $\boldsymbol{U}_t^{(n,j)}\in\boldsymbol{U}^{(n)}$ 和 $\boldsymbol{V}_t^{(n,j)}\in\boldsymbol{V}^{(n)}$ ($0\le n<2,\ 0\le t<2$)的所有行向量得到交织序列 $\boldsymbol{u}_t^{(n,j)}=\left(u_{t,0}^{(n,j)},u_{t,1}^{(n,j)},\cdots,u_{t,2TP-1}^{(n,j)}\right)$ 和 $\boldsymbol{v}_t^{(n,j)}=\left(v_{t,0}^{(n,j)},v_{t,1}^{(n,j)},\cdots,v_{t,2TP-1}^{(n,j)}\right)$，得到 $\left(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)}\right)=\left\{(\boldsymbol{u}_t^{(n,j)},\boldsymbol{v}_t^{(n,j)})\right\}$ ($j=0,1,\ t=0,1$)。

(7)联合所有的集合 $\left(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(n)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(n)}\right)(n=0,1)$，得到 A-ZCZ 的序列偶集 $(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})=\left(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(0)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(0)}\right)\cup\left(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(1)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(1)}\right)$ 详见表 2。

通过计算相关函数可知，$(\boldsymbol{\mathcal{U}},\boldsymbol{\mathcal{V}})=\left(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(0)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(0)}\right)$

表 2 A-ZCZ 的序列偶集 $(\mathcal{U},\mathcal{V})=(\mathcal{U}^{(0)},\mathcal{V}^{(0)})\cup(\mathcal{U}^{(1)},\mathcal{V}^{(1)})$

$(\mathcal{U},\mathcal{V})$	$\left(\mathcal{U}^{(0)},\mathcal{V}^{(0)}\right)$	$\left(\boldsymbol{U}_0^{(0,0)},\boldsymbol{V}_0^{(0,0)}\right)$	(+ + + − + + − − + + − − + + − − + − − − − − − − − − − − − − − + − − + + − − + + − − + + − + + +, + − + − − + − − + − − + − + + − + − − + − − + − − + − − + − − + − + + − + − − + − − + − − + − +)
		$\left(\boldsymbol{U}_1^{(0,0)},\boldsymbol{V}_1^{(0,0)}\right)$	(− + − − − + + − − + + − − + + − − − + − + − + − + − + − + − + + + − − + + − − + + − − + + + − +, − − − − + + + − − − + + + + − − − − + + + + − − − + + + − − − + + + + − − − − + + + − − − + + + +)
		$\left(\boldsymbol{U}_0^{(0,1)},\boldsymbol{V}_0^{(0,1)}\right)$	(+ + − + + + + + + + + + + + + + + − + + − − + + − − + + − − + − − − − − − − − − − − − − − + − −, + − − + − + + + + − + − − + − + + − + − − − − + − + + + + − + − − + − + + − + − − − − + − + + −)
		$\left(\boldsymbol{U}_1^{(0,1)},\boldsymbol{V}_1^{(0,1)}\right)$	(− + + + − + − + − + − + − + − + − − − + + − − + + − − + + − − − − + − + − + − + − + − + − + + + −, − − + + + + − + − − − − + + + + − − − − + − + + + + − + − − − − + + + + − − − − + − + + + + − −)
	$\left(\mathcal{U}^{(1)},\mathcal{V}^{(1)}\right)$	$\left(\boldsymbol{U}_0^{(1,0)},\boldsymbol{V}_0^{(1,0)}\right)$	(+ + + + + + + − + + − − + + − − + + − − + − − − − − − + − − + + − − + + − − + + − + + + + + + +, + − + + − + + − + − − + − + + − + + − + + − + − − + − + + − + + − + + − + − − + − + + − + + − +)
		$\left(\boldsymbol{U}_1^{(1,0)},\boldsymbol{V}_1^{(1,0)}\right)$	(− + − + − + − − − + + − − + + − − + + − − − + − + − + + + − − + + − − + + − − + + + − + − + − +, − − − + + + − − − − + + + + − − − + + + − − − − + + + + − − − + + + − − − − + + + + − − − + + +)
		$\left(\boldsymbol{U}_0^{(1,1)},\boldsymbol{V}_0^{(1,1)}\right)$	(+ + − − + + − + + + + + + + + + + + + + + − + + − − + − − − − − − − − − − − − − − + − − + + − −, + − − − − + − + + − + − − + − + + + + − + − − + − + + − + − − − − + − + + − + − − + − + + + + −)
		$\left(\boldsymbol{U}_1^{(1,1)},\boldsymbol{V}_1^{(1,1)}\right)$	(− + + − − + + + − + − + − + − + − + − + − − − + + − − − + − + − + − + − + − + − + + + − − + + −, − − + − + + + + − − − − + + + + − + − − − − + + + + − − − − + − + + + + − − − − + + + + − + − −)

$\cup\left(\boldsymbol{\mathcal{U}}^{(1)},\boldsymbol{\mathcal{V}}^{(1)}\right)$ 是 A-ZCZ 的序列偶集 $Z_{\rm A}(48,[4,2],[3,7])$。

从上述实例进一步验证了本文构造方法的可行性和正确性。

5　结束语

基于给定的最佳自相关序列偶，本文提出了一类新的 A-ZCZ 序列偶集的构造方法。新的 A-ZCZ 序列偶集中每个子集均是传统的 ZCZ 序列偶集，且不同子集间具有大的 ZCCZ 宽度。本文的构造方法的最大优点是新的 A-ZCZ 序列偶集的 ZCZ 宽度能够根据系统需求灵活选择。如果在 QS-CDMA 系统中，相邻小区使用不同的子集，则新的 A-ZCZ 序列偶集的不同子集间的大的 ZCCZ 宽度将能有效地减小甚至消除邻小区间干扰，提高系统性能。

参 考 文 献

[1] Fan Ping-zhi and Hao Li. Generalized orthogonal sequences and their applications in synchronous CDMA systems[J]. *IEICE Transactions Fundamentals*, 2000, E83-A(11): 1–16.

[2] Matsufuji S, Kuroyanagi N, Suehiro N, *et al*.. Two types polyphase sequence sets for approximately synchronized CDMA systems[J]. *IEICE Transactions Fundamentals*, 2003, E86-A(1): 229–234.

[3] Torii H, Nakamura M, and Naoki S. A new class of zero-correlation zone sequences[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(3): 559–565.

[4] Tang Xiao-hu and Mow Wai-ho. A new systematic construction of zero correlation zone sequences based on interleaved perfect sequences[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(12): 5729–5734.

[5] 高军萍, 李琦, 李鹤. ZCZ 序列偶集构造方法研究[J]. 河北工业大学学报, 2014, 43(3): 10–15.
Gao Jun-ping, Li Qi, and Li He. The construction of ZCZ sequence pairs sets[J]. *Journal of Hebei University of Technology*, 2014, 43(3): 10–15.

[6] Shi Reng-hui, Zhao Xiao-qun, and Li Li-zhi. Research on construction method of ZCZ sequence pairs set[J]. *Journal of Convergence Information Technology*, 2011, 6(1): 15–23.

[7] 王龙业, 曾晓莉, 许成谦, 等. 新型零相关区序列偶集的交织构造[J]. 信息与控制, 2013, 42(1): 77–83.
Wang Long-ye, Zeng Xiao-li, Xu Cheng-qian, *et al*.. Novel method of sequence pairs set with zero correlation zone based on interleaved technique[J]. *Information and Control*, 2013, 42(1): 77–83.

[8] 李玉博, 许成谦, 刘凯, 等. 一类多相零相关区周期互补序列集构造法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(2): 340–345.
Li Yu-bo, Xu Cheng-qian, Liu Kai, *et al*.. A construction method of polyphase periodic complementary sequence sets with zero correlation zone[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(2): 340–345.

[9] 刘凯, 俞赛, 史洪印. 一类四元零相关区周期互补序列集[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(9): 2086–2092.
Liu Kai, Yu Sai, and Shi Hong-yin. A class of quaternary periodic complementary sequence sets with zero correlation zone[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(9): 2086–2092.

[10] 李玉博, 许成谦, 李刚, 等. 交织法构造四元低相关区序列集[J]. 电子学报, 2014, 42(4): 690–695.
Li Yu-bo, Xu Cheng-qian, Li Gang, *et al*.. Construction of quaternary low correlation zone sequence sets based on interleaving technique[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(4): 690–695.

[11] 李明阳, 柏鹏, 李寰宇, 等. 基于交织的零相关序列集的扩展方法研究[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2014, 34(2): 72–77.
Li Ming-yang, Bai Peng, Li Huan-yu, *et al*.. Extension method for zero correlation zone sequence set based on interleaving technique[J]. *Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications* (*Natural Science*), 2014, 34(2): 72–77.

[12] Torii H, Matsumoto T, and Nakamura M. A new method for constructing asymmetric ZCZ sequence sets[J]. *IEICE Transactions Fundamentals*, 2012, E95-A(9): 1577–1586.

[13] Torii H, Matsumoto T, and Nakamura M. Extension of methods for constructing polyphase asymmetric ZCZ sequence sets[J]. *IEICE Transactions Fundamentals*, 2013, E96-A(11): 2244–2252.

[14] Wang Long-ye, Zeng Xiao-li, and Wen Hong. A novel construction of asymmetric ZCZ sequence sets from interleaving perfect sequence[J]. *IEICE Transactions Fundamentals*, 2014, E97-A(12): 2556–2561.

[15] Wang Long-ye, Zeng Xiao-li, Wen Hong, *et al*.. New families of asymmetric zero-correlation zone sequence sets based on interleaved perfect sequence[C]. Proceedings of IEEE/CIC International Conference on Communications in China, Shanghai, China, 2014: 31–36.

[16] 李玉博, 许成谦, 李刚, 等. 一类三元多子集零相关区序列集构造法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(12): 2876–2880.
Li Yu-bo, Xu Cheng-qian, Li Gang, *et al*.. A class of ternary zero correlation zone sequence set with multiple subsets[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(12): 2876–2880.

[17] Wang Long-ye, Zeng Xiao-li, and Wen Hong. A novel construction of asymmetric sequence pairs set with zero-correlation zone[C]. Proceedings of International Conference on Sequences and Their Applications, Melbourne, Australia, 2014: 280–289.

[18] Gong G. New designs for signal sets with low cross correlation, balance property, and large linear span: GF(p) case[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2002, 48(11): 2847–2867.

[19] Zhou Zheng-chun, Tang Xiao-hu, and Gong G. A new class of sequences with zero or low correlation zone sequences based on interleaving technique[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(9): 4267–4273.

严李强：　男，1980 年生，硕士，讲师，研究方向为扩频序列设计、信号与信息处理.

曾晓莉：　女，1980 年生，硕士，副教授，研究方向为扩频序列设计、数据挖掘.

王龙业：　男，1976 年生，博士生，副教授，研究方向为扩频序列设计、代数与编码.

文　红：　女，1969 年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为无线通信、信息安全.