

## 基于互补自适应噪声的集合经验模式分解算法

蔡念\* 黄威威 谢伟 叶倩 杨志景  
(广东工业大学信息工程学院 广州 510006)

**摘要:** 经验模式分解(EMD)及其改进算法作为实用的信号处理方法至今仍然缺少严格的数学理论。该文尝试从数学理论上分析集合经验模式分解和自适应噪声集合经验模式分解的重构误差,推导出总体残留噪声的计算公式。针对自适应噪声集合经验模式分解在每一层固有模态分量上仍然存在残留噪声的问题,在分解过程中添加成对的正负噪声分量,提出一种基于互补自适应噪声的集合经验模式分解算法。实验结果表明,相比于集合经验模式分解和自适应噪声集合经验模式分解,所提的方法能够明显地减少每一层固有模态分量中残留的噪声,拥有较好的信号重构精度和更快的分解速度。

**关键词:** 经验模式分解; 集合经验模式分解; 自适应噪声集合经验模式分解; 模态混叠

**中图分类号:** TN911.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2015)10-2383-07

**DOI:** 10.11999/JEIT141632

## Ensemble Empirical Mode Decomposition Base on Complementary Adaptive Noises

Cai Nian Huang Wei-wei Xie Wei Ye Qian Yang Zhi-jing

(School of Information Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** Empirical Model Decomposition (EMD) and its improved algorithms are most useful signal processing methods. However, those methods still lack rigorous mathematical theory. This paper attempts to analyze mathematically the reconstruction errors for Ensemble EMD (EEMD) and EEMD with Adaptive Noises (EEMDAN). Moreover, the formulae of the residual noise are deduced step by step. There exists the residual noise in each intrinsic mode function during the EEMDAN. To suppress the residual noise, an improved ensemble empirical mode decomposition with complementary adaptive noises by adding pairs of positive and negative noises is proposed. The experimental results indicate that the proposed method can obviously reduce the residual noise in each intrinsic mode function compared with the EEMD and the EEMDAN, and it also has better signal reconstruction precision and faster signal decomposition.

**Key words:** Empirical Model Decomposition (EMD); Ensemble EMD (EEMD); EEMD with Adaptive Noise (EEMDAN); Mode mixing

### 1 引言

经验模式分解(Empirical Model Decomposition, EMD)是由 Huang 等人<sup>[1]</sup>于 1998 年提出的一种适用于非线性、非平稳信号的时频分析方法。该方法提出后得到了众多研究人员的关注,也被广泛应用于

各个领域<sup>[2-6]</sup>。经验模式分解虽然在分析非线性、非平稳信号中有很多优势,但由于其理论还需完善,至今仍然存在一些问题,例如:端点效应<sup>[7,8]</sup>、模态混叠<sup>[9-11]</sup>等。

发生模态混叠时,不同尺度的信号被分解到同一个固有模态分量(Intrinsic Mode Functions, IMFs)中,严重时无法得到物理意义明确的结果,使 EMD 分解失去意义<sup>[12]</sup>。为了解决模态混叠,文献[13]提出了集合经验模式分解(Ensemble EMD, EEMD)。EEMD 在分解过程中,通过向信号中不断加入白噪声的方法来解决模态混叠。该方法虽然能较好地改善模态混叠,但对信号进行重构时,信号中残留的剩余噪声较大。为了解决剩余噪声过大的问题,文献[14]提出了互补集合经验模式分解(Complementary EEMD, CEEMD)。随后文献[15]

收稿日期: 2014-12-25; 改回日期: 2015-06-15; 网络出版: 2015-07-17

\*通信作者: 蔡念 cainian@gdut.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61001179, 61471132), 东莞市产学研合作项目(2013509104105)和广州市产学研协同创新重大专项(201508010001)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61001179, 61471132); The Project on Integration of Production, Education, and Research, Dongguan, Guangdong Province, China (2013509104105); The Guangzhou Science & Technology Key Project on Collaborative Innovation in Integration of Production, Education, and Research (201508010001)

提出了集合经验模式分解的改进方法——基于自适应噪声的集合经验模式分解(Ensemble EEMD with Adaptive Noise, EEMDAN)。与 EEMD 方法不同,该方法在分解过程中并不是直接添加白噪声,而是添加经 EMD 分解的限带的噪声分量;该算法除了添加的噪声不同外,对分解过程也进行了改进。实验表明该方法可以减少筛选次数,减小计算量,一定程度上也减少了虚假分量,重构原信号时重构误差大大降低<sup>[15]</sup>。虽然从分解的整体来看 EEMDAN 的重构误差很小,但由于集合平均次数的限制,该方法在每一层分解完之后,IMF 分量也不可避免地存在残余噪声。

本文尝试从数学理论上分析集合经验模式分解和自适应噪声集合经验模式分解的重构误差,推导总体残留噪声的计算公式。借鉴 CEEMD 的方法,在 EEMDAN 分解时向信号中添加成对的正负的白噪声分量,提出一种基于互补自适应噪声的集合经验模式分解算法(EEMD with Complementary Adaptive Noise, EEMDCAN)。

## 2 集合经验模式分解

EEMD 算法是 Wu 和 Huang 在充分研究白噪声统计特性<sup>[16]</sup>后,针对 EMD 存在模态混叠现象提出的一种改进算法。该算法通过向原信号中多次添加等幅值的随机白噪声改变信号中的极值点分布,使极值点分布更趋均匀,避免了由于间歇性高频分量造成的模态混叠。然后对分解的结果进行集合平均,使得白噪声在多次 EMD 分解之后相互抵消,有物理意义的 IMF 分量保留下来。该算法的流程如下:

(1) 对待分解的信号  $s(t)$  中加入随机的白噪声  $\xi_0 n^i(t)$ :

$$x^i(t) = s(t) + \xi_0 n^i(t) \quad (1)$$

(2) 对加噪后的信号  $x^i(t)$  进行 EMD 分解得到一组固有模态分量  $\text{imf}_j^i(t)$ ,

$$s(t) + \xi_0 n^i(t) \xrightarrow{\text{EMD}} \sum_{j=1}^N \text{imf}_j^i(t) + r^i(t) \quad (2)$$

因为 EMD 分解的完备性,式(2)亦可用等式表示:

$$s(t) + \xi_0 n^i(t) = \sum_{j=1}^N \text{imf}_j^i(t) + r^i(t) \quad (3)$$

(3) 重复步骤(1)和步骤(2),其中  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  为添加白噪声的次数,也称为集合平均的次数;  $j = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为每次 EMD 分解得到固有模态分量的阶数;  $\xi_0$  为所加噪声的幅值,常取信号标准差的 0.1~0.2 倍<sup>[13]</sup>。

(4) 对  $M$  次 EMD 分解得到的固有模态分量

$\text{imf}_j^i(t)$  进行集合平均:

$$\overline{\text{imf}}_j(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_j^i(t) \quad (4)$$

(5) 将集合平均后的各阶固有模态分量  $\overline{\text{imf}}_j(t)$  作为 EEMD 分解的结果, EEMD 算法完成。

为了分析最后的重构误差,本文将步骤(3)中所得到的  $M$  个等式相加,可得:

$$s(t) = \sum_{j=1}^N \overline{\text{imf}}_j(t) + \bar{r}(t) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \xi_0 n^i(t) \quad (5)$$

其中  $\overline{\text{imf}}_j(t)$  为各阶集合平均固有模态分量;

$\bar{r}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r^i(t)$  为最后的剩余分量;在实际应用中

一般用  $\overline{\text{imf}}_j(t)$  和  $\bar{r}(t)$  重构原信号。  $-\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \xi_0 n^i(t)$  为

EEMD 的重构误差,从分解的整体来看,即为最后残留在信号中的剩余噪声。设:

$$\text{Rn}_1(t) = -\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \xi_0 n^i(t) \quad (6)$$

根据高斯白噪声的统计特性,随着集合平均次数  $M$  的增加,  $-\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \xi_0 n^i(t)$  就越趋近于零,重构误差就越小,但增加集合次数又会增加计算量,消耗计算时间。

## 3 自适应噪声集合经验模式分解

EEMDAN 算法<sup>[15]</sup>对 EEMD 进行了两方面的改进:第一,在分解过程中并不是直接向信号中添加标准的白噪声,而是添加经过 EMD 分解的噪声分量(第一阶 IMF 除外),该噪声分量的带宽经过了 EMD 的自适应分割;第二,与 EEMD 独立分解出各组信号所有的固有模态分量之后再行集合平均不同, EEMDAN 分解出各组信号的第一阶固有模态分量  $\text{imf}_1^i(t)$  后,立即进行集合平均得到第一阶集合平均固有模态分量  $\overline{\text{imf}}_1(t)$ ,然后从原信号中剔除第一阶集合平均固有模态分量得到一个剩余分量  $r_1(t)$ ,将该剩余分量作用为新的信号,继续重复上述过程得到第二,第三直到最后一阶模态分量。我们定义一个操作  $E_j(\bullet)$ ,即信号经过 EMD 分解后得到的第  $j$  阶模态分量,  $a_k$  为所加噪声的幅值, EEMDAN 算法可以描述如下:

(1) 对原信号  $s(t)$  添加标准的白噪声:  $s(t) + a_0 n^i(t)$ , 然后进行一次 EMD 分解,

$$s(t) + a_0 n^i(t) = \text{imf}_1^i(t) + r_1^i(t) \quad (7)$$

其中  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  为添加白噪声的次数;对  $M$  个固有模态分量  $\text{imf}_1^i(t)$  集合平均得到新的第一阶固有模态分量:

$$\overline{\text{imf}}_1(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_1^i(t) \quad (8)$$

(2) 提取第 1 个模态分量并求出剩余分量:

$$\begin{aligned} r_1(t) &= s(t) - \overline{\text{imf}}_1(t) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_1^i(t) - \frac{1}{M} a_0 \sum_{i=1}^M n^i(t) \end{aligned} \quad (9)$$

对剩余分量  $r_1(t)$  添加经 EMD 分解的噪声分量  $E_1(n^i(t))$ , 再进行一次 EMD 分解:

$$r_1(t) + a_1 E_1(n^i(t)) = \text{imf}_2^i(t) + r_2^i(t) \quad (10)$$

其中  $E_1(n^i(t))$  为白噪声  $n^i(t)$  经过 EMD 分解后得到的第一阶模态分量。对上述  $M$  个固有模态分量  $\text{imf}_2^i(t)$  集合平均后得到新的第二阶固有模态分量:

$$\begin{aligned} \overline{\text{imf}}_2(t) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_2^i(t) \\ &= r_1(t) + \frac{1}{M} a_1 \sum_{i=1}^M E_1(n^i(t)) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_2^i(t) \end{aligned} \quad (11)$$

得到剩余分量为

$$\begin{aligned} r_2(t) &= r_1(t) - \overline{\text{imf}}_2(t) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_2^i(t) - \frac{1}{M} a_1 \sum_{i=1}^M E_1(n^i(t)) \end{aligned} \quad (12)$$

(3) 第  $k$  个剩余分量为

$$\begin{aligned} r_k(t) &= r_{k-1}(t) - \overline{\text{imf}}_k(t) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_k^i(t) - \frac{1}{M} a_{k-1} \sum_{i=1}^M E_{k-1}(n^i(t)) \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $k = 2, 3, \dots$ , 对剩余分量继续加噪声  $r_k(t) + a_k E_k(n^i(t))$ , 然后再进行一次 EMD 分解:

$$r_k(t) + a_k E_k(n^i(t)) = \text{imf}_{k+1}^i(t) + r_{k+1}^i(t) \quad (14)$$

对上述  $M$  个固有模态分量  $\text{imf}_{k+1}^i(t)$  集合平均, 得到第  $k+1$  阶固有模态分量:

$$\begin{aligned} \overline{\text{imf}}_{k+1}(t) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_{k+1}^i(t) \\ &= r_k(t) + \frac{1}{M} a_k \sum_{i=1}^M E_k(n^i(t)) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_{k+1}^i(t) \end{aligned} \quad (15)$$

求出剩余分量  $r_{k+1}(t)$ :

$$\begin{aligned} r_{k+1}(t) &= r_k(t) - \overline{\text{imf}}_{k+1}(t) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_{k+1}^i(t) - \frac{1}{M} a_k \sum_{i=1}^M E_k(n^i(t)) \end{aligned} \quad (16)$$

(4) 循环进行步骤(3), 直到提取出所有的固有模态分量之后得到剩余分量  $R(t)$ 。

继续分析重构误差, 将步骤(1)中所得到的  $M$  个式(7)相加, 可得

$$s(t) + \frac{1}{M} a_0 \sum_{i=1}^M n^i(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_1^i(t) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_1^i(t) \quad (17)$$

将步骤(2)中所得到的  $M$  个式(10)相加, 可得

$$\begin{aligned} r_1(t) + \frac{1}{M} a_1 \sum_{i=1}^M E_1(n^i(t)) \\ = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_2^i(t) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_2^i(t) \end{aligned} \quad (18)$$

步骤(3)中所得到的  $M$  个式(14)相加, 可得

$$\begin{aligned} r_k(t) + \frac{1}{M} a_k \sum_{i=1}^M E_k(n^i(t)) \\ = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_{k+1}^i(t) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_{k+1}^i(t) \end{aligned} \quad (19)$$

将式(17), 式(18)及式(19)依次迭代相加, 并将式(9), 式(12), 式(13)代入等式中可得

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{j=1}^N \overline{\text{imf}}_j(t) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_N^i(t) \\ &\quad - \frac{1}{M} a_{N-1} \sum_{i=1}^M E_{N-1}(n^i(t)) \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $\overline{\text{imf}}_j(t)$  为各阶集合平均固有模态分量,

$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_N^i(t)$  为最后的剩余分量  $R(t)$ ;  $-\frac{1}{M} a_{N-1} \sum_{i=1}^M E_{N-1}(n^i(t))$  为重构误差, 从分解的整体来看, 即为残留在信号中的剩余噪声。设

$$\text{Rn}_2(t) = -\frac{1}{M} a_{N-1} \sum_{i=1}^M E_{N-1}(n^i(t)) \quad (21)$$

其中  $a_k (k = 2, 3, \dots, N-1)$  通常取信号标准差的 0.1~0.2 倍;  $E_{N-1}(n^i(t))$  为白噪声  $n^i(t)$  进行 EMD 分解后得到的第  $N-1$  阶模态分量, 幅值很小。

#### 4 互补自适应噪声集合经验模式分解

根据文献[15]和第 3 节数学理论推导可知, 从分解的整体来看在集合平均次数  $M$  相同的条件下, EEMDAN 最终残留噪声比 EEMD 小, 即重构误差比 EEMD 小。但这并不意味着在每层的局部分解过程中, 残留在每个 IMF 分量中的白噪声分量很小。要减小每层 IMF 分量中残留的噪声就必须增加集合平均次数  $M$ , 但这样又会增加计算量。为此, 我们借鉴 CEEMD 方法, 在 EEMDAN 分解的基础上提出互补自适应噪声集合经验模式分解, 即在每一层的分解过程中成对地添加正负噪声对, 其他过程与 EEMDAN 相同。具体算法如下:

(1) 在求解第一阶固有模态分量时添加正负噪声对:  $s(t) + (-1)^q a_0 n^i(t)$ , 并进行一次 EMD 分解:

$$s(t) + (-1)^q a_0 n^i(t) = \text{imf}_1^i(t) + r_1^i(t) \quad (22)$$

其中  $q = 1, 2, i = 1, 2, \dots, M/2$ ,  $M/2$  为添加正负噪声的对数; 对  $M$  个固有模态分量  $\text{imf}_1^i(t)$  集合平均, 得到第一阶固有模态分量  $\overline{\text{imf}}_1(t)$ :

$$\overline{\text{imf}}_1(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_1^i(t) = s(t) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_1^i(t) \quad (23)$$

对比式(8)和式(23), 在  $M$  次集合平均中正负噪声对  $(-1)^q a_0 n^i(t)$  互相抵消, 故可以减小残留在  $\overline{\text{imf}}_1(t)$  中的噪声。

(2)提取第 1 个模态分量并求出剩余分量:

$$r_1(t) = s(t) - \overline{\text{imf}}_1(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_1^i(t) \quad (24)$$

对剩余分量  $r_1(t)$  添加经 EMD 分解的噪声分量  $(-1)^q E_1(n^i(t))$ :  $r_1(t) + (-1)^q a_1 E_1(n^i(t))$ , 再进行一次 EMD 分解:

$$r_1(t) + (-1)^q a_1 E_1(n^i(t)) = \text{imf}_2^i(t) + r_2^i(t) \quad (25)$$

对上述  $M$  个固有模态分量  $\text{imf}_2^i(t)$  集合平均后得到第二阶固有模态分量:

$$\overline{\text{imf}}_2(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_2^i(t) = r_1(t) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_2^i(t) \quad (26)$$

得到剩余分量为

$$r_2(t) = r_1(t) - \overline{\text{imf}}_2(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_2^i(t) \quad (27)$$

(3)在求解之后的固有模态分量时添加正负噪声分量对  $r_k(t) + (-1)^q a_k E_k(n^i(t))$ , 其中  $k = 2, 3, \dots$ 。然后再进行一次 EMD 分解:

$$r_k(t) + (-1)^q a_k E_k(n^i(t)) = \text{imf}_{k+1}^i(t) + r_{k+1}^i(t) \quad (28)$$

对上述  $M$  个固有模态分量  $\text{imf}_{k+1}^i(t)$  集合平均得到第  $k+1$  阶固有模态分量:

$$\overline{\text{imf}}_{k+1}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{imf}_{k+1}^i(t) = r_k(t) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_{k+1}^i(t) \quad (29)$$

求出剩余分量  $r_{k+1}(t)$ :

$$r_{k+1}(t) = r_k(t) - \overline{\text{imf}}_{k+1}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_{k+1}^i(t) \quad (30)$$

对比式(15)和式(29), 在  $M$  次集合平均中正负噪声分量对  $(-1)^q a_k E_k(n^i(t))$  互相抵消, 故可以减小残留在  $\overline{\text{imf}}_{k+1}(t)$  中的噪声。

(4)循环进行步骤(3), 直到提取出所有的固有模态分量之后得到剩余分量  $R(t)$ 。

## 5 实验仿真

选用美国麻省理工学院 MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database 数据库 16265 号 ECG 第一联信号<sup>[17]</sup>进行分解实验, 数据采样率为 128 Hz, 记录长度为 10 s, 传感器采集数据时幅值增益为 200(幅值单位 mV), ECG 信号的波形如图 1 所示。分解时所加噪声幅值均为信号标准差的 0.2 倍, EEMD 和 EEMDAN 添加噪声次数为 50 次, EEMDCAN 添加正负噪声对数为 25 对, 分解得到

的模态分量如图 2 所示, 图 3 为本次 3 种方法分解的重构误差。为了更清楚地比较 3 种方法分解 ECG 信号的性能, 取出图 2 中各分解结果的前 3 个 IMF 分量及 EEMDAN 添加噪声次数增加到 800 次分解得到的前 3 个分量, 如图 4 所示。

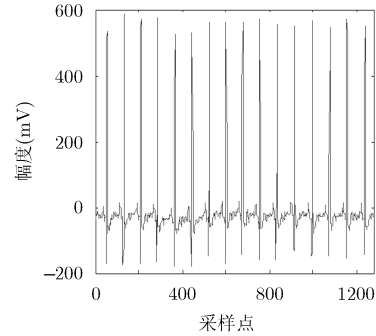


图 1 ECG 信号的波形图

为了进一步展示 EEMDCAN 算法的优越性, 在上述分解参数的条件下, 采用以上 3 种方法分解该数据库中所有 18 个 ECG 第一联信号, 并计算所有信号的重构均方根误差(root mean squared error)的均值和方差(如表 1)以及分解所需总迭代次数的均值和方差(如表 2)。

表 1 3 种分解方法重构均方根误差的均值和方差

分解类型	EEMD	EEMDAN	EEMDCAN
重构均方根误差的均值	2.1043	1.2860e-14	1.2675e-14
重构均方根误差的方差	0.5156	1.9891e-29	2.2998e-29

表 2 3 种分解方法分解 ECG 信号时总迭代次数的均值和方差

分解类型	EEMD	EEMDAN	EEMDCAN
总迭代次数均值	2.6457e+04	9.4609e+03	7.4107e+03
总迭代次数方差	3.2151e+08	9.0169e+06	5.3811e+06

从图 2 可以看出, 对于同一个信号 ECG, EEMD, EEMDAN 和 EEMDCAN 分解分别得到 12, 11 和 10 个 IMF 分量, 即在添加噪声总次数相同条件下, EEMDCAN 得到的虚假分量较 EEMD 和 EEMDAN 少。从图 3(a)~图 3(c)及表 1 可以看出 EEMDAN 与 EEMDCAN 的重构误差大致相等, 但比 EEMD 的重构误差小很多, 这与第 3 节的数学理论分析结论相同。从图 4(b)中可以看出 EEMDAN 虽然从整体上可以比较精确地重构出原信号, 但 EEMDAN 在每一层分解得到的 IMF 中仍然残留有剩余的噪声分量, 只是在重构时各个 IMF 分量中残

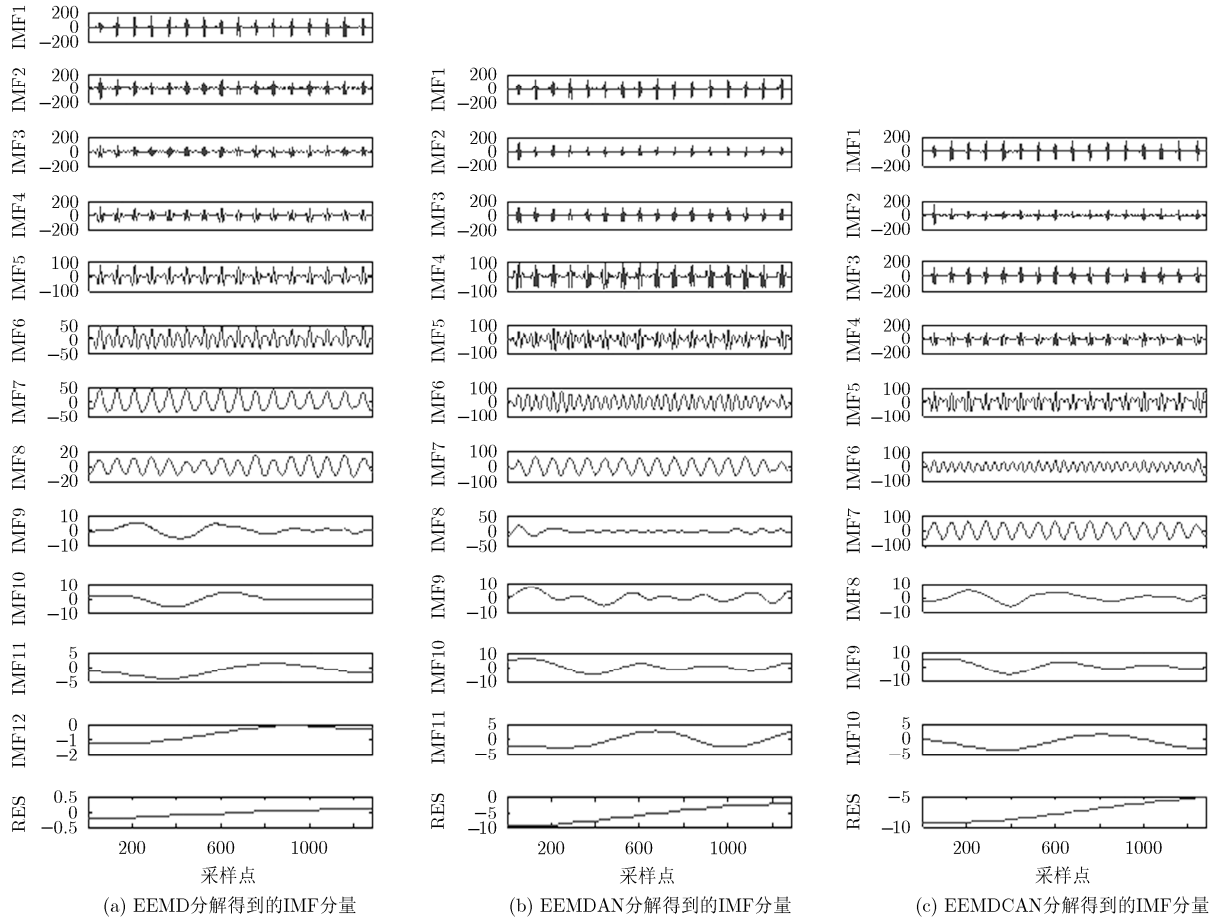


图 2 3种分解方法得到的IMF分量

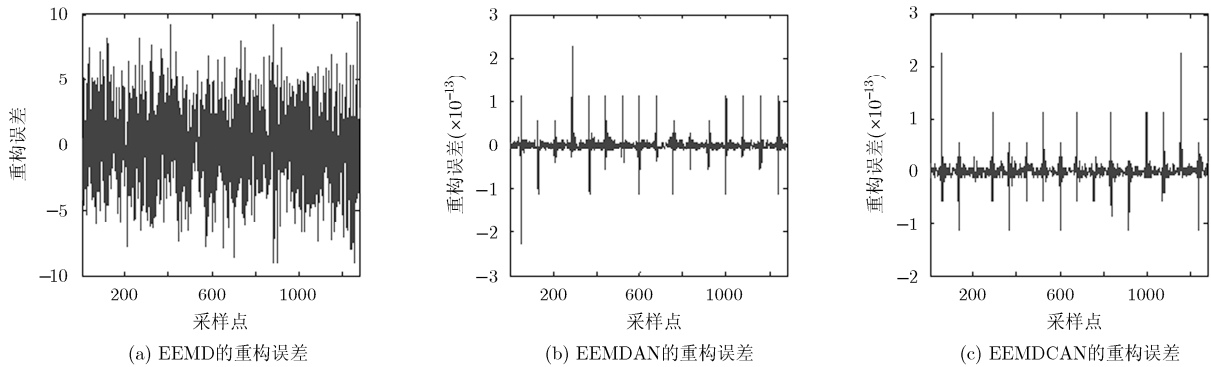


图 3 3种分解方法的重构误差

留的噪声之和几乎为零而已。对比图 4(b)和图 4(c)中 IMF3 分量箭头处的波形可知，在添加噪声总次数相同的条件下(包括正负噪声对)，相对于 EEMDAN 分解的结果 EEMCAN 可以明显减小残留在各层 IMF 分量中的剩余噪声。对比图 4(b)和图 4(d)可以看出要减小 IMF 分量中残留的噪声必须增加 EEMDAN 集合平均次数，但增加集合平均的次数会大大增加计算量。

从表 2 可以看出 EEMDAN 与 EEMDCAN 总

迭代次数比 EEMD 分解次数少很多，大大减小了计算量，且 EEMDCAN 能在不增加计算量的条件下显著减少 IMF 分量中残留的噪声。

## 6 结束语

EEMDAN 作为 EEMD 算法的改进方法可以减少筛选迭代次数，减少虚假分量，提高重构精度。但由于集合次数的限制，在每个 IMF 分量中仍然残留有噪声。本文推导了 EEMD 及 EEMDAN 分解后

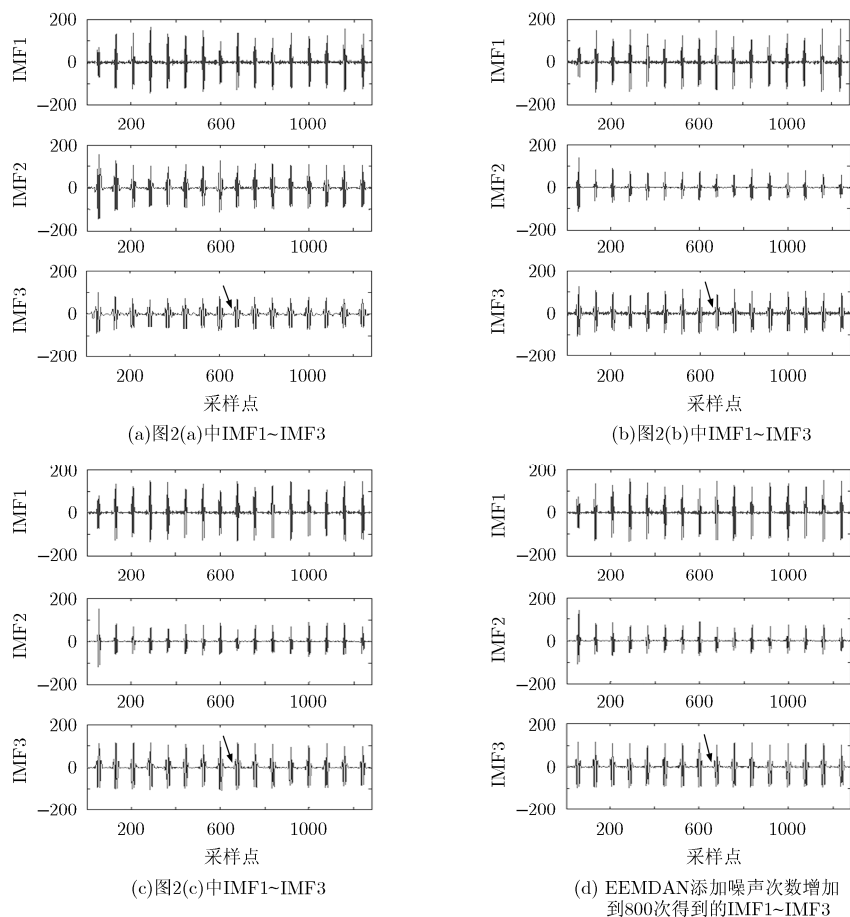


图4 3种分解方法得到的前3个分量

总体残留噪声的计算公式，分析了重构误差。在EEMDAN算法的基础上提出EEMDCAN算法，并应用于ECG信号的分解。实验结果表明EEMD和EEMDAN，EEMDCAN算法可以不用大幅增加集合平均次数的条件下显著减小残留在每个IMF分量的残留噪声，这在生物医学工程应用中具有一定的优势。本文下一步将继续研究利用EEMDCAN算法抑制心电信号中的工频干扰、基线漂移及去噪。

### 参考文献

- [1] Huang N E, Shen Z, Long S R, *et al.* The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995.
- [2] Yang Z, Ling B W K, and Bingham C. Trend extraction based on separations of consecutive empirical mode decomposition components in Hilbert marginal spectrum[J]. *Measurement*, 2013, 46(8): 2481-2491.
- [3] Yang Z, Ling B W K, and Bingham C. Fault detection and signal reconstruction for increasing operational availability of industrial gas turbines[J]. *Measurement*, 2013, 46(6): 1938-1946.
- [4] 王玉静, 康守强, 张云, 等. 基于集合经验模态分解敏感固有模态函数选择算法的滚动轴承状态识别方法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(3): 595-600.  
Wang Yu-jing, Kang Shou-qiang, Zhang Yun, *et al.* Condition recognition method of rolling bearing based on ensemble empirical mode decomposition sensitive intrinsic mode function selection algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(3): 595-600.
- [5] Li H, Wang X, Chen L, *et al.* Denoising and R-peak detection of electrocardiogram signal based on EMD and improved approximate envelope[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2014, 33(4): 1261-1276.
- [6] 杨达, 王孝通, 徐冠雷. 基于多尺度极值的一维信号趋势项快速提取方法研究[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(5): 1208-1214.  
Yang Da, Wang Xiao-tong, and Xu Guan-lei. Research on 1D signal fast trend extracting via multi-scale extrema[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(5): 1208-1214.
- [7] 白春华, 周宣赤, 林大超, 等. 消除 EMD 端点效应的 PSO-SVM 方法研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(5): 1298-1306.

- Bai Chun-hua, Zhou Xuan-chi, and Lin Da-chao, *et al.*. PSO-SVM method based on elimination of end effects in EMD[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2013, 33(5): 1298-1306.
- [8] Lin D C, Guo Z L, An F P, *et al.* Elimination of end effects in empirical mode decomposition by mirror image coupled with support vector regression[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 31: 13-28.
- [9] 汤宝平, 董绍江, 马靖华. 基于独立分量分析的 EMD 模态混叠消除方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33(7): 1477-1482.  
Tang Bao-ping, Dong Shao-jiang, and Ma Jing-hua. Study on the method for eliminating mode mixing of empirical mode decomposition based on independent component analysis[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(7): 1477-1482.
- [10] Shen W C, Chen Y H, and Wu A Y A. Low-complexity sinusoidal-assisted EMD (SAEMD) algorithms for solving mode-mixing problems in HHT[J]. *Digital Signal Processing*, 2014(24): 170-186.
- [11] Zheng J, Cheng J, and Yang Y. Partly ensemble empirical mode decomposition: an improved noise-assisted method for eliminating mode mixing[J]. *Signal Processing*, 2014(96): 362-374.
- [12] 高云超, 桑恩方, 许继友. 分离 EMD 中混叠模态的新方法[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2008, 29(9): 963-966.  
Gao Yun-chao, Sang En-fang, and Xu Ji-you. A new method for separating mixed modes in empirical mode decomposition [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2008, 29(9): 963-966.
- [13] Wu Z and Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method[J]. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, 1(1): 1-41.
- [14] Yeh J R, Shieh J S, and Huang N E. Complementary ensemble empirical mode decomposition: a novel noise enhanced data analysis method[J]. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2010, 2(2): 135-156.
- [15] Torres M E, Colominas M A, Schlotthauer G, *et al.* A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise[C]. 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Prague, Czech, 2011: 4144-4147.
- [16] Wu Z and Huang N E. A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2004, 460(2046): 1597-1611.
- [17] Goldberger A L, Amaral L A N, Glass L, *et al.* PhysioBank, Physio Toolkit and PhysioNet: components of a new research resource for complex physiologic signals[J]. *Circulation*, 2000, 101(23): E215-E220.
- 蔡 念: 男, 1976 年生, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为数字信号处理、图像处理、模式识别等。  
黄威威: 男, 1986 年生, 硕士, 主要研究方向为数字信号处理、DSP 开发等。