# 一种 M-FSK 信号的能量度量 Viterbi 软译码算法性能分析

董彬虹 唐 鹏<sup>\*</sup> 杜 洋 赵 岩 (电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 611731)

摘 要: Viterbi 译码算法广泛应用于无线数字通信系统,一般采用比特对数似然信息(LLR)作为译码器的输入。 针对 *M*-FSK 信号,该文提出一种采用信号解调得到的 *M* 维能量信息,直接作为译码器分支度量值,并给出了相 应的 Viterbi 译码算法。在加性高斯白噪声(AWGN)和瑞利(Rayleigh)衰落信道下对所提算法的 BER 性能进行了理 论推导,得到了闭合表达式。通过仿真验证了理论推导的正确性,与常规 Viterbi 算法相比,所提算法避免了比特 LLR 和分支度量值的计算,降低了算法复杂度和减少了信息损失,提高了 *M*-FSK 信号软解调 Viterbi 译码算法的 BER 性能,是一种更适用于工程实现的 *M*-FSK 信号的 Viterbi 译码算法。

关键词: Viterbi 译码; 比特对数似然信息; 能量度量; 多元频移键控; 误比特率
 中图分类号: TN911.22
 文献标识码: A
 文章编号: 1009-5896(2015)08-1920-06
 DOI: 10.11999/JEIT141532

# Performance Analysis of Energy Metrics for Viterbi Soft Decoding Algorithm Based on *M*-FSK Signal

Dong Bin-hong Tang Peng Du Yang Zhao Yan

 $(National\ Key\ Laboratory\ of\ Communication,\ University\ of\ Electronic\ Science\ and\ Technology\ of\ China,$ 

Chengdu 611731, China)

Abstract: The Viterbi decoding algorithm is widely used in the wireless digital communication system, generally using the bit Log-Likelihood Ratio (LLR) as its input. For an *M*-ary Frequency Shift Keying (*M*-FSK) signal, a corresponding Viterbi decoding algorithm by directly adopting the *M*-dimensions energy information of the signal demodulation as the decoder branch metrics is proposed. This paper analyzes the theoretical performance of the proposed algorithm in the AWGN and the Rayleigh fading channels, and the upper bound for closed-form expressions of the Bit Error Rate (BER) performance are derived. The validity of the theoretical derivation is demonstrated by the simulations. Compared with the existing Viterbi algorithm, the proposed scheme can avoid the computing of the bit LLR and the branch metric, also it can descend the complex of the algorithm and decrease the loss of the information, improve the BER performance in the presence of Viterbi decoding algorithm which based on the *M*-FSK signal soft demodulation. Thus, the proposed scheme is a Viterbi decoding algorithm that is more adaptive to the actual project based on the *M*-FSK signal.

**Key words**: Viterbi decoding; Bit Log-Likelihood Ratio (LLR); Energy metrics; *M*-ary Frequency Shift Keying (*M*-FSK); Bit Error Rate (BER)

1 引言

1955年,文献[1]首先提出了卷积编码技术,与 分组码不同,卷积码是由连续输入的信息序列得到 连续输出的编码序列。与卷积编码技术相对应的所 有译码算法中,Viterbi译码算法<sup>[2]</sup>是在多数信道下 的最优译码算法,其充分利用了码字之间的相关性, 提高了编码码字的纠错能力,被广泛地应用于 WiMAX<sup>[3]</sup>,无线传感器网络<sup>[4]</sup>,航空<sup>[5]</sup>和航海<sup>[6]</sup>等无 线数字通信领域。因此一直以来 Viterbi 译码算法的 研究文献层出不穷:文献[7]提出了 4D-8PSK-TCM 系统下的维特比译码算法,采用一种辅助网格的方 法,极大降低了计算路径度量值的运算复杂度;文 献[8]提出了一种差分协调信号的 Viterbi 译码算法, 针对差分相移键控(Differential Phase Shift Keying, DPSK)系统,构建了一个基于 Viterbi 译码接收的 三节点差分协同通信系统模型,提高了系统性能; 文献[9]对正交相移键控(Quadrature Phase Shift Keying, QPSK)和 正交 幅度 调 制 (Quadrature Amplitude Modulation, QAM)下使用 Viterbi 译码

<sup>2014-12-02</sup> 收到, 2015-03-03 改回, 2015-06-08 网络优先出版 国家自然科学基金(61201126),新世纪优秀人才支持计划(NCET-11-0058)和四川省青年科技基金(2012JQ0020)资助课题 \*通信作者: 唐鹏 454847157@qq.com

的脉冲干扰抑制技术进行研究,结果发现使用基于 限制的度量值方法能获得更高的BER性能;文献[10] 在高速 QPSK 解调输出下,提出了一种应用于高速 数据接收机下的并行 Viterbi 译码结构,以此来应对 未来数传系统 Gbps 译码速率的需求。以上文献都 是针对相移键控(Phase Shift Keying, PSK)或幅度 调制(Amplitude Modulation, AM)信号,其 Viterbi 译 码 通 常 采 用 输 入 比 特 对 数 似 然 信 息 (Log-Likelihood Ratio, LLR)的软判决译码算法<sup>[11,12]</sup>,文 献[13]中给出了一种 4FSK 信号的软解调方法,将软 解调后的 4 维频点能量信号经过降维运算,得到 2 维的近似比特 LLR 信息,送入 Viterbi 译码。

本文进一步针对 *M*-FSK( $M = 2^N$ , N = 1,2, 3,…)信号的 Viterbi 译码方法进行研究:将信号解 调和 Viterbi 译码器进行紧耦合设计,提出了一种将 信号解调的 *M* 维能量信息直接作为 Viterbi 译码器 的分支度量值方法,避免了比特 LLR 软信息和分支 度量值的计算,简化了译码结构,降低了算法复杂 度,并给出了具体的译码算法;与文献[13]的基于比 特 LLR 的软解调方法相比,降低了算法复杂度和减 少了信息的损失,提高了 *M*-FSK 信号传输的 BER 性能。最后对所提算法在 AWGN 信道和 Rayleigh 衰落信道下的 BER 性能进行了理论推导和仿真验 证,并与比特 LLR 输入的 Viterbi 算法性能进行了 比较。

# 2 M 维能量度量 Viterbi 软译码算法

Viterbi译码主要包括 3 个单元:分支度量值计 算单元,加比选单元和译码回溯单元,PSK,AM 信 号和文献[13]采用的基于比特 LLR 软信息输入的 Viterbi译码步骤如下:

步骤 1 比特 LLR 软信息计算:在工程中对于 PSK 和 AM 信号,由于比特 LLR 运算量过大,一 般采用近似比特 LLR 算法<sup>[14]</sup>;而对于 *M*-FSK 信号, 文献[13]给出了一种 4FSK 信号通过降维运算得到 比特 LLR 的方法。

步骤 2 分支度量值计算: 将步骤 1 得到的比特 LLR 软信息与译码状态网格图的输出值逐分支进行欧氏距离计算。

步骤 3 加比选单元:将步骤 2 得到的分支度 量值与当前状态的分支度量值之和(初始值为 0)进 行累加;比较进入同一状态的所有路径的分支度量 值之和,保留最小值路径;选取所有状态更新后的 分支度量值之和最小的路径,得到此路径对应的状 态编号。

步骤 4 译码回溯单元:将步骤 3 得到的状态

编号送入回溯单元进行缓存;达到译码深度后,输 出译码结果。

本文针对 *M*-FSK 信号特点,提出一种能量度 量 Viterbi 软译码算法,直接将信号解调的 *M* 维能 量值作为状态网格图的分支度量值,其中 *M* 维能量 值是接收信号通过一组并行的中心频率为  $f_1, f_2, \dots, f_M$  的匹配滤波器,再进行平方律检测得到的;而通 常 Viterbi 软译码算法是以欧式距离作为分支度量 值。以 *M*=4 为例,图 1 为 4 维能量度量 Viterbi 译 码状态网格图,图中卷积编码约束长度 *K*=3,生成 多项式为[5 7],分支度量值为 4-FSK 信号软解调得 到的 4 维能量值  $\varepsilon_h^n, \varepsilon_h^n, \varepsilon_h^n \pi \varepsilon_h^n$ 。

*M* 维能量度量 Viterbi 软译码算法主要包括两个单元:加比选单元和译码回溯单元,具体步骤如下:

步骤 1 加比选单元:将输入的能量分支度量 值直接作为分支度量值,并与当前状态的分支度量 值之和(初始值为 0)进行累加;比较进入同一状态的 所有路径的分支度量值之和,保留最大值路径;选 取所有状态更新后的分支度量值之和最大的路径, 得到此路径对应的状态编号。

步骤 2 译码回溯单元:将步骤 1 得到的状态 编号送入回溯单元进行缓存,达到译码深度后,输 出译码结果。

对比以上两种 Viterbi 软译码算法,主要不同 之处为:

(1)分支度量值的含义不同: *M* 维能量 Viterbi 软译码算法分支度量值为接收到的 *M* 维频点能量 值,比特 LLR 输入的 Viterbi 软译码算法的分支度 量值为欧式距离;

(2)加比选的准则不同: *M* 维能量 Viterbi 软译 码算法的加比选单元内是选择并保留分支度量值之 和最大的路径,比特 LLR 输入的 Viterbi 算法在加



比选单元内是选择并保留分支度量值之和最小的路 径;

(3)算法复杂度不同: M 维能量 Viterbi 软译码 算法避免了比特 LLR 和分支度量值的计算,简化了 译码器结构,降低了算法复杂度。

此外 M 维能量 Viterbi 软译码算法相比文献[13] 中关于 M-FSK 软解调 Viterbi 译码算法,由于其避 免了计算接收信号比特 LLR 的信息损失,相应提高 了 M-FSK 信号的传输性能;综上所述,本文所提 算法更有利于 M-FSK 软解调 Viterbi 译码的工程实 现。

# 3 接收机模型

*M*-FSK 发送信号可以表示为 *M* 个能量相等、频率不同的正交信号波形,假设发送频率序号为 *m*,则相应的信号可以表示为<sup>[15]</sup>

$$s_m(t) = \operatorname{Re}[s_{lm}(t)e^{j2\pi f_c t}], \ m = 0, 1, \cdots, M - 1,$$
  
$$0 < t < T \tag{1}$$

其中 $s_{lm}(t) = \sqrt{2\varepsilon/T} \cdot e^{j2\pi f_m t}$ , T表示周期,即各频点 驻留时间;信号能量可表示为 $\varepsilon = \frac{1}{2} \int_0^T |s_{lm}(t)|^2 dt$ ,  $f_c$ 是载波频率;接收等效低通信号波形可表示为  $\eta(t) = \alpha e^{-j\phi} s_{lm}(t) + n(t)$  (2)

其中
$$\alpha = 1$$
时,无线信道为 AWGN 信道;  $\alpha$ 为随机  
变量时,无线信道为 Rayleigh 衰落信道。 $\phi_l$ 表示等  
效低通衰落信号的相位,在 $[0,2\pi]$ 上均匀分布; $s_{lm}$ 是  
等效低通信号;  $n(t)$ 是信道噪声。第 $l$ 时刻接收信号  
经过一组并行的中心频率为  $f_m(m=0, 1, \dots, M-1)$   
的匹配滤波器,再进行平方律检测:

$$U_{l,m} = \left| \int_0^T r_l(t) s_{lm}^*(t) dt \right|^2, \ m = 0, 1, \cdots, M - 1 \quad (3)$$

定义成对比较路径编号为 n,其中正确路径编 号为 n=0,错误路径编号为 n=1, R<sub>n,l,m</sub>表示第 n 条 合法频率转移路径上,第 l 时刻信号在第 m 个基带 频率的平方包络。成对比较路径上分支度量累加值 U<sub>n</sub> 为

$$U_n = \sum_{l=1}^{d} R_{n,l,m}, \quad m = 0, 1, \cdots, M - 1$$
 (4)

# 4 BER 理论分析

*M*-FSK 信号的 *M* 维 Viterbi 软译码算法采用基 于状态网格序列检测方法,误符号率上界(Symbol Error Rate, SER)可以表示为<sup>[15]</sup>

$$P_{\rm s} \le \sum_{d=d_{\rm free}}^{\infty} \beta_d P_2(d)$$
 (5)

其中, d是成对比较路径的时间距离, 即成对比较

路径的符号总数; $\beta_d \ge d$ 符号成对比较路径错误符号总数,由多进制卷积编码器传递函数决定; $P_2(d)$ 是符号成对比较路径符号错误的概率,下面分别求解AWGN和瑞利信道下的 $P_2(d)$ ,在不影响分析结果的情况下,假设发送全零序列,编码器输出全零码字。

### 4.1 AWGN 信道

AWGN 信道下,成对比较度量  $U_0$ 和  $U_1$ ,当  $U_1 > U_0$ 发生判决错误:

$$U_{0} - U_{1} = d \left| 2\varepsilon + N_{0} \right|^{2} - d \left| N_{0} \right|^{2}$$
(6)

式(6)中,定义 $U_0$ 表示中心频率为 $f_0$ 的匹配滤波器平 方律检测值,即包含信号和噪声的判决变量; $U_1$ 表 示中心频率为 $f_m(m = 1, 2, \dots, M - 1)$ 的匹配滤波器平 方律检测值,即仅有噪声的判决变量。 $\{N_m, m=0, 1, \dots, M - 1\}$ 表示高斯噪声的判决变量,是零均值, 方差为 $\sigma_w^2 = 0.5E(|N_m|^2) = 2\varepsilon N_0$ 的复高斯随机变量。

在 AWGN 信道下,正确路径上的分支度量值 的随机变量  $R_{0,l,m}$  具有 2 个自由度的非中心  $\chi^2$  分 布:

$$p_{R_{0,l,m}}(r_0) = \frac{1}{2\sigma_w^2} \exp\left(-\frac{s^2 + r_0}{2\sigma_w^2}\right) I_0\left(\frac{s\sqrt{r_0}}{\sigma_w^2}\right), \ r_0 \ge 0 \quad (7)$$

非中心参数<sup>[15]</sup> $s^2 = (2\varepsilon)^2 = 4\varepsilon^2$ ,其中 $I_0(x)$ 为零阶修 正贝塞尔函数,可以近似为 $I_0(x) = 1 + 0.25x^2$ 。

错误路径上分支度量值的随机变量  $R_{1,l,m}$  具有 2 个自由度的中心  $\chi^2$ 分布:

$$p_{R_{1,l,m}}(r_1) = \frac{1}{2\sigma_w^2} \exp\left(-\frac{r_1}{2\sigma_w^2}\right), \ r_1 \ge 0$$
 (8)

对概率密度函数求傅里叶变换,可得 *R*<sub>n,l,m</sub> 的特征 函数;正确路径上随机变量 *R*<sub>0,l,m</sub> 的特征函数为

$$\Phi_{R_{0,l,m}}(jv) = \frac{1}{1 - jv2\sigma_w^2} \exp\left(\frac{jvs^2}{1 - jv2\sigma_w^2}\right) \tag{9}$$

错误路径上随机变量 R<sub>1,l,m</sub> 的特征函数为

$$\Phi_{R_{1,l,m}}(jv) = \frac{1}{1 - jv2\sigma_w^2}$$
(10)

因为 *d* 符号的接收信号不存在符号间串扰,相 互独立,因此正确路径分支度量累加值 *U*<sub>0</sub> 的特征 函数为

$$\varPhi_{U_0} = \left[\varPhi_{R_{0,l,m}}\right]^d = \frac{1}{\left(1 - jv2\sigma_w^2\right)^d} \exp\left(\frac{jv4d\varepsilon^2}{1 - jv2\sigma_w^2}\right) (11)$$

错误路径分支度量累加值 U1的特征函数为

$$\Phi_{U_1} = \left[\Phi_{R_{1,l,m}}\right]^d = \frac{1}{(1 - jv2\sigma_w^2)^d}$$
(12)

对特征函数求傅里叶反变换,可得到 U<sub>n</sub>的概率密度函数为

 $p_{U_n}(u_n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-jvu_n) \varPhi_{U_n}(jv) dv, \quad n = 0,1 (13)$ 成对比较度量  $U_0$  和  $U_1$ , 当  $U_0 > U_1$  发生判决错误, 得成对差错概率  $P_2(d)$  为  $P_2(d) = P(U_1 \ge U_0) = \int_0^{\infty} \int_{u_0}^{\infty} p_{U_0}(u_0) p_{U_1}(u_1) du_1 du_0 (14)$ 

 $T_2(a) = T(a_1 \ge c_0) = \int_0^{a_0} \int_{u_0} P c_0(a_0) P c_1(a_1) da_1 da_0(14)$ 参照二进制正交信号在 d 个信道上平方律合并的差 错概率传输性能的推导,可得到  $P_c(d)$  的闭合公式

$$P_2(d) = \frac{1}{2^{2d-1}} e^{-d\gamma/2} \sum_{n=0}^{\infty} C_n \left(\frac{1}{2} d\gamma\right)$$
(15)  
$$\frac{1}{2^{d-1-n}(2d-1)} d\gamma$$

 $\ddagger \stackrel{}{=} \gamma = \varepsilon/N_0, \ C_n = \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{a-1-n} \binom{2a-1}{k} \circ$ 

# 4.2 Rayleigh 信道

对于 Rayleigh 信道下,其信道噪声 n(t)是方差 为 $\sigma_w^2 = N_0 W_{ss}$ 的零均值宽带高斯白噪声过程,其中  $N_0$ 表示单边功率谱密度, $W_{ss}$ 表示单边功率谱带 宽; $\sqrt{2\alpha}$ 是接收信号幅度,随机变量 $\alpha$ 服从瑞利分 布,其概率密度函数为

$$p(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma_{\rm S}^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_{\rm S}^2}\right), \ \alpha \ge 0$$
(16)

其中 $2\sigma_s^2$ 代表接收瑞利衰落信号的功率。

在瑞利衰落信道中,正确路径的分支度量值 *R*<sub>01</sub>,m的条件概率密度函数为莱斯分布:

$$p_{R_{0,l,m|\alpha}}(r_0|\alpha) = \frac{1}{2\sigma_w^2} \exp\left(-\frac{2\alpha^2 + r_0}{2\sigma_w^2}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{2\alpha^2 r_0}}{\sigma_w^2}\right),$$
$$r_0 \ge 0 \tag{17}$$

将式(17)对 $\alpha$ 求积分,  $\alpha$ 的概率密度函数如式(16) 所示,可得随机变量 $R_{0,l,m}$ 的无条件概率密度函数为

$$p_{R_{0,l,m}}(r_0) = \frac{1}{2(\sigma_w^2 + 2\sigma_{\rm S}^2)} \exp\left[-\frac{r_0}{2(\sigma_w^2 + 2\sigma_{\rm S}^2)}\right],$$
  
$$r_0 \ge 0 \tag{18}$$

错误路径的分支度量值 *R*<sub>1,*l*,*m*</sub> 的概率密度函数 服从瑞利分布:

$$p_{R_{l,l,m}}(r_1) = \frac{1}{2\sigma_w^2} \exp\left(-\frac{r_1}{2\sigma_w^2}\right), \quad r_1 \ge 0$$
 (19)

对概率密度函数求傅里叶变换,可得正确路径上随机变量 R<sub>01</sub> m 的特征函数为

$$\Phi_{R_{0,l,m}}(jv) = \frac{1}{1 - jv(2\sigma_w^2 + 4\sigma_s^2)}$$
(20)

错误路径上随机变量 R<sub>1.l,m</sub> 的特征函数为

$$\Phi_{R_{1,l,m}}(jv) = \frac{1}{1 - jv2\sigma_w^2}$$
(21)

因为每符号信号所经历的衰落是相互独立统计 的,不存在符号间串扰,因此正确路径分支度量累 加值 U<sub>0</sub>的特征函数为

$$\Phi_{U_0}(jv) = \left[\Phi_{R_{0,l,m}}(jv)\right]^d = \frac{1}{\left[1 - jv(2\sigma_w^2 + 4\sigma_s^2)\right]^d} \quad (22)$$

同样,错误路径的分支度量累加值 U<sub>1</sub>的特征 函数为

$$\Phi_{U_1}(jv) = \left[\Phi_{R_{1,l,m}}(jv)\right]^d = 1 / \left(1 - jv2\sigma_w^2\right)^d$$
(23)

对特征函数求傅里叶反变换,可得 U<sub>0</sub>的概率密度 函数为

$$p_{U_0}(u_0) = \frac{1}{(2\sigma_w^2 + 4\sigma_{\rm S}^2)^d (d-1)!} u_0^{d-1} \\ \cdot \exp\left(\frac{-u_0}{2\sigma_w^2 + 4\sigma_{\rm S}^2}\right), \ u_0 \ge 0$$
(24)

U1概率密度函数为

$$p_{U_1}(u_1) = \frac{1}{(2\sigma_w^2)^d (d-1)!} u_1^{d-1} \exp\left(\frac{-u_1}{2\sigma_w^2}\right), \ u_1 \ge 0 \quad (25)$$
成对比较度量  $U_2$ 和  $U_2$ , 得成对差错概率为

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}_{X} [ \mathbb{L}_{Y} [ \mathcal{L}_{\Xi} = U_0 \land \Pi \ U_1, \quad (\exists \mu X) \neq \exists \Pi \ \forall I \neq \mathcal{N} \\ & P_2(d) = P(U_1 \ge U_0) = \int_0^\infty \int_{u_0}^\infty p_{U_0}(u_0) p_{U_1}(u_1) \mathrm{d} u_1 \mathrm{d} u_0 \\ & = \int_0^\infty \left[ 1 - \exp\left(-\frac{u_0}{2\sigma_w^2}\right)_{k=0}^{d-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{u_0}{2\sigma_w^2}\right)^k \right] p(u_0) \mathrm{d} u_0 \end{aligned}$$

$$(26)$$

令 $v = u_0/2\sigma_w^2$ ,  $\gamma = 2\sigma_s^2/\sigma_w^2 = \varepsilon/N_0$ 代入式(26),可得成对差错概率 $P_2(d)$ 为

$$P_{2}(d) = \int_{0}^{\infty} \left[ 1 - \exp(-v) \sum_{k=0}^{d-1} \frac{1}{k!} v^{k} \right] p(u_{0}) du_{0}$$
$$= \frac{1}{(2+\gamma)^{d}} \sum_{k=0}^{d-1} \binom{k+d-1}{k} \left( \frac{1+\gamma}{2+\gamma} \right)^{k}$$
(27)

#### 4.3 BER 闭合表达式

通过 4.1 节和 4.2 节的推导,分别得到了 AWGN 和 Rayleigh 信道下 P<sub>2</sub>(d),最后将式(15)代入式(5) 可以得到 *M*-FSK 信号在 AWGN 信道下的 SER 上 界为

$$P_{\rm s}^{\rm AWGN} \le \sum_{d=d_{\rm free}}^{\infty} \beta_d \, \frac{1}{2^{2d-1}} e^{-d\gamma/2} \sum_{n=0}^{d-1} C_n \left(\frac{1}{2} \, d\gamma\right)^n \quad (28)$$

而将式(27)代入式(5)就可以得到 M-FSK 信号在 Rayleigh 信道下的 SER 上界为

$$P_{\rm s}^{\rm Rayleigh} \le \sum_{d=d_{\rm free}}^{\infty} \beta_d \, \frac{1}{(2+\gamma)^d} \sum_{k=0}^{d-1} \binom{k+d-1}{k} \left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)^k \, (29)$$

若每个数据符号由 k 个信息比特组成, 根据关系式

$$P_{\rm b} = \left[2^{k-1} / (2^k - 1)\right] P_{\rm s} \tag{30}$$

其中 $\gamma = \varepsilon / N_0$ ,  $P_b$ 即 *M*-FSK 信号传输的 BER。

# 5 仿真结果

本文中, *M*-FSK 信号频率间隔为 5 kHz 且 k = 1,量化精度为 14 bit,译码深度为 64,为保证 *M*-FSK 信号正交性,设置符号驻留时间  $T_s = 200 \,\mu s$ ;经过 计算,在 AWGN 信道中,当式(5)中  $d \ge 1.5d_{\rm free}$ , Rayleigh 信道中,当 $d \ge 2d_{\rm free}$ , $P_s$ 基本趋于稳定。因此,下面的理论分析中,对 AWGN 信道采用 d = 1.5 $d_{\rm free}$ ,对 Rayleigh 信道采用  $d = 2d_{\rm free}$ 近似计算  $P_s$ , 其中  $d_{\rm free}$  是最小自由距离,其余系统参数如表 1 所示。

表1 系统参数

约束长度 K	生成多项式	码率 $R_c$	调制阶数 M
7	$[171 \ 133]$	1/2	4
	$[133 \ 145 \ 175]$	1/3	8

图 2 和图 3 分别为 AWGN 信道和 Rayleigh 信 道下,本文提出的 *M*-FSK 信号的能量度量 Viterbi 软译码算法 BER 性能理论和仿真分析结果。可以看 到,理论上界随着信噪比的增加迅速逼近仿真曲线, 这是因为式(5)中不同路径的首次差错事件概率重 复累加,导致理论界大于仿真结果,但是随着 *E*<sub>b</sub>/*N*<sub>0</sub> 的增大,首次差错事件概率重复累加造成的误差迅



速减小,理论上界迅速逼近仿真结果,因此本文对 所提算法 BER 性能理论分析的结果是正确的。

从图 2 和图 3 中还可以看到,在 AWGN 信道或 者 Rayleigh 信道中,当 BER = 1×10<sup>-4</sup> 时, *M* 从 4 增加到 8,本文提出算法的增益分别增加了 0.482 dB 和 1.257 dB,这是因为本文提出算法最大程度利用 *M*-FSK 软解调输出的频点能量信息进行译码,使 Viterbi 译码获得了相应的增益,而当 *M* 继续增加 到 16,本文提出的算法性能增益变化不大,这是因 为在译码过程中, *d* 符号的信号非相干合并损失的 增加抵消了编码增益。

图 4 和图 5 分别为 4FSK 通信系统在 AWGN 信 道和 Rayleigh 信道下,文献[13]算法与本文算法的 BER 性能对比。结果表明,当BER = 1×10<sup>-4</sup>时, 在 AWGN 信道中,本文提出的 Viterbi 译码算法比 文献[13]算法提高了约 0.62 dB 的信噪比增益;在 Rayleigh 信道中,提高了约 0.67 dB 的信噪比增益。 这是因为文献[13]算法需要将 *M* 维能量信息通过降 维运算,生成 log<sub>2</sub> *M* 的比特似然信息,*M* 值越大, 降维后损失的维度也就越大。本文所提算法采用 *M*-FSK 信号解调和译码器的紧耦合设计,避免了比 特 LLR 计算带来的降维信息损失,因此 BER 性能 得到了提高。



### 5 结束语

为了提高 M-FSK 信号的传输性能,本文提出 了一种适用于 M-FSK 信号的 M 维能量度量 Viterbi 软译码方法,并对 M-FSK 系统在 AWGN 信道和 Rayleigh 信道下的性能进行了理论推导,得到了 BER 的上界闭合表达式,通过仿真验证了理论推导 的正确性:对比比特 LLR 输入的 Viterbi 译码算法, 由于本文所提算法采用 M-FSK 信号解调和译码器 的紧耦合设计,避免了比特 LLR 和分支度量值的计 算,减小了复杂度,更利于工程实现。此外,由于 避免了文献[13]算法进行比特 LLR 计算带来的降维 信息损失,因此 BER 性能也得到了提高。

# 参考文献

- Elias P. Coding for noisy channels[C]. 1955 IRE Convention Record, 1955: 37–47.
- [2] Viterbi A J. Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1967, 13(2): 260–269.
- [3] Kene J D and Kulat K D. WiMAX physical layer optimization by implementing SOVA Decoding algorithm[C]. Proceedings of 2014 International Conference on Circuits, Systems, Communication and Information Technology Applications (CSCITA), Mumbai, India, 2014: 179–183.
- [4] Kudeshia A and Jagannatham A K. Optimal viterbi based total variation sequence detection(TVSD) for robust image/video decoding in wireless sensor networks[J]. *IEEE* Signal Processing Letters, 2014, 21(6): 722–726.
- [5] Chen Tao, Chen Bo, Xu Ding-hai, et al. Channel quality estimation with MMSE filter and Viterbi decoding for airborne communications[C]. Proceedings of 2014 Integrated Communications, Navigation and Surveillance Conference (ICNS), Herndon, USA, 2014: 8–10.
- [6] Li Yang, Liu Kui-sheng, Tao Ran, et al. Adaptive Viterbibased range-instantaneous doppler algorithm for ISAR imaging ship target at sea[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2014, DOI:10.1109/JOE.2014.2312237.
- [7] 黄远达,熊蔚明,孙辉先.采用辅助网格的 4D-8PSK-TCM 维特比译码[J].空间科学学报,2008,28(6):578-583.
  Huang Yuan-da, Xiong Wei-ming, and Sun Hui-xian.
  Auxiliary trellis based Viterbi decoding algorithm research of 4D-8PSK-TCM[J]. Chinese Journal of Space Science, 2008, 28(6):578-583.

- [8] 臧国珍, 宋贝, 田冲. 差分协同信号的维特比译码接收[J]. 军 事通信技术, 2013, 34(1): 17-20.
   Zang Guo-zhen, Song Bei, and Tian Chong. Viterbi decoding for differential cooperative communication[J]. Journal of Miltary Communications Technology, 2013, 34(1): 17-20.
- [9] Morishima Y, Oka I, and Ata S. Pulse interference mitigation techniques for QPSK and QAM using Viterbi decoding[C]. Proceedings of 2010 International Symposium on Information Theory and its Applications (ISITA), Taichung, 2010: 639–643.
- [10] 罗宁. 一种高速数传接收机的高效维特比译码结构设计[J]. 信息通信, 2013(2): 80-81.
  Luo Ning. A high efficient viterbi decoding structure in high data rate receiver[J]. *Information & Communications*, 2013(2): 80-81.
- [11] Saleh T S, Marslan I, and Ei-Tanany M. Simplified LLR-based Viterbi decoder for convolutional codes in symmetric alpha-stable noise[C]. Proceedings of 2012 25th IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering (CCECE), Montreal, Canada, 2012: 1–4.
- [12] Hagenauer J and Hoeher P. A Viterbi algorithm with soft-decision outputs and its applications[C]. Proceedings of 1989 IEEE Global Telecommunications Conference and Exhibition Communications Technology for the 1990s and Beyond (GLOBECOM), Dallas, USA, 1989: 1680–1686.
- [13] 程郁凡,裴亚丽,李少谦.一种 4FSK 软解调方法[P].中国, 200610020632.X, 2009-3-18.
- [14] Viterbi A J. An intuitive justification and a simplified implementation of the MAP decoder for convolution code[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1998, 16(2): 260–264.
- [15] Proakis J G and Salehi M. Digital Communications[M]. 5th Edition, New York: McGraw-Hill, 2008: 45–48, 109–110, 491–516.
- 董彬虹: 女,1972年生,教授,研究方向为无线通信系统的抗干 扰技术、差分跳频通信系统关键技术.
- 唐 鹏: 男,1989年生,硕士,研究方向为无线通信、扩频通信 系统关键技术.
- 杜 洋: 男,1988年生,博士,研究方向为无线通信、差分跳频 通信系统关键技术.
- 赵 岩: 男,1990年生,硕士,研究方向为无线通信、同步与捕获通信系统关键技术.