

# 一种基于最大似然估计的合作目标多维参数跟踪算法

魏子翔 崔 嵬\* 李 霖 吴 爽 吴嗣亮

(北京理工大学信息与电子学院 北京 100081)

**摘要:** 空间交会对接微波雷达采用基于延迟锁定环(DDLL)、锁频环(FLL)和锁相环(PLL)的算法处理合作目标转发的直接序列扩频信号,获得入射信号的时延、频率及波达角(DOA)估计。针对当前基于 DDLL, FLL 和 PLL(DFP)的算法没有充分利用接收信号有效信息的问题,该文提出一种基于极大似然估计(MLE)的低代价闭环跟踪(MLBT)算法。该算法利用代价函数的梯度正比于参数误差的特性,设计了参数误差鉴别器。在此基础上给出了相应的扩频信号多参数跟踪环路。分析并验证了鉴别器的方差特性,从而给出 MLBT 算法的参数估计均方根误差(RMSEs)下限。仿真实验验证了对 MLBT 算法参数估计均方根误差下限分析的正确性。此外仿真结果表明, MLBT 算法相比 DFP 算法有限地增加运算量,同时获得了更优的参数估计性能。

**关键词:** 雷达; 直接序列扩频信号; 时延; 频率; 波达角

**中图分类号:** TN958.91

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2015)06-1450-07

**DOI:** 10.11999/JEIT141150

## Maximum Likelihood Estimation Based Algorithm for Tracking Cooperative Target

Wei Zi-xiang Cui Wei Li Lin Wu Shuang Wu Si-liang

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The scheme which is based on the Digital Delay Locked Loop (DDLL), Frequency Locked Loop (FLL), and Phase Locked Loop (PLL) is implemented in the microwave radar for spatial rendezvous and docking, and the delay, frequency and Direction Of Arrival (DOA) estimations of the incident direct-sequence spread spectrum signal transmitted by cooperative target are obtained. Yet the DDLL, FLL, and PLL (DFP) based scheme has not made full use of the received signal. For this reason, a novel Maximum Likelihood Estimation (MLE) Based Tracking (MLBT) algorithm with a low computational burden is proposed. The feature that the gradients of cost function are proportional to parameter errors is employed to design discriminators of parameter errors. Then three tracking loops are set up to provide the parameter estimations. In the following section, the variance characteristics of discriminators are investigated, and the low bounds of Root Mean Square Errors (RMSEs) of parameter estimations are given for the MLBT algorithm. Finally, the simulations and computational efficiency analysis are provided. The low bounds of Root Mean Square Errors (RMSEs) of parameter estimations are verified. Additionally, it is also shown that the MLBT algorithm achieves better performances in terms of estimators accuracy than those of the DFP based scheme with a limited increase in computational burden.

**Key words:** Radar; Direct-sequence spread spectrum signal; Delay; Frequency; Direction Of Arrival (DOA)

### 1 引言

空间交会对接微波雷达作为我国空间交会对接过程中中长距离测量的主要传感器,具有测量精度较高和测量范围跨度较大等特点。微波雷达采用阵列天线接收合作目标上搭载的应答机转发的直接序列扩频连续波信号。经数据处理后,微波雷达获得目标的距离,速度及波达角(Direction Of Arrival, DOA)估计,从而实现对合作目标的空间定位及运动

状态测量。受飞行器载荷功耗及重量限制,微波雷达数据处理算法对资源消耗控制十分严格,故微波雷达当前的数据处理算法采用导航系统中常见的数字延迟锁定环(Digital Delay Locked Loop, DDLL),锁频环(Frequency Locked Loop, FLL)和锁相环(Phase Locked Loop, PLL)相结合的方式低代价地获得目标的位置与运动状态信息。然而现有数据算法<sup>[1-3]</sup>仍存在一些不足:测距测速过程中采用的 DDLL 及 FLL 只对单根天线的数据进行处理,并没有充分利用接收信号所包含的信息;长短基线法得到的最终角度估计的精度事实上只受最长基线的两个天线的信号影响,亦没有充分利用接收信号中的

2014-09-02 收到, 2014-12-02 改回

上海航天科技基金(SAST201215)和新世纪优秀人才支持计划(NCET-13-0034)资助课题

\*通信作者: 崔嵬 cuiwei@bit.edu.cn

有效信息。因此, 低代价条件下高性能的扩频信号多维参数估计算法的研究仍有必要。

对于信号的时延, 频率及 DOA 联合估计问题, 相关文献主要分为两类: 子空间类算法和确定性参数估计算法。子空间类算法中, 文献[4]提出一种基于旋转不变子空间技术的算法实现了角度, 时延及频率的联合估计(Joint Angle Delay and Frequency Estimation - Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, JADFESPRIT)。该算法在构建两个特殊的包含信号时延及多普勒频移信息的相关矩阵基础上, 通过求取相关矩阵的广义特征值及广义特征向量, 并经后续处理后分别获得目标的 DOA 及时延, 频率估计。此外, 还有一些文献提出了部分参数的联合估计算法, 如文献[5]提出的基于多重信号分类的角度和时延联合估计(Joint Angle and Delay Estimation - Multi Signal Classification, JADE-MUSIC)算法在空时子空间中进行 2 维联合搜索获得时延及 DOA 估计。为了降低运算量, 文献[6]进一步提出了不需要搜索的基于旋转不变子空间技术的角度和时延联合估计算法 (Joint Angle and Delay Estimation - Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, JADE-ESPRIT)算法。对于另一类常见的信号多维参数估计算法—确定性参数估计算法, 这里的“确定性”指的是已知发射信号的形式, 此时可以采用最大似然估计算法获得多维参数的估计。直接搜索的最大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE)算法<sup>[7,8]</sup>以及为了降低运算量而产生的改进最大似然算法(包括 Levenberg-Marquardt(LM)算法<sup>[9,10]</sup>, 遗传及模拟退火算法<sup>[11,12]</sup>等)已经在信号处理领域获得了广泛的应用。然而受微波雷达数据处理算法对资源消耗的限制, 以上提及的各算法均难以应用于微波雷达数据处理算法的实现中。

导航系统中常见的跟踪环路算法采用了闭环的结构低代价地实现了参数的高精度估计。据此, 本文提出一种基于极大似然估计的扩频信号多维参数闭环跟踪(Maximum Likelihood estimation Based Tracking, MLBT)算法。MLBT 算法利用代价函数的梯度正比于参数误差的特性设计了参数误差鉴别器, 并将参数误差鉴别结果代入跟踪环路获得参数估计。由于闭环结构的采用, MLBT 算法在保证参数估计性能的基础上, 仍保持较低的运算代价。本文分析了该算法的鉴别器的热噪声性能并给出了跟踪环路参数估计均方根误差下限。仿真实验验证了 MLBT 算法相比 DFP 算法的优越性。

## 2 信号模型

交会对接微波雷达接收并处理应答机转发的扩频信号, 得到目标距离, 速度以及 DOA 的估计。为简便记, 假设雷达采用  $L$  元线阵接收到远场信源发射的无线信号  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_L(t)]^T$ 。

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(v)s(t - \tau) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{a}(v) = [1, e^{jd_2v}, e^{jd_3v}, \dots, e^{jdLv}]^T$  为导向矢量且  $v = \pi \sin \theta$ ,  $d_i (i = 2, 3, \dots, L)$  为天线  $i$  到天线 1 的间距与半波长的比值),  $\tau$  为信号传输延时,  $\mathbf{n}(t)$  为各通道互不相关的高斯白噪声矢量,  $s(t)$  为信源发射的扩频信号。

$$s(t) = Ac(t)e^{j(2\pi ft + \phi)} \quad (2)$$

其中,  $f$  为接收信号的载波频率,  $c(t)$  是已知的伪随机序列,  $A, \phi$  分别为信号的幅度及初相。经过 A/D 采样后, 接收信号离散为

$$\mathbf{x}(kT_s) = \mathbf{a}(v)s(kT_s - \tau) + \mathbf{n}(kT_s) \quad (3)$$

## 3 基于极大似然估计的目标跟踪算法及其性能分析

### 3.1 基于极大似然估计的目标跟踪算法

若接收噪声为各通道互不相关的高斯白噪声且  $E[\mathbf{n}(kT_s)\mathbf{n}^H(kT_s)] = \sigma^2\mathbf{I}$ , 则  $N$  个快拍的接收信号的联合概率密度函数<sup>[13]</sup>可表示为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}|A, \phi, f, v, \tau, \sigma^2) \\ = \prod_{k=1}^N \frac{1}{(\pi\sigma^2)^L} \\ \cdot \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2}|\mathbf{x}(kT_s) - \mathbf{a}(v)s(kT_s - \tau)|^2\right] \end{aligned} \quad (4)$$

对式(4)分别求关于参数  $A, \phi$  和  $\sigma^2$  的偏导, 令其为零并将结果代回式(4)可得简化的代价函数为

$$\bar{J}(f, \tau, v) = \left| \sum_{k=1}^N \mathbf{x}^H(kT_s) \mathbf{a}(v) c(kT_s - \tau) e^{j2\pi kfT_s} \right|^2 \quad (5)$$

式(5)给出了关于变量  $f, \tau$  和  $v$  的代价函数。当  $\bar{J}$  取最大值时, 可以得到各参数的极大似然估计。

$$[\hat{f}, \hat{\tau}, \hat{v}] = \arg[\max(\bar{J}(f, \tau, v))] \quad (6)$$

代价函数最大化的过程可以通过直接搜索或者 L-M 等算法实现, 然而这些算法运算量往往较大。闭环的跟踪算法具有运算量小, 参数估计精度高的特点, 但是需要设计参数误差鉴别器获得参数误差的估计。注意到代价函数关于各参数的梯度正比于参数的误差, 故可以利用这个特性将修正后的梯度作为参数误差估计代入跟踪环路中从而获得最终的参数估计。将式(5)中的代价函数简记为  $\bar{J}(f, \tau, v) = \mathbf{V}^H \mathbf{V}$ , 其中  $\mathbf{V} = \sum_{k=1}^N \mathbf{x}^H(kT_s) \mathbf{a}(v) c(kT_s - \tau) e^{j2\pi kfT_s}$ , 然后分

别计算代价函数相对于各参数的偏导,可以得到代价函数的梯度为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{J}}{\partial \tau} &= 2 \operatorname{Re} \left[ \left( \sum \mathbf{x}^H(kT_s) \mathbf{a}(v) \frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} e^{j2\pi k f T_s} \right)^H \mathbf{V} \right] \\ \frac{\partial \bar{J}}{\partial f} &= 2 \operatorname{Re} \left[ \left( \sum \mathbf{x}^H(kT_s) \mathbf{a}(v) c(kT_s - \tau) e^{j2\pi k f T_s} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot j2\pi k T_s \right)^H \mathbf{V} \right] \\ \frac{\partial \bar{J}}{\partial v} &= 2 \operatorname{Re} \left[ \left( \sum \mathbf{x}^H(kT_s) \frac{\partial \mathbf{a}(v)}{\partial v} c(kT_s - \tau) e^{j2\pi k f T_s} \right)^H \mathbf{V} \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \Delta \hat{\tau} = \tau - \hat{\tau} &= -2 \operatorname{Re} \left[ \left( \sum \mathbf{x}^H(kT_s) \mathbf{a}(v) \frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} e^{j2\pi k f T_s} \right)^H \mathbf{V} \right] / (\lambda_r \bar{J}) \\ \Delta \hat{f} = f - \hat{f} &= -2 \operatorname{Re} \left[ \left( \sum \mathbf{x}^H(kT_s) \mathbf{a}(v) c(kT_s - \tau) e^{j2\pi k f T_s} \cdot j2\pi k T_s \right)^H \mathbf{V} \right] / (\lambda_f \bar{J}) \\ \Delta \hat{v} = v - \hat{v} &= -2 \operatorname{Re} \left[ \left( \sum \mathbf{x}^H(kT_s) \frac{\partial \mathbf{a}(v)}{\partial v} c(kT_s - \tau) e^{j2\pi k f T_s} \right)^H \mathbf{V} \right] / (\lambda_v \bar{J}) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式(9)中 $\lambda_r$ ,  $\lambda_f$ 和 $\lambda_v$ 分别为时延、频率及参数 $v$ 的归一化梯度修正量。将参数误差估计代入环路滤波器抑制噪声影响后,经数控振荡器(Numerically Controlled Oscillator, NCO)累加便可得到时延,频率以及变量 $v$ 的估计。

$$\left. \begin{aligned} \hat{\tau}_{k+1} &= \hat{\tau}_k + \Delta \hat{\tau}_k \otimes h_\tau \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k + \Delta \hat{f}_k \otimes h_f \\ \hat{v}_{k+1} &= \hat{v}_k + \Delta \hat{v}_k \otimes h_v \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)给出了3个参数跟踪环路,式中 $h_\tau$ ,  $h_f$ 和 $h_v$ 分别为各参数跟踪环路中滤波器的脉冲响应。而目标的DOA估计则可由式(11)给出

$$\hat{\theta}_k = \arcsin \left( \frac{\hat{v}_k}{\pi} \right) \quad (11)$$

### 3.2 参数估计的方差

本节分析了式(9)描述的鉴别器的方差特性,并据此给出了MLBT算法参数估计的均方根误差下限。文献[14]给出随机变量商的统计特性为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\frac{A}{B}}^2 &\approx \left( \frac{\mu_A}{\mu_B} \right)^2 \\ &\cdot \left\{ \frac{\sigma_A^2}{\mu_A^2} + \frac{\sigma_B^2}{\mu_B^2} - 2 \operatorname{COV}(A, B) / (\mu_A \mu_B) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

据此为了获得各鉴别器的方差理论值,只需分别计算出各梯度及代价函数的均值和方差以及各梯度与代价函数的协方差,并将结果代入(12)式即可。

将接收信号表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(kT_s) &= \mathbf{x}_s(kT_s) + \mathbf{n}(kT_s) \\ &= \mathbf{a}(v) \cdot A c(kT_s - \tau) e^{j(2\pi k f T_s + \phi)} + \mathbf{n}(kT_s) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} &\approx - \frac{c(kT_s - \tau + \bar{d}/2) - c(kT_s - \tau - \bar{d}/2)}{\bar{d}} \\ \frac{\partial \mathbf{a}(v)}{\partial v} &= [0, j d_2 e^{j d_2 v}, L, j d_L e^{j d_L v}]^T \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中, $\bar{d}$ 为差分间隔。注意到式(7)~式(8)中,各梯度函数的大小受到接收信号的幅度即噪声功率的影响,因而使用代价函数对各梯度进行归一化,并对归一化后的梯度的斜率进行修正使得鉴别曲线中心位置的斜率近似为-1。修正后的结果作为参数误差估计,则参数误差估计可表示为

其中, $\mathbf{n}(kT_s)$ 为各通道互不相关的复高斯白噪声,且其协方差矩阵为 $E[\mathbf{n}(kT_s) \mathbf{n}^H(kT_s)] = \sigma^2 \mathbf{I}$ 。则

(1)各梯度的均值和方差:代价函数关于频率的梯度的均值和方差分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu_{G_{-f}} &= \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial f} \mathbf{R}^H + \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial f} \right)^H \mathbf{R} \\ \sigma_{G_{-f}}^2 &= 2 \operatorname{SNR} \cdot LN \left[ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial f} \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial f} \right)^H \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\pi^2 T_s^2 (N+1)(2N+1)}{3} \right. \\ &\quad \left. \cdot \mathbf{R}^H \mathbf{R} - 2\pi(N+1)T_s \operatorname{Im} \left[ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial f} \mathbf{R}^H \right] \right] \\ &\quad \left. + (LN)^2 \left[ -2\pi^2 T_s^2 (N+1)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2\pi^2 T_s^2 (N+1)(2N+1)}{3} \right] \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

代价函数关于时延的梯度的均值和方差分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu_{G_{-\tau}} &= \frac{1}{\bar{d}} \left[ (R_L - R_E) \mathbf{R}^H + (R_L - R_E)^H \mathbf{R} \right] \\ \sigma_{G_{-\tau}}^2 &= \frac{2}{\bar{d}^2} \operatorname{SNR} \\ &\quad \cdot LN \left[ 2 \mathbf{R} \mathbf{R}^H (1 - R_c(\bar{d})) + |(R_L - R_E)|^2 \right] \\ &\quad + \frac{4}{\bar{d}^2} (LN)^2 (1 - R_c(\bar{d})) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

代价函数关于变量 $v$ 的梯度的均值和方差分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu_{G_v} &= \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial v} \mathbf{R}^H + \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial v} \right)^H \mathbf{R} \\ \sigma_{G_v}^2 &= 2\text{SNR} \\ &\cdot N \left[ |\mathbf{R}|^2 \sum d_i^2 + L \left| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial v} \right|^2 - \text{Im} \left[ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial v} \mathbf{R}^H \right] \sum d_i \right] \\ &+ 2N^2 \left( L \sum d_i^2 - \left( \sum d_i \right)^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中  $\text{Im}[\cdot]$  为对变量取虚部运算。

(2) 代价函数的均值、方差分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu_J &= \text{SNR} \cdot \mathbf{R} \mathbf{R}^H + LN \\ \sigma_J^2 &= 2\text{SNR} \cdot LN \cdot \mathbf{R} \mathbf{R}^H + (LN)^2 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(3) 各梯度与代价函数的协方差为

$$\left. \begin{aligned} \text{COV} \left( \frac{\partial \bar{J}}{\partial f}, \bar{J} \right) &= \text{SNR} \cdot LN \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial f} \mathbf{R}^H + \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial f} \right)^H \mathbf{R} \right) \\ \text{COV} \left( \frac{\partial \bar{J}}{\partial \tau}, \bar{J} \right) &= \text{SNR} \cdot LN \left( (R_L - R_E) \mathbf{R}^H \right. \\ &\quad \left. + (R_L - R_E)^H \mathbf{R} \right) \\ \text{COV} \left( \frac{\partial \bar{J}}{\partial v}, \bar{J} \right) &= \text{SNR} \cdot LN \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial v} \mathbf{R}^H + \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial v} \right)^H \mathbf{R} \right) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式(14)~式(18)中, SNR 为接收信号的信噪比,

且

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{R}(\Delta\tau, \Delta f, \Delta v) \\ &\approx N \cdot R_c(\Delta\tau) R_f(\Delta f) R_a(\Delta v) \\ R_L &= \mathbf{R}(\Delta\tau - \bar{d}/2, \Delta f, \Delta v) \\ &= N \cdot R_c(\Delta\tau - \bar{d}/2) R_f(\Delta f) R_a(\Delta v) \\ R_E &= \mathbf{R}(\Delta\tau + \bar{d}/2, \Delta f, \Delta v) \\ &= N \cdot R_c(\Delta\tau + \bar{d}/2) R_f(\Delta f) R_a(\Delta v) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial f} &= N \cdot R_c(\Delta\tau) \frac{\partial R_f(\Delta f)}{\partial f} R_a(\Delta v) \\ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial v} &= N \cdot R_c(\Delta\tau) R_f(\Delta f) \frac{\partial R_a(\Delta v)}{\partial v} \\ R_c(\Delta\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c(kT_s - \hat{\tau}) c(kT_s - \tau) \\ R_f(\Delta f) &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^{j2\pi k \Delta f T_s} \\ R_a(\Delta v) &= \mathbf{a}^H(\hat{v}) \mathbf{a}(v) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

将式(14)~式(18)的结果代入式(12)中便可得到鉴别器的方差理论值。

对于式(10)描述的跟踪环路, 当环路稳定后参数

估计误差将保持为接近为零的较小值, 此时各参数估计的方差可近似表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_f^2 &\approx 2B_f T \sigma_{\Delta f}^2 \Big|_{\Delta\tau=0, \Delta f=0, \Delta v=0} \\ \sigma_\tau^2 &\approx 2B_\tau T \sigma_{\Delta\tau}^2 \Big|_{\Delta\tau=0, \Delta f=0, \Delta v=0} \\ \sigma_v^2 &\approx 2B_v T \sigma_{\Delta v}^2 \Big|_{\Delta\tau=0, \Delta f=0, \Delta v=0} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式(21)中  $\sigma_{\Delta f}^2$ ,  $\sigma_{\Delta\tau}^2$  和  $\sigma_{\Delta v}^2$  分别为各鉴别器的热噪声方差。此外根据式(11)可得角度估计的方差为

$$\sigma_\theta^2 = \frac{\sigma_v^2}{\pi^2 \cos^2 \theta} \quad (22)$$

式(21)和式(22)中  $T$  为数据处理周期且  $T = NT_s$ ,  $B_f$ ,  $B_\tau$  和  $B_v$  分别为相应环路的环路滤波器带宽。这两式亦是 MLBT 算法参数估计的均方根误差下界: 当目标处于稳态时, 参数估计均值为零, 则各参数的均方根误差统计结果将与相应参数方差分析值相吻合; 目标机动后, 参数估计均值非零, 则各参数的均方根误差统计结果将大于相应参数方差分析值。

### 3.3 扩频信号多维参数估计的克拉美罗界

对于式(13)给出的接收信号模型, 将未知参数表示成矢量形式  $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5] = [A, \phi, f, v, \tau]$ , 则各通道互不相关高斯白噪声条件下 Fisher 信息矩阵<sup>[15]</sup>可表示为

$$\left[ \mathbf{I}(\boldsymbol{\xi}) \right]_{ij} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^N \left[ \frac{\partial \mathbf{x}_s^H(kT_s)}{\partial \xi_i} \frac{\partial \mathbf{x}_s(kT_s)}{\partial \xi_j} + \frac{\partial \mathbf{x}_s^H(kT_s)}{\partial \xi_j} \frac{\partial \mathbf{x}_s(kT_s)}{\partial \xi_i} \right] \quad (23)$$

经过计算可以得到 Fisher 信息矩阵的主对角线元素分别为

$$\left[ \mathbf{I}(\boldsymbol{\xi}) \right]_{11} = \frac{2LN}{\sigma^2} \quad (24)$$

$$\left[ \mathbf{I}(\boldsymbol{\xi}) \right]_{22} = 2LN \cdot \text{SNR} \quad (25)$$

$$\left[ \mathbf{I}(\boldsymbol{\xi}) \right]_{33} = \frac{4}{3} \pi^2 T_s^2 LN (N+1)(2N+1) \cdot \text{SNR} \quad (26)$$

$$\left[ \mathbf{I}(\boldsymbol{\xi}) \right]_{44} = 2N \sum_{i=2}^L d_i^2 \cdot \text{SNR} \quad (27)$$

$$\left[ \mathbf{I}(\boldsymbol{\xi}) \right]_{55} = 2L \cdot \text{SNR} \sum_{k=1}^N \left| \frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} \right|^2 \quad (28)$$

式(28)中, 伪码序列可表示为

$$c(kT_s - \tau) = \sum_{m=0}^{D-1} b_m \left[ u(kT_s - \tau - mT_c) - u(kT_s - \tau - (mT_c + T_c)) \right] \quad (29)$$

其中,  $D$  为码片个数,  $T_c$  为码片时长,  $b_m$  为码数据且取值为  $\pm 1$ 。继而计算伪码序列关于时延的导数为

$$\frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} = -\sum_{m=0}^{D-1} b_m [\delta(kT_s - \tau - mT_c) - \delta(kT_s - \tau - (mT_c + T_c))] \quad (30)$$

由于当  $\tau_1 \neq \tau_2$  时, 等式  $\delta(kT_s - \tau_1)\delta(kT_s - \tau_2) = 0$  成立, 故可得

$$\left| \frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} \right|^2 = \sum_{m=0}^{D-1} [\delta^2(kT_s - \tau - mT_c) + \delta^2(kT_s - \tau - (mT_c + T_c))] + \Delta(kT_s - \tau) \quad (31)$$

$$\Delta(kT_s - \tau) = 2\sum_{m=1}^{D_c} \delta^2(kT_s - \tau - p_m T_c) - 2\sum_{n=1}^{D_n} \delta^2(kT_s - \tau - p_n T_c) \quad (32)$$

式中  $p_m$  和  $p_n$  分别为码序列中相邻码片符号跳变的位置和非跳变的位置,  $D_c$  和  $D_n$  分别为码序列中相邻码片符号跳变和非跳变的个数。由于伪随机码序列完整码周期中相邻码片符号跳变和非跳变的个数

相等, 则式(28)中  $\sum_{k=1}^N \left| \frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} \right|^2$  项可表示为

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \left| \frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} \right|^2 &\approx \frac{1}{T_s} \sum_{m=0}^{D-1} \left[ \int \delta^2(t - \tau - mT_c) dt + \int \delta^2(t - \tau - (mT_c + T_c)) dt \right] \\ &= \frac{2}{T_s} \sum_{m=0}^{D-1} \int_{B_{\text{rec}}} |S(f)|^2 df \quad (33) \end{aligned}$$

式中  $B_{\text{rec}}$  为接收机前端滤波器带宽,  $S(f)$  为  $\delta(t)$  函数的频谱且  $S(f) = e^{-j2\pi f\tau}$ 。对式(33)化简并将结果代入式(28), 则  $[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{55}$  可化简为

$$\begin{aligned} [\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{55} &= 2L \cdot \text{SNR} \cdot \sum_{k=1}^N \left| \frac{\partial c(kT_s - \tau)}{\partial \tau} \right|^2 \\ &= 2L \cdot \text{SNR} \cdot \frac{2}{T_s} \sum_{m=0}^{D-1} \int_{B_{\text{rec}}} |S(f)|^2 df \\ &= \frac{4LDB_{\text{rec}} \cdot \text{SNR}}{T_s} \quad (34) \end{aligned}$$

不难证明交叉项  $[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{12}$ ,  $[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{13}$ ,  $[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{14}$ ,  $[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{15}$ ,  $[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{25}$ ,  $[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{35}$  和  $[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{45}$  全都为 0。其它交叉项分别为

$$[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{23} = 2\pi L T_s N(N+1) \cdot \text{SNR} \quad (35)$$

$$[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{24} = 2N \sum_{i=2}^L d_i \cdot \text{SNR} \quad (36)$$

$$[\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{34} = 2\pi T_s N(N+1) \cdot \sum_{i=2}^L d_i \cdot \text{SNR} \quad (37)$$

此时参数  $[f, \tau, v]$  的克拉美罗界可由式(38)给出

$$\left. \begin{aligned} \text{CRLB}(f) &= \left\{ [\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{22} [\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{44} - ([\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{24})^2 \right\} / |\mathbf{I}_{2:4}| \\ \text{CRLB}(\tau) &= [\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{55}^{-1} = T_s / (4LDB_{\text{rec}} \cdot \text{SNR}) \\ \text{CRLB}(v) &= \left\{ [\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{22} [\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{33} - ([\mathbf{I}(\boldsymbol{\xi})]_{23})^2 \right\} / |\mathbf{I}_{2:4}| \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

此外根据式(11)可得角度估计的 CRLB 为

$$\text{CRLB}(\theta) = \frac{1}{\pi^2 \cos^2 \theta} \text{CRLB}(v) \quad (39)$$

## 4 仿真验证

假设接收线阵包含 4 个阵子, 阵子  $i(i=2,3,4)$  到阵子 1 的距离分别为 7, 22, 29 倍半波长。扩频信号参数分别为: 扩频信号码长 1023, 码速率为 1.023 Mc/s, 数据处理周期为 1 ms。DFP 算法实现时, 设定 DLL, FLL 和 PLL 3 种跟踪环路的环路滤波器带宽分别为 5 Hz, 5 Hz 和 20 Hz。相应地在 MLBT 算法实现中, 设定延迟跟踪环的环路滤波器带宽  $B_r$  为 5 Hz, 频率跟踪环的环路滤波器带宽  $B_f$  为 5 Hz, 变量  $v$  跟踪环的环路滤波器带宽  $B_v$  为 20 Hz。

### 4.1 参数估计的均方根误差

考虑一个远场动态目标, 目标动态如图 1 所示。静止目标在 1 s 时刻开始分别进行径向加速度为 10 m/s<sup>2</sup> 以及角度上速度为  $-10^\circ/\text{s}$  机动。目标在 4 s 后径向加速度和角速度分别置为零。进行 1000 次仿真试验, 统计各个参数的均方根误差结果如图 2 所示。从图中可以看出 MLBT 算法的参数估计性能优于 DFP 算法: 稳态时 MLBT 算法各参数估计的均方根误差小于 DFP 算法; 当目标机动后, MLBT 算法各参数估计的均方根误差增大, 但仍与 DFP 算法各参数估计的均方根误差值相当。此外理论分析给出的 MLBT 算法参数估计的均方根误差下限与仿真结果吻合, 验证了前文对 MLBT 算法热噪声性能分析的正确性。

### 4.2 天线数目对参数估计精度影响

为了评估天线数目对两种算法参数估计精度的影响, 本节使用不同阵元个数的天线阵列分别对两种算法进行仿真实验。为了简便起见, 模拟相邻天线阵子间隔为半波长的均匀线阵接收远场目标转发的来波信号。仿真中被观测的目标保持静止状态, 统计载噪比为 45 dBHz 情况下两种算法收敛后 10000 点的跟踪结果的均方根误差, 统计结果如图 3 所示。对于信号的时延及频率估计, 由于 DFP 算法只对单根天线的信号进行参数估计, 因而天线数目的增加并没有获得更优的性能。而 MLBT 算法随着

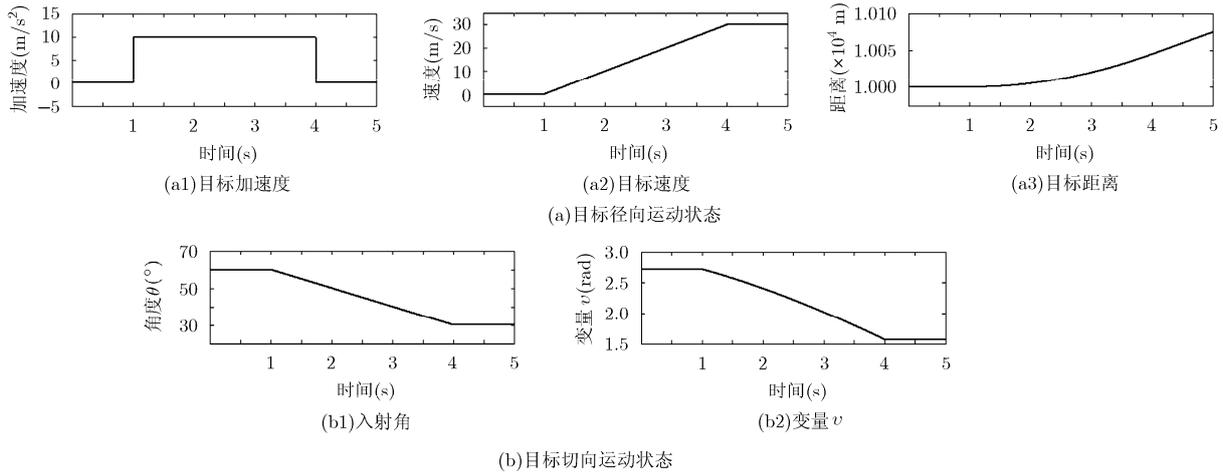


图 1 目标径向及切向运动状态

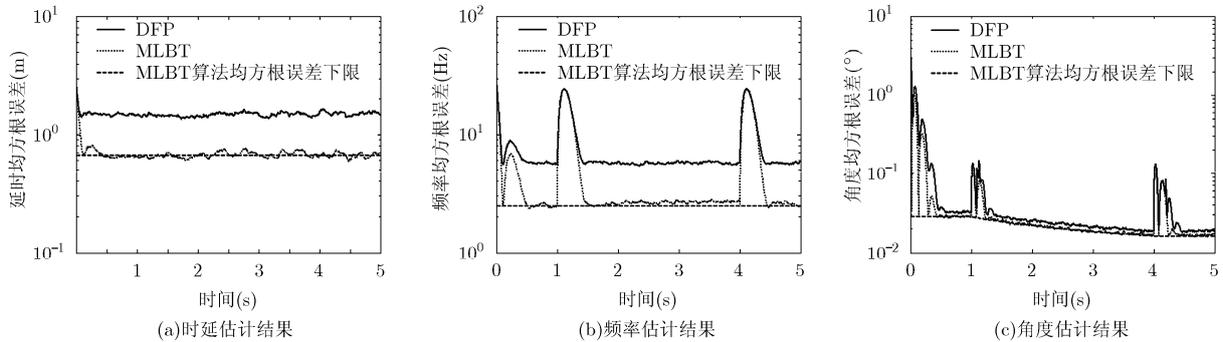


图 2 参数估计均方根误差

天线数目的增加，时延及频率估计性能亦更优。角度估计方面，DFP 算法随着天线数目的增加基线长度逐渐变长，从而获得了更优的角度估计结果，但仍劣于 MLBT 算法。随着天线数目的增加，两种算法的角度估计均方根误差的差距愈发明显。此外，MLBT 算法的频率及角度的均方根误差性能均逼近 CRLB。时延估计方面由于式(8)中采用的差分近似的方法获得伪码导数，MLBT 算法时延估计的均方根误差距 CRLB 仍有一段距离。不过随着差分间隔  $\bar{d}$  的减小(从  $\bar{d}=1/2$  减少到  $\bar{d}=1/8$ )，时延估计精度也随之提高。然而较小的差分间隔将造成环路收敛速度变慢，因而实际应用中应根据目标的动态和参数估计精度的要求折中选取合适的差分间隔。

4.3 运算量分析

当快拍数较大时，各算法的运算量主要体现在相关计算方面，因而本节各算法进行相关计算所需

的复乘及复加的运算量。各算法的运算量统计结果如表 1 所示：

表 1 中，L-M 算法可以较为快速地通过迭代获得参数的最大似然估计，然而当信噪比较低时，算法迭代次数  $M$  一般为 5 次左右，因而其运算量约为 DFP 算法的 15 倍。对于 JADFE-ESPRIT 算法而言，较长的码片个数将造成采样后得到的完整周期快拍数较大，此时计算信号的协方差矩阵运算量远远大于其它算法。此外，矩阵的特征值分解以及 1 维的时延搜索亦需要大量运算。实际应用时，可通过降低采样率或者截短数据长度来降低计算量，但同时会导致参数估计性能恶化。MLBT 算法运算量约为 DFP 算法运算量的两倍。MLBT 算法的运算量相比 DFP 算法并没有明显增加，从而加大了算法实时实现的可能性。

表 1 算法运算量统计

算法	复乘	复加
DFP 算法	$LN + 3N$	$LN + 3N$
MLBT 算法	$2LN + 7N$	$2LN + 4N$
L-M 算法	$M(3LN + 16N)$	$M(3LN + 9N)$
JADFE-ESPRIT 算法	$L(L + 1)N + N(N + 1)/2 + N^3$	$L(L + 1)N + N^3$

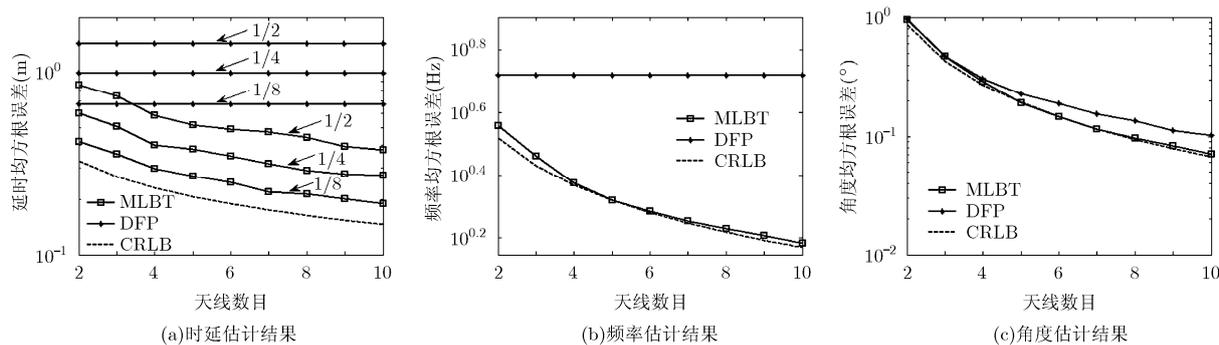


图3 天线数目变化对参数估计性能影响

## 5 结束语

针对扩频信号多维参数估计问题, 本文提出了一种基于最大似然估计的跟踪算法。该算法首先利用代价函数的梯度正比于参数误差的特性获得参数误差估计, 随后建立了多参数跟踪环路获得参数估计。分析并验证了鉴别器的热噪声特性, 从而给出了MLBT算法参数估计均方根误差的下限。仿真实验验证了MLBT算法热噪声分析的正确性。仿真实验结果表明, MLBT算法相比DFP算法拥有更优的参数估计精度; 且随着天线数目的增加, 参数估计性能的优势愈发明显。运算量分析结果表明MLBT算法运算量约为DFP算法的两倍。相比其它算法, MLBT算法与DFP算法运算量接近, 因而增加了算法实时实现的可能。MLBT算法是一种局部极值的精估算法, 因而对初值较为敏感。初值获取方面可参考其它文献, 不在本文赘述。

## 参考文献

- [1] 耿生群, 吴嗣亮. 伪码连续波交会对接雷达信号处理机设计[J]. 现代雷达, 2006, 28(9): 37-41.
- [2] 邓晓东, 孙武. 基于FLL+PLL的载波跟踪环路设计[J]. 现代防御技术, 2010, 38(4): 137-141.
- [3] 韩月涛, 吴嗣亮, 王堃, 等. 一种基于有限记忆算法的干涉仪解模糊纠错方法[J]. 宇航学报, 2012, 33(1): 120-127.
- [4] 张群飞, 保铮, 黄建国. 一种水下多目标方位、频率、距离联合估计新方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1409-1413.
- [5] Michaela C V, Constantinos B P, and Arogyaswami P. Joint angle and delay estimation (JADE) for multipath signals arriving at an antenna array[J]. *IEEE Communications Letters*, 1999, 1(1): 12-14.
- [6] Alle-Jan V, Michaela C V, and Arogyaswami J P. Joint angle and delay estimation Using Shift-Invariance Properties[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1997, 4(5): 142-145.
- [7] Stoica P and Gershman A B. Maximum-likelihood DOA

estimation by data-supported grid search[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999, 6(10): 273-275.

- [8] Hosseini E and Perrins E. Timing, carrier, and frame synchronization of burst-mode CPM[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(12): 5125-5138.
- [9] Bors A G and Ming Luo. Optimized 3D watermarking for minimal surface distortion[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(5): 1822-1835.
- [10] Shawash J and Selviah D R. Real-time nonlinear parameter estimation using the Levenberg-Marquardt algorithm on field programmable gate arrays[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(1): 170-176.
- [11] Pereira F H, Alves W A L, Koleff L, et al. A two-level genetic algorithm for large optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2014, DOI: 10.1109/TMAG.2013.2285703.
- [12] Gonzalez-Valdes B, Allan G, Rodriguez-Vaqueiro Y, et al. Sparse array optimization using simulated annealing and compressed sensing for near-field millimeter wave imaging[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2014, 62(4): 1716-1722.
- [13] Huang Yung-dar and Barkat M. A dynamic programming algorithm for the maximum likelihood localization of multiple sources[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1992, 40(9): 1023-1030.
- [14] Parkinson B W and Spilker J J. Global Positioning System: Theory and Applications[M]. Washington DC: AIAA, Inc, 1996: 329-407.
- [15] Kay S M 著. 罗鹏飞, 张文明, 刘忠, 等译. 统计信号处理基础——估计与检测理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006, 33-36.

魏子翔: 男, 1987年生, 博士生, 研究方向为扩频信号处理。

崔 隼: 男, 1976年生, 博士, 教授, 研究方向为雷达信号处理。

李 霖: 女, 1989年生, 硕士生, 研究方向为数字信号处理。